Alexandros Paraskevaidis
Elias Gestrich

9. Übungsblatt

Aufgabe 1 - Graph Zahl

1. Gegenbeispiel:

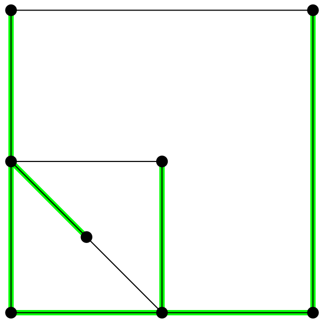


Abbildung 1: Kein Tiefensuchbaum

2. Gegenbeispiel:

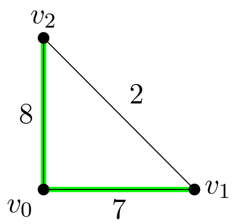


Abbildung 2: Kürzeste Wege von 0

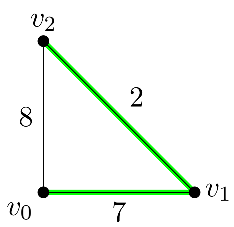


Abbildung 3: MST

3. Gegenbeispiel:

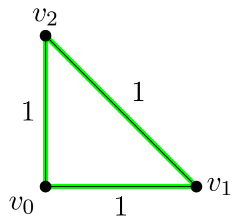


Abbildung 4: Kreis, der alle Knoten mit minimalen Kosten verbindet

4. Wende den Kruskal-Algorithmus an, um den MST zu finden. Dieser erzeugt einen eindeutigen MST. Wenn es einen anderen MST geben würde, der nicht durch den Kruskal-Algorithmus gefunden werden kann, dann muss bei diesem eine Kante gewählt worden sein, die nicht zwei ZHK durch die billigste Kante verbindet. Streiche diese Kante und wähle die billigste, die die zwei ZHK's verbindet. Dieser Spannbaum ist nun kleiner als der MST, was ein Widerspruch darstellt. Also ist der vom Kruskal-Algorithmus gefundene MST, ein eindeutiger MST.

5. Betrachte:

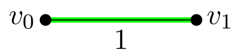


Abbildung 5: einzigartige Kosten, minimale Spannbaum enthält teuerste Kante

Aufgabe 2 - Schnittverletzung

1. $S = \{v_0, v_3\}, V \setminus S = \{v_1, v_2\}, M = \{(v_0, v_3)\}$

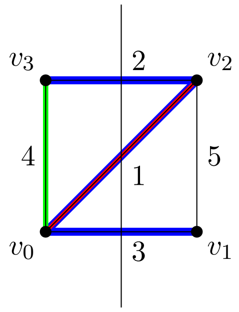


Abbildung 6: Grün = M, Rot Schnittkante, Blau MST

2.

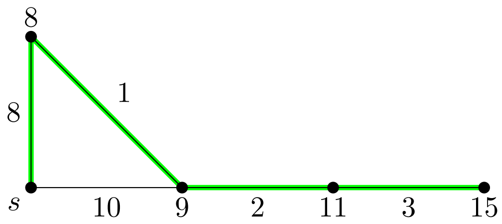


Abbildung 7: Dijkstra-Baum gleich MST

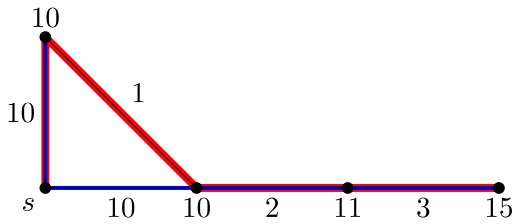


Abbildung 8: Dijkstra-Baum nicht MST

3.

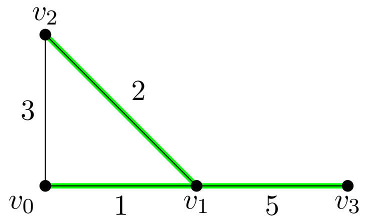


Abbildung 9: MST enthält immer (v_1, v_3)

4.

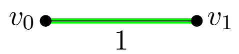
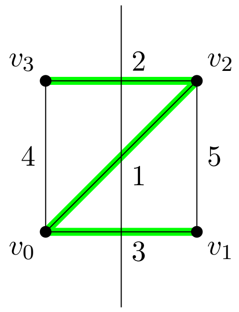


Abbildung 10: Graph, der einen eindeutigen Spannbaum hat, sodass für jeden Schnitt M die billigste Schnittkante eindeutig ist

