

4. Сглаживание дискретные последовательностей

Андрей Валиков

1 Исходные данные

$$N = 200$$

Параметры случайной функции:

$$b = 1.7$$

$$r(n) = b * \text{rand} - \text{mean}(r1)$$

Параметры чистой функции:

$$M1 = 41$$

$$M2 = 23$$

$$f(n) = \sin\left(\frac{2\pi}{M_1}n\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{M_2}n\right)$$

```
def F(N):  
    M1 = 41  
    M2 = 23  
    y = np.zeros(N)  
    for n in range(N):  
        y[n] = np.sin((2 * np.pi * (n - 1)) / M1) + np.cos((2 * np.pi * (n - 1)  
  
    return y  
  
def R(N):  
    b = 1.7
```

```

    r1 = b * np.random.rand(N)
    k = np.mean(r1)
    y = r1 - k
    return y

```

```

N = 200
w = np.arange(0, N)

```

```

x = F(N)
r = R(N)
y = x + r

```

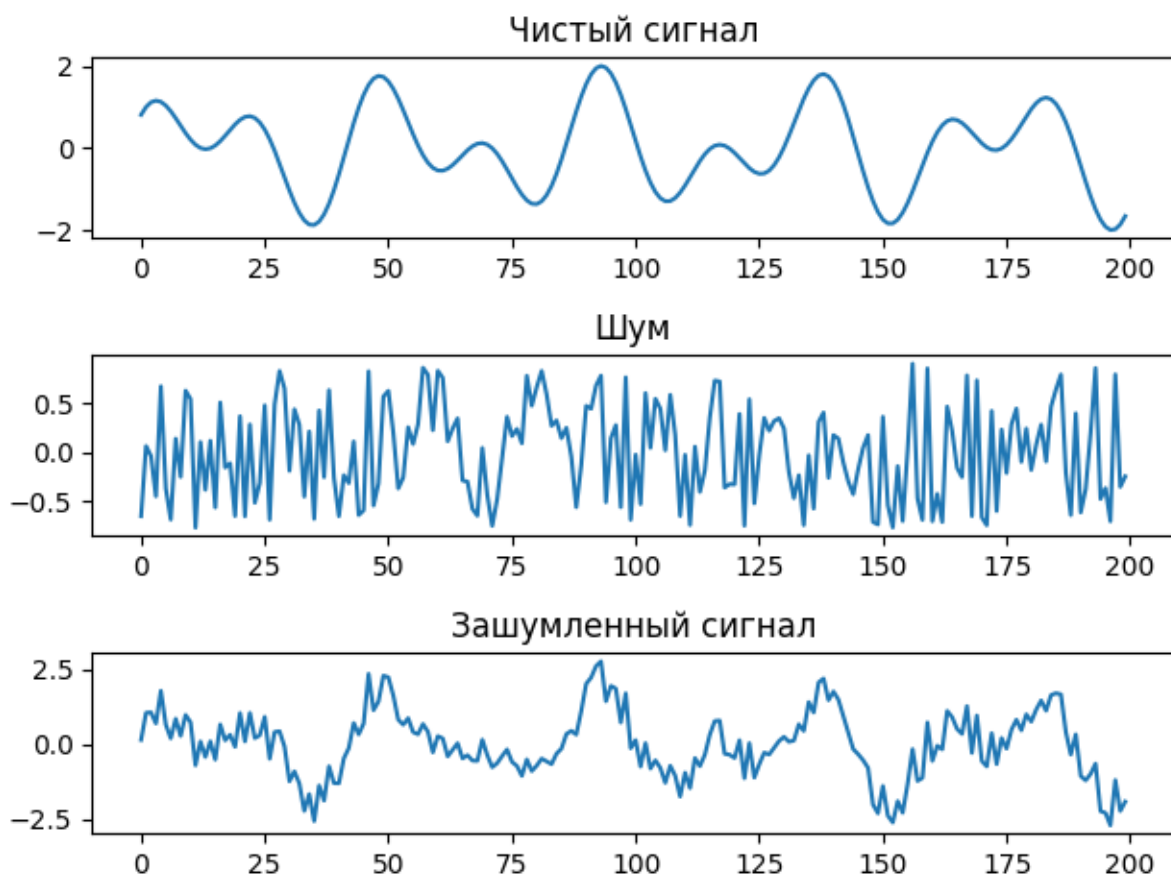


Рис. 1:

2 Скользящее среднее

Формула:

$$y(n + L/2) = \frac{1}{L + 1} \sum_{\lambda=0}^L x(n + \lambda)$$

```
def MA(X, L):  
    N = len(X)  
    y = np.zeros(N)  
  
    for n in range(L // 2 - 1, N - L // 2):  
        sum_41 = 0  
        for k in range(-L // 2, L // 2):  
            sum_41 += X[n + k]  
        y[n] = sum_41 / (L + 1)  
  
    return y
```

Результат среднеквадратичного отклонения:

32.844

18.61

15.583

16.063

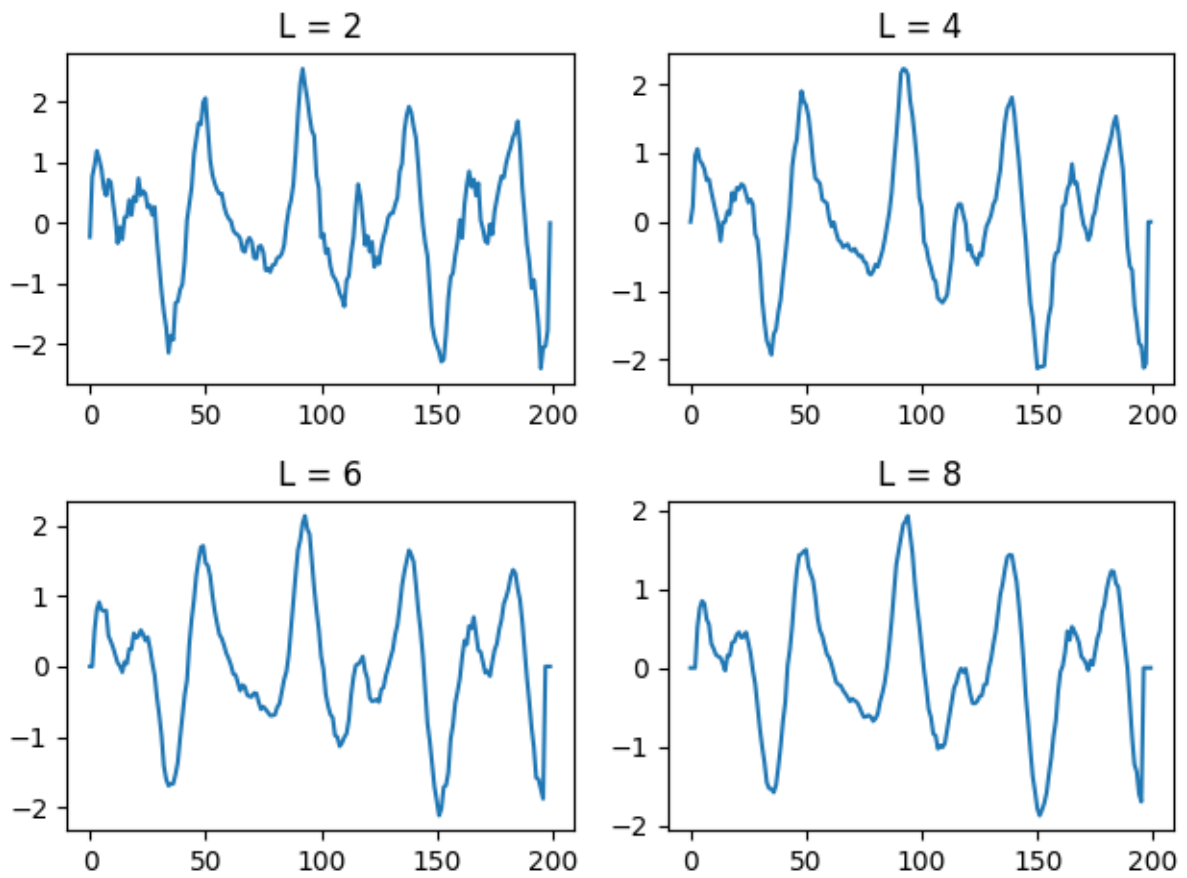


Рис. 2:

3 Четвёртые разности

$$y(n) = \frac{1}{35}(-3x(n-2) + 12x(n-1) + 17x(n) + 12x(n+1) - 3x(n+2))$$

```
def MoFD(X):
    N = len(X)
    y = np.zeros(N)
    for n in range(2, N-2):
        y[n] = (-3 * X[n-2] + 12 * X[n-1] + 17 * X[n] + 12 * X[n+1] - 3 * X[n+2]) / 35
    return y
```

Среднеквадратичное отклонение 22.855.

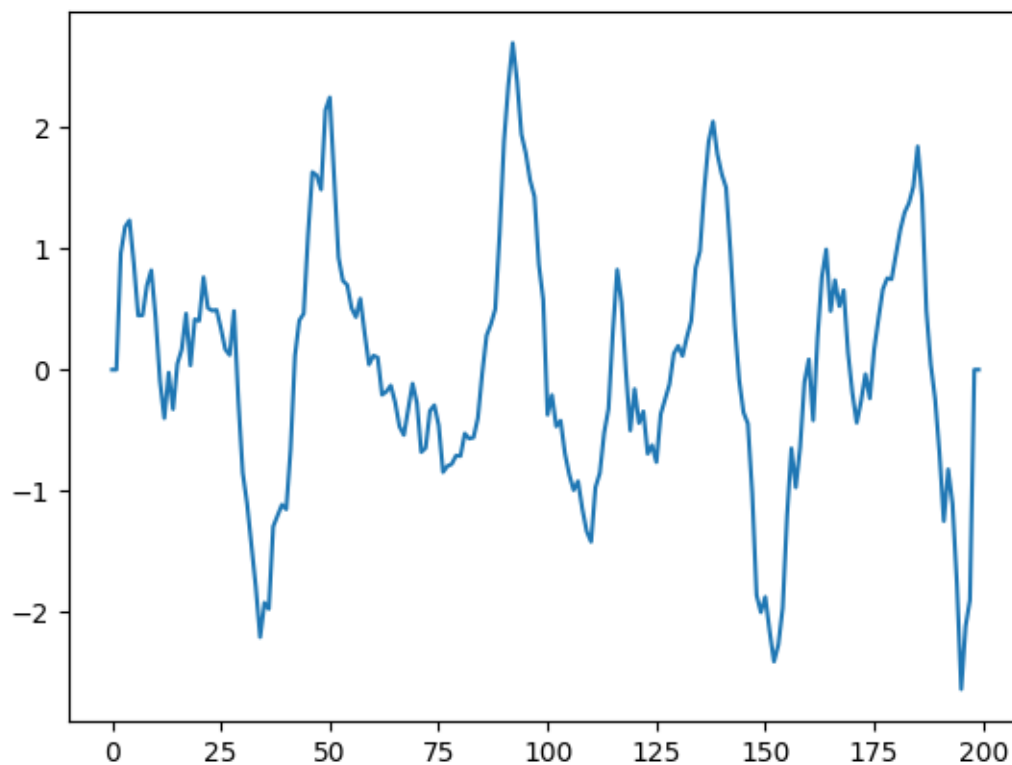


Рис. 3:

4 Экспоненциальное сглаживание

$$y(n) = \alpha \sum_{\nu=0}^{n-1} (1 - \alpha)^{\nu} x(n - \nu) + (1 - \alpha)^n x(0)$$

Значения α и соответствующие значения среднеквадратичного отклонения:

0.1 : 124.0

0.2 : 68.0

0.3 : 39.0
0.4 : 26.0
0.5 : 21.0
0.6 : 21.0
0.7 : 23.0
0.8 : 27.0
0.9 : 32.0

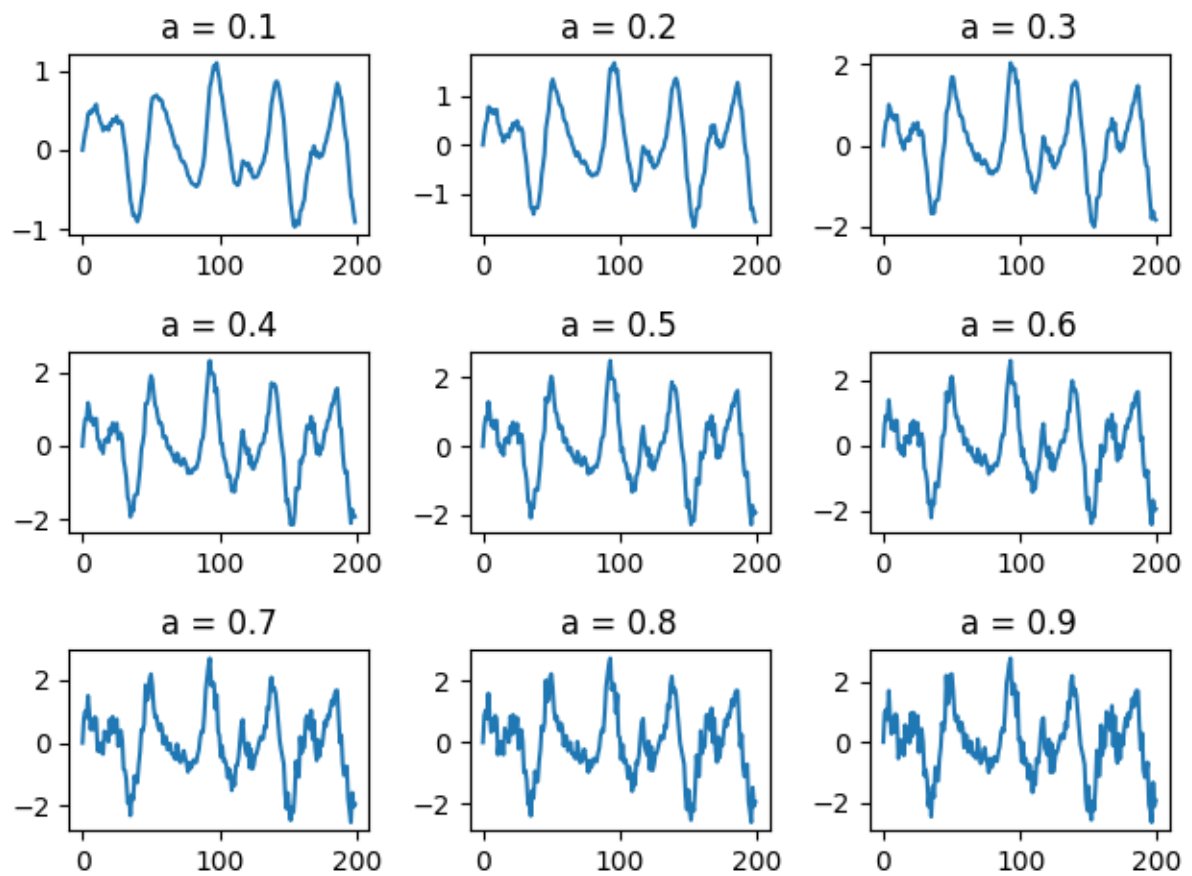


Рис. 4:

5 Вывод

Рассмотрена задача о сглаживании дискретной последовательности, состоящей из чистого сигнала и зашумления. Сглаживание позволяет устранить влияние помехи на сигнал. В данной работе были реализованы три метода сглаживания: скользящее среднее, метод четвертых разностей и экспоненциальный метод. Чем ниже значение, получаемое на выходе, тем качественнее сглаживание.

Последовательность задаётся как совокупность помехи и полезного сигнала, после чего данная последовательность сглаживается методами, описанными выше. Качество сглаживания оценивалось с помощью метода наименьших квадратов. Лучшие показатели сглаживания используемых методов при различном значении параметров:

Скользящее среднее: $L = 6$: 11.478

Метод четвертых разностей (без параметров): 22.855

Экспоненциальный метод: $a = 0.5, 0.6$: 21

В результате проведенных испытаний и полученных результатов показателей качества сглаживания, можно сделать вывод о том, что сглаживание скользящим средним дает наилучший показатель.