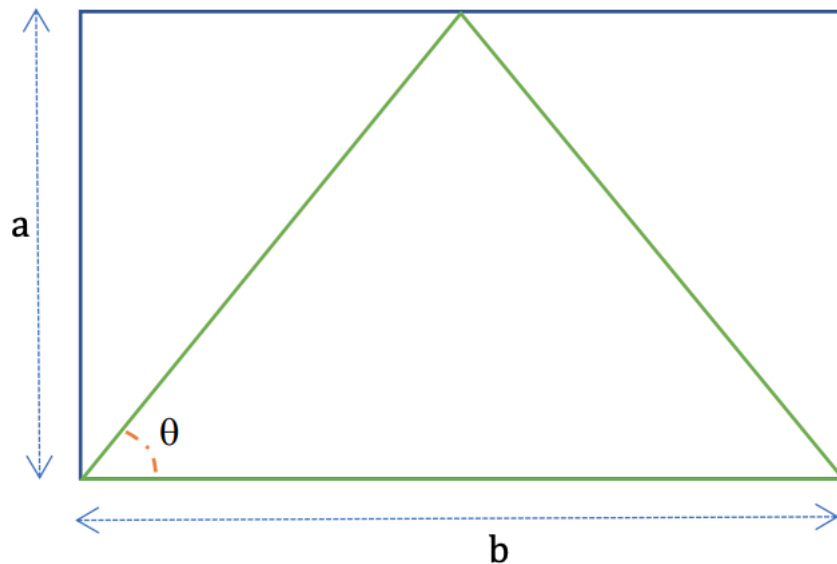


## 5 Números aleatórios.

Utilize o jupyter notebook para responder às seguintes questões:

1. Crie um gerador de números aleatórios em python, e gere uma sequência de 20 Algarismos entre 1 e 6. Lance um dado 20 vezes e guarde os números. Compare as duas distribuições encontradas.
2. Determine o valor de  $\pi$  utilizando um método de rejeição.
3. (*mini-teste 2019/2020*) Utilize um método de rejeição para calcular a área do triângulo da figura 1, em que  $a=4,21$  e  $b=5,7$  (dica: use a relação do ângulo  $\theta$  com  $a$  e  $b$ ):



**Figura 1:**

4. Imagine um feixe de fótons monodireccionalizado, com uma distribuição energética gaussiana, de valor médio de 1 MeV, e um desvio padrão de 0,3 MeV, que são emitidos a partir de um disco de raio 5 cm.
  - a. Faça uma amostragem da energia de 1000 fótons.
  - b. Faça uma amostragem das posições iniciais (x,y) dos mesmos 1000 fótons.
5. Considere a seguinte distribuição de probabilidades (Lorentziana com centro em  $\mu$  e meia largura a meia altura de  $\gamma$ ):

$$p(x) = K \cdot \frac{1}{\left(\frac{x-\mu}{\gamma}\right)^2 + 1} \quad -\infty < x < \infty$$

- a. Normalize a distribuição (i.e. determine o valor da constante  $K$  que normaliza a distribuição).
  - b. Utilizando o método da transformada inversa, escreva um código que permita amostrar desta distribuição, com  $\mu = 0,5$  e  $\gamma = 0,2$ .
  - c. Corra o programa para  $N = 10^5$  e faça um histograma. Compare com a distribuição que esperava obter.
6. O movimento browniano é um processo de Wiener, ou seja, um processo estocástico contínuo no tempo. Seja  $X(t)$  uma variável aleatória que depende de  $t \in [0, T]$ , tal que:

$$\begin{cases} X(0) = 0, & \text{condição inicial} \\ X(t) \approx X(s) + \sqrt{t-s} \cdot \mathcal{N}(0, 1). \end{cases}$$

Onde  $0 < s_i < t_i < \dots < T$ , e  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , e é uma distribuição gaussiana padrão.

- a. Escreva um código onde utiliza a transformada de Box-Müller (método de Marsaglia) para amostrar números aleatórios de uma gaussiana padrão.
- b. Utilizando este código de amostragem, escreva um código que implemente o movimento browniano a 1D e a 2D, e corra-os para  $N = 100$  histórias (considere  $T=1$ ).