

*Skriftlig prøve, den: 19. december 2018**Kursus nr : 02405**Kursus navn: Sandsynlighedsregning**Varighed : 4 timer**Tilladte hjælpemidler: Alle*

Dette sæt er besvaret af:

(navn)

(underskrift)

(bord nr)

Der er i alt 30 spørgsmål fordelt på 30 opgaver, benævnt opgave 1,2,..., 30 i teksten. De enkelte spørgsmål er ligeledes nummereret og angivet som spørgsmål 1,2,...,30 i teksten. Svarerne skal uploades via campusnet, ved brug af filen “answers.txt” eller en lignende fil. I filen anføres studienummer på første linie, spørgsmålsnummer og svar anføres på de følgende linier med en linie for hvert spørgsmål. Nedenstående skema kan eventuelt afleveres som et supplement til den elektroniske aflevering. Ved uoverensstemmelse vil den elektroniske aflevering være gældende.

Spørgsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Svar															

Spørgsmål	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Svar															

Svarmulighederne for hvert spørgsmål er nummereret fra 1 til 6.

Der gives 5 point for et korrekt svar og -1 for et ukorrekt svar. Ubesvarede spørgsmål eller et 6-tal (svarende til “ved ikke”) giver 0 point. Det antal point, der kræves for, at et sæt anses for tilfredsstillende besvaret, afgøres endeligt ved censureringen af sættene.

*Der gøres opmærksom på, at ideen med opgaverne er, at der er ét og kun ét rigtigt svar på de enkelte spørgsmål. Endvidere er det ikke givet, at alle de anførte alternative svarmuligheder er meningsfulde. Sættets sidste side er nr 17; blad lige om og se, at den er der.*

I teksten benyttes betegnelsen  $\log(\cdot)$  for naturlige logaritmer, dvs. logaritmer med grundtal  $e$ , medens  $\Phi$  betegner fordelingsfunktionen for en standardiseret normalfordelt variabel.

## Opgave 1

En plattenslager kaster 3 kast med en sædvanlig retfærdig mønt.

### Spørgsmål 1

Sandsynligheden for, at plattenslageren opnår plat præcis en gang er

- 1   $\frac{1}{16}$
- 2   $\frac{1}{8}$
- 3   $\frac{3}{16}$
- 4   $\frac{1}{4}$
- 5   $\frac{3}{8}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 2

Et forsikringsselskab forsikrer biler i 3 forskellige kategorier. Skadesantallet i de tre kategorier antages ikke at påvirke hinanden. Antallet af skades anmeldelser for hver kategori kan i en given uge beskrives ved en Poissonfordeling med parameter henholdsvis  $\frac{3}{2}$ , 1 og  $\frac{5}{2}$ .

### Spørgsmål 2

Sandsynligheden for, at det samlede antal skades anmeldelser i en uge overstiger 8, findes til

- 1   $\sum_{i=9}^{\infty} \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^i}{i!} e^{-\frac{3}{2}} \frac{1}{i!} e^{-1} \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^i}{i!} e^{-\frac{5}{2}}$
- 2   $\sum_{i=9}^{\infty} \frac{5^i}{i!} e^{-5}$
- 3   $e^{-\frac{9}{5}}$
- 4   $e^{-\frac{8}{5}}$
- 5   $1 - \sum_{i=0}^8 \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^i}{i!} e^{-\frac{5}{2}}$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 3

### Opgave 3

Ved landing på Merkur med et udforskningsfartøj ønsker man at ramme et bestemt punkt, her kaldet målpunktet. Landingspunktet beskrives i et passende valgt sædvanligt to-dimensionalt koordinatsystem, hvor landingspunktets koordinater modelleres ved et par af uafhængige standardiserede normalfordelte variable. Man interesserer sig for forventningsværdien af afstanden til målpunktet.

