Задание 4.

$$I = \int_a^b \frac{x+1,2}{x^2+x+2,2}\,dx; \quad a = \frac{2,2-1,2}{2} = 0,5 \qquad b = 2,2+1,2 = 3,4$$

Найдем точное зн-ие интеграла.

$$\int_{0,5}^{3,4} \frac{(x+1,2)\,dx}{x^2+x+2,2} = \left[\frac{1}{2}\ln(x^2+x+2,2) + \frac{0,7}{\sqrt{1,95}}\operatorname{arctg}\frac{x+\frac{1}{2}}{\sqrt{1,95}} \right]\Bigg|_{0,5}^{3,4} =$$

$$= \frac{1}{2}\ln 17,16 + 0,5013 \cdot \operatorname{arctg}(2,7929) - \frac{1}{2}\ln 2,95 - 0,5013 \cdot \operatorname{arctg}(0,7162) \approx$$

$$\approx 1,18391$$

1) Метод трапеций

$$n = 4 \qquad h = \frac{b-a}{n} = \frac{3,4-0,5}{4} = 0,725$$

$x_0 = 0,5$; $x_1 = 0,5+0,725 = 1,225$; $x_2 = 1,95$; $x_3 = 2,675$; $x_4 = 3,4$

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\left[\frac{f(x_0)+f(x_4)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) \right]$$ – общ. ф-ла трапеций

i	0	1	2	3	4
x_i	0,5	1,225	1,95	2,675	3,4
$f(x_i)$	0,576	0,492	0,396	0,322	0,268

Получим: $\int_{0,5}^{3,4} \frac{x+1,2}{x^2+x+2,2}\,dx = 0,725\left(\frac{0,576+0,268}{2} + 0,492 + 0,396 + 0,322 \right) =$

$$= 0,725 \cdot 1,632 = \underline{1,1832}.$$

$n=6$; $h = \frac{3,4-0,5}{6} = 0,483$

i	0	1	2	3	4	5	6
x_i	0,5	0,983	1,466	1,95	2,433	2,916	3,4
$f(x_i)$	0,576	0,526	0,458	0,396	0,344	0,302	0,268

Получим: $\int_{0,5}^{3,4} \frac{x+1,2}{x^2+x+2,2} dx = 0,483\left(\frac{0,576+0,268}{2} + 0,526 + 0,458 + 0,396 + 0,344 + 0,302\right) = 0,483 \cdot 2,448 = 1,1824$

$n = 8 \Rightarrow h = \frac{3,4-0,5}{8} = 0,3625$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	0,5	0,8625	1,225	1,5875	1,95	2,3125	2,675	3,0375	3,4
$f(x_i)$	0,576	0,54185	0,4923	0,4419	0,3961	0,3562	0,3221	0,2930	0,268

Получим: $\int_{0,5}^{3,4} \frac{x+1,2}{x^2+x+2,2} dx = 1,183726$

2) Метод парабол.

$n = 4 \quad h = \frac{b-a}{2n} = \frac{3,4-0,5}{8} = 0,3625$

(таблица совпадает с таблицей при $n=8$ пред. метода)

Получаем $\int_{0,5}^{3,4} \frac{x+1,2}{x^2+x+2,2} dx = \frac{0,1208}{3}(0,844 + 2,421 + 4 \cdot 1,0584) = 1,2471$

$n = 6 \quad h = \frac{3,4-0,5}{12} = 0,24$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	0,5	0,74	0,98	1,22	1,47	1,71	1,95	2,19	2,44	2,68	2,92	3,16	3,4
$f(x_i)$	0,576	0,556	0,527	0,493	0,458	0,418	0,396	0,369	0,344	0,322	0,302	0,284	0,268

$$I = \int_{0,5}^{3,4} \frac{x+1,2}{x^2+x+2,2}\,dx = 0,08\,(0,844 + 2\cdot 2,027 + 4\cdot 2,442) = 0,08\cdot 14,666 \approx 1,1733$$

$n = 8 \Leftrightarrow h = \frac{3,4-0,5}{16} = \frac{2,9}{16} = 0,18$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
X_i	0,5	0,68	0,86	1,04	1,22	1,41	1,59	1,77	1,95	2,13	2,31	2,5	2,68	2,86	3,04	3,22	3,4
$f(x_i)$	0,576	0,562	0,542	0,518	0,493	0,466	0,442	0,418	0,396	0,376	0,356	0,336	0,322	0,307	0,293	0,28	0,268

$$I = 0,06\,(0,844 + 2\cdot 2,844 + 4\cdot 3,265) = 0,06\cdot 19,592 = 1,1755$$

3) Метод Гаусса

$n = 4$ $\quad I = \int_{0,5}^{3,4} \frac{x+1,2}{x^2+x+2,2}\,dx = \frac{3,4-0,5}{2}\sum_{i=1}^{4} A_i \cdot f\left(\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cdot t_i\right)$

