

6. Спектральное оценивание при помощи коррелограммного метода

Андрей Валиков

1 Вычисление спектральной плотности для гармонической функции

$$N = 2^{11}$$

Гармоническая функция

$$y = A \sin(\omega_1 T n + \varphi)$$

```
N = 2 ** 11
T = 2e-2
t = np.linspace(0, T, N)
```

```
A = 2
fi = 2.09
wi = 100
```

```
y = A * np.sin(wi * t + fi)
```

```
Y = np.fft.fft(y)
YY = Y * np.conj(Y) / N
```

```
plt.plot(t, YY)
plt.savefig('spectral_density.png')
plt.show()
```

Спектральная плотность гармонической функции

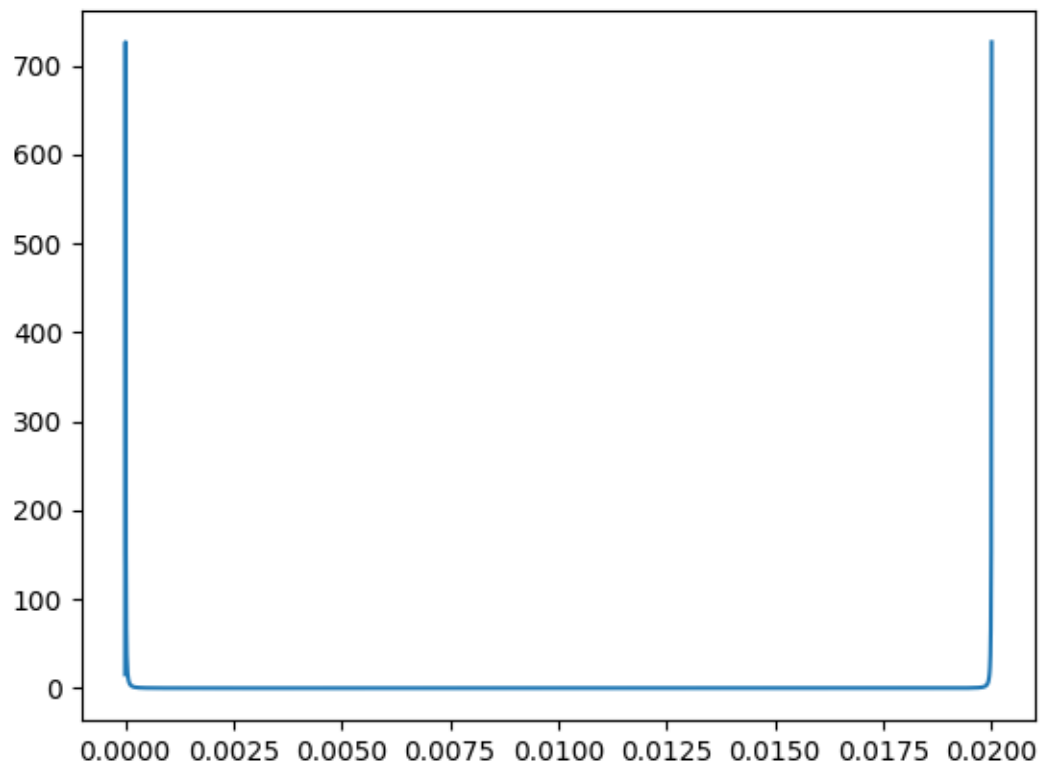


Рис. 1:

2 Формирование последовательности

$$f = \sin(\omega_1 T t) + \cos(\omega_2 T t)$$

```
teta = np.arange(0, N, 1)
```

```
w1 = 81
```

```
w2 = 14
```

```
b = 5
```

```
x = np.sin(w1 * T * teta) + np.cos(w2 * T * teta)
```

```
r = b * np.random.rand(N)
```

```
y = x + (r - np.mean(r))
```

```
plt.plot(teta, x)  
plt.show()
```

```
plt.plot(teta, r)  
plt.show()
```

```
plt.plot(teta, y)  
plt.show()
```