#### Spørgsmål 3

Middelværdien af afstanden til målpunktet findes i det valgte koordinatsystem til

- 1   $\sqrt{2\pi}$
- 2   $e^{-1}$
- 3  0
- 4   $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$
- 5  1
- 6  Ved ikke

### Opgave 4

Vi betragter en stokastisk variabel  $X \sim \exp(\lambda)$ , og danner en ny stokastisk variabel  $Y = \sqrt[3]{X}$ .

#### Spørgsmål 4

Tætheden  $f_Y(y)$  for  $Y$  findes til

- 1   $f_Y(y) = 3\lambda y^3 e^{-\lambda y}$
- 2   $f_Y(y) = \lambda e^{-\lambda y}$
- 3   $f_Y(y) = \frac{\lambda}{3y^2} e^{-\lambda y^3}$
- 4   $f_Y(y) = 3\lambda y^2 e^{-\lambda y^3}$
- 5   $f_Y(y) = \lambda e^{-\lambda y^3}$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 4

## Opgave 5

Man har  $E(X) = -3, E(Y) = 2, E(X^2) = 10, E(Y^2) = 8, E(XY) = -4$ . Man danner  $Z = 2X - Y$ .

### Spørgsmål 5

Der gælder da

- 1   $\text{Var}(Z) = 16.$
- 2   $\text{Var}(Z) = 8.$
- 3   $\text{Var}(Z) = 4.$
- 4   $\text{Var}(Z) = 1.$
- 5   $\text{Var}(Z) = 0.$
- 6  Ved ikke

## Opgave 6

En ingeniør er blevet bedt om at samle et system til et sikkerhedskritisk formål. Der er installeret 1000 komponenter af en given type. Når en komponent fejler, tager den næste komponent over. En komponent, der ikke er i brug, kan ikke fejle og vil således fungere som ny ved ibrugtagning. Hver komponents levetid kan beskrives ved en eksponentialfordeling med middelværdi  $\frac{1}{2}$ .

### Spørgsmål 6

Angiv, eventuelt approksimativt, en fordeling for det samlede systems levetid

- 1   $\exp(1/500)$
- 2   $N(500, 250)$
- 3   $N(2000, 2\sqrt{1000})$
- 4   $\exp(2000)$
- 5   $\text{Gamma}(500, 2)$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 5

## Opgave 7

Om hændelserne  $A$  og  $B$  oplyses at  $P(A) = \frac{2}{3}$ ,  $P(B) = \frac{3}{4}$ , og  $P(A \cup B) = 1$ .

### Spørgsmål 7

Sandsynligheden  $P(A \cap B)$  er

- 1  0
- 2   $\frac{1}{12}$
- 3   $\frac{5}{12}$
- 4   $\frac{1}{2}$
- 5   $\frac{2}{3}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 8

Lad  $X$  og  $Y$  være to diskrete stokastiske variable, der kan antage alle værdier i mængden  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Yderligere gælder  $Y \leq X$ . For  $y < x$  har man  $P(X = x, Y = y) = \frac{1}{18}$ , medens man for  $y = x$  har  $P(X = x, Y = y) = \frac{1}{36}$ .

### Spørgsmål 8

Den marginale fordeling for  $Y$  er da givet ved:

- 1   $P(Y = y) = \frac{1}{6}$ ,  $y = 1, 2, \dots, 6$ .
- 2   $P(Y = y) = \frac{7-y}{21}$ ,  $y = 1, 2, \dots, 6$ .
- 3   $P(Y = y) = \frac{7-y}{36}$ ,  $y = 1, 2, \dots, 6$ .
- 4   $P(Y = y) = \frac{2y-1}{36}$ ,  $y = 1, 2, \dots, 6$ .
- 5   $P(Y = y) = \frac{13-2y}{36}$ ,  $y = 1, 2, \dots, 6$ .
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 6

## Opgave 9

Man har, at  $Y$  er eksponentialfordelt med intensitet  $\lambda$ , medens  $X$  er Rayleigh fordelt, hvor  $X$  og  $Y$  er uafhængige.

