算法设计与分析

汪小林 授课教师
北京大学

76/76
课程进度

视频：2/76 作业：10/11 考试：1/1

13/88
你的学习进度

继续学习

通知公告
课程内容
章节内容
课程社区
课程动态
课程互动
练习考试
课后作业
互评作业
综合考试
课程资料
课件下载
参考资料
学习笔记
课程笔记
课程信息
课程说明
课程大纲
学习结果
学习进度
课程证书

小节课作业 —— 作业状态

1、(2分) √

分派问题。给 n 个人分配 n 件工作,给第 i 个人分配第 j 件工作的成本是 $C(i,j)$ ，试求成本最小的工作分配方案。

设n个人的集合是 $\{1,2,\ldots,n\}$ ，n项工作的集合是 $\{1,2,\ldots,n\}$ ，每个人恰好1项工作，$x_i=j$ 表示把工作j分配给i，其中 $i,j=1,2,\ldots,n$ 。解向量 $X=<x_1,x_2,\ldots,x_n>$ 是 $1,2,\ldots,n$的排列 ，分配成本是 $C(X)=\sum_{i=1}^{n}C(i,x_i)$ 。搜索空间是排列树。部分向量 $<x_1,x_2,\ldots,x_k>$ 表示已经考虑了对人 $1,2,\ldots,k$ 的工作分配。那么在这个部分向量对应节点分支的约束条件为:

- (●) A、 $x_{k+1}\in\{1,2,\ldots,n\}-\{x_1,x_2,\ldots,x_k\}$
- ( ) B、 $x_{k+1}\in\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$
- ( ) C、 $x_{k+1}\in\{x_1,x_2,\ldots,x_k\}$
- ( ) D、 $x_{k+1}\in\{1,2,\ldots,n\}-\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$

答案： A

2、(2分) √

针对上题中有下面几个代价函数，哪一个是合理的?

- ( ) A、 $F(x_1,x_2,\ldots,x_k)=\sum_{i=1}^{k}C(i,x_i)+\sum_{i=K+1}^{n}\max\{C(i,t)|t\in\{1,2,\ldots,n\}\}$
- ( ) B、 $F(x_1,x_2,\ldots,x_k)=\sum_{i=1}^{k}C(i,x_i)+\sum_{i=K+1}^{n}\min\{C(i,t)|t\in\{x_1,x_2,\ldots,x_k\}\}$
- ( ) C、 $F(x_1,x_2,\ldots,x_k)=\sum_{i=1}^{k}C(i,x_i)+\sum_{i=K+1}^{n}\min\{C(i,t)|t\in\{1,2,\ldots,n\}\}$
- (●) D、 $F(x_1,x_2,\ldots,x_k)=\sum_{i=1}^{k}C(i,x_i)+\sum_{i=K+1}^{n}\min\{C(i,t)|t\in\{1,2,\ldots,n\}-\{x_1,x_2,\ldots,x_k\}\}$

答案： D

3、(2分) √

上述回溯算法最坏情况下的时间复杂度是:

- ( ) A、 $O(nlogn)$
- ( ) B、 $O(n!)$
- ( ) C、 $O(\log^n n)$
- (●) D、 $O(nn!)$

答案： D

4、(2分) √

哨兵布置问题。一个博物馆由排成 $m\times n$ 个矩形阵列的陈列室组成，需要在陈列室中设立哨位，每个哨位上的哨兵除了可以监视自己所在陈列室外，还可以监视他上、下、左、右四个陈列室。试给出一个最佳哨位安排方法，使得所有陈列室都在监视之下，但使用的哨兵最少。本题的解是一个 $m\times n$ 的0-1矩阵X, $X[i,j]=1$ 当且仅当陈列室 (i,j) 有哨兵，其中 $i=1,2,\ldots,m,$ $j=1,2,\ldots,n$。初始令所有的 $X[i,j]=1,i=1,2,\ldots,m,j=1,2,\ldots,n$。算法从 $(1,1)$ 开始直到(m, n)为止,搜索树是二叉树,有m × n层。

每个节点对应一个陈列室。如果令X[i, j] = 0,表示取消(i, j)位置的哨兵,进入左子树;否则进入右子树。在进入左子树时需要检查房间被监视的情况,即检查此位置以及上下左右位置是否被监视。下列哪种情况出现时,应该继续左分支的搜索:

- ( ) A、(i, j)房间不被监视,其他所有房间都被监视
- ( ) B、(i, j)上下左右位置的房间不被监视,其他所有房间都被监视
- ( ) C、(i, j)以及上下左右位置房间都被监视,其他某个房间不被监视
- (●) D、(i, j)及其上下左右位置的房间都被监视

答案： D

5、(2分) √

上题算法最坏情况下的时间复杂度是:

- ( ) A、 $O(nm)$
- ( ) B、 $O(mn\log(mn))$
- (●) C、 $O(2^{nm})$
- ( ) D、 $O(m!\,n!)$

答案： C

6、(2分) √

有载重量为 M 的背包,n 种物品的重量及价值分别 w_i,v_i， $i=1,2,\ldots,n$。如果每个物品只有一件,求一种最优装法,使得装入背包的物体价值最大。考虑回溯算法。先对物品按照 $\frac{v_i}{w_i}$ 从大到小进行排序,并用序列<重量,价值 >来表示排好序以后的物品序列。对如下给定实例:

$M=50$，$n=5$，$w_1=5, w_2=15, w_3=25, w_4=27, w_5=30$，$v_1=12, v_2=30, v_3=44, v_4=46, v_5=50$

排序后的结果是:

$<5,12>,<15,30>,<25,44>,<27,46>,<30,50>$

用 x_i =1或 0来分别表示取用或者不用物品 i。那么在搜索树的节点 $<x_1,x_2,\ldots,x_k>$ 处的代价函数为:

- ( ) A、 $\begin{cases}\sum_{i=1}^{k}v_ix_i+\left(\sum_{i=1}^{k}w_ix_i\right)\frac{v_{k+1}}{w_{k+1}}, & 若对某个j>k有M-\sum_{i=1}^{k}w_ix_i\ge w_j\\ \sum_{i=1}^{k}v_ix_i, & 否则\end{cases}$
- ( ) B、 $\begin{cases}\sum_{i=1}^{k}v_ix_i+M\frac{v_{k+1}}{w_{k+1}}, & 若对某个j>k有M-\sum_{i=1}^{k}w_ix_i\ge w_j\\ \sum_{i=1}^{k}v_ix_i, & 否则\end{cases}$
- ( ) C、 $\begin{cases}\sum_{i=1}^{k}v_ix_i+M\frac{v_k}{w_k}, & 若对某个j>k有M-\sum_{i=1}^{k}w_ix_i\ge w_j\\ \sum_{i=1}^{k}v_ix_i, & 否则\end{cases}$
- (●) D、 $\begin{cases}\sum_{i=1}^{k}v_ix_i+\left(M-\sum_{i=1}^{k}w_ix_i\right)\frac{v_{k+1}}{w_{k+1}}, & 若对某个j>k有M-\sum_{i=1}^{k}w_ix_i\ge w_j\\ \sum_{i=1}^{k}v_ix_i, & 否则\end{cases}$

答案： D

7、(2分) √

上题中,假设物品数量为 n,背包载重为 M,那么算法最坏情况下的时间复杂度是:

- ( ) A、 $O(2^M)$
- ( ) B、 $O(n^M)$
- ( ) C、 $O(n!)$
- (●) D、 $O(2^n)$

答案： D

8、(4分) √

有n个操作员,n项作业,已知第i项作业分配给第j个操作员的加工时间为 $t_{j,i}$，$i,j=1,2,\ldots,n$。如果所有操作员都从时刻 0 开始工作,最后一项作业完成的时刻记作全部作业的完成时间。问如何分配作业使得全部作业的完成时间最短?下表是一个 n=4 的实例,其中第 j 行的 4 个数据分别表示第 j 位操作员完成 4 项作业所需时间,j=1, 2, 3, 4。

	作业 1	作业 2	作业 3	作业 4
操作员 1	3	8	4	12
操作员 2	9	12	13	5
操作员 3	8	7	9	3
操作员 4	12	7	6	8

这是一个组合优化问题。问题的解是向量 $<x_1,x_2,\ldots,x_n>$， 其中 $x_i=j$ 表示第 i 项作业分配给操作者 j， $i,j\in\{1,2,\ldots,n\}$ 。搜索树是一棵 n 叉树。在搜索树的 $<x_1,x_2,\ldots,x_k>$ 结点,完成已分配作业 1,2,...,k 需要占用的时间为:

- ( ) A、 $T_k=\max\{\sum_{i=1}^{k}t_{x_i,i}\,|j=1,2\ldots,n\}$
- (●) B、 $T_k=\sum_{i=1}^{k}t_{x_i,i}$
- ( ) C、 $T_k=\sum_{i=k}^{n}\min\{t_{j,i}\,|j=1,2,\ldots,n\}$
- ( ) D、 $T_k=\min\{\sum_{i=1}^{k}t_{j,i}\,|j=1,2,\ldots,n\}$

答案： B

9、(2分) ×

上题中,假设操作员数量和作业数量都是 n,那么算法的最坏情况下时间复杂度是:

- ( ) A、 $O(n^2)$
- ( ) B、 $O((n!)^2)$
- ( ) C、 $O(2^{n^2})$
- (●) D、 $O(n^n)$

答案： D

提交