Аргумент ф-ии: $\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\cdot t_i = 1,95 + 1,45\cdot t_i$

$i = 1$; $f((1,95+1,45)\cdot(-0,861136)) = f(0,7013528) \approx 0,560933$

$i = 2$; $f(1,4570276) \approx 0,45970$

$i = 3$; $f(2,4429724) \approx 0,34332$

$i = 4$; $f(3,1986472) \approx 0,28142$

$I = \ldots = 1,45\cdot 0,8164914 = 1,1839125$

$n = 6$ $\quad I = 1,45\cdot\sum_{n=1}^{6} A_i \cdot f(1,95 + 1,45\cdot t_i)$

$i_1 = 1$; $f(0,1597272) \approx 0,569786$

$i = 2$; $f(0,991247) \approx 0,524998$

$i = 3$; $f(1,6046025) \approx 0,439718$

$i = 4$; $f(2,2959975) \approx 0,357918$

$i = 5$; $f(2,908753) \approx 0,302791$

$i = 6$; $f(3,3020728) \approx 0,27442$

$\bar{I} \approx \ldots = 1{,}45 \cdot 0{,}8164907 = 1{,}1839115$

$n = 8$

$$\bar{I} = 1{,}45 \cdot \sum_{i=1}^{8} A_i \cdot f(1{,}95 + 1{,}45 \cdot t_i)$$

$i = 1$; $f(0{,}5575581) = 0{,}572786$

$i = 2$; $f(0{,}7948343) = 0{,}550057$

$i = 3$; $f(1{,}1879786) = 0{,}4975791$

$i = 4$; $f(1{,}6840207) = 0{,}429173$

$i = 5$; $f(2{,}2159793) = 0{,}366264$

$i = 6$; $f(2{,}7120214) = 0{,}318904$

