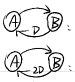
迭代边界 无延时的边是迭代内的先后约束，用→；(有)……(间)……，用⇒



$A_0\to B_0\Rightarrow A_1\to B_1\Rightarrow A_2\to\cdots$

$A_0\to B_0\Rightarrow A_2\to B_2\Rightarrow A_4\to\cdots$

$A_1\to B_1\Rightarrow A_3\to B_3\Rightarrow A_5\to\cdots$

↳ 最 关键环路的环路边界 $T_\infty=\max_{l\in L}\left\{\frac{t_l}{w_l}\right\}$ 迭代、采样周期的限制

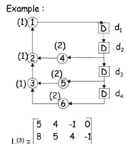
LPM，α个D 则α个α×α的方阵，

$L^{(k)}$中$l_{i,j}^{(k)}$是从$d_i$到$d_j$经过(k-1)个D的时间 若没有，为$-\infty$

$$l^{(m)}=\max_k\left\{-\infty,\ l_{i,k}^{(1)}+l_{k,j}^{(m-1)}\right\}$$

则迭代边界 $T_\infty=\max_{i,m}\left\{\frac{l_{i,i}^{(m)}}{m}\right\}$

Example :



$$L^{(1)}=\begin{bmatrix}-1&0&-1&-1\\4&-1&0&-1\\5&-1&-1&0\\5&-1&-1&-1\end{bmatrix}\quad L^{(2)}=\begin{bmatrix}4&-1&0&-1\\5&4&-1&0\\5&5&-1&-1\\-1&5&-1&-1\end{bmatrix}$$

$$L^{(3)}=\begin{bmatrix}5&4&-1&0\\8&5&4&-1\\9&5&5&-1\\9&-1&5&-1\end{bmatrix}\quad L^{(4)}=\begin{bmatrix}8&5&4&-1\\9&8&5&4\\10&9&5&5\\10&9&-1&5\end{bmatrix}$$

$T_\infty$ = max{4/2,4/2,5/3,5/3,5/3,8/4,8/4,5/4,5/4} = 2.

流水线与并行处理 流水流只能是前馈割集(单向割集) ⇒ 不改变$C_{total}$，改变$C_{charge}$

并行处理 多几份一模一样的结构(最调输入的Delay) ⇒ 不改变$C_{charge}$，改变$C_{total}$

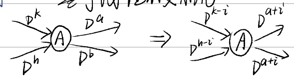
功耗： $P=C_{total}V_0^2f$ ⇐ 用 $T_{pd}=\frac{C_{charge}V_0}{k(V_0-V_t)^2}$ 确定 $V'=\beta V_0$

流水： $P_{ser}=C_{total}(\beta V_0)^2f$ 而 $\frac{\frac{C_{charge}}{M}\beta V_0}{k(\beta V_0-V_t)^2}=\frac{C_{charge}V_0}{k(V_0-V_t)^2}$

并行： $P_{par}=NC_{total}(\beta V_0)^2\frac{f}{N}$ 而 $\frac{C_{charge}\beta V_0}{k(\beta V_0-V_t)^2}=L\cdot\frac{C_{charge}V_0}{k(V_0-V_t)^2}$

均使用，则 $\frac{LM}{(V_0-V_t)^2}=\frac{\beta}{(\beta V_0-V_t)^2}$ 仍有 $P=\beta^2P_0$

重定时： 基于线性不变系统 性质：{不改变环路中的延时数 / 不改变迭代边界} 但可能改变D的总量



流水线 ⊆ 割集retiming ⊆ retiming

展开 因子J 则用 Jk 代替 n (Delay 是对于k的 J(k-1)，故J倍降速)

算法：① 复制J份节点 $U_0\cdots U_{J-1}$ ② 确定边上的延迟 $U\xrightarrow{w}V$ (U到V原本w个)，则 $U_i\xrightarrow{S_i}V_{r_i}$

