

# 看得见的冲击成本——IS 算法交易策略

## ——算法交易系列研究之三

安宁宁 资深分析师  
电话: 0755-23948352  
eMail: ann@gf.com.cn  
执业编号: S0260512020003

### IS 策略概述

本篇报告将介绍一类现代算法交易策略——执行落差 (Implementation shortfall, 简称 IS) 算法交易策略, 并在 A 股市场中进行相关实证分析。执行落差 (IS) 是实际交易金额与交易前决策确定的目标成交金额的差值, 再减去交易中产生的固定交易成本。IS 策略试图将执行落差在一定的风险控制条件下最小化, 目标函数通常由交易成本 (主要是市场冲击成本) 和机会成本通过加权求和表示。机会成本与交易成本的波动有关, 按照随机游走理论, 交易成本的波动会随着时间的延长而增大, 因此一般来说, IS 策略在交易日开市的初期下单量较大, 是典型的前期大量成交策略。相比传统算法交易策略, 在 IS 策略中冲击成本变得更加透明化, 这个优势可以减小母单数量较大的订单在交易时冲击成本的不确定性。同时, IS 策略可以在投资者具有较好的盘面预测能力时产生更优的绩效, 这也是 IS 策略的另一优势。

### 策略模型构建

IS 策略的目标是使交易过程中暂时性或永久性的市场冲击所带来的交易成本, 与交易成本的不确定性 (即冲击成本的风险, 可以理解为等待风险) 两者在一定条件下最小化, 从而可以获得最优的母单拆分策略。我们在报告中将介绍一类 IS 算法交易策略的数学模型, 并严格给出其理论推导过程。模型主要围绕构建横轴为执行落差波动、纵轴为执行落差期望的有效前沿展开, 所有可能的最优策略都将在其中产生。通过线性冲击假设, 并引入风险调整系数, 可以在有效前沿上根据不同的执行落差预算与风险厌恶程度选择最优执行策略。

### IS 策略在 A 股市场中的实证

我们选取了三类股价形态 (震荡、单边上涨、单边下跌) 和三个不同行业中的三支蓝筹股对 IS 算法交易策略进行了实证分析。通过分析我们看出, 随着母单数量的增加, 冲击成本非线性增大。对于确定的母单数量, 随着冲击成本的减小, 冲击成本的波动——即等待风险迅速放大。也就是说, 最小的冲击成本策略 (即 TWAP 策略) 在 IS 策略体系中并不一定是最优策略。只有适当地权衡冲击成本以及相应可以承受的等待风险, 才能够找到适合于特定投资者的最优 IS 算法交易参数。另一方面, 由于 IS 算法交易策略子单的分布是随时间单调递减的, 因此如果能够事先对股价演化趋势做出预判, 则有可能以更优的价格完成整个订单的交易, 进一步降低交易成本。

### IS 策略的优势

通过理论推导与实证检验, 我们认为 IS 策略的优势有几个方面。首先, 在交易开始之前, 交易者就可以将冲击成本锁定在很小的范围内, 冲击成本在 IS 策略中变得更加透明化。同时, 这个优势可以减小母单数量较大的订单在进行算法交易时冲击成本的不确定性。另外, IS 策略可以在投资者具有较好的盘面预测能力时产生更优的绩效。

## 目录索引

一、IS 算法概述 .....	3
(一) 执行落差 (IS) 的引入 .....	3
(二) VWAP 与 IS 的对比 .....	3
二、一类 IS 算法交易策略的理论模型 .....	4
(一) 定义交易策略 .....	4
(二) 价格动力学与市场冲击分析 .....	4
(三) 执行落差 .....	5
(四) 市场冲击模型 .....	6
(五) 有效前沿理论 .....	8
(六) 构建最优交易策略 .....	9
三、IS 策略在 A 股市场中的实证分析 .....	10
(一) IS 策略中的相关参数分析 .....	10
(二) 实际下单操作过程 .....	11
(三) 实证结果 .....	11
(四) 结果分析 .....	14
四、总结 .....	14

## 图表索引

图 1: 执行落差期望与方差所构成的有效前沿 .....	7
图 2: 各股票在特定下单比例下的子单量分布 (单位: 股) .....	12
表 1、IS 策略在实证中需要确定的参数 .....	10
表 2、招商银行 (600036) 2012 年 7 月 16 日 (震荡盘面) 买入情况 .....	12
表 3、阳泉煤业 (600348) 2012 年 7 月 12 日 (单边上涨盘面) 买入情况 .....	13
表 4、南方航空 (600029) 2012 年 3 月 15 日 (单边下跌盘面) 买入情况 .....	13

## 一、IS算法概述

在上篇算法交易系列报告《传统算法交易策略中的相关参数研究》中，我们介绍了几类传统的算法交易策略。传统策略能够沿用至今，必然有其优势所在，但是它们也会遇到一些不可克服的困难。本篇报告将介绍一类现代算法交易策略——执行落差（Implementation shortfall, 简称 IS）算法交易策略，并在 A 股市场中进行相关实证分析。

### （一）执行落差 (IS) 的引入

1988 年，Perold 首先提出定义了执行落差（IS）的概念——执行落差是预期交易回报与实际执行回报之间的差额。例如，当交易者决定在某一理想价格出售或购买股票，但是由于市场的不确定性，最终的执行价格与预期存在一定的偏差，这导致了实际回报与预期回报不符。执行落差包含交易成本（含冲击成本）与机会成本两部分，IS 策略的目标便是在两者中寻找最优权衡。其中，交易执行速率决定了交易成本与机会成本的关系：当交易者更注重交易成本时，应采用相对保守的态度，交易节奏应适当放缓，取得与机会成本的平衡；当交易者更注重机会成本时，应采用相对激进的态度，适当提高交易速率，取得与交易成本的平衡。IS 算法主要侧重于平衡交易成本（特别是冲击成本）和机会成本，使价格冲击保持在可控范围内。