$i = 7$; $f(3{,}1051657) = 0{,}288025$

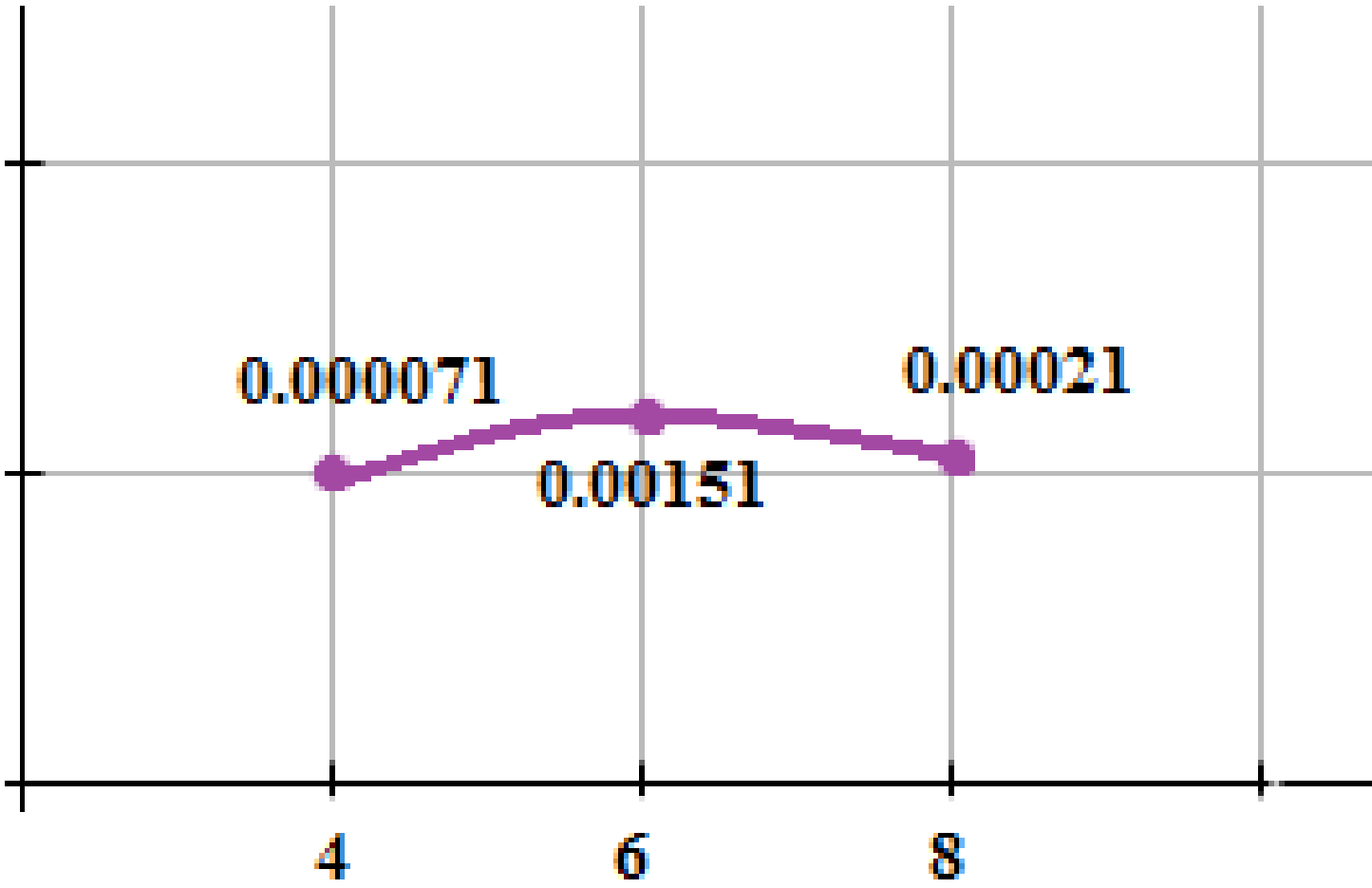
$i = 8$ $f(3{,}342419) = 0{,}27177$

$\bar{I} \approx \ldots \approx 1{,}45 \cdot 0{,}8164907 \approx 1{,}1839115$

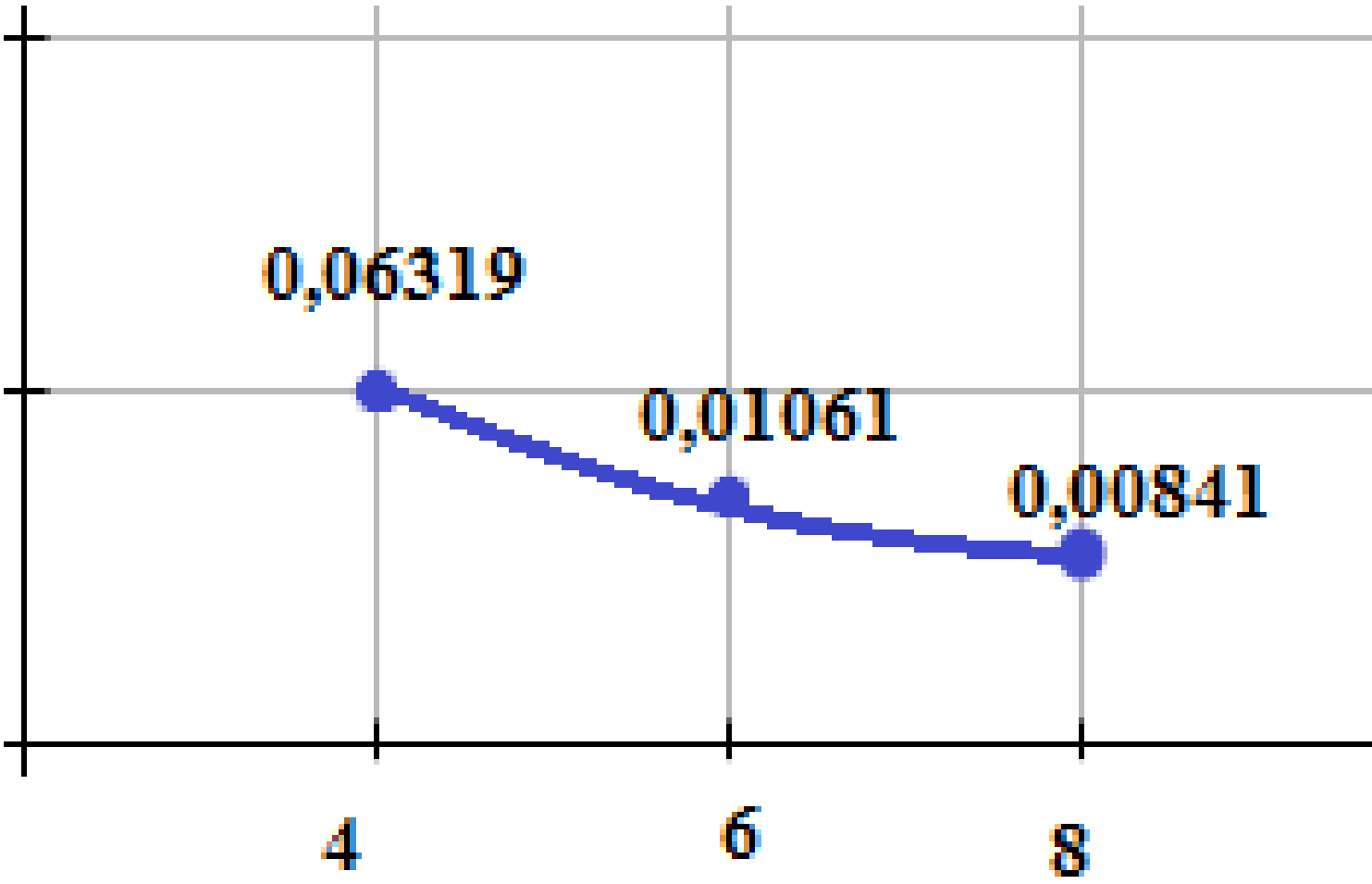
Составим сводную табл. всех методов

n	4	6	8
$\bar{I}_{tr}$	1,1832	1,1824	1,1837
$\bar{I}_{rav}$	1,2471	1,1733	1,1755
$\bar{I}_g$	1,183912	1,183911	1,183911

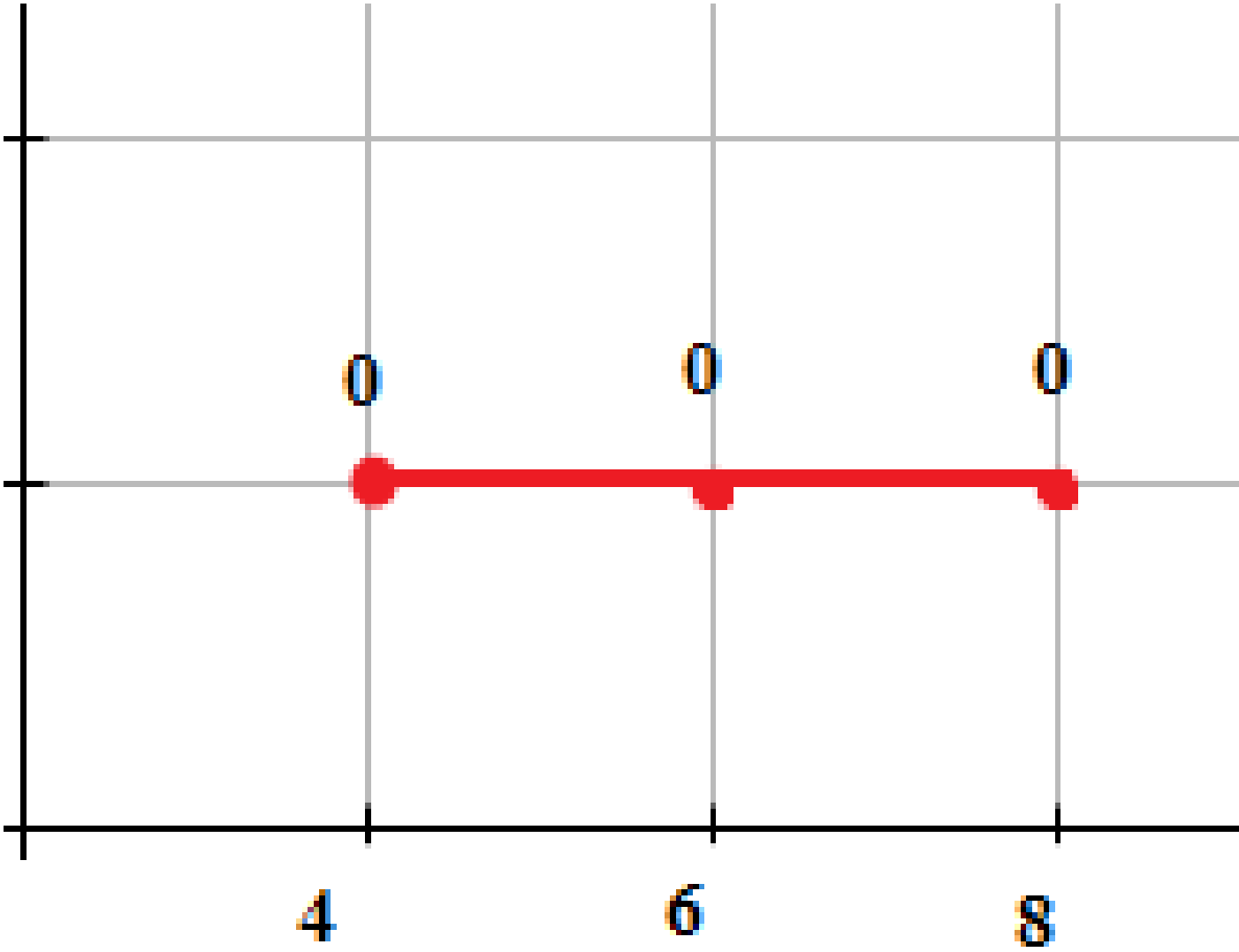
Сопоставить экспериментальные показатели на графиках



Метод трапеций



Метод парабол



Метод Гаусса