### Spørgsmål 9

Man finder  $P(Y > X)$  til

- 1   $\int_0^\infty \left(1 - e^{\frac{1}{2}x^2}\right) \lambda e^{-\lambda x} dx$
- 2   $\int_0^\infty e^{-\lambda x} x e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$
- 3   $e^{-\lambda/2}$
- 4   $e^{-2\lambda}$
- 5   $e^{-\frac{\lambda^2}{2} + \lambda}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 10

En skeptisk sandsynlighedsteoretiker kaster 400 gange med en retfærdig mønt.

### Spørgsmål 10

Angiv, eventuelt approksimativt, sandsynligheden for at få krone netop 150 gange

- 1  
$$\frac{\binom{200}{150} \binom{200}{50}}{\binom{400}{200}}$$
- 2  
$$\binom{400}{150} \left(\frac{3}{8}\right)^{150} \left(\frac{5}{8}\right)^{250}$$
- 3  
$$2^{-400} \sum_{i=0}^{150} \binom{400}{i}$$
- 4  
$$\Phi\left(\frac{150.5-200}{10}\right) - \Phi\left(\frac{149.5-200}{10}\right)$$
- 5  
$$\frac{200^{150}}{150!} e^{-200}$$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 7

## Opgave 11

Vi betragter en Rayleigh fordelt stokastisk variabel  $R$ .

### Spørgsmål 11

Hazard rate for  $R$  er

- 1  Strengt voksende
- 2  Strengt aftagende
- 3  Først voksende, siden aftagende
- 4  Først aftagende, siden voksende
- 5  Konstant
- 6  Ved ikke

## Opgave 12

En kemisk proces resulterer i to stoffer af interesse. De to stoffer betegnes med henholdsvis A og B. Givet, at der produceres mængden  $b$  af stof  $B$ , er middelværdien af mængden af stof A  $\phi + \kappa b + \gamma b^2$ . Yderligere kan mængden af stof B beskrives ved en normalfordeling med middelværdi  $\mu$  og varians  $\sigma^2$ .

### Spørgsmål 12

Middelværdien af mængden af stof A findes til

- 1   $\phi + \kappa\mu + \gamma\mu^2$
- 2   $\phi + \kappa\mu + \gamma\sigma^2$
- 3   $\phi\mu + \kappa\mu^2 + \gamma\mu^4$
- 4   $\phi + \kappa\mu + \gamma(\mu^2 + \sigma^2)$
- 5  Spørgsmålet kan ikke besvares uden kendskab til den betingede fordeling af mængden af stof A givet mængden af stof B.
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 8

## Opgave 13

Et amerikansk roulette-hjul har 38 felter; 18 røde, 18 sorte og 2 grønne.

### Spørgsmål 13

Hvad er sandsynligheden for at en mand, der altid spiller på rød, vinder tredje gang efter at have spillet netop fem gange?

- 1   $\left(\frac{9}{19}\right) \left(\frac{10}{19}\right)^4$
- 2   $\left(\frac{9}{19}\right)^3 \left(\frac{10}{19}\right)^2$
- 3   $\binom{5}{2} \left(\frac{9}{19}\right)^3 \left(\frac{10}{19}\right)^2$
- 4   $\binom{5}{3} \left(\frac{9}{19}\right)^3 \left(\frac{10}{19}\right)^2$
- 5   $\binom{4}{2} \left(\frac{9}{19}\right)^3 \left(\frac{10}{19}\right)^2$
- 6  Ved ikke

## Opgave 14

De stokastiske variable  $X$  og  $Y$  angiver koordinaterne til et punkt, som er uniformt fordelt på cirkelskiven  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

### Spørgsmål 14

Sandsynligheden  $P(Y > X + 1)$  bestemmes til

- 1   $\frac{1}{2}$
- 2   $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$
- 3   $\frac{1}{12}$
- 4   $\frac{1}{\pi} - \frac{1}{6}$
- 5   $\frac{\sqrt{2}-1}{\pi}$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 9