其中 $(i+w)\div J=\overset{\lfloor\frac{i+w}{J}\rfloor}{S_i}\cdots\cdots\overset{(i+w)\%J}{r_i}$ 显然 $\sum_{i=0}^{J-1}S_i=\sum_{i=0}^{J-1}\lfloor\frac{i+w}{J}\rfloor=w$ ⇒ 不改变D的总量

应用：降低 $T_{sample}$ 至 $T_\infty$ ⇐ 但迭代边界 $T'_\infty=JT_\infty$ 扩大，是因为处理样本量变为J倍

① t(节点U) > $T_\infty$：取 $J=\lceil\frac{t_U}{T_\infty}\rceil$ ② $T_\infty$为分数$\frac{q}{p}$ 则取 J=p ③ ①②皆有 取 J=k·p 使 $JT_\infty>t_U$

另一应用为串并转换 开关时刻 对时刻 $Wl+u$，展开因子为J，$u\div J=s\cdots\cdots r$

则写为 $Wl+u=J(W'l+s)+r$，同样复制J份，并对应下标r的那份开关时间为 $W'l+s$

若 J 不是W的因数，把W扩大L倍使之为J的倍数：6l+1 ⇒ 12l+1,7，若边上有D，设计庞节点

脉动阵列 $\vec P\times\vec S\neq0\Leftrightarrow S^T\cdot d\neq0$ 节点$\overset{\to I}{(i,j)}$在$S^TI$时刻由$P^TI$号处理器执行 $\binom{j'}{t'}=\binom{P^T}{S^T}\binom{j}{i}$

对边 $\vec e=\binom{i}{j}$，新边为 $\vec e'=\binom{S^T}{P^T}\vec e$ 硬件利用率 $HUE=\frac{1}{|S^Td|}$

调度不等式 对依赖关系 $X\xrightarrow{e}Y$ 要求 $S_Y\ge S_X+T_X\Rightarrow S^TI_y\ge S^TI_x+T_x\Rightarrow S^Te\ge T_x$

若 $X\xrightarrow[wD]{e}Y$ 则 $S^Te+wN'|S^Td|\ge T_x$ (N'为映射到一个处理器的节点数)

快速卷积 Cook-Toom $s(p)=\sum_{i=0}^{L+N-2}s(\beta_i)\prod_{j\neq i}\frac{p-\beta_j}{\beta_i-\beta_j}$ 对 $p^k$ 整理得 C

$$=s(\beta_0)+p\left(\frac{2s(\beta_1)}{3}-\frac{2s(\beta_2)}{3}-\frac{s(\beta_3)}{12}+\frac{s(\beta_4)}{12}\right)+p^2\left(-\frac{5s(\beta_0)}{4}\cdots\right.$$

H为对角线阵 D为前置加法阵

最后转化为矩阵-矢量形式

$$\begin{bmatrix}s_0\\s_1\\s_2\\s_3\\s_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&0&0&0&0\\0&4&-4&-2&2\\-5&4&4&-1&-1\\0&-1&1&2&-2\\1&-1&-1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}s(\beta_0)/4\\s(\beta_1)/6\\s(\beta_2)/6\\s(\beta_3)/24\\s(\beta_4)/24\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&0&0&0&0\\0&4&-4&-2&2\\-5&4&4&-1&-1\\0&-1&1&2&-2\\1&-1&-1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{h_0}{4}&0&0&0&0\\0&\frac{h_0+h_1+h_2}{6}&0&0&0\\0&0&\frac{h_0-h_1+h_2}{6}&0&0\\0&0&0&\frac{h_0+2h_1+4h_2}{24}&0\\0&0&0&0&\frac{h_0-2h_1+4h_2}{24}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\1&1&1\\1&-1&1\\1&2&4\\1&-2&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_0\\x_1\\x_2\end{bmatrix}$$