IS 算法交易策略追求高执行效率，一般以市价委托为主。当母单中所有股票均被执行完成时，执行落差（IS）就是实际交易金额与交易前决策确定的目标成交金额的差值，再减去交易中产生的固定交易成本。

IS 策略试图将执行落差在一定的风险控制条件下最小化，目标函数通常由交易成本（主要是市场冲击成本）和机会成本通过加权求和表示。机会成本与交易成本的波动有关，按照随机游走理论，交易成本的波动会随着时间的延长而增大，因此一般来说，IS 策略在交易日开市的初期下单量较大，是典型的前期大量成交策略。

IS 算法交易策略由三个步骤组成：第一，由交易者根据母单规模的大小，结合市场历史交易量，确定合适的交易时长；第二，决定交易计划，如下单次数或下单频率；第三步，通过 IS 算法决定每个子单的交易量。

### （二）VWAP 与 IS 的对比

VWAP 策略的主要目标是减小跟踪误差，而 IS 策略则具有较小的执行风险。很多交易者并不能有效地选择使用 VWAP 或是 IS 策略，因此我们有必要区分两者的优、缺点，并对相应的使用情况做更为深入的探讨。在此基础上，建议交易者选择适合自己交易特点的算法交易策略。

VWAP 在订单数量较小时可以相对精确地跟踪市场均价，但是大规模交易会对预设价格产生较大冲击，使得跟踪误差的不确定性增大，因此对于大规模订单，VWAP 跟踪市场均价的优势会大幅减弱。

对于 VWAP 在实际交易中的表现与绩效，取决于历史订单量的统计方法以及成交量（成交比例）分布的预测能力，因此 VWAP 不能很好地适用于市场成交量出现突如其来改变的情况。

VWAP 的另一大优点是容易理解，计算简单，可以快速部署算法交易的订单，适合应

用于无趋势市场中。但与此同时，VWAP的缺点是不具备足够的信息来计算子单数量，而且在手动交易中，交易员可以为了提升交易绩效对VWAP做出博弈，增加交易的风险。

IS策略的优点是，冲击成本透明化，交易者在交易前就可以将冲击成本锁定在一定范围内，并据此对订单进行部署。因此，在大规模交易中，冲击成本的不确定性将会大为减小。另外，在趋势市场中，IS策略有可能进一步降低相对交易成本。IS策略的缺点是计算复杂，不易被交易者所熟知，并且对于小规模订单，其执行效果可能不如VWAP策略。

## 二、一类IS算法交易策略的理论模型

IS策略的目标是使交易过程中暂时性或永久性的市场冲击所带来的交易成本，与交易成本的不确定性（即冲击成本的风险，可以理解为等待风险）两者在一定条件下最小化，从而可以获得最优的母单拆分策略。接下来，我们将介绍一类IS算法交易策略的数学模型，并严格给出其理论推导过程。

### （一）定义交易策略

假设 $T$ 为交易时长， $X$ 为在 $T$ 时长内需交易的股票总量。算法交易策略的核心仍然是对母单的拆分，例如将总时长 $T$ 分为 $N$ 个子时间段，每个子时间段的时间间隔为 $\tau$ ，则 $\tau = T/N$ 。令离散时间 $t_k = k\tau$ ， $k = 0, \dots, N$ ，并且设 $x_k$ 为 $t_k$ 时母单的余量（尚未成交的股票数目），同时定义交易轨道为 $x_0, \dots, x_N$ ，则初始持有股票数目为 $x_0 = X$ ，在时间 $T$ 时要实现 $x_N = 0$ 。因此，假设子单序列为 $n_1, \dots, n_N$ ，其中 $n_k = x_{k-1} - x_k$ 为在时间点 $t_{k-1}$ 与 $t_k$ 之间要下单的股票数目，则 $x_k$ 和 $n_k$ 的一个关系为：

$$x_k = X - \sum_{j=1}^k n_j = \sum_{j=k+1}^N n_j, \quad k = 0, \dots, N \quad (1)$$

### （二）价格动力学与市场冲击分析

假设股票初始价格为 $S_0$ ，则股票的目标成交金额为 $XS_0$ 。股票价格的变化有两个外生因素——波动与漂移；以及一个内在因素——市场的冲击。波动和漂移被认为是市场力量的结果，它们的随机发生并不取决于交易本身。市场冲击则可以划分为两类，暂时性冲击与永久性冲击；暂时性冲击是指由于算法交易策略使用者进行大单交易——使股票价格短暂偏离平衡价格，而造成的临时性市场供需失衡，这种失衡会在订单提交后很短的时间内，由于市场其他交易者的参与而消失；而永久性冲击是指由于大单交易而造成的价格实质性失衡，这种失衡将持续至整个交易周期的完成，并且很难恢复。

按照传统随机游走假设，股票价格满足

$$S_k = S_{k-1} + \sigma \tau^{1/2} \xi_k - \tau g\left(\frac{n_k}{\tau}\right) \quad (2)$$

其中  $k=1, \dots, N$ ， $\sigma$  表示价格的波动， $\xi_k$  为服从标准正态分布的独立随机变量，永久性冲击函数  $g(v)$  可以写作在  $t_{k-1}$  至  $t_k$  时间段内平均交易速率  $v = n_k / \tau$  的函数。在此股票价格动力学演化过程当中没有加入漂移项，对此的可以理解为：在有效市场中，交易者对未来股票价格的变化并没有方向性的判断。