## Opgave 15

Tre personer  $A$ ,  $B$  og  $C$  mistænkes i forbindelse med en forbrydelse. Indledningsvist tildeler politiet de subjektive sandsynligheder 0,9, 0,09 og 0,01 for, at  $A$  henholdsvis  $B$  og  $C$  er den skyldige. For at støtte bevisførelsen vil man benytte en politihund, der med en vis sandsynlighed kan knytte forbindelse mellem en genstand fundet på gerningsstedet og en mistænkt. Man regner med, at hvis  $A$  henholdsvis  $B$  og  $C$  er skyldige, er der en sandsynlighed på 0,95 for, at hunden vil pege på denne, medens der er en sandsynlighed på 0,025 for, at hunden vil pege på en af de to andre. Denne sidste oplysning kan angives ved de følgende betingede sandsynligheder

$$\begin{aligned}P(\text{Hund angiver } A | A \text{ er gerningspersonen}) &= 0,950 \\P(\text{Hund angiver } B | A \text{ er gerningspersonen}) &= 0,025 \\P(\text{Hund angiver } C | A \text{ er gerningspersonen}) &= 0,025 \\P(\text{Hund angiver } B | B \text{ er gerningspersonen}) &= 0,950 \\P(\text{Hund angiver } A | B \text{ er gerningspersonen}) &= 0,025 \\P(\text{Hund angiver } C | B \text{ er gerningspersonen}) &= 0,025 \\P(\text{Hund angiver } C | C \text{ er gerningspersonen}) &= 0,950 \\P(\text{Hund angiver } A | C \text{ er gerningspersonen}) &= 0,025 \\P(\text{Hund angiver } B | C \text{ er gerningspersonen}) &= 0,025\end{aligned}$$

Man lader nu hunden angive en person. Det viser sig, at hunden angiver  $C$ .

### Spørgsmål 15

Hvilken sandsynlighed bør politiet nu lægge til grund for, at  $C$  rent faktisk er den skyldige

- 1  0,0095
- 2  0,333
- 3  0,297
- 4  0,95
- 5  0,277
- 6  Ved ikke

## Opgave 16

De stokastiske variable  $(V, W)$  er bivariat normalfordelt med  $V \in \text{normal}(1, 4)$ ,  $W \in \text{normal}(2, 9)$  og korrelationskoefficient  $\rho = -\frac{1}{4}$ .

### Spørgsmål 16

Man finder  $P(V - W \leq 0)$  til

- 1   $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right)$
- 2   $\Phi\left(\frac{1}{3}\right)$
- 3   $\Phi\left(\frac{1}{4}\right)$
- 4   $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{12}}\right)$
- 5   $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
- 6  Ved ikke

## Opgave 17

Lad den simultane tæthed af de stokastiske variable  $X$  og  $Y$  være givet ved

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{for } 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

Man danner nu en ny stokastisk variabel  $Z = \frac{Y}{X}$  med tæthedsfunktion  $f_Z(z)$ .

### Spørgsmål 17

Indenfor værdimængden af  $Z$  findes  $f_Z(z)$  til

- 1   $f_Z(z) = 1$
- 2   $f_Z(z) = \frac{1}{z^2}$
- 3   $f_Z(z) = \frac{2}{z^3}$
- 4   $f_Z(z) = \frac{1}{2}z^{-\frac{3}{2}}$
- 5   $f_Z(z) = 2z$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 11

## Opgave 18

En forretningsrejsende skal nå en flyafgang og overvejer, om der er tid til at gå på restaurant inden rejsen. Vedkommende skønner, at der er en sandsynlighed på  $\frac{4}{5}$  for at finde en passende restaurant, medens der er en sandsynlighed på  $\frac{1}{2}$  for, at den rejsende kan nå at få serveret og indtage sit måltid givet, at den forretningsrejsende har fundet en passende restaurant.