修改： $S_{L+N-2}=x_{L-1}h_{N-1}$ ⇒ 只求 $s'(p)=s(p)-S_{L+N-2}p^{L+N-2}$

Winograd 对多项式 c，对$m_i$取模为 $c_i$ 则 $C=\sum_i c_iN_iM_i \bmod M$

其中 $M=\prod_i m_i$ $N_i$为 $NM+nm=1$ 的解

PS：多项式对 $p^i+f(p)$ 取余，deg f(p)≤i-1 可用多项式中$p^i$替换为$-f(p)$得到

求N 余数用被除数减去除数乘商表示 eg. $M=\overset{m_0}{p}\overset{m_1}{(p-1)}\overset{m_2}{(p^2+1)}$

$M_2=m_2\times1+(-p-1)$ $m_2=(-p-1)(-p+1)+2$ $-p-1=2(-\frac{p}{2})-1$

∴ $1=\frac12[m_2-(-p-1)(-p+1)]=\frac12[m_2-(M_2-m_2)(-p+1)]=\frac12[m_2(-p+2)-M_2(-p+1)]$

$$s(p)=\sum_i s^{(i)}(p)N^{(i)}(p)M^{(i)}(p)\bmod m(p)\qquad s^{(i)}(p)=h^{(i)}(p)x^{(i)}(p)\bmod^{(i)}(p)$$

类似 需整理为 $p^0$、$p^1$… 之后寻求系数对应关系

类似 修改后 $s'(p)=s(p)-h_{N-1}x_{L-1}m(p)$ 但 m(p)与s(p)同阶

强度缩减 一般地 需$L^2$份而缩减后 少 先将卷积书写为矩阵形式 (颠倒)

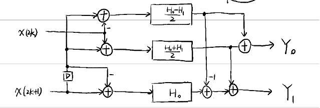
$$h_0x_0=h_0x_0$$
$$h_0x_1+h_1x_0=\frac{h_0+h_1}{2}(x_0+x_1)-\frac{h_0-h_1}{2}(x_0-x_1)$$
$$h_1x_1=-h_0x_0+\frac{h_0+h_1}{2}(x_0+x_1)+\frac{h_0-h_1}{2}(x_0-x_1)$$

若不颠倒，书写为 $\vec s=C_0H_0D_0\vec x$ 那么为沿副对角线转置

$\vec s=CHA\vec x$ 而 $Y=(CHA)^TX$

$$\begin{bmatrix}s_2\\s_1\\s_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}h_1&0\\h_0&h_1\\0&h_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&-1\\-1&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\mathrm{diag}\begin{bmatrix}\frac{h_0-h_1}{2}\\\frac{h_0+h_1}{2}\\h_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1\\1&1\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}Y_0\\Y_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&0\\-1&1&1\end{bmatrix}\mathrm{diag}\begin{bmatrix}\frac{H_0-H_1}{2}\\\frac{H_0+H_1}{2}\\H_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1&0\\1&1&0\\-1&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z^{-2}X_1\\X_0\\X_1\end{bmatrix}$$



一般形式为 $\begin{bmatrix}z^{-L}X_1\\\vdots\\z^{-L}X_L\\X_0\\\vdots\\X_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&z^{-L}E_{(L-1)\times(L-1)}\\E_{L\times L}&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_0\\\vdots\\X_L\end{bmatrix}$ 把前(L-1)列加到后面(L-1)列

这样有 $\begin{bmatrix}1&z^{-2}\\1&z^{-2}\\0&1-z^{-2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_0\\X_1\end{bmatrix}$

这样，便可转置 QHP 得到 $Y_F=(QHP)^TX_F$

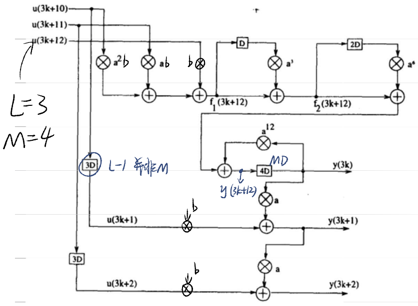
Chapter 10 一些参考公式 $H(z)=\frac{1}{1-a_1z^{-1}a_2z^{-2}}=\frac{1+a_1z^{-1}+(a_1^2+a_2)z^{-2}-a_1a_2z^{-3}+a_2^2z^{-4}}{1-(a_1^3+3a_1a_2)z^{-3}-a_2^3z^{-6}}$