5. $S = \{v_0, v_3\}, V \setminus S = \{v_1, v_2\}, M = \{(v_0, v_3)\}$

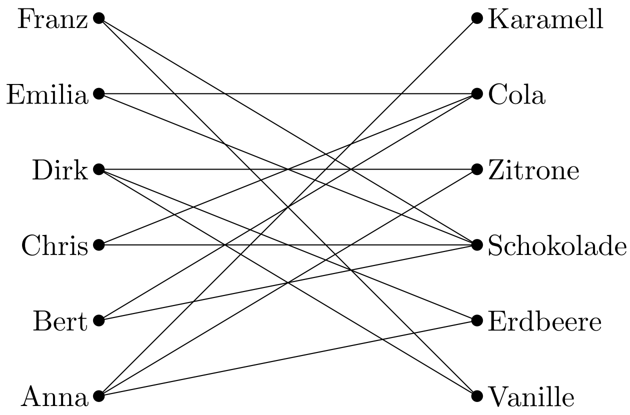


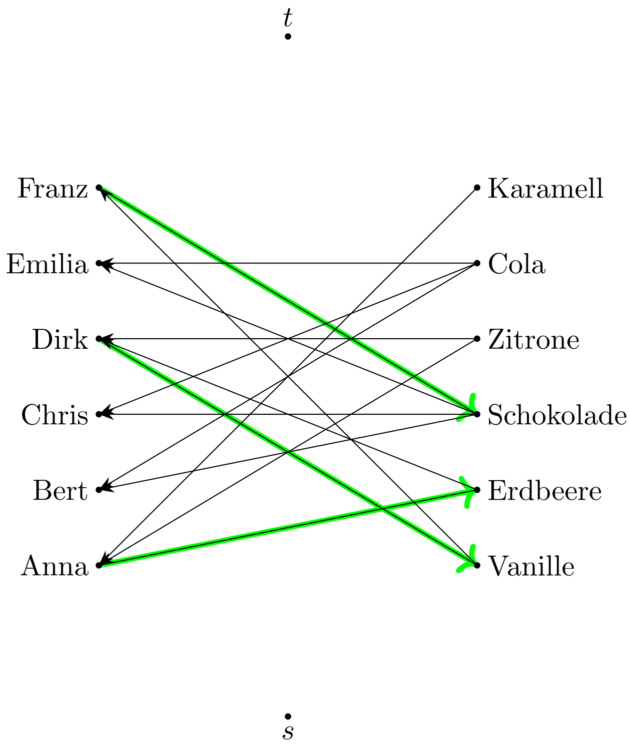
Aufgabe 3 - Eingespannt

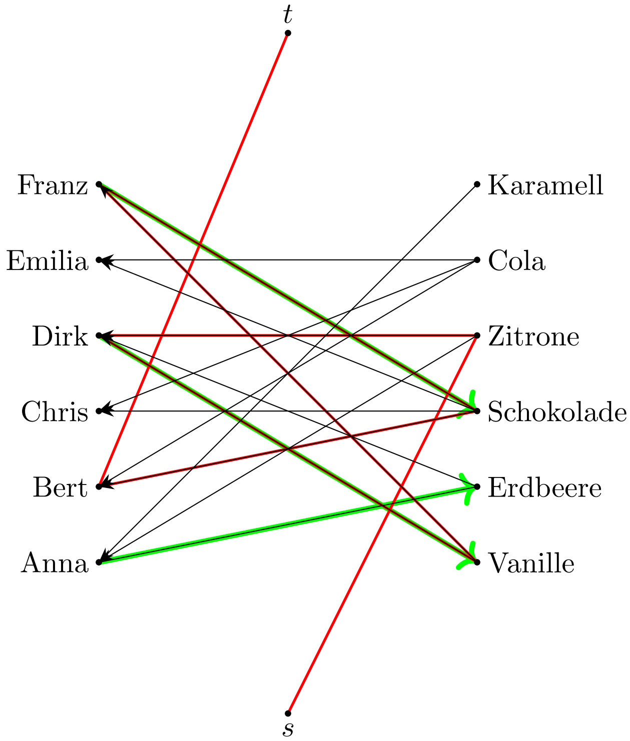
a) Bei dem Schritt $sort(E)$ sortiert man anstelle von nicht-absteigend nicht-aufsteigend.
Korrektheit: Wir wählen immer die teureste Kante, die zwei ZHK's miteinander verbindet
Laufzeit: selbe wie bei dem Algorithmus von Kruskal, also $\mathcal{O}(m \log n)$

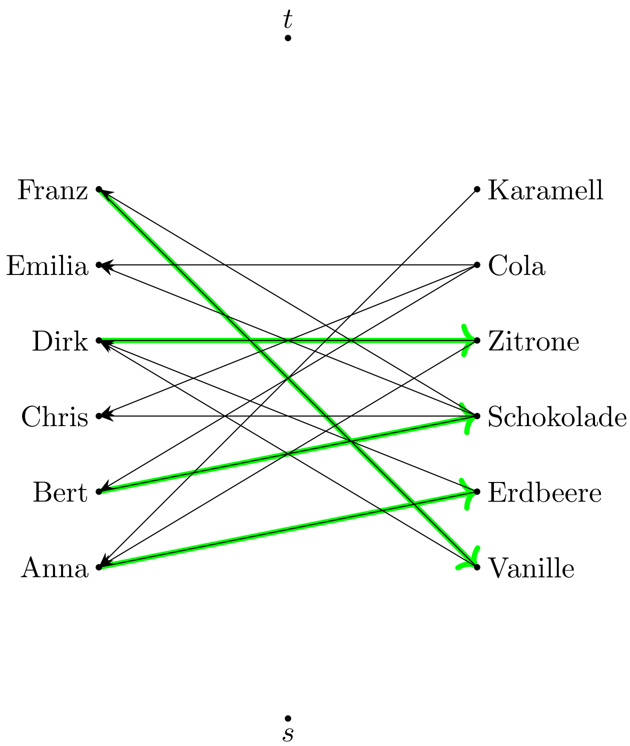
b) Wenn p ein M-augmentierender Pfad in G ist, dann sind die beiden Endknoten v_0, v_1 nicht in M. In dem von p induzierten neuen Matching sind alle Knoten von p inzident zu einer Matchingkante in M^*, Insbesondere sind v_0, v_1 inzident zu Matchingkanten von M^*. Also ist $A^* = A \cup \{v_0, v_1\}$, also $A' \subsetneq A^*$.