### Spørgsmål 18

Sandsynligheden for, at den forretningsrejsende kan nå at finde en passende restaurant og indtage et måltid inden flyrejsen, er

- 1   $\frac{1}{5}$
- 2   $\frac{3}{10}$
- 3   $\frac{2}{5}$
- 4   $\frac{1}{2}$
- 5   $\frac{4}{5}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 19

En bioteknologistuderende skal udføre nogle forsøg, som hun skal bruge mindst en bakteriekoloni til at udføre. Hun sætter tre kolonier på samme størrelse igang med at vokse. Kolonierne udvider deres radius med 6mm i timen i gennemsnit med en varians på  $4\text{mm}^2$ . Denne udvidelse kan antages normalfordelt. Om en time skal den studerende bruge mindst en koloni til sit eksperiment. For at kunne bruge en koloni skal den have vokset 10mm, siden hun satte dem igang.

### Spørgsmål 19

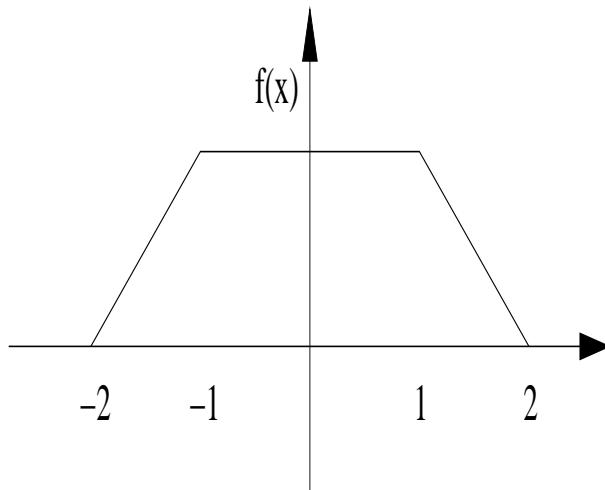
Hvad er sandsynligheden for, at den hurtigst voksende koloni har opnået mindst denne størrelse?

- 1   $1 - \Phi(2)$
- 2   $1 - \Phi(1)$
- 3   $1 - \Phi(2)^3$
- 4   $3\Phi(2)$
- 5   $1 - \frac{3}{5}$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 12

## Opgave 20

En kontinuert stokastisk variabel  $X$  har en tæthed  $f(x)$  som angivet på figuren.



### Spørgsmål 20

Fordelingsfunktionen  $F(x)$  for  $X$  er

$$1 \square \quad F(x) = \begin{cases} \frac{(x+2)^2}{6} & -2 \leq x < -1 \\ \frac{2x+3}{6} & -1 \leq x < 1 \\ \frac{6-(x-2)^2}{6} & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$2 \square \quad F(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{3} & -2 \leq x < -1 \\ \frac{1}{3} & -1 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3}x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$3 \square \quad F(x) = \begin{cases} \frac{(x+2)^2}{2^2} & -2 \leq x < -1 \\ \frac{2x+3}{2} & -1 \leq x < 1 \\ \frac{2-(x-2)^2}{2} & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$4 \square \quad F(x) = \begin{cases} x + 2 & -2 \leq x < -1 \\ 1 & -1 \leq x < 1 \\ 2 - x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$5 \square \quad F(x) = \begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{1}{3} & -2 \leq x < -1 \\ \frac{x}{3} + \frac{1}{2} & -1 \leq x < 1 \\ \frac{x}{6} + \frac{2}{3} & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

6  Ved ikke

Fortsæt på side 13

## Opgave 21

I et kommunikationsnetværk deles meddelelser op i mindre brudstykker af information i såkaldte pakker. Overførselstiden af en enkelt pakke kan med god tilnærmelse beskrives ved brug af en eksponentialfordelt stokastisk variabel med middelværdi 1,5ms. Umiddelbart efter, at en pakke er modtaget succesfyldt, startes transmissionen af den næste pakke. Overførselstiderne kan anses for uafhængige. En given meddelelse er af en sådan størrelse, at den deles op i 4 pakker.

