算法设计与分析

汪小林 授课教师
北京大学

小节课作业 —— 作业状态

1、(2分) √

考虑矩阵链相乘问题，假设给定的输入实例是 $P=<1, 20, 30, 100, 10>$，根据动态规划算法，备忘录中的 $m[2,4]$ 等于

- A、3600
- B、36000
- C、3000
- D、60000

答案：B

2、(2分) √

设 $A=<x_1, x_2, \ldots, x_n>$ 是n个不等的整数构成的序列，A的一个单调递增子序列是序列 $<x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}>$ 使得 $i_1<i_2<\cdots<i_k$，且 $x_{i_1}<x_{i_2}<\cdots<x_{i_k}$。子序列 $<x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}>$ 的长度是含有的整数个数k。例如 $<x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_k}>$，它的长度为4的递增子序列是：$<1,5,8,10>$，$<1,5,8,9>$，...请使用动态规划算法求A的一个最长的单调递增子序列。设 $C[i]$ 表示以 x_i 作为最后项的最长单调递增子序列的长度，那么 $C[i]=max\{C[j]+1\}$，如果在 x_i 前面有项 x_j 使得 $x_j<x_i$ 如果 $C[i]=1$，那么一定有：

- A、x_i是序列A的第一个数
- B、x_i前面的数x_j都大于x_i
- C、x_i或者是序列A的第一个数，或者它前面的数x_j都比它大
- D、x_i前面有数x_j，且$x_j>x_i$

答案：C

3、(4分) √

在第2题中，设算法输入的实例是 $A=<2,8,4,-4,5,9,11>$，那么 $C[1], C[2], C[3], C[4], C[5], C[6], C[7]$ 的值是：

- A、1, 2, 2, 1, 3, 4, 5
- B、1, 2, 1, 1, 3, 4, 5
- C、1, 2, 2, 0, 3, 4, 5
- D、1, 2, 2, 1, 3, 3, 5

答案：A

4、(2分) √

设有n项任务，加工时间分别表示为正整数 $t_1, t_2, \ldots, t_n$。现有2台同样的机器，从0时刻可以安排对这些任务的加工。规定只要有待加工的任务，任何机器就都不得闲置。如果直到时刻t所有任务都完成了，总的加工时间就等于t。设计一个算法找到使得总加工时间t达到最小的调度方案。令 $T=\lfloor(t_1+t_2+\ldots+t_n)/2\rfloor$

那么存在一个最优调度使得第一台机器上总加工时间不超过T，且达到最大. 该问题称为双机调度问题。

假设问题的解是 $<x_1,x_2,\ldots,x_n>$，其中 $x_i=0$. 如果 $x_i=1$，那么第i项任务放到第一台机器上加工；如果 $x_i=0$，那么第i项任务放到第二台机器上加工。把这个问题描述成组合优化问题，那么它的目标函数是：

- A、$x_i=0或者1, i=1,2,\ldots,n$
- B、$max \quad x_1t_1+x_2t_2+\ldots+x_nt_n$
- C、$max\ T=\lfloor(t_1+t_2+\ldots+t_n)/2\rfloor$
- D、$x_1t_1+x_2t_2+\ldots+x_nt_n\le T$

答案：B

5、(2分) √

在第4题中，从问题本质看，任务 i 的加工时间 t_i 相当于0–1背包问题中的下述输入参数：

- A、仅代表物品i的价值
- B、既是物品i的价值，也是它的重量
- C、仅代表物品i的重量
- D、物品i单位重量的价值

答案：B

6、(2分) √

考虑上述双机调度问题.令 $F[k,y]$ 表示考虑前k项任务，在第一台机器时间不超过y的情况下其加工时间的最大值. 那么

$$F[k,y]=\max\{F[k-1,y], \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\},\quad k>1, T\ge y>0$$
$$F[1,y]=t_1 \quad 如果\ y\ge t_1$$
$$F[1,y]=0 \quad 如果\ y<t_1$$
$$F[k,0]=0$$
$$F[k,y]=-\infty, \quad 如果\ y<0$$

横线上应当填：

- A、$F[k,y-t_k]+t_k$
- B、$F[k-1,y-x_kt_k]$
- C、$F[k-1,y-1]$
- D、$F[k-1,y-t_k]+t_k$

答案：D

7、(2分) √

在第6题中，给定双机调度问题的实例如下：

$t_1=1, t_2=4, t_3=3, t_4=12, t_5=8, t_6=5$

假设第一条机器的完成时间不超过T，那么该实例有______个解

- A、3个解
- B、1个解
- C、4个解
- D、0个解

答案：C

8、(4分) √

一个有向图D由顶点集V和边集E构成。如果D有n个顶点，那么顶点集为 $V=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$，如果在D中从 x_i 到 x_j 有一条有向边，那么 $<x_i,x_j>$ 属于E。有向图D可以用一个n行n列的0–1矩阵M来表示。如果D中的 x_i 到 x_j 有一条有向边，那么矩阵M的第i行第j列元素；否则 $M[i,j]=0$。图的连通性是指从图的某些顶点到其他顶点存在一条由连续有向边构成的路径。一个著名的检查图的连通性的算法就是Warshall算法。假设M是图D的矩阵表示，考虑n+1个矩阵构成的序列 $M_0, M_1, \ldots, M_n$ 将矩阵 M_k 的i行j列元素记作 $M_k[i,j]$。对于 $k=0,1,\ldots,n, M_k[i,j]=1$ 当且仅当图中存在一条从 x_i 到 x_j 的路径，并且这条路径除端点外中间只经过 $\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ 中的顶点。不难看出 M_0 就是M，而在 M_n 中如果 $M_n[i,j]=1$，则说明D中 x_i 和 x_j 是连通的。Warshall算法从 M_0 开始，顺序计算 $M_1, M_2, \ldots$,直到 M_n 为止。可以通过动态规划的迭代实现Warshall算法，用以下实例作为输入，给出实例的结果。假设某有向网络的结点是a,b,c,d，已知网络的矩阵表示是：

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则该网络的连通性检查结果是：

- A、a 可以连通到 b,c;b 可以连通到 c,d;c 可以连通到 d;d 可以连通到 c
- B、a 可以连通到 b,c,d;b 可以连通到 c,d;c 可以连通到 d;d 可以连通到 c
- C、a 可以连通到 b,c,d;b 可以连通到 c,d;c 可以连通到 b,d;d 可以连通到 c
- D、a 可以连通到 b,c,d;b 可以连通到 c;c 可以连通到 d;d 可以连通到 c

答案：B

提交