算法设计与分析

汪小林 授课教师
北京大学

76/76 课程进度

视频：2/76 作业：6/11 考试：1/1
9/88 你的学习进度
继续学习

通知公告
课程内容
章节内容
课程社区
课程动态
课程互动
练习考试
课后作业
互评作业
综合考试
课程资料
课件下载
参考资料
学习笔记
课程笔记
课程信息
课程说明
课程大纲
学习结果
学习进度
课程证书

小节课作业 —— 作业状态

1、(4分) √

设P是一台Internet上的Web服务器， $T=\{1,2,\ldots,n\}$ 是n个下载请求的集合， $\forall i\in T, a_i\in Z^+$ 表示下载请求所申请的带宽。已知服务器的最大带宽是正整数K。我们的目标是使带宽得到最大限度的利用，即确定T的一个子集S，使得 $\sum_{i\in S}a_i\le K$ ，且 $K-\sum_{i\in S}a_i$ 的值达到最小。类似于0-1背包问题，令 $F_i(y)$ 表示考虑前i个申请，带宽限制为y时的最大带宽使用量，则有如下递推式：

$F_1(y)=$ _____ $i>1, 0<y\le K$

$F_i(y)=\begin{cases}_____, y\ge a_1\\ _____, y<a_1\end{cases}$

$F_i(0)=$ _____

$F_i(y)=$ _____ $, y<0$

a. a_1

b. 0

c. $\max\{F_{i-1}(y), F_{i-1}(y-a_i)+a_i\}$

d. $-\infty$

把a,b,c,d填入横线内（可以重复），那么正确的补全顺序是：

- A、c,b,c,b,d
- B、d,a,c,b,d
- C、d,a,b,b,c
- D、c,a,b,b,d

答案：D

2、(2分)用动态规划算法求解 <a, c, b, e, d, b > 和 <c, e, d, b, a> 的一个最长公共子序列（LCS），标记函数的表E[i,j]如下表所示： √

	1	2	3	4	5
1	E[1,1]= ↑	E[1,2] = ↑	E[1,3]= ↑	E[1,4] = ↑	E[1,5]= ↖
2	E[2,1]= ↖	E[2,2]=←	E[2,3]= ←	E[2,4]= ←	E[2,5]= ←
3	E[3,1]= ↑	E[3,2] = ↑	E[3,3]= ↑	E[3,4]= ↖	E[3,5]= ←
4	E[4,1]= ↑	E[4,2]= ↖	E[4,3]= ←	E[4,4]= ↑	E[4,5]= ←
5	E[5,1]= ↑	E[5,2]= ↑	E[5,3]= ↖	E[5,4]= ←	E[5,5]= ←
6	E[6,1]= ↑	E[6,2] = ↑	E[6,3]= ↑	E[6,4]= ↖	E[6,5]= ←

该实例的解是(顺序从前到后给出最长公共子序列的字符,字符之间不要加任何符号)

cedb

答案：cedb

3、(2分) √

找零钱问题： 设有面值为 $v_1=1, v_2, \ldots, v_n$ 的n种货币，需要付款的总钱数为M，其中 $v_i(i=1,2,\ldots,n)$ 和M都是正整数。问如何付款使得所付货币张数最少?

设 $x_1, x_2, \ldots, x_n$ 分别表示付款时使用第i种货币的张数，用组合最优化方法描述该问题，约束条件是， 其中 $x_i\in N$， $i=1,2,\ldots,n$.

定义函数 $F[k,y]$ 表示使用前k种币值总钱数为y时所使用钱币的最少张数，

定义函数 $B[k,y]$ 表示使用后k种币值总钱数为y时所使用钱币的最少张数，

那么该问题的目标函数是：

- A、 $min\sum_{i=1}^{n}v_ix_i$
- B、 $B[k,y]$
- C、 $min\sum_{i=1}^{n}x_i$
- D、 $min\sum_{i=1}^{n}x_i$

