
Blatt 01
Elias Gestrich

Aufgabe 1: Vektoren und Skalare

a)

$$\text{i) } \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \begin{pmatrix} 3-7 \\ 0+6 \\ -1+7 \end{pmatrix} = \vec{a} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} = -9 \cdot -4 + 0 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 54$$

$$\text{ii) } |\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{c}| = |\vec{a}| \cdot \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \vec{a} \sqrt{(-4)^2 + 6^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36 + 36} \vec{a} = \sqrt{88} \vec{a}$$

$$\text{iii) } \vec{b} \times (\vec{a} \cdot \vec{c}) = \vec{b} \times (-7 \cdot -9 + 0 + 3 \cdot 7) = \vec{b} \times 84 \neq$$

iv) $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ist ein Skalar, ein Vektorprodukt ist nur für zwei Vektoren definiert \neq

$$\text{v) } (\vec{a} \times \vec{a}) \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{c} = 0$$

$$\text{vi) } \vec{c} \times (\vec{b} \times \vec{a}) = \vec{c} \times \begin{pmatrix} 0 \cdot 3 & - & -1 \cdot 0 \\ -(3 \cdot 3) & - & -1 \cdot -9 \\ 3 \cdot 0 & - & 0 \cdot -9 \end{pmatrix} = \vec{c} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \vec{a}\vec{b} &= ab \cos(\vartheta) \iff \cos(\vartheta) = \frac{\vec{a}\vec{b}}{ab} = \frac{-27-3}{\sqrt{84}\sqrt{10}} = -\frac{30}{\sqrt{840}} \implies \vartheta = \arccos\left(\frac{30}{\sqrt{840}}\right) \\ \vec{b}\vec{c} &= bc \cos(\vartheta) \iff \cos(\vartheta) = \frac{\vec{b}\vec{c}}{bc} = \frac{-21-7}{\sqrt{10}\sqrt{134}} = -\frac{28}{\sqrt{1340}} \implies \vartheta = \arccos\left(\frac{28}{\sqrt{1340}}\right) \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \vec{k} \cdot \vec{r} &= \cos(\omega t) \exp(-\lambda t) \cdot \cos(\omega t) + \sin(\omega t) \exp(-\lambda t) \cdot \sin \omega t + \left(z - \frac{1}{2} \exp(-\lambda t) \right) \cdot 2 \\ &= \exp(-\lambda t) (\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t) + 1) + 2z \\ &= \exp(-\lambda t)(0) + 2z \\ &= 2z \end{aligned}$$