2024-02-02
Winter Semester 2023/2024

University of Konstanz
Faculty of Science
(Physics)

Übungsblatt 12

Aufgabe 1: Elastischer Stoß in zwei Dimensionen

Die Billardkuglen stoßen in einem Winkel von $\frac{\pi}{2}$ aufeinander, da wegen Impulserhaltung

$$m_0\vec{v}_0 + m_1\vec{v}_1 = m_0\vec{v}_0' + m_1 v_1'$$

gilt und da $m_0 = m_1$ und $v_1 = 0$ gilt:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_0' + \vec{v}_1'$$

und somit Bilden die Vektoren ein Dreieck mit den Seiten v_0, v_0', v_1'.
Außerdem gilt Energieerhaltung, also gilt:

$$\frac{1}{2}m_0v_0^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_0v_0'^2 + \frac{1}{2}m_1v_1'^2$$

Also gilt nach oben genannten Vorraussetzungen

$$v_0^2 = v_0'^2 + v_1'^2$$

Das bedeuted aber, dass das ober erwähnte Dreieck ein rechtwinkliges Dreieck ist mit der Hypothenuse v_0, also ist zwischen v_0' und v_1' ein rechter Winkel.

Aufgabe 2: Stoßexperimente in einer Dimension

a) Es gilt

$$\begin{aligned} m_1v_1 + m_2v_2 &= m_1v_1' + m_2v_2' \\ 1.0 \cdot 10^1\,\mathrm{kg} \cdot v_2 &= 8.0 \cdot 10^1\,\mathrm{kg} \cdot v_1' \\ v_1' &= \frac{v_2}{8} \end{aligned}$$

b) Es gilt

$$\begin{aligned} m_2v_2 &= m_1v_1' + m_2v_2' \\ m_2v_2 - m_2v_2' &= m_1v_1' \\ m_2\left(v_2 - v_2'\right) &= m_1v_1' \\ v_1' &= \frac{m_2}{m_1}\left(v_2 - v_2'\right) \end{aligned}$$

Außerdem gilt, da es ein elastischer Stoß ist:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}m_2v_2^2 &= \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \\
m_2v_2^2 &= \frac{m_2^2}{m_1}\left(v_2 - v_2'\right)^2 + m_2v_2'^2 \\
0 &= v_2'^2\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) - 2v_2'v_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} + \left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)v_2^2 \\
0 &= \frac{8}{7}v_2'^2 - \frac{2}{7}v_2'v_2 - \frac{6}{7}v_2^2 \\
0 &= 8v_2'^2 - 2v_2'v_2 - 6v_2^2 \\
v'_{2_{1,2}} &= \frac{2v_2 \pm \sqrt{4v_2^2 + 4\cdot 6\cdot 8v_2^2}}{16} \\
v_2' &= \frac{2v_2 - \sqrt{196v_2^2}}{16} \\
v_2' &= \frac{2v_2 - \sqrt{196}}{16} \\
v_2' &= -\frac{3}{4}v_2
\end{aligned}$$

Also gilt:

$$\begin{aligned}
v_1' &= \frac{m_2}{m_1}\left(v_2 - v_2'\right) \\
v_1' &= \frac{1}{7}\left(v_2 + \frac{3}{4}v_2\right) \\
v_1' &= \frac{1}{4}v_2
\end{aligned}$$

c) $v_1' = \frac{1}{2}v_2$.

$$\begin{aligned}
m_2v_2 &= \frac{1}{2}m_1v_2 + m_2v_2' \\
v_2 - \frac{m_1}{2m_2}v_2 &= v_2' \\
-\frac{5}{2}v_2 &= v_2'
\end{aligned}$$

Und

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}m_2v_2^2 + E &= \frac{1}{8}m_1v_2^2 + \frac{25}{8}m_2v_2^2 \\
E &= \frac{m_1 + 21m_2}{8}v_2^2 \\
E &= 3.5\cdot 10^1\,\mathrm{kg}v_2^2
\end{aligned}$$

d) a) inelastisch, da die kinetische Energie nach dem Stoß nach dem Stoß geringer ist, als vor dem Stoß

b) elastisch, da die kinetische Energie vor und nach dem Stoß gleich sind

c) superelastisch, da die kinetische Energie nach dem Stoß größer ist, als vor dem Stoß.