另一方面，(2) 式中也没有包含暂时性市场冲击项，对此我们可以做如下理解：暂时性市场冲击背后的逻辑是在时间段  $t_{k-1}$  至  $t_k$  中，假设所要交易的股票数量为  $n_k$ ，如果交易的数量  $n_k$  足够大，在  $t_{k-1}$  至  $t_k$  过程中，执行价格会耗尽附近每一个盘口价位的流动性，但是种效果是短暂的。在每一个  $\tau$  结束后，流动性会在其他市场参与者的驱动下迅速恢复，新的均衡价格便会产生。定量来看，假设暂时性市场冲击函数为  $h(v)$ ，当前平均交易速率为  $v = n_k / \tau$ ，在这种假设的背景下，经过子单冲击后的执行价格为

$$\tilde{S}_k = S_{k-1} - h(v), \quad (3)$$

但是由于市场微观结构迅速恢复新的平衡状态， $h(v)$  并不影响下一个下单时刻的市场价格  $S_k$  ( $S_k$  已包含永久性冲击部分)。

### (三) 执行落差

按照上述价格动力学演化假设，总成交金额可以用对每次交易的数量  $n_k$  乘以相对应的每股执行价格  $\tilde{S}_k$  求和得到，即

$$\sum_{k=1}^N n_k \tilde{S}_k = X S_0 + \sum_{k=1}^N (\sigma \tau^{1/2} \xi_k - \tau g(\frac{n_k}{\tau})) x_k - \sum_{k=1}^N n_k h(\frac{n_k}{\tau}) \quad (4)$$

方程 (4) 右侧第一项为标的股票的初始市值，后面的几项为不同市场因素所引起的股票价格变动； $\sum \sigma \tau^{1/2} \xi_k x_k$  表示了市场波动对价格所造成的影响； $-\sum \tau x_k g(\frac{n_k}{\tau})$  表示了股票交易所带来的永久性冲击； $-\sum n_k h(\frac{n_k}{\tau})$  代表暂时性冲击，其所造成的股价变动只对  $k$  阶段成交的股票产生影响。

接下来即引入执行落差 IS (Implementation Shortfall)



$$IS \equiv XS_0 - \sum n_k \tilde{S}_k \quad (5)$$

其表示股票的初始资产总值（目标成交金额）与实际成交金额的差值，可由（4）式计算得到。在交易之前，执行落差是一个随机变量，所以可以将其期望记为  $E(x)$ ，方差记为  $V(x)$ ，基于价格的动力学演化特征，可以计算两者分别为

$$E(x) = \sum_{k=1}^N \tau x_k g\left(\frac{n_k}{\tau}\right) + \sum_{k=1}^N n_k h\left(\frac{n_k}{\tau}\right) \quad (6)$$

$$V(x) = \sigma^2 \sum_{k=1}^N \tau x_k^2 \quad (7)$$

其中，执行落差的波动  $V(x)$  在一定程度上可以理解为等待风险。只要  $N$  足够大，执行落差在统计上将服从高斯分布。

#### （四）市场冲击模型

对于上述执行落差中抽象的市场冲击部分  $g(v)$  和  $h(v)$ ，接下来我们将进行定量分析。

简单起见，我们认为市场冲击与交易速度呈正比，即单位时间内提交的订单数量越大，对市场造成的冲击越强烈。

对于永久性冲击，令

$$g(v) = \gamma v \quad (8)$$

常量参数  $\gamma$  的量纲是（货币/股本<sup>2</sup>）。这种形式下，单位时间中每出售数量为  $n$  的股票，将使每股股价降低  $\gamma n$ 。因此，之前的  $S_k$  模型（2）式就可被线性化写成

$$S_k = S_0 + \sigma \sum_{j=1}^k \tau^{1/2} \xi_j - \gamma(X - x_k) \quad (9)$$

同时，（4）式中的永久冲击部分则可以写为

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \tau x_k g\left(\frac{n_k}{\tau}\right) &= \gamma \sum_{k=1}^N x_k n_k = \gamma \sum_{k=1}^N x_k (x_{k-1} - x_k) \\ &= \frac{1}{2} \gamma \sum_{k=1}^N (x_{k-1}^2 - x_k^2 - (x_k - x_{k-1})^2) = \frac{1}{2} \gamma X^2 - \frac{1}{2} \gamma \sum_{k=1}^N n_k^2 \end{aligned} \quad (10)$$

类似的，暂时性冲击可简化为

$$h\left(\frac{n_k}{\tau}\right) = \varepsilon \operatorname{sgn}(n_k) + \eta \frac{n_k}{\tau} \quad (11)$$

其中  $\varepsilon$  为固定交易成本，量纲为货币单位； $\eta$  的量纲是（货币/股本）/（股本/时间）。

进一步，在一个时段内交易  $n$  个单位股票时，产生的总成本为

$$nh\left(\frac{n}{\tau}\right) = \varepsilon|n| + \frac{\eta}{\tau}n^2 \quad (12)$$

结合永久性冲击成本与暂时性冲击成本，可以将执行落差模型的期望（6）式变换为

$$E(x) = \frac{1}{2}\gamma X^2 + \varepsilon \sum_{k=1}^N |n_k| + \frac{\tilde{\eta}}{\tau} \sum_{k=1}^N n_k^2 \quad (13)$$

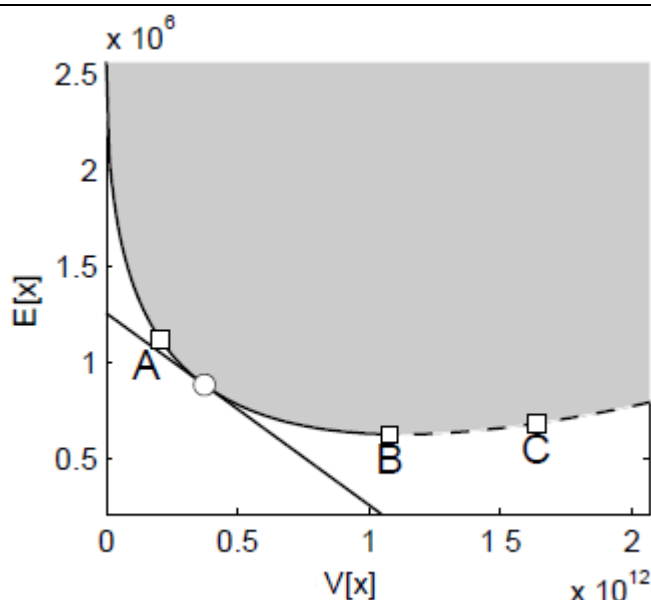
其中

$$\tilde{\eta} = \eta - \frac{1}{2}\gamma\tau \quad (14)$$

显然，只要  $\tilde{\eta} > 0$ ， $E$  便是严格凸函数，如图 1 所示。如果  $n_k$  都拥有相同的正负方向，

即交易过程为纯卖出或纯买入过程，则  $\sum |n_k| = X$ 。

图 1：执行落差期望与方差所构成的有效前沿



数据来源：广发证券发展研究中心

在线性冲击方程中，对  $E$  和  $V$  取特定的值，可以得到两种极端的曲线轨迹：在恒定交易速率下获得最小冲击成本，或不顾交易成本只为实现波动（风险）最小化。这两者分别对应冲击成本  $E$  最小和最大的情况。

