CS112.M21.KHCL

Nhóm 1:

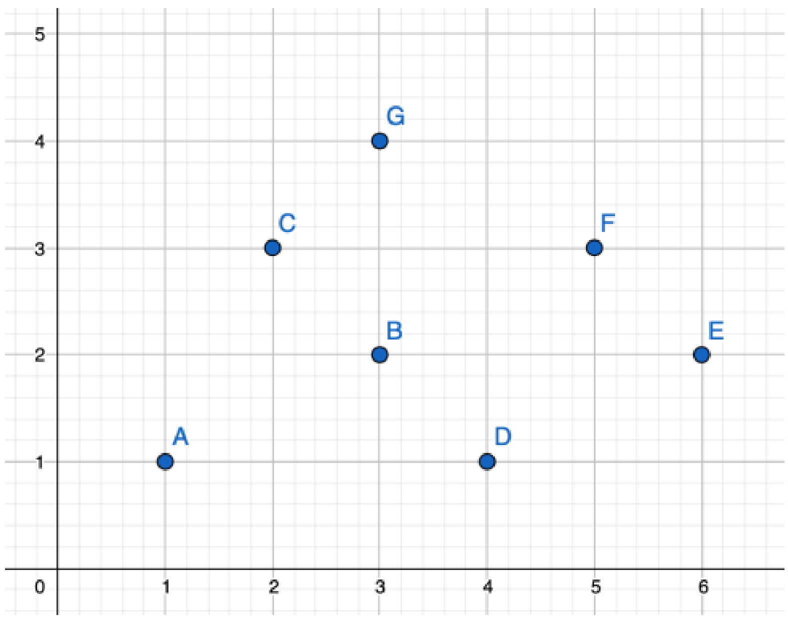
Trần Phú Vinh - 20522161

Đào Trần Anh Tuấn - 20522107

Lê Trần Hữu Phước - 20521775

Geometric Algorithm

Đề bài: Cho các điểm như hình bên dưới, hãy trình bày thuật toán Chuỗi đơn điệu (Monotone chain) để xác định bao lồi và đánh giá độ phức tạp của thuật toán trên.



Ta có tọa độ của các điểm lần lượt là:

A(1,1), B(3,2), C(2,3), D(4,1), E(6,2), F(5,3), G(3,4)

Ý tưởng của giải thuật chuỗi đơn điệu:

Thuật toán dựa trên việc tìm hai chuỗi đơn điệu của bao lồi: chuỗi trên và chuỗi dưới. Ta thấy điểm ở xa về phía bên phải nhất (từ đây gọi là điểm phải nhất) và điểm ở xa về phía bên trái nhất (từ đây gọi là điểm trái nhất) trong dữ liệu vào luôn là hai đỉnh của bao lồi. Phần bao lồi theo chiều kim đồng hồ tính từ điểm trái nhất và ngược chiều kim đồng hồ tính từ điểm phải nhất gọi là chuỗi trên, phần còn lại của bao lồi gọi là chuỗi dưới. Ta sẽ tìm chuỗi trên và chuỗi dưới độc lập với nhau.

B1: Sắp xếp các điểm được cho theo thứ tự tăng dần theo hoành độ. Nếu hai điểm có cùng hoành độ, điểm có tung độ nhỏ hơn sẽ đứng trước.

➔ A, C, B, G, D, F, E.

B2: Ta sẽ xét việc xây dựng chuỗi trên trước. Gọi **H** là chuỗi trên hiện tại và độ lớn của bao là **h.** Điểm đầu của chuỗi là H_1 và điểm cuối là H_h. Với mỗi điểm được xét như sau:

1. Thêm điểm này vào H.
2. Nếu h < 3, xét tiếp điểm tiếp theo.
3. Gọi $\vec{u} = \overrightarrow{H_{h-2}H_{h-1}}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{H_{h-1}H_h}$. Lần này, do ta đang di chuyển theo chiều kim đồng hồ để tìm chuỗi trên, ta sẽ kiểm tra xem $\vec{u} \times \vec{v}$ có nhỏ hơn 0 hay không. Nếu có, ta sẽ xét điểm tiếp theo. Nếu không, loại bỏ H_{h-1} và quay lại 2.

➔ Để xác định chuỗi trên, đầu tiên ta sẽ thêm điểm trái nhất A(1,1) vào **H**, h = 1, ta thêm 2 điểm tiếp theo là C(2, 3) và B(3,2) và **H**.

Xét $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{CB}$, ta thấy $\vec{u} \times \vec{v} < 0$, nên {A, C, B}.

Thêm G(3,4) vào **H,** {A, C, B, G}.

Xét $\vec{u} = \overrightarrow{CB}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{BG}$, ta thấy $\vec{u} \times \vec{v} > 0$, nên loại bỏ B.

{A, C, G}.

Xét $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{CG}$, ta thấy $\vec{u} \times \vec{v} < 0$, nên {A, C, G}.

Thêm D(4,1) vào **H**, {A, C, G, D}

Xét $\vec{u} = \overrightarrow{CG}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{GD}$, ta thấy $\vec{u} \times \vec{v} < 0$, nên {A, C, G, D}.

Thêm F(5,3) vào **H**, {A, C, G, D, F}.