### Spørgsmål 21

Sandsynligheden for, at hele meddelelsen er overført indenfor 8ms, bestemmes til

- 1   $\sum_{i=0}^3 \frac{\left(\frac{16}{3}\right)^i}{i!} e^{-\frac{16}{3}}$
- 2   $1 - \sum_{i=0}^3 \frac{\left(\frac{16}{3}\right)^i}{i!} e^{-\frac{16}{3}}$
- 3   $\Phi\left(\frac{2}{3}\right)$
- 4   $\frac{3}{16}$
- 5   $1 - e^{-\frac{4}{3}}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 22

Vi betragter  $Y$ , der er maksimum af 4 uafhængige  $uniform(0, 1)$  variable og  $X$ , der er minimum af de samme 4  $uniform(0, 1)$  variable.

### Spørgsmål 22

Den simultane fordelingsfunktion  $F(x, y)$  findes til

- 1   $F(x, y) = y^4(1 - (1 - x)^4)$
- 2   $F(x, y) = y^3 - (y - x)^3$
- 3   $F(x, y) = 16y^3(1 - x)^3$
- 4   $F(x, y) = y^4 - (y - x)^4$
- 5   $F(x, y) = 1 - (y - x)^4$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 14

## Opgave 23

En del danskere har for lave niveauer af D-vitamin, så det kan være klinisk relevant at overvåge niveauet løbende. På en passende normeret skala kan man med rimelighed beskrive to på hinanden følgende målinger af D-vitamin på den samme person ved en standardiseret bivariat normalfordeling med korrelationskoefficient  $\frac{4}{5}$ . En person får nu målt sit niveau af D-vitamin til at være under gennemsnittet. Ved den efterfølgende måling er man interesseret i at undersøge, om denne måling er endnu lavere end den først betragtede.

### Spørgsmål 23

Sandsynligheden for, at den næste måling, der tages, er mindre end den først tagne, findes til

- 1   $\frac{2}{5}$
- 2   $\frac{1}{4} - \frac{\text{Arctan}(\frac{1}{3})}{2\pi}$
- 3   $\frac{1}{2} - \frac{\text{Arctan}(3)}{\pi}$
- 4   $\frac{1}{4} - \frac{\text{Arctan}(3)}{2\pi}$
- 5   $\frac{1}{2} - \frac{\text{Arctan}(\frac{1}{3})}{\pi}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 24

En retfærdig mønt kastes indtil, der opnås krone, eller indtil, at der er kastet i alt fire kast.

### Spørgsmål 24

Det forventede antal møntkast er

- 1   $\frac{15}{8}$
- 2  2
- 3   $\frac{13}{8}$
- 4   $\frac{31}{16}$
- 5   $\frac{7}{4}$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 15

## Opgave 25

En person har 15 mønter i sin lomme fordelt som 5 1-krones mønter, 5 50-øres mønter og 5 25-øres mønter. Personen skal betale 1,75 kr. for et stykke tyggegummi og gribet tilfældigt 3 mønter i lommen. Det antages, at personen ikke er i stand til at skelne mellem mønterne med hånden.

### Spørgsmål 25

Sandsynligheden for, at personen præcis har udtaget det rette beløb, findes til

- 1   $\frac{25}{91}$
- 2   $\frac{1}{3}$
- 3   $\frac{1}{27}$
- 4   $\frac{66}{91}$
- 5   $\frac{1}{5}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 26

Vi betragter 5 uafhængige standardiserede normalfordelte variable.