### 1、最小冲击

在整个交易过程中，以恒定速率下单是一种常见的方式，被称为 TWAP 策略，对应于图 1 中的 B 点（曲线  $E$  关于  $V$  的一阶导数为零）。这种情况下，有

$$n_k = \frac{X}{N}, \quad x_k = (N-k)\frac{X}{N}, \quad k=1, \dots, N \quad (15)$$

这种情况下的执行落差期望为

$$E = \frac{1}{2} X T g\left(\frac{X}{T}\right) \left(1 - \frac{1}{N}\right) + X h\left(\frac{X}{T}\right) = \frac{1}{2} \gamma X^2 + \varepsilon X + \left(\eta - \frac{1}{2} \gamma \tau\right) \frac{X^2}{T}, \quad (16)$$

对应的方差为

$$V = \frac{1}{3} \sigma^2 X^2 T \left(1 - \frac{1}{N}\right) \left(1 - \frac{1}{2N}\right). \quad (17)$$

这种策略的总成本最小，但是冲击成本的波动（风险）相对来说较大。从图 1 中可以看出，对于少量增加成本  $E$  就可以大幅减小波动风险，因此对于海量订单来说，TWAP 并不一定是最优策略。

## 2、最小波动（风险）

这是另一种极限情况，此时为了实现波动最小化，交易将在第一次下单时全部完成（至少是全部提交），则有

$$n_1 = X, \quad n_2 = \dots = n_N = 0, \quad x_1 = \dots = x_N = 0 \quad (18)$$

相对应，执行落差的期望和方差则可以写为

$$E = X h\left(\frac{X}{\tau}\right) = \varepsilon X + \eta \frac{X^2}{\tau} \quad (19)$$

$$V = 0 \quad (20)$$

在这种策略下，执行落差具有最小波动，即（20）式。此时，交易将会受到巨大的价格冲击，如图 1 中  $V=0$  的点所示。

最佳的交易策略应该位于上述两种极端情况之间。

## （五）有效前沿理论

在一定程度的执行落差波动上，理性的投资者会试图获取最小的执行落差。为得到有效策略，可以通过解决如下条件极值问题

$$\min_{x: V(x) \leq V_*} E(x) \quad (21)$$

在给定最大波动边界  $V_* \geq 0$  的情况下，我们需要寻找一个最小化执行落差的策略。

因为  $V(x)$  具有凸性，集合  $\{V(x) \leq V_*\}$  亦具有凸性；而且因为  $E(x)$  为严格凸性， $E(x)$

在  $V_*$  处必有最小值。任意其他的情况在  $V_*$  处都具有更高预测成本，则不满足（21）式

的最优解。因此，所有可能的有效（最优）交易策略映射族都被单一变量  $V_*$  参数化，

此映射族即为最优交易策略的有效前沿，如图 1 中上方的曲线所示。但实际上在 B 点右侧，即执行落差最小点的右侧，是不合理的交易区域，因为对应于同一个执行落差的期望值，B 点左侧将具有更小的风险。因此实际上，有效前沿范围在零至 B 点之间。

为解决之前引入的约束最优化问题（21）式，可以引入拉格朗日乘子  $\lambda$ ，从而转换为非约束问题的求解，即



$$\min_x (E(x) + \lambda V(x)) \quad (22)$$

$\lambda$  可以被称为风险调整系数。如果  $\lambda > 0$ ，则  $E + \lambda V$  具有严格凸性，此非约束问题有唯一解；通过扫描不同的  $\lambda$ ，解所形成的映射族最终构建出有效前沿。

当规定了参数之后，上述的非约束问题可以通过一定的数学方法解决。对  $g(v)$  和  $h(v)$  不同的函数形式，所采用的数学方法也将不同。接下来，我们将根据之前所设定的特殊情况——永久性冲击与暂时性冲击均为线性函数，给出最优交易策略的解析解。

## （六）构建最优交易策略

回顾我们之前所构建的  $E(x)$  和  $V(x)$  模型，同时假定  $n_j$  正负号不变（即交易为纯买入或纯卖出行为），则  $U(x) = E(x) + \lambda V(x)$  是一个自变量为  $x_1, \dots, x_{N-1}$  的函数。当  $\lambda \geq 0$  时，函数  $U(x)$  具有严格凸性，因此我们可以对  $x_1, \dots, x_{N-1}$  求偏导并令其等于 0，最后通过求解方程组，得到唯一全局最小值。具体步骤如下

$$\frac{\partial U}{\partial x_j} = 2\tau \left[ \lambda \sigma^2 x_j - \tilde{\eta} \frac{x_{j-1} - 2x_j + x_{j+1}}{\tau^2} \right] \quad (23)$$

其中  $j = 1, \dots, N-1$ ，则  $\frac{\partial U}{\partial x_j} = 0$  等价于

$$\frac{1}{\tau^2} (x_{j-1} - 2x_j + x_{j+1}) = \tilde{\kappa}^2 x_j \quad (24)$$

其中

$$\tilde{\kappa}^2 = \frac{\lambda \sigma^2}{\tilde{\eta}} = \frac{\lambda \sigma^2}{\eta(1 - \frac{\gamma\tau}{2\eta})} \quad (25)$$