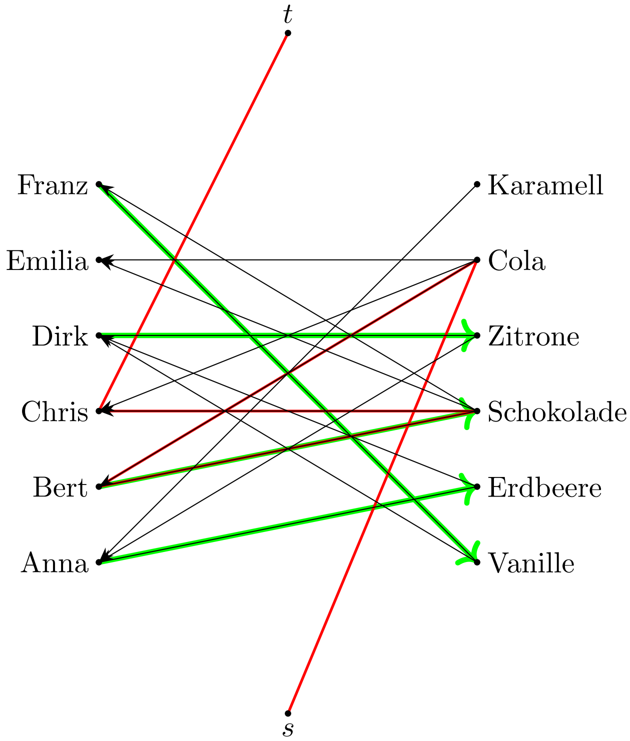
Aufgabe 4 - It's a match

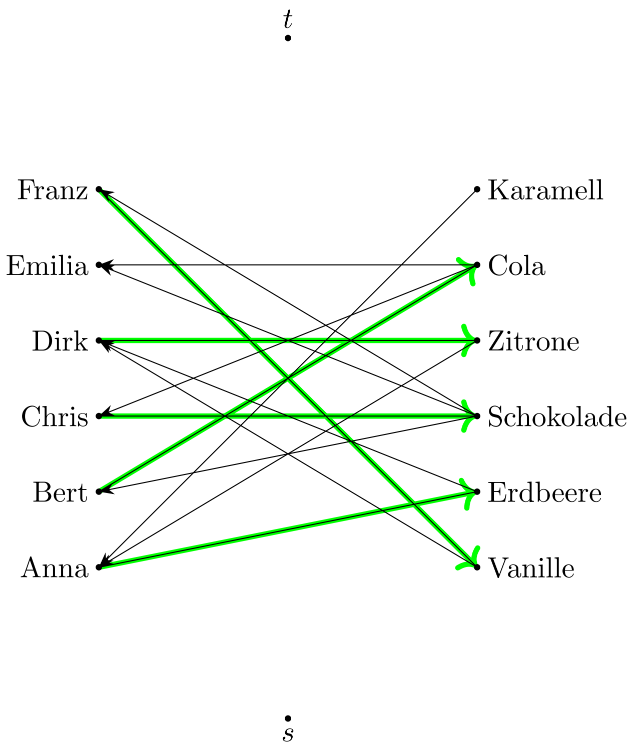





t
Franz
Emilia
Dirk
Chris
Bert
Anna
Karamell
Cola
Zitrone
Schokolade
Erdbeere
Vanille
s


t
Franz
Emilia
Dirk
Chris
Bert
Anna
Karamell
Cola
Zitrone
Schokolade
Erdbeere
Vanille
s


t
Franz
Emilia
Dirk
Chris
Bert
Anna
Karamell
Cola
Zitrone
Schokolade
Erdbeere
Vanille
s



Nein es gibt kein Maximummatching, sodass jedes Kind ein Eis bekommt, das es mag, da Bert, Chris und Emilia nur Schokolade oder Cola wollen, also kann mind. eine*r der drei nicht das gewünschte Eis bekommen.
Es gibt auch kein Maximummatching, in dem Franz das schon gewählte Eis behalten dürfen, da wenn Franz Schokolade nimmt, für Bert, Chris und Emilia nur Cola übrig bleibt, also zwei der drei ohne Eis dastehen bleiben.