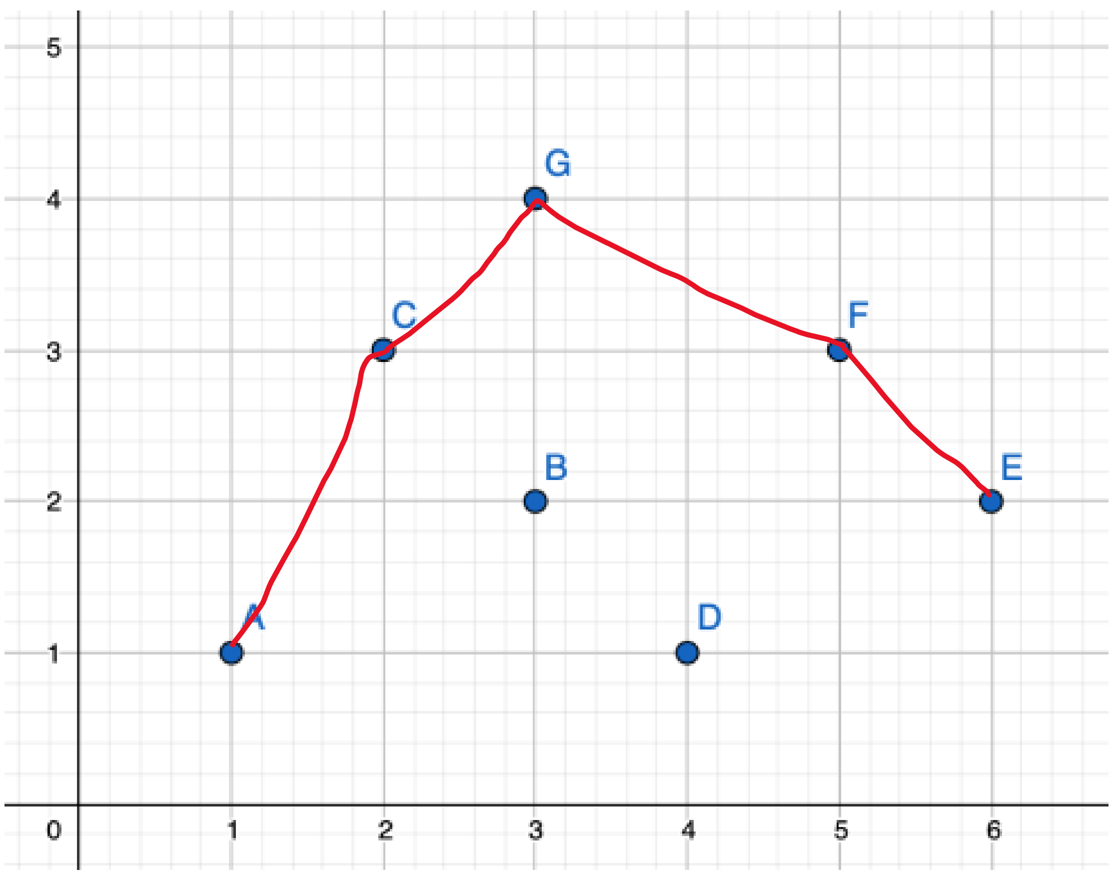
Xét $\vec{u} = \overrightarrow{GD}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{DF}$, ta thấy $\vec{u} \times \vec{v} > 0$, nên loại bỏ D.

{A, C, G, F}.

Thêm E(6,2) vào **H**, {A, C, G, F, E}

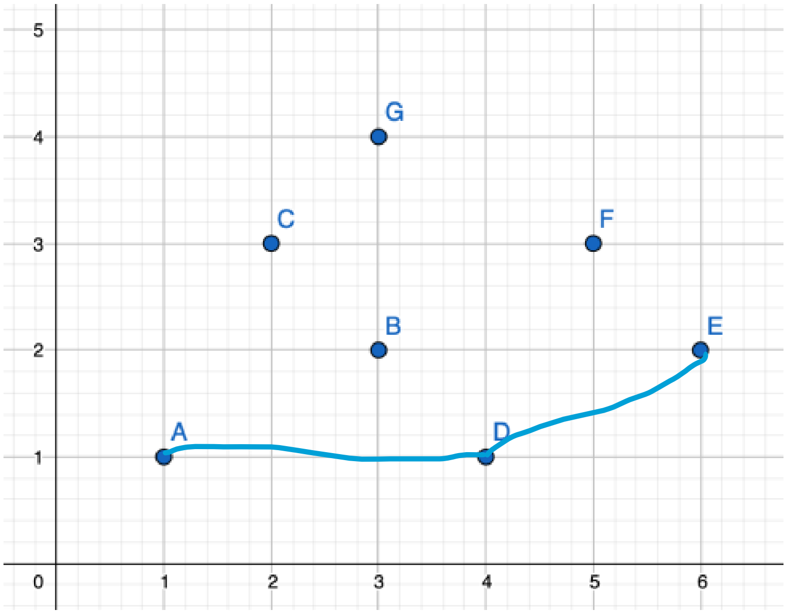
Xét $\vec{u} = \overrightarrow{GF}$ và $\vec{v} = \overrightarrow{FE}$, ta thấy $\vec{u} \times \vec{v} < 0$, lúc này ta đã đi đến điểm phải nhất E(6,2) nên sẽ dừng lại. {A, C, G, F, E}.

Vậy bao trên là {A, C, G, F, E}.



Tiếp theo, ta sẽ tìm bao dưới tương tự bằng cách xét các điểm theo thứ tự ngược lại tức là ngược chiều kim đồng hồ ($\vec{u} \times \vec{v} > 0$) thì chọn ngược lại thì loại.

Vậy bao dưới là {A, D, E}.



Vậy bao lồi **{A, C, G, F, E, D}** và độ phức tạp là O(nlog(n)).