方程（24）是线性差分方程，其解可以记作  $\exp(\pm \kappa t_j)$  的线性叠加，其中  $\kappa$  满足函数

$$\frac{2}{\tau^2} [\cosh(\kappa\tau) - 1] = \tilde{\kappa}^2 \quad (26)$$

当  $\tau \rightarrow 0$  时， $\tilde{\eta} \rightarrow \eta$ ， $\tilde{\kappa} \rightarrow \kappa$

$$\kappa \sim \tilde{\kappa} + o(\tau^2) \sim \sqrt{\frac{\lambda \sigma^2}{\eta}} + o(\tau) \quad (27)$$

$o(\tau)$  是高阶小量。在给定边界条件  $x_0 = X$ ， $x_N = 0$  的情况下，求解方程（24）可以得到最优交易策略

$$x_j = \frac{\sinh[\kappa(T-t_j)]}{\sinh(\kappa T)} X, \quad j=0, \dots, N \quad (28)$$

更为直观的，从 (28) 式可以推出子单序列

$$n_j = \frac{2 \sinh(\kappa \tau / 2)}{\sinh(\kappa T)} \cosh[\kappa(T-t_{j-1/2})] X, \quad j=1, \dots, N \quad (29)$$

其中  $\sinh$  和  $\cosh$  分别是双曲正弦函数与双曲余弦函数，并且有  $t_{j-1/2} = (j - \frac{1}{2})\tau$ 。

进一步，对于给定的起始交易量  $X$ ，对于上述最优策略，执行落差的期望 (7) 式和方差 (13) 式可以分别写为

$$E(X) = \frac{1}{2} \gamma X^2 + \varepsilon X + \tilde{\eta} X^2 \frac{\tanh(\kappa \tau / 2) [\tau \sinh(2\kappa T) + 2T \sinh(\kappa \tau)]}{2\tau^2 \sinh^2(\kappa T)} \quad (30)$$

$$V(X) = \frac{1}{2} \sigma^2 X^2 \frac{\tau \sinh(\kappa T) \cosh[\kappa(T-\tau)] - T \sinh(\kappa \tau)}{\sinh^2(\kappa T) \sinh(\kappa \tau)} \quad (31)$$

当  $\kappa \rightarrow 0$  和  $\infty$  时，(30) (31) 式就转换为之前最小冲击模型与最小波动（风险）模型中的 (16) 至 (20) 式。

### 三、IS策略在A股市场中的实证分析

经过上述 IS 策略理论部分的介绍，我们接下来有必要对该策略在 A 股市场中进行相关实证。在实证之前，首先有必要对相关参数进行确定。

#### (一) IS策略中的相关参数分析

通过分析 (29) 式，在实证中需要对以下参数进行确定

表 1、IS 策略在实证中需要确定的参数

参数名称	参数符号	参数名称	参数符号
总交易时间	$T$	分段交易时间	$\tau$
相对预测成交量的下单比例	$p$	股票价格波动率	$\sigma$
固定交易成本	$\varepsilon$	永久冲击系数	$\gamma$
暂时冲击系数	$\eta$	冲击成本期望	$E$
冲击成本风险	$V$	风险调整系数	$\lambda$

数据来源：广发证券发展研究中心

总交易时间  $T$ 。按照 A 股市场一天的正常交易时间为 240 分钟，由于深圳市场存在最后三分钟集合竞价的情况，不利于算法交易的实施，因此我们取  $T$  等于 237 分钟。

分段交易时间  $\tau$ 。按照我们的第二篇算法交易系列报告《传统算法交易策略中的相关参数研究》，在 A 股市场进行算法交易，分段交易时间（等价于下单频率） $\tau$  对于每支股票有特定的计算公式。为方便起见，我们在后面的实证中取  $\tau$  等于 1 分钟，即

每分钟进行一次订单提交。

相对预测成交量的下单比例  $p$ 。在报告《传统算法交易策略中的相关参数研究》中，我们提到采用 VWAP 策略时，为了减小冲击成本的不确定性， $p$  的选择最好不要超过 40%，这也反映出 VWAP 在母单提交数量方面的局限性。但是对于 IS 策略，由于冲击成本可测，交易者可以通过选择自己可以承受的冲击成本，从而提高下单比例  $p$ 。在后面的实证中，我们分别选择  $p$  等于 20%、40%、60%、80% 和 100% 进行回测。

股票价格波动率  $\sigma$ 。我们通过选择实证交易日前 30 个交易日股票的收盘价计算得到标准差  $\sigma_0$ ，将其换算到分钟频率即可得到  $\sigma = \sigma_0 / \sqrt{T}$ 。

固定交易成本  $\varepsilon$ ，取  $\varepsilon = (\text{股票价格} \times 0.3\%)$  元。

暂时冲击系数  $\eta$ 。通过分析 (11) 式， $\eta$  的量纲为 (货币/股本) / (股本/时间)。我们按照每交易预测成交量 10%，造成 1% 的暂时冲击成本计算，得到  $\eta = 0.01 \times \text{price} / (0.1 \times \text{预测成交量} / T)$ 。除以  $T$  是为了保持量纲的一致性（时间全部采用分钟作为单位）。

永久冲击系数  $\gamma$ 。通过分析 (8) 式， $\gamma$  的量纲为 (货币/股本<sup>2</sup>)。我们按照每交易预测成交量 10%，造成 0.1% 的永久冲击成本计算，得到  $\gamma = 0.001 \times \text{price} / (0.1 \times \text{预测成交量})$ 。

冲击成本期望  $E$ 。IS 策略的优势之一在于，其可以在交易前估计交易当中的冲击成本  $E$ ，从而对应不同的冲击成本决策其他相关的参数。因此，交易指令的下达者可以在交易前对冲击成本  $E$  做出限定，而交易执行人员则可以按照该冲击成本  $E$  对子单及相关参数进行计算和部署。

