

# Analysis 1

24.10.2023

F. Gmeineder

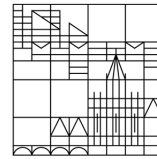
P. Stephan

A. von Pippich

Wintersemester 2023

Abgabe bis zum 27.10.2023

Universität  
Konstanz



---

## Übungsblatt 1

---

### Aufgabe 1: Ilias-Ordner und Tutorieneinteilung

10 Punkte

Diese Aufgabe wird nur mit 10 Punkten (alle drei Punkte erfüllt) oder 0 Punkten (nicht alle drei Punkte erfüllt) bewertet.

- Stellen Sie sicher, dass Sie Zugang zum Ilias-Ordner 'Analysis 1' haben. Dies sollte nach Anmeldung auf Zeus automatisch geschehen.
- Nehmen Sie bis **Donnerstag 26.10., 10:00 Uhr** an der Umfrage zur Terminfindung für die Tutorien teil.
- Treten Sie dem Ilias-Ordner der Fachschaft Mathematik bei. Das Passwort lautet **HilbertF401**.

### Aufgabe 2: Vollständige Induktion

10 Punkte

In dieser Aufgabe wollen wir zeigen, dass mit einer fehlerhaften Anwendung des Induktionsprinzips widersprüchliche Aussagen folgen. Zeigen Sie auf, wo der Fehler liegt.

- Wir wollen nun zeigen, dass alle Studierende der Analysis 1-Vorlesung denselben Namen haben. Dies beweisen wir mittels vollständiger Induktion nach der Anzahl  $n \in \mathbb{N}$  der Studierenden. Für den Induktionsanfang  $n = 1$  bemerken wir, dass ein:e Student:in trivialerweise wie sie/er selbst heißt. Nun gelte die Aussage für ein  $n \in \mathbb{N}$ , und wir wollen daraus die Aussage für  $(n+1)$  Studierende folgern. Hierzu seien  $(n+1)$  Studierende gegeben, die wir mit  $a_1, \dots, a_{n+1}$  durchnummern. Wir betrachten nun die Studierenden  $a_1, \dots, a_n$ . Da dies  $n$ -Studierende sind, haben sie nach Induktionsvoraussetzung alle denselben Namen. Auf der anderen Seite sind  $a_2, \dots, a_{n+1}$  ebenfalls  $n$ -Studierende, die nach Induktionsvoraussetzung denselben Namen haben. Da aber  $a_2, \dots, a_n$  in beiden Gruppen enthalten sind und alle denselben Namen haben, müssen also auch  $a_1$  sowie  $a_{n+1}$  diesen Namen haben. Damit folgt nach dem Induktionsprinzip, dass alle Studierenden gleich heißen - *wo ist der Fehler?*

### Aufgabe 3: Der kleine Gauß

10 + 5 Punkte

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

**Bonus:** Finden Sie einen Beweis, der keine vollständige Induktion benutzt.

**Aufgabe 4: Eine Summenidentität****10 Punkte**

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

*Aufgabe 1-3 werden in den Tutorien behandelt, Aufgabe 4 in der Plenumsübung*