Analysis 1

24.10.2023

F. Gmeineder
P. Stephan
A. von Pippich

Wintersemester 2023

Abgabe bis zum 27.10.2023

Universität Konstanz

Übungsblatt 1

Aufgabe 1: Ilias-Ordner und Tutorieneinteilung **10 Punkte**

Diese Aufgabe wird nur mit 10 Punkten (alle drei Punkte erfüllt) oder 0 Punkten (nicht alle drei Punkte erfüllt) bewertet.

- Stellen Sie sicher, dass Sie Zugang zum Ilias-Ordner 'Analysis 1' haben. Dies sollte nach Anmeldung auf Zeus automatisch geschehen.
- Nehmen Sie bis **Donnerstag 26.10., 10:00 Uhr** an der Umfrage zur Terminfindung für die Tutorien teil.
- Treten Sie dem Ilias-Ordner der Fachschaft Mathematik bei. Das Passwort lautet **HilbertF401**.

Aufgabe 2: Vollständige Induktion **10 Punkte**

In dieser Aufgabe wollen wir zeigen, dass mit einer fehlerhaften Anwendung des Induktionsprinzips widersprüchliche Aussagen folgen. Zeigen Sie auf, wo der Fehler liegt.

- Wir wollen nun zeigen, das alle Studierende der Analysis 1–Vorlesung denselben Namen haben. Dies beweisen wir mittels vollständiger Induktion nach der Anzahl $n \in \mathbb{N}$ der Studierenden. Für den Induktionsanfang $n = 1$ bemerken wir, dass ein:e Student:in trivialerweise wie sie/er selbst heißt. Nun gelte die Aussage für ein $n \in \mathbb{N}$, und wir wollen daraus die Aussage für $(n+1)$ Studierende folgern. Hierzu seien $(n+1)$ Studierende gegeben, die wir mit $a_1, ..., a_{n+1}$ durchnummerieren. Wir betrachten nun die Studierenden $a_1, ..., a_n$. Da dies n–Studierende sind, haben sie nach Induktionsvoraussetzung alle denselben Namen. Auf der anderen Seite sind $a_2, ..., a_{n+1}$ ebenfalls n–Studierende, die nach Induktionsvoraussetzung denselben Namen haben. Da aber $a_2, ..., a_n$ in beiden Gruppen enthalten sind und alle denselben Namen haben, müssen also auch a_1 sowie a_{n+1} diesen Namen haben. Damit folgt nach dem Induktionsprinzip, dass alle Studierenden gleich heißen - *wo ist der Fehler?*

Aufgabe 3: Der kleine Gauß **10 + 5 Punkte**

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Bonus: Finden Sie einen Beweis, der keine vollständige Induktion benutzt.

Aufgabe 4: Eine Summenidentität **10 Punkte**

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Aufgabe 1-3 werden in den Tutorien behandelt, Aufgabe 4 in der Plenumsübung