冲击成本风险  $V$ 。对于一个确定的冲击成本  $E$ ，按照之前的分析，在  $\lambda > 0$  的情况下，将会有一个确定的  $V$  与之对应，并且两者呈负相关关系。

风险调整系数  $\lambda$ 。同样，确定了  $E$  之后，通过数值求解非线性方程 (30)，也会找到一个对应的  $\lambda$ ，从而进一步决定其他参数。

## （二）实际下单操作过程

对于上述的 IS 算法交易策略，其实际操作过程如下：

- 1、确定需要交易的标的股票和母单下单量。
- 2、对于每支标的股票，按照 (16) 式和 (19) 式，计算冲击成本的最大值和最小值。
- 3、交易前，交易指令的下达者（如基金经理）按照上面两个最值所限定的范围，对可以承受的冲击成本进行估算，此时也要同时考虑等待风险。
- 4、按照估算的冲击成本  $E$ ，结合 (30) 式，数值计算得到风险调整系数  $\lambda$ 。
- 5、根据  $\lambda$  计算其他参数，并最终根据 (29) 式得到 IS 策略的子单提交量  $\{n_i\}$ 。
- 6、按照市价委托对子单  $\{n_i\}$  进行部署和提交。

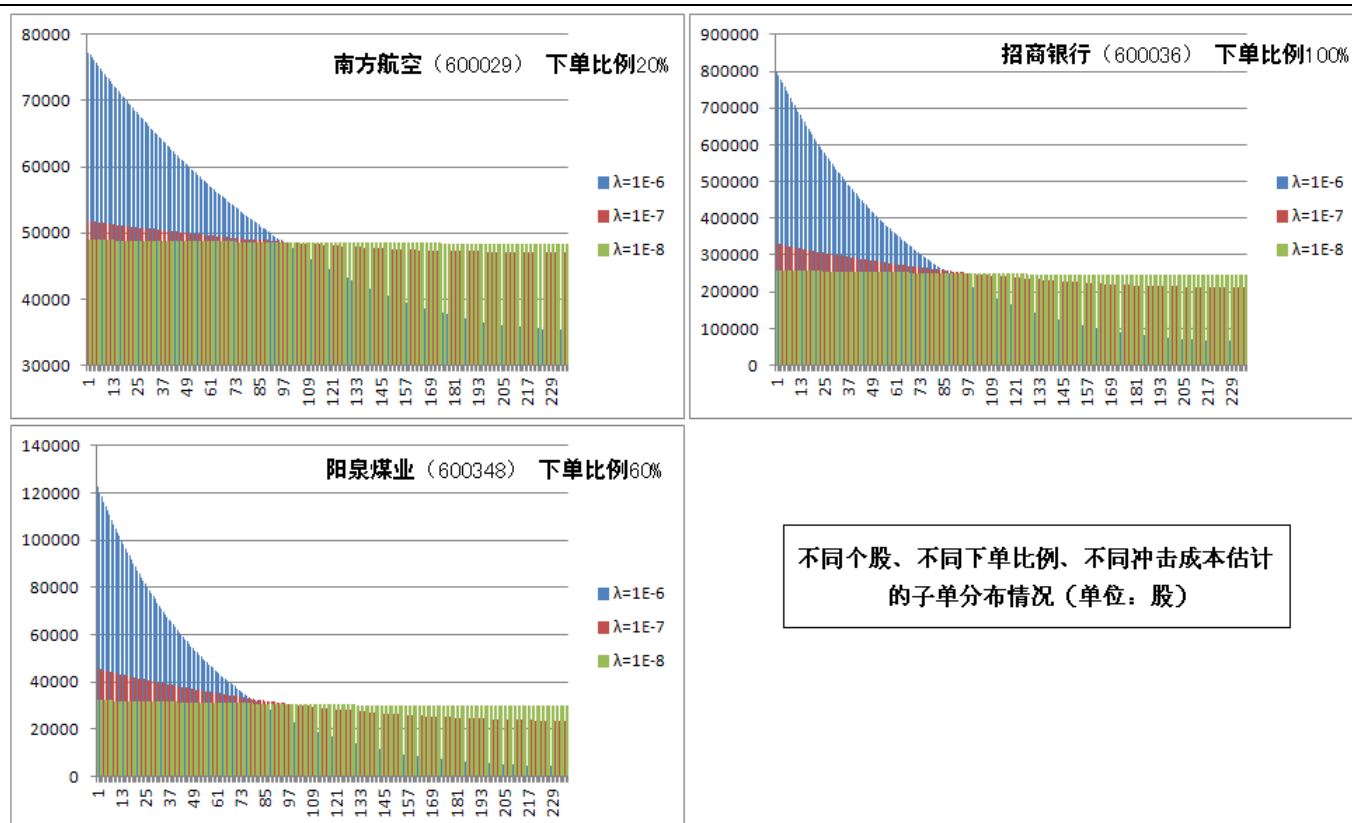
## （三）实证结果

我们选取了三类股价形态（震荡、单边上涨、单边下跌）和三个不同行业的三支蓝筹股对上述 IS 算法交易策略进行了实证测试，分别是 2012 年 7 月 16 日的招商银行（震荡盘面）、2012 年 7 月 12 日的阳泉煤业（单边上涨盘面），以及 2012 年 3 月 15 日的南方航空（单边下跌盘面）。

对于预测成交量，我们通过个股过去三个交易日的日均成交量进行估计。进一步，相对于预测成交量的下单比例，我们分别选择 20%、40%、60%、80%和 100%；而在每一确定的下单比例中，通过选择不同的冲击成本  $E$ （相当于选择不同的风险偏好  $V$  或风险调整系数  $\lambda$ ），可以计算得到不同的子单提交量  $\{n_i\}$ ，并观察得到不同母单数量在不同冲击成本预算下的成交情况。