答案：D

4、(2分) ×

考虑找零钱问题，

设 $F[k,y]$ 表示使用前k种币值总钱数为y时所使用钱币的最少张数，则

F[k,y]=min{F[k-1,y], _____ +1} k=2,...,n, y=1,2,...,M

$F_k(y)=+\infty$ y<0 k=1,2,...,n,

$F_1(y)=y$ y=1,2,...,M

横线上应该填：

- A、 $F[k,y-v_k]$
- B、 $F[k-1,y-v_k]$
- C、 $F[k,y-x_k]$
- D、 $F[k-1,y-v_kx_k]$

答案：A

5、(2分) √

第4题中所给的算法的时间复杂度是：

- A、 $O(nM)$
- B、 $O(n)$
- C、 $O(nlogn)$
- D、 $O(n^2)$

答案：A

6、(2分) √

二维0-1背包问题：给定n种物品和一个背包。物品i的重量是 w_i ，体积是 c_i ，价值为 v_i ，每种物品只有1个。背包的重量限制为W，容积限制为V。问如何选择装入背包的物品，使得背包物品的总价值最大?

设 $m[i,j,k]$ 表示使用前i种物品、背包重量限制为j、容积为k时的最大价值，其中 $i=1,2,\ldots,n$ ， $j=1,2,\ldots,W$, $k=1,2,\ldots,V$. 那么递推方程是：

状值是： $m[1,j,k]=\begin{cases}v_1 & 如果\ j\ge w_1且k\ge c_1\\ 0 & 否则\end{cases}$

- A、 $m[i,j,k]=\begin{cases}\max\{m[i-1,j,k],m[i-1,j-w_i,k-c_i]+v_i\}, & 若j\ge w_i且k\ge c_i\\ m[i-1,j,k] & 否则\end{cases}$
- B、 $m[i,j,k]=\begin{cases}\min\{m[i-1,j,k],m[i,j-w_i,k-c_i]+v_i\}, & 若j\ge w_i且k\ge c_i\\ m[i-1,j,k] & 否则\end{cases}$
- C、 $m[i,j,k]=\begin{cases}\max\{m[i-1,j,k],m[i-1,j-1,k-1]+v_i\}, & 若j\ge w_i且k\ge c_i\\ m[i-1,j,k] & 否则\end{cases}$
- D、 $m[i,j,k]=\begin{cases}\min\{m[i-1,j,k],m[i-1,j-w_i,k-c_i]+v_i\}, & 若j\ge w_i且k\ge c_i\\ m[i-1,j,k] & 否则\end{cases}$

答案：D

7、(2分) √

考虑上述第6题中的二维0-1背包问题，动态规划算法的时间复杂度是：

- A、 $O(nW)$
- B、 $O(n^2WV)$
- C、 $O(n^3)$
- D、 $O(nWV)$

答案：D

8、(2分) √

有正实数构成的数字三角形排列形式如图所示. 第一行的数为 a_{11} ；第二行的数从左到右依次为 a_{21}, a_{22} ；… 第n行的数为 $a_{n1}, a_{n2}, \ldots, a_{nn}$,从 a_{11} 开始，每一行的数 a_{ij} 只有两条边可以分别通向下一行的两个数 $a_{(i+1)j}$ 和 $a_{(i+1)(j+1)}$,用动态规划算法找出一条从 a_{11} 向下通到 $a_{n1}, a_{n2}, \ldots, a_{nn}$ 中某个数的路径，使得该路径上的数之和达到最大.

a_{11}

a_{21} a_{22}

a_{31} a_{32} a_{33}

……

令 $C[i,j]$ 是从 a_{11} 到 a_{ij} 的路径上的数的最大和，则 $C[i,j]=$

- A、 $C[i-1,j-1]+C[i-1,j]$
- B、 $max\{C[i-1,j-1],C[i-1,j]\}+1$
- C、 $max\{C[i-1,j-1],C[i-1,j]\}+a_{ij}$
- D、 $max\{C[i,j-1],C[i-1,j]\}+a_{ij}$

答案：C

9、(2分) √

第8题中所述算法的时间复杂度是：

- A、 $O(n^2)$
- B、 $O(nlogn)$
- C、 $O(n^2)$
- D、 $O(n)$

答案：C

提交

京公网安备 11040202430145号 京ICP备05065075号-11 Copyright © 北京大学版权所有