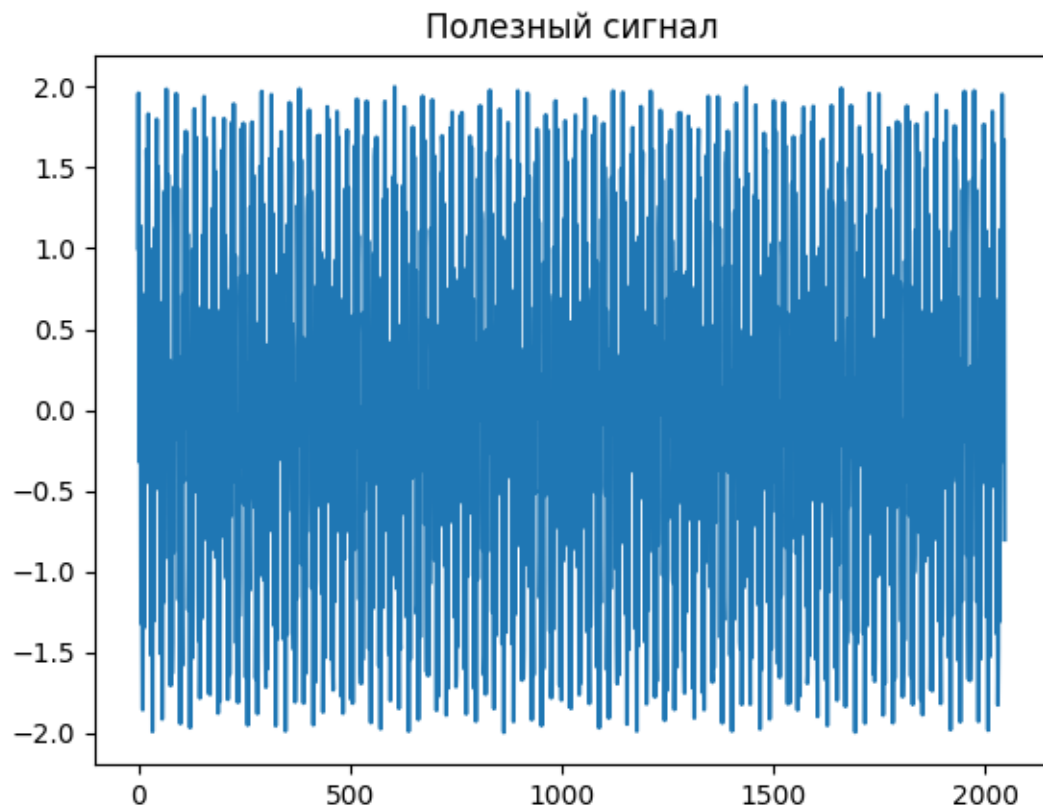


Рис. 2:

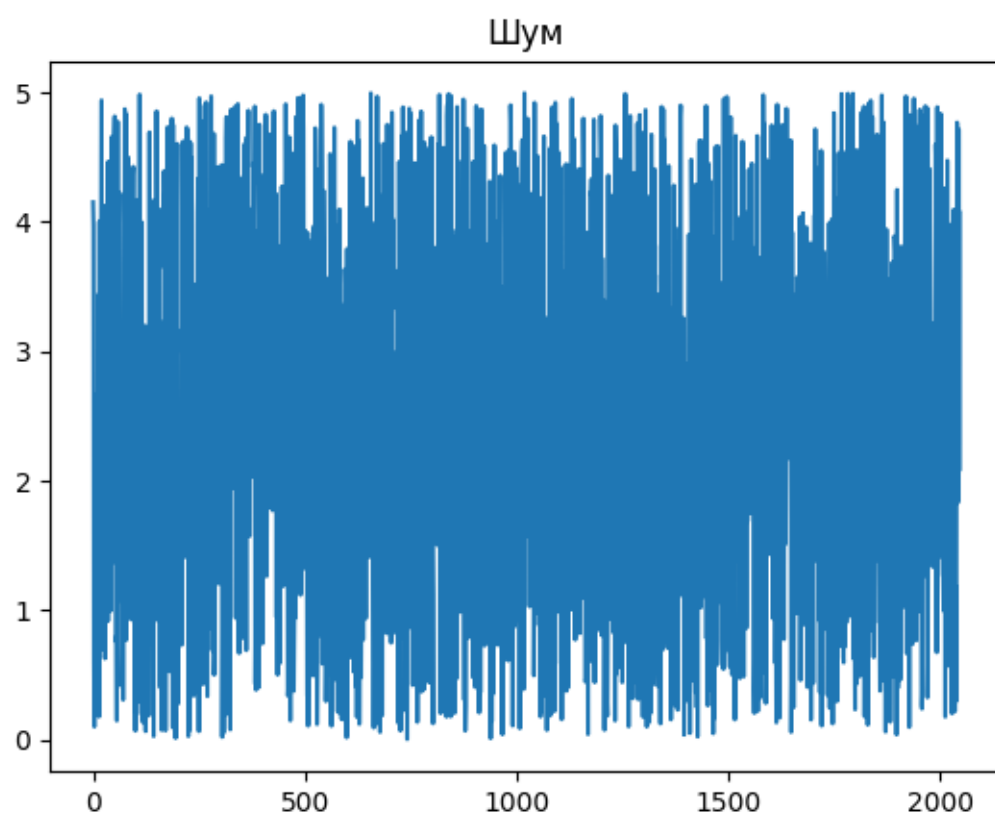


Рис. 3:

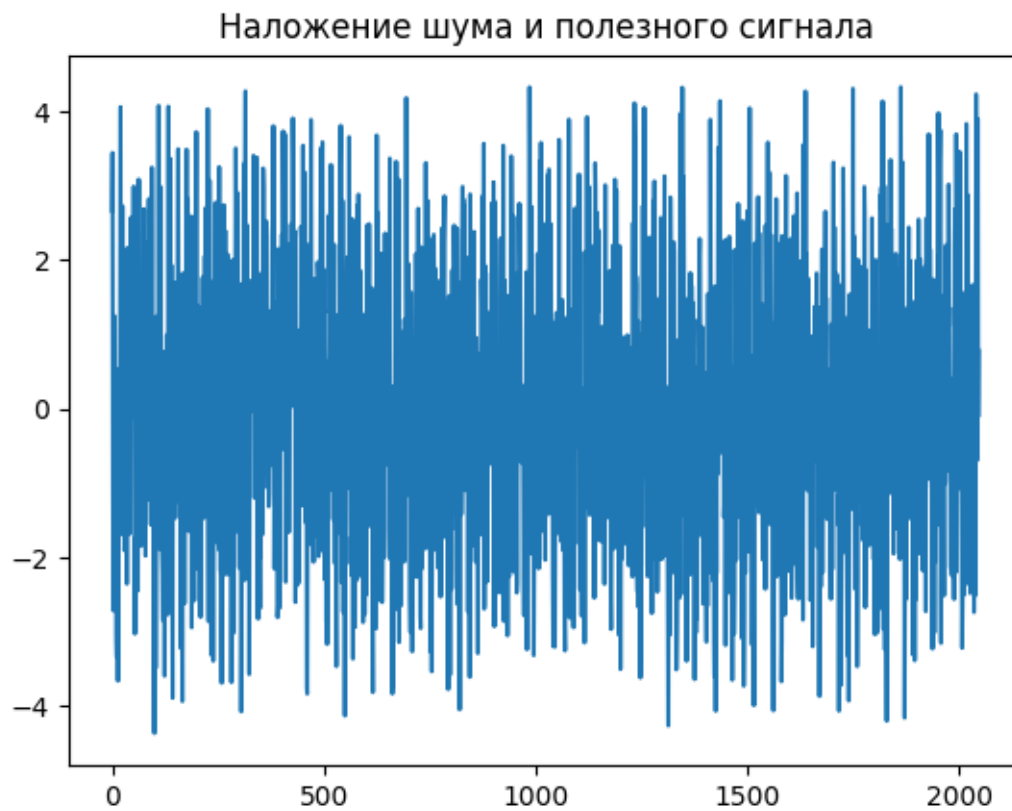


Рис. 4:

3 Расчет оценки спектральной плотности коррелограммным методом с прямоугольным окном

```
#Corell function
r = np.zeros(int(len(y) / 10 - 1))
for i in range(len(r)):
    for j in range(N - i):
        r[i] += y[j] * y[j + i]
    r[i] /= len(y) - i
```

```

#Spectral density
w = np.linspace(0, np.pi / T, N)
y = np.zeros(len(w))
for n in range(len(w)):
    for m in range(len(r)):
        y[n] += r[m] * np.cos(w[n] * T * m)
    y[n] *= 2

plt.plot(w, y)
plt.show()

plt.plot(w, np.abs(y))
plt.show()

```



Рис. 5:



Рис. 6:

4 Расчет оценки спектральной плотности по методу коррелограмм с использованием оконной функции

```
max_num = Search(y)

ww1 = np.pi * max_num[0] / (128 * T)
ww2 = np.pi * max_num[1] / (128 * T)

bartletta_window = np.zeros(len(r))
ht = np.arange(0, len(r), 1)

for i in range(len(ht)):
    if ht[i] >= 0 and ht[i] <= len(ht):
        bartletta_window[i] = .42 - .5 * np.cos(2 * np.pi * ht[i] / len(ht)) +

plt.plot(ht, bartletta_window)
plt.show()

y1 = np.zeros(len(w))
for n in range(len(w)):
    for m in range(len(r)):
        y1[n] += r[m] * bartletta_window[m] * np.cos(w[n] * T * m)
        y1[n] *= 2

plt.plot(w, y1)
plt.plot(w, np.abs(y1))
plt.show()

max_num = Search(y1)
ww1_1 = np.pi * max_num(0) / (128 * T)
ww2_2 = np.pi * max_num(1) / (128 * T)
```

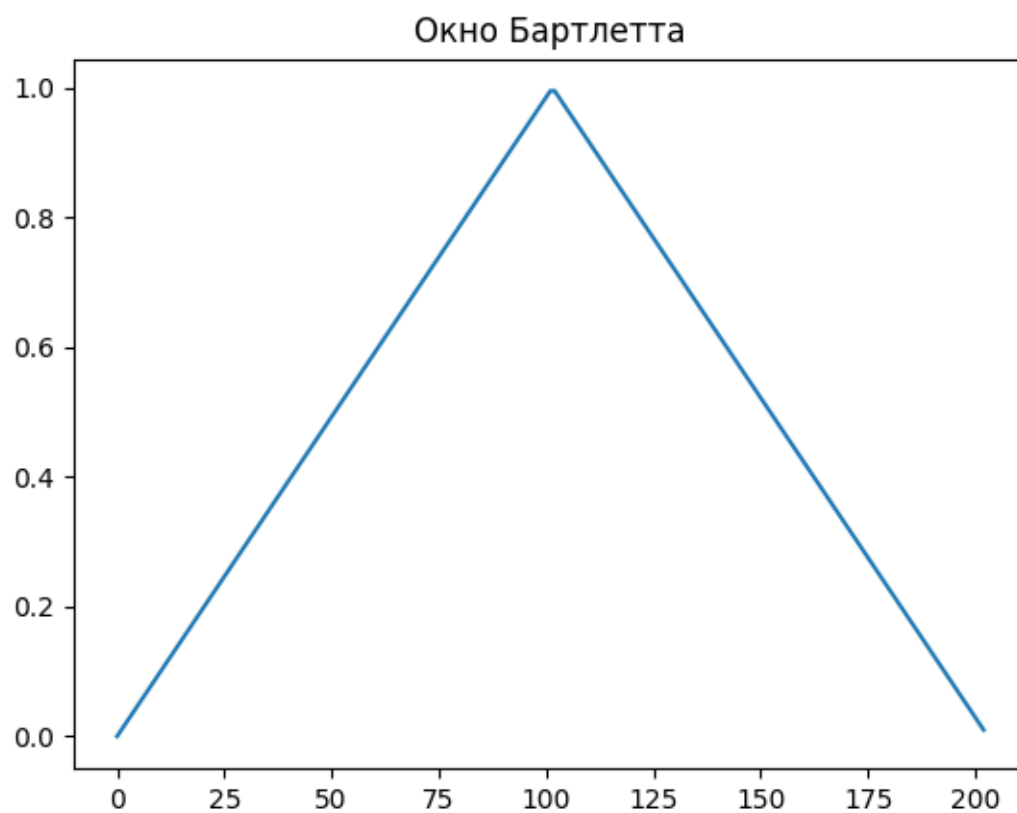


Рис. 7:



Рис. 8:

Спектральная плотность сигнала (Бартлетт) (абсолютное значение)

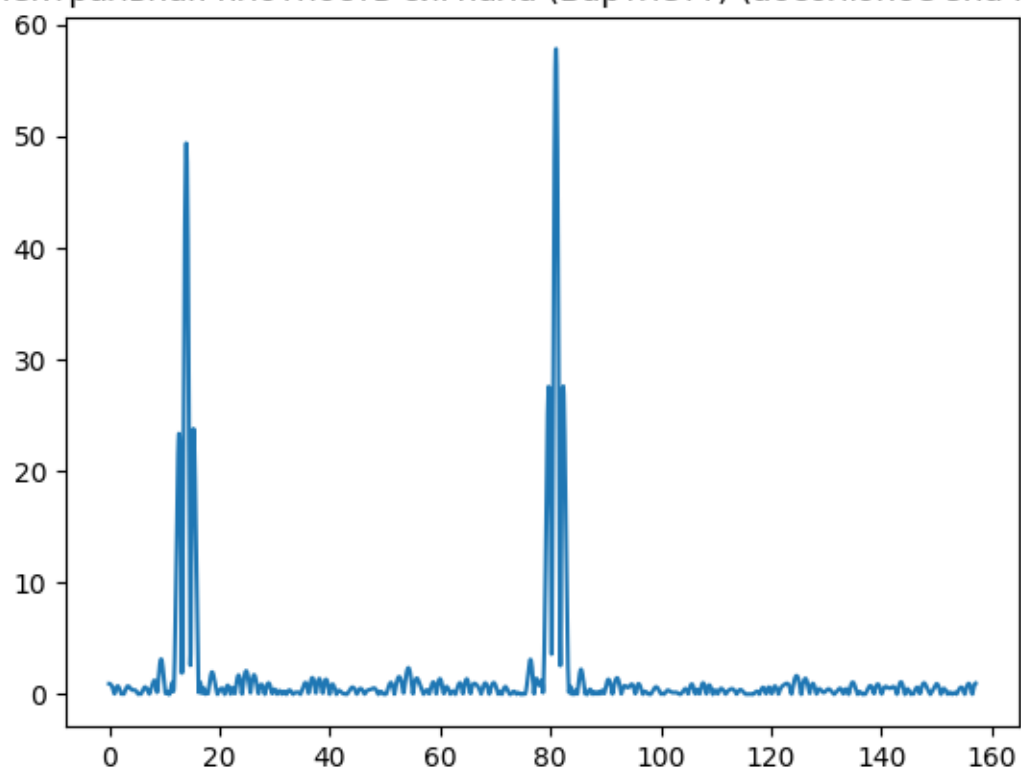


Рис. 9:

5 Вывод

Изучен каррелограммный метод оценивания спектральной плотности на тестовой последовательности дискретных значений с наложенным случайным процессом. Была найдена корреляционная функция и её спектральная плотность по методу прямоугольно окна. Далее была выбрана оконная функция Барлетта и найдена уже её спектральная плотность.

В результате работы программы были получены следующие угловые частоты:

- С использование прямоугольного окна

$$\omega_1 = 148.16$$

$$\omega_2 = 147.85$$

- С использование оконной функции Бартлетта

$$\omega_{1bart} = 71$$

$$\omega_{2bart} = 70.83$$

Графики спектральной плотности двух методов отличаются. Благодаря использованию оконной функции Бартлетта было убрано явление Гиббса, возникновение которого связано с использованием прямоугольного окна.