在报单方面，我们选择市价委托中最优五档即时成交、剩余撤销的方式。实证结果如下图表所示。

图 2：各股票在特定下单比例下的子单量分布（单位：股）



数据来源：广发证券发展研究中心

表 2、招商银行（600036）2012 年 7 月 16 日（震荡盘面）买入情况

相对成交量的 下单比例	母单规模 (万手)	$E_{\max}$ (万元)	$E_{\min}$ (万元)	$E(x)$ (万元)	$\lambda$	$V(x)$	$VWAP_{\text{市场}}$	$VWAP_{\text{成交}}$	MPE
20%	11.85	57837.1	261.9	419	1E-6	3.79E+12	10.16	10.18	0.0021
	11.85	57837.1	261.9	266.7	1E-7	7.32E+12	10.16	10.17	0.0014
	11.85	57837.1	261.9	262	1E-8	8.21E+12	10.16	10.17	0.0012
40%	23.69	231336.4	1035.9	1664.1	1E-6	1.52E+13	10.16	10.18	0.0024

	23.69	231336.4	1035.9	1055	1E-7	2.93E+13	10.16	10.17	0.0016
	23.69	231336.4	1035.9	1036.1	1E-8	3.28E+13	10.16	10.17	0.0015
60%	35.54	520497.9	2321.9	3735.3	1E-6	3.41E+13	10.16	10.18	0.0026
	35.54	520497.9	2321.9	2364.9	1E-7	6.59E+13	10.16	10.17	0.0018
	35.54	520497.9	2321.9	2322.4	1E-8	7.39E+13	10.16	10.17	0.0017
80%	47.39	925321.8	4119.9	6632.7	1E-6	6.07E+13	10.16	10.19	0.0028
	47.39	925321.8	4119.9	4196.3	1E-7	1.17E+14	10.16	10.18	0.002
	47.39	925321.8	4119.9	4120.8	1E-8	1.31E+14	10.16	10.18	0.0019
100%	59.23	1445808	6429.9	10356.2	1E-6	9.48E+13	10.16	10.19	0.003
	59.23	1445808	6429.9	6549.3	1E-7	1.83E+14	10.16	10.18	0.0022
	59.23	1445808	6429.9	6431.3	1E-8	2.05E+14	10.16	10.18	0.002

数据来源：广发证券发展研究中心

表 3、阳泉煤业（600348）2012 年 7 月 12 日（单边上涨盘面）买入情况

相对成交量的 下单比例	母单规模 (万手)	$E_{\max}$ (万元)	$E_{\min}$ (万元)	$E(x)$ (万元)	$\lambda$	$V(x)$	$VWAP_{\text{市场}}$	$VWAP_{\text{成交}}$	MPE
20%	2.42	17191.5	77.3	151.5	1E-6	1.43E+12	15.55	14.93	-0.0398
	2.42	17191.5	77.3	80.5	1E-7	3.2E+12	15.55	15.25	-0.0189
	2.42	17191.5	77.3	77.4	1E-8	3.8E+12	15.55	15.34	-0.0134
40%	4.85	68763.7	306.8	603.5	1E-6	5.71E+12	15.55	14.93	-0.0397
	4.85	68763.7	306.8	319.5	1E-7	1.28E+13	15.55	15.26	-0.0187
	4.85	68763.7	306.8	307	1E-8	1.52E+13	15.55	15.34	-0.0133
60%	7.27	154716.6	688.5	1356.1	1E-6	1.28E+13	15.55	14.93	-0.0396
	7.27	154716.6	688.5	717.1	1E-7	2.88E+13	15.55	15.26	-0.0186
	7.27	154716.6	688.5	688.9	1E-8	3.42E+13	15.55	15.34	-0.0131
80%	9.69	275050.1	1222.4	2409.2	1E-6	2.28E+13	15.55	14.93	-0.0395
	9.69	275050.1	1222.4	1273.3	1E-7	5.12E+13	15.55	15.26	-0.0185
	9.69	275050.1	1222.4	1223.1	1E-8	6.09E+13	15.55	15.34	-0.013
100%	12.12	429764.2	1908.5	3762.9	1E-6	3.57E+13	15.55	14.93	-0.0394
	12.12	429764.2	1908.5	1988	1E-7	8.01E+13	15.55	15.26	-0.0184
	12.12	429764.2	1908.5	1909.6	1E-8	9.51E+13	15.55	15.35	-0.0129

数据来源：广发证券发展研究中心

表 4、南方航空（600029）2012 年 3 月 15 日（单边下跌盘面）买入情况

相对成交量的 下单比例	母单规模 (万手)	$E_{\max}$ (万元)	$E_{\min}$ (万元)	$E(x)$ (万元)	$\lambda$	$V(x)$	$VWAP_{\text{市场}}$	$VWAP_{\text{成交}}$	MPE
20%	11.51	28134.4	130.3	137.9	1E-6	6.26E+11	4.99	5.01	0.0036
	11.51	28134.4	130.3	130.4	1E-7	7.71E+11	4.99	5	0.0017
	11.51	28134.4	130.3	130.3	1E-8	7.9E+11	4.99	5	0.0014
40%	23.03	112526	509.6	539.9	1E-6	2.51E+12	4.99	5.01	0.0038
	23.03	112526	509.6	510	1E-7	3.09E+12	4.99	5	0.0019
	23.03	112526	509.6	509.6	1E-8	3.16E+12	4.99	5	0.0016

60%	34.54	253174.9	1138	1206.1	1E-6	5.64E+12	4.99	5.01	0.004
	34.54	253174.9	1138	1138.9	1E-7	6.94E+12	4.99	5	0.002
	34.54	253174.9	1138	1138	1E-8	7.11E+12	4.99	5	0.0018
80%	46.05	450081.1	2015.4	2136.6	1E-6	1E+13	4.99	5.01	0.0042
	46.05	450081.1	2015.4	2017	1E-7	1.23E+13	4.99	5	0.0022
	46.05	450081.1	2015.4	2015.4	1E-8	1.26E+13	4.99	5	0.002
100%	57.57	703244.5	3141.8	3331.2	1E-6	1.57E+13	4.99	5.01	0.0044
	57.57	703244.5	3141.8	3144.4	1E-7	1.93E+13	4.99	5	0.0025
	57.57	703244.5	3141.8	3141.8	1E-8	1.98E+13	4.99	5	0.0022

