October 25, 2023
Wintersemester 2023/2024

Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik

Plenumsübung Lineare Algebra

Organisatorisches

Sebastian Krapp
sebastian.krapp@uni-konstanz.de

Literatur

- Merlin Carl: Wie kommt man darauf?
- Dierk Schleicher: Eine Einladung in die Mathematik
- Regula Krapf: Elementare Grundlagen der Hochschulmathematik
- Clara Löh et al.: Quod erat knobelandum

REGELMÄSSIG WEBSITE CHECKEN
SCHICK KONSTANZ UNI -> LEHRE -> LINA

Resultate:

- Theorem: Wichtiger **Hauptsatz**/Fundamentalsatz
- Proposition/Satz: normale Resultate
  - (Satz von = Theorem)
- Korollar: Folgesatz, fogt schnell aus anderem Resultat
- Lemma: Hilfssatz, wird **nur** für Beweis anderer Resultate benötigt
  - (Lemma + Name = Theorem)

zu lernen: alles was einen Namen hat

Task 0.1 Schreibe das Resultat "Divisionsalgorithmus" auf

Seien $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $b > 0$
Dann gilt : $\exists! q, r \in \mathbb{Z}$ mit
$0 \leq r < b$ und
$a = bq + r$

$520 : 3 = 173$ Rest 1
-3
22
-20
010
$-\ 9$
1

Proof 0.2

$a = 520, b = 3, (q = 173), (r = 1)$
$520 > 0 \rightsquigarrow$ Fall 1.
$0 < 520 < 3$ nein $\rightsquigarrow$ Zeile überspringen
$520 \geq 3 \rightsquigarrow$ ja
Start der Prozedur
$S = \{s \in \mathbb{N} : s \times 3 \leq 520\}$
$1 \in S$, da $1 \times 3 \leq 520 \implies S \neq \emptyset$. S ist endlich, denn $1000 \notin S$, da $1000 \times 3 \nleq 520$ und Zahlen größer 1000 nicht, da ..., also hat S maximal 999 Elemente.
Beweistechnik
Jede nach oben beschänkte Teilmenge der natürlichen Zahlen besitzt ein Maximum
$\boxed{q := \max S}$

$$173 \times 3 = 519 \leq 520 \rightsquigarrow 173 \in S$$

$$174 \times 3 = 522 > 520 \rightsquigarrow 174 \notin S$$

also ist 173 das Maximum von S
$\boxed{r = 520 - 173 \times 3 = 1}$
Ende der Prozedur Fall 2: $a \leq 0$
$\overset{\text{Fall } A}{\rightsquigarrow} a = 0 \rightsquigarrow q = 0, r = a$
$\overset{\text{Fall } B}{\rightsquigarrow} a < 0 \rightsquigarrow$

- Wende FAll 1 auf $-a$ an
- Erhalte $r\prime, q\prime$ aus Fall 1
- Falls $r\prime = 0$, setze $q = -q\prime, r = 0$
- Falls $r\prime \neq 0$, setze $q = -(q\prime + 1), r = b - r\prime$