

作业 9

编写 Python 程序求解：

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f(x, y, t), & 0 \leq x, y, t \leq 1 \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y), \\ u(0, y, t) = g_0(y, t), u(1, y, t) = g_1(y, t), \\ u(x, 0, t) = \bar{g}_0(x, t), u(x, 1, t) = \bar{g}_1(x, t), \end{cases}$$

其真实解为 $u(x, y, t) = \exp((x + y)/2 - t)$ 。要求：

- (1) 自行选择合适的有限差分格式，并注意边界问题的处理。
- (2) 绘制 u 在 $t = 0, 0.5, 1$ 处的数值计算结果。
- (3) 计算数值结果与真实解的相对误差

$$\frac{\sqrt{\sum_{(x_j, y_l, t_n) \in \mathcal{D}} (u_{jl}^n - u(x_j, y_l, t_n))^2}}{\sqrt{\sum_{(t_n, x_j) \in \mathcal{D}} u(x_j, y_l, t_n)^2}}.$$

- (4) 提供一个报告，简要阐述你的程序和运行结果，并附上可执行的.py 文件。代码文件需有适当的注释。