数据来源：广发证券发展研究中心

#### （四）结果分析

通过分析可以看出，随着母单数量的增加，冲击成本在非线性增大。对于确定的母单数量，随着冲击成本估计值  $E(x)$  的减小，冲击成本的波动——即等待风险  $V(x)$  迅速放大，这与我们之前的分析是相吻合的。也就是说，最小的冲击成本策略（即 TWAP 策略）在 IS 策略体系中并不一定是最优策略。只有适当地权衡冲击成本以及相应可以承受的等待风险，才能够找到适合于特定投资者的最优 IS 算法交易参数。

另一方面，由于 IS 算法交易策略子单的分布是随时间单调递减的，因此如果能够事先对股价演化做出预判，则有可能以更优的价格完成整个订单的交易，进一步降低交易成本。例如在上述实证研究中，阳泉煤业（600348）在 2012 年 7 月 12 日单边上涨，如果交易员需要在该交易日对阳泉煤业进行买入操作，并且在开盘前已经可以预判到该交易日股价将会呈现出上涨态势，则通过 IS 策略可以通过增大风险调整系数  $\lambda$ ，在早盘阶段加大子单提交量，从而使得更多订单在价格尚未被拉高之前进行提交。这样做的结果便是可以使全天的成交均价  $VWAP_{成交}$  优于  $VWAP_{市场}$ 。不过与此同时，对股票价格走势的判断加入了主观的人为因素，也为算法交易策略带来了一定的风险。总体来讲，相对于一些被动的传统算法交易策略来说，IS 策略更像一种主动算法交易策略，如果在市场中能够把握趋势，IS 策略将在成交价格方面更具优势。

## 四、总结

本报告所介绍的一类 IS 算法交易策略主要围绕构建横轴为执行落差波动、纵轴为执行落差期望的有效前沿展开，所有可能的最优策略都将在其中产生。通过线性冲击假设，并引入风险调整系数，可以在有效前沿上根据不同的执行落差预算与风险厌恶程度选择最优执行策略。也就是说，在交易开始之前，交易者就可以将冲击成本锁定在很小的范围内。这也是 IS 策略的一大优势，因此通过调整不同的母单数量及冲击成本预算，我们对所构建的 IS 模型在 A 股市场一些流动性较好的股票中进行了实证回测，并对回测结果进行了分析。总体来讲，相比传统算法交易策略，在 IS 策略中冲击成本变得更加透明化，这个优势可以减小母单数量较大的订单在交易时冲击成本的不确定性。同时，IS 策略可以在投资者具有较好的盘面预测能力时产生更优的绩效，这也是 IS 策略的另一优势。



## 广发金融工程研究小组

罗军，首席分析师，华南理工大学理学硕士，2010 年进入广发证券发展研究中心。

俞文冰，首席分析师，CFA，上海财经大学统计学硕士，2012 年进入广发证券发展研究中心。

叶涛，资深分析师，CFA，上海交通大学管理科学与工程硕士，2012 年进入广发证券发展研究中心。

安宁宁，资深分析师，暨南大学数量经济学硕士，2011 年进入广发证券发展研究中心。

胡海涛，分析师，华南理工大学理学硕士，2010 年进入广发证券发展研究中心。

夏满阳，分析师，上海交通大学金融工程硕士，2012 年进入广发证券发展研究中心。

汪鑫，分析师，中国科学技术大学金融工程硕士，2012 年进入广发证券发展研究中心。

李明，分析师，伦敦城市大学卡斯商学院计量金融硕士，2010 年进入广发证券发展研究中心。

蓝昭钦，分析师，中山大学理学硕士，2010 年进入广发证券发展研究中心。

史庆盛，分析师，华南理工大学金融工程硕士，2011 年进入广发证券发展研究中心。

张超，分析师，中山大学理学硕士，2012 年进入广发证券发展研究中心。

## 相关研究报告

积小流以成江海——关于算法交易的一个综述：算法交易系列研究之一	罗军	2012-06-11
传统算法交易策略中的相关参数研究：算法交易系列研究之二	张超	2012-07-05

	广州市	深圳市	北京市	上海市
地址	广州市天河北路 183 号 大都会广场 5 楼	深圳市福田区民田路 178 号华融大厦 9 楼	北京市西城区月坛北街 2 号 月坛大厦 18 层	上海市浦东南路 528 号 上海证券大厦北塔 17 楼
邮政编码	510075	518026	100045	200120
客服邮箱	gfyf@gf.com.cn			
服务热线	020-87555888-8612			

## 免责声明

广发证券股份有限公司具备证券投资咨询业务资格。本报告只发送给广发证券重点客户，不对外公开发布。

本报告所载资料的来源及观点的出处皆被广发证券股份有限公司认为可靠，但广发证券不对其准确性或完整性做出任何保证。报告内容仅供参考，报告中的信息或所表达观点不构成所涉证券买卖的出价或询价。广发证券不对因使用本报告的内容而引致的损失承担任何责任，除非法律法规有明确规定。客户不应以本报告取代其独立判断或仅根据本报告做出决策。

广发证券可发出其它与本报告所载信息不一致及有不同结论的报告。本报告反映研究人员的不同观点、见解及分析方法，并不代表广发证券或其附属机构的立场。报告所载资料、意见及推测仅反映研究人员于发出本报告当日的判断，可随时更改且不予通告。

本报告旨在发送给广发证券的特定客户及其它专业人士。未经广发证券事先书面许可，任何机构或个人不得以任何形式翻版、复制、刊登、转载和引用，否则由此造成的一切不良后果及法律责任由私自翻版、复制、刊登、转载和引用者承担。