极点 $re^{\pm j\theta}$ $H(z)=\frac{1}{1-2r\cos\theta z^{-1}+r^2z^{-2}}=\frac{1+2r\cos\theta z^{-1}+(1+2\cos2\theta)r^2z^{-2}+2r^3\cos\theta z^{-3}+r^4z^{-4}}{1-2r^3\cos3\theta z^{-3}+r^6z^{-6}}$

对实极点 $r_1,r_2$

$$H(z)=\frac{1+(r_1+r_2)z^{-1}+(r_1^2+r_1r_2+r_2^2)z^{-2}+r_1r_2(r_1+r_2)z^{-3}+r_1^2r_2^2z^{-4}}{1-(r_1^3+r_2^3)z^{-3}+r_1^3r_2^3z^{-6}}$$

并行处理 例子 $y(n)=ay(n-1)+bu(n)$ $H(z)=\frac{b}{1-az^{-1}}$



L=3

M=4

表示为 并行 则 Delay为$z^{-3}$

$$H(z)=\frac{b(1+az^{-1}+a^2z^{-2})(1+a^3z^{-3})(1+a^6z^{-6})}{1-a^{12}z^{-12}}$$

(仅仅这么表示，事实上 D对应$z^{-3}$)

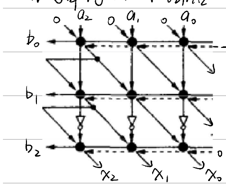
M=4 故4个极点

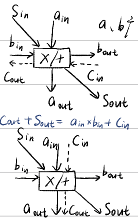
$M_1M_2M_3$ 分解 各部分 $N(M_1-1)$ $NM_1(M_2-1)$…

每次零点增加后一页 对称

位级运算 $A=-a_{W-1}\cdot a_{W-2}\cdots a_1a_0=-a_W+\sum_{i=1}^{W-1}a_{W-1-i}2^{-i}$

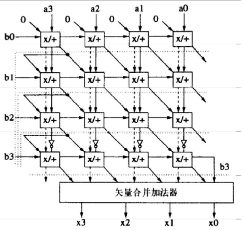
并行串行进位乘法器





a、b广播

$2C_{out}+S_{out}=a_{in}\times b_{in}+C_{in}$



CSD： 原数 $\hat a_i$，CSD为 $a_i$ $\hat a_{-1}=0$ $\gamma_{-1}=0$ $\hat a_W=\hat a_{W-1}$ 循环： $\theta_i=\hat a_i\oplus\hat a_{i-1}$ $\gamma_i=\overline{\gamma_{i-1}}\theta_i$ $a_i=(1-2\hat a_{i+1})\gamma_i$

(从右至左 连续"11"变为"01"后进位)

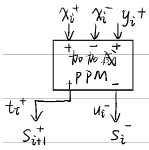
冗余计算 因子 $\rho=\frac{\alpha}{r-1}$ 最小冗余：$\alpha=\lceil\frac{r}{2}\rceil$ 最大：$\alpha=r-1$

混合基2加减法 $S_{<2,1>}=X_{<2,1>}\pm Y$ $x_i=x_i^+-x_i^-$ $y_i=y_i^+/y_i^-$

→认为运算部分PPM实现了

$x_i+y_i=2t_i+u_i\Rightarrow x_i^+-x_i^-+y_i^+=2t_i^+-u_i^-$ 则 $s_i=t_{i-1}^+-u_i^-$