### Spørgsmål 26

Tætheden for den tredjestørste af disse er

- 1   $30 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \Phi(x)^2 (1 - \Phi(x))^2$
- 2   $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{5}} e^{-\frac{x^2}{2 \cdot 5}}$
- 3   $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-\frac{x^2}{2 \cdot 3}}$
- 4   $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
- 5   $6 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \Phi(x) (1 - \Phi(x))$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 16

## Opgave 27

Man har  $P(X = x, Y = y) = \frac{3!}{x!y!(3-x-y)!} \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{4}\right)^y \left(\frac{1}{4}\right)^{3-x-y}$ , hvor  $X$  og  $Y$  begge er ikke-negative heltal med  $X + Y \leq 3$ . Man ønsker at bestemme sandsynlighederne  $P(X = x|Y = 1)$  for alle værdier, hvor sandsynligheden er større end 0.

### Spørgsmål 27

Man finder

- 1   $P(X = 0|Y = 1) = \frac{1}{9}, P(X = 1|Y = 1) = \frac{4}{9}, P(X = 2|Y = 1) = \frac{4}{9}$
- 2   $P(X = 0|Y = 1) = \frac{1}{3}, P(X = 1|Y = 1) = \frac{1}{3}, P(X = 2|Y = 1) = \frac{1}{3}$
- 3   $P(X = 0|Y = 1) = \frac{1}{4}, P(X = 1|Y = 1) = \frac{1}{2}, P(X = 2|Y = 1) = \frac{1}{4}$
- 4   $P(X = 0|Y = 1) = \frac{1}{8}, P(X = 1|Y = 1) = \frac{3}{8}, P(X = 2|Y = 1) = \frac{3}{8}, P(X = 3|Y = 1) = \frac{1}{8}$
- 5   $P(X = 0|Y = 1) = \frac{1}{27}, P(X = 1|Y = 1) = \frac{6}{27}, P(X = 2|Y = 1) = \frac{12}{27}, P(X = 3|Y = 1) = \frac{8}{27}$
- 6  Ved ikke

## Opgave 28

De stokastiske variable  $(X, Y)$  er standardiseret bivariat normalfordelt med korrelationskoeficient  $\rho = \frac{3}{5}$ .

### Spørgsmål 28

Man finder  $P(X \leq 1|Y = 1)$  til

- 1   $\Phi(1)$
- 2   $\Phi(\sqrt{5})$
- 3   $\Phi\left(\frac{1}{2}\right)$
- 4   $\Phi\left(\frac{2}{5}\right)$
- 5   $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
- 6  Ved ikke

Fortsæt på side 17

## Opgave 29

De stokastiske variable  $(X, Y)$  er uafhængige og identisk fordelte med  $\text{Var}(X) = \text{Var}(Y) = 8$ .

### Spørgsmål 29

Om sandsynligheden for, at den numeriske afvigelse mellem  $X$  og  $Y$  er mindst 20, gælder

- 1  Sandsynligheden er højst  $\frac{\sqrt{1}}{50}$
- 2  Sandsynligheden er  $2\Phi\left(-\frac{5\sqrt{2}}{4}\right)$
- 3  Sandsynligheden er højst  $\frac{1}{25}$
- 4  Sandsynligheden er  $2\Phi(-5)$
- 5  Der er ikke tilstrækkeligt med oplysninger til, at man kan udtale sig om sandsynligheden
- 6  Ved ikke

## Opgave 30

De stokastiske variable  $X$  og  $Y$  følger en bivariat fordeling med simultan tæthed

$$f(x, y) = \begin{cases} 3e^{-(x+y)} & \text{for } 0 < \frac{x}{2} < y < 2x \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}.$$

### Spørgsmål 30

Sandsynligheden  $P(X \leq 1, Y \leq 2)$  findes til

- 1   $\int_0^1 \int_0^2 3e^{-(x+y)} dy dx$
- 2   $3e^{-3}$
- 3   $\int_0^1 \int_{\frac{x}{2}}^2 3e^{-(x+y)} dy dx$
- 4   $\left(1 - e^{-\frac{3}{2}}\right)^2$
- 5   $\int_0^1 \int_{\frac{x}{2}}^2 3e^{-(x+y)} dy dx$
- 6  Ved ikke

Slut på opgavesættet.