

## Metoda lui Newton

În analiză numerică, **metoda tangentei** (de asemenea, cunoscut sub numele de **metoda lui Newton** sau **metoda lui Newton-Raphson**), este o metodă de determinare a rădăcinii unei funcții.

Numele "Metoda lui Newton" este derivat din faptul că Isaac Newton a descris un caz special al metodei în *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* scris în 1669 și în *De methodis fluxionum et serierum infinitarum* scrisă în 1671. Metoda lui Newton a fost publicată prima dată în 1685, în *Tratat istoric și practic de algebră* de John Wallis. În 1690, Joseph Raphson a publicat o descriere simplificată în *Analysis aequationum universalis*. Raphson prezenta metoda lui Newton ca o metodă pur algebrică și limita utilizarea sa la funcții polinomiale, dar el descrie metoda în termeni de aproximări succesive  $x_n$  în loc de mai complicata secvență de polinoame utilizate de Newton.

În cele din urmă, în 1740, Thomas Simpson a descris metoda lui Newton ca o metodă iterativă pentru rezolvarea ecuațiilor generale neliniare utilizând calculul, oferind, în esență, descrierea de mai sus. În aceeași publicație, Simpson oferă, de asemenea, generalizarea la sistemele de două ecuații și constată că metoda lui Newton poate fi folosit pentru rezolvarea problemelor de optimizare prin setarea gradient de la zero.

- **Descrierea metodei**

- Având o funcție reală  $f$ , iar derivata ei,  $f'$ , vom începe cu stabilirea unei valori inițiale pentru  $x_0$  pentru o rădăcină a funcției  $f$ . O aproximare mai bună pentru rădăcina funcției este
- $x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$ ;
- Geometric,  $(x_1, 0)$  este la intersecția cu axa  $x$  a tangentei funcției  $f$  în punctul  $(x_0)$ . Procesul se repeat
- $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ ;
- până se atinge o valoare suficient de precisă.
- Vom începe procesul cu o valoare inițială arbitrară  $x_0$ .
- Algoritm:
- **Pasul 1.** Verificam dacă la capetele intervalului funcția ia valori de semn opus.
- **Pasul 2.** Alegem o aproximatie initiala pe intervalul  $[a, b]$ . Notam prin  $x_0$ , *capatul intervalului*, unde  $f''(x) > 0$ .
- **Pasul 3.** Calculam  $x_1$  punctul de intersectie al tangentei duse la graficul functiei in punctul  $(x_0, f(x_0))$  cu axa  $Ox$ . (Pentru a determina acest punct, vom scrie ecuatia dreptei tangente la grafic in punctul de coordonate  $(x_0, f(x_0))$ , si anume:  $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ . Daca in ecuatia de mai sus punem  $y=0$ , obtinem un numar  $x_1$  reprezentind abscisa punctului de intersectie al dreptei cu axa  $Ox$ :  $f(x_0) = -f'(x_0)(x_1 - x_0)$  de unde rezulta:  $x_1 = -(f(x_0)/f'(x_0)) + x_0$ )

- **Pasul 4.** Dacă  $f(x_1)=0$ , atunci este rădăcina căutată, altfel se duce tangenta în punctul  $(x_1, f(x_1))$ .
- **Pasul 5.** Dacă  $b/2/a |x_0 - x_1|^2 < \epsilon$ , atunci oprim execuția algoritmului, iar în calitate de soluție se va lua valoarea  $x_1$ . În caz contrar iterăm procesul pentru următoarea aproximare.
- Important de reținut
- **În calitate de prima aproximare  $x_0$  se alege acel capăt al intervalului  $[a, b]$  cu soluția separată (dacă acesta se cunoaște), sau alt careva punct din apropiere, pentru care  $f(x)$  are același semn ca și derivata de ordinul doi  $f''(x)$ .**
- Bibliografie
- [https://ro.wikipedia.org/wiki/Metoda\\_tangentei](https://ro.wikipedia.org/wiki/Metoda_tangentei)
- <http://www.creeaza.com/referate/matematica/Metoda-Newton487.php>