$x_i-y_i=2t_i+u_i\Rightarrow x_i^+-x_i^--y_i^-=-2t_i^-+u_i^+$

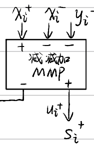


$t_{-1}=0$ $u_i\ \{\bar1,0\}\ -u_i^-$

$u_W=0$ $t_i\ \{0,1\}\ t_i^+$

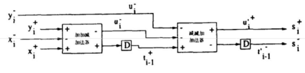
$t_{-1}=0$

$u_W=0$

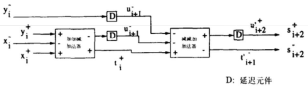


$u_i\ \{0,1\}\ u_i^+$

$t_i\ \{\bar1,0\}\ t_i^-$



a) 最低数位优先加法器



D: 延迟元件

b) 最高数位优先加法器

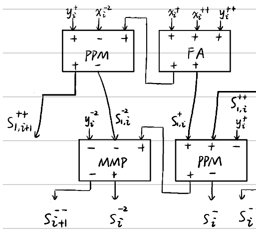
基4：加、减 $x\pm y=4t+u$

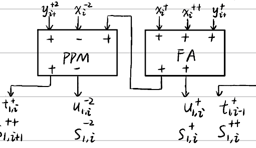
| 数 位 | 基4数位集合 | 二进制码 |
|---|---|---|
| $x_i$ | $\{\bar2,\bar1,0,1,2\}$ | $-2x_i^{-2}+x_i^++x_i^{++}$ |
| $y_i$ | $\{0,1,2,3\}$ | $2y_i^{+2}+y_i^+$ |
| $p_i=x_i+y_i$ | $\{\bar2,\bar1,0,1,2,3,4,5\}$ | … |
| $u_i$ | $\{\bar2,\bar1,0,1\}$ | $-2u_i^{-2}+u_i^+$ |
| $t_i$ | $\{0,1\}$ | $t_i^+$ |
| $s_i=u_i+t_i$ | $\{\bar2,\bar1,0,1,2\}$ | $-2s_i^{-2}+s_i^++s_i^{++}$ |

| 数 位 | 基4数位集合 | 二进制码 |
|---|---|---|
| $S_{1,i}$ | $\{\bar2,\bar1,0,1,2\}$ | $-2S_{1,i}^{-2}+S_{1,i}^++S_{1,i}^{++}$ |
| $y_{i-}$ | $\{0,1,2,3\}$ | $2y_{i-}^{+2}+y_{i-}^+$ |
| $P_i=S_{1,i}-y_{i-}$ | $\{\bar5,\bar4,\bar3,\bar2,\bar1,0,1,2\}$ | … |
| $t_i$ | $\{\bar1,0\}$ | $-t_i^-$ |
| $u_i$ | $\{\bar1,0,1,2\}$ | $2u_i^{+2}-u_i^-$ |
| $S_i=u_i+t_{i-1}$ | $\{\bar2,\bar1,0,1,2\}$ | $S_i^{+2}-S_i^--S_i^{--}$ |

先计算 $x_i+y_{i+}=4t_{i1}+u_{i1}$

$$(-2x_i^{-2}+2y_{i+}^{+2})+(x_i^++x_i^{++}+y_i^+)=4t_{1,i}^+-2u_{1,i}^{-2}+u_{1,i}^+$$





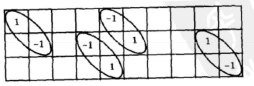
减法略

Ch15 多常数乘法(消除子表达式) 加法：每行1的数量减1 以得到总数

选择匹配最多的(大于1位)、提取、再匹配 乘法：除了末位为1的1的数量

共享加法 eg. $y_1=P_1+P_2+P_4+P_6+P_8+P_9\Rightarrow y_1=\overset{1\longrightarrow10}{1101010110}$ $y_2=0010101110$ 都有 $P_8,P_9$

$$y(n)=1.000\bar100000*x(n)+0.\bar10\bar1010010*x(n-1)+0.00010000\bar1*x(n-2)$$



$x_2=x_1-x_1[-1]>>1$

$y=x_2-(x_2>>4)-(x_2[-1]>>3)+(x_2[-1]>>8)$

或 $x_2=x_1-(x_1>>4)-(x_1[-1]>>3)+(x_1[-1]>>8)$

$y=x_2-(x_2[-1]>>1)$