

基于复杂网络和粒子群算法的滤波与轨道优化模型

杨 凌<sup>1</sup>, 许 铭<sup>2</sup>

(1. 安徽财经大学 统计与应用数学学院 安徽 蚌埠 233030 2. 安徽财经大学 金融学院 安徽 蚌埠 233030)

摘要 嫦娥三号已成功完成软着陆,其着陆准备轨道的位置和着陆轨道及其控制策略是嫦娥三号月球着陆的关键问题。运用天体物理相关理论及智能优化算法构建了基于复杂网络的滤波模型和基于粒子群算法的着陆轨道优化模型,并通过 matlab 计算及 matlab 仿真,给出了着陆轨道及其控制策略。

关键词 软着陆;复杂网络;粒子群算法;滤波;matlab

doi :10.3969/j.issn.2095-3801.2015.02.003

中图分类号 :O29 文献标志码 :A 文章编号 2095-3801(2015)02-0014-08

涉及复杂网络和粒子群算法优化两个知识领域,是一种创新。

The Filtering and Track Optimization Model Based on Complex Networks and Particle Swarm Algorithm

YANG Ling<sup>1</sup>, XU Ming<sup>2</sup>

(1. School of Statistics and Application Maths, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu 233030, Anhui ;  
2. School of Finance, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu 233030, Anhui)

Abstract :Chang'e 3 Rover has completed soft landing, and its landing location, track and the control strategy are the key issues in this process. In this paper, the theories on astrophysics and intelligent optimization are used to develop the track optimization model based on complex networks and particle swarm algorithm; the landing track and the control strategy are obtained, using Matlab computing and simulation.

Key words :soft landing; complex network; particle swarm algorithm; filtering; matlab

0 引言

嫦娥三号着陆轨道为从近月点至着陆点,其软着陆过程共分为 6 个阶段。在避障阶段(第 4、5 阶段),嫦娥三号在 2 400 m 和 100 m 处对星下月面进行成像,为了避开大陨石坑以及月面障碍物,在垂直下落的过程中可能发生一些偏移。在此阶段,主要是通过拍摄得到的照片确定其最小侧移量,从而达到尽可能减少燃料的用量。本文针对避障阶段,建立相关模型进行求解。

1 数据来源与模型假设

1.1 数据来源

通过算法优化,找到距离最近的最优着陆点,并以节省燃料为目标。

收稿日期 2014-12-30;修回日期 2015-01-16  
作者简介 杨凌,女,山东禹城人,副教授。

本文数据来源于 2014 年高教杯全国大学生数学建模比赛 A 题的 4 个附件。

1.2 模型假设 建立模型的条件

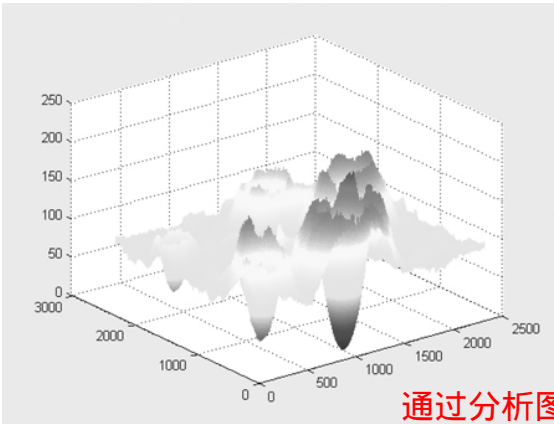
- 1)假设月球引力场为平行定常引力场 ,嫦娥三号着陆轨道不受月球自转的影响。
- 2)假设月球表面海拔为零的球面势能为 0。
- 3)假设嫦娥三号水平移动的距离近似为着陆划过月球表面弧度长度。
- 4)假设月球的重力加速度恒定 ,为  $1/6\text{ }g_0$ 。

2 基于复杂网络的滤波模型 第一个模型

2.1 模型的准备

嫦娥三号在经历主减速和快速调整阶段后 ,进入竖直下降阶段 ,在 2 400 m 对月球表面进行拍照(附件 2)下文中将此照片记为图片 1 ,通过 matlab 对图片的处理可以得到月球表面的三维图和等高线图(见图 1、图 2)。

第一次拍照图像



通过分析图像，得出结论

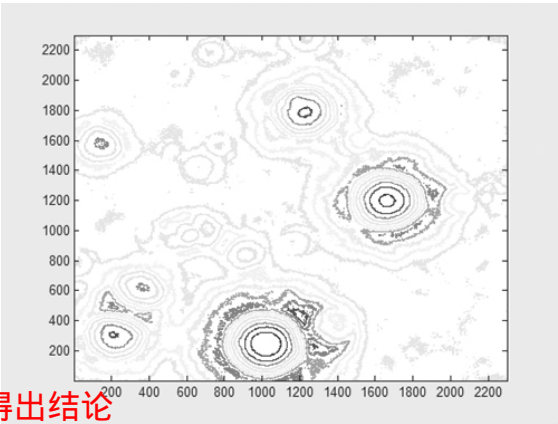


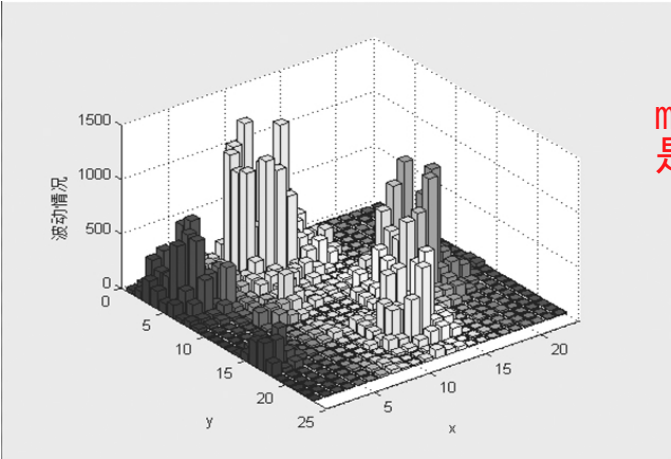
图 1 2 400 m 处月球表面三维图

图 2 2 400 m 处拍摄月球表面的等高线图

由图 1 可以看出 ,着陆区域地形有较大的波动 ,不可以盲目着陆 ,需要通过进一步的筛选 ,寻找其中适合着陆的区域。在等高线图形上 ,该地区有较多平坦舒缓的地区适合着陆 ,尤其是在图片中存在一块较大的平原区域。面积大预示着着陆风险会降低 ,并且中央位置是嫦娥三号的正下方 ,由垂线段定理可知 ,这块区域是飞行距离最短的着陆点。由此 ,初步估计着陆点的位置应该在几座山峰间的一块区域。下面通过建立基于复杂网络的滤波模型对着陆区域进行更精确的求解。

2.2 模型的建立

首先利用 matlab 软件做出图片 1 的海拔高度波动图(见图 3)。



matlab 三维作图，是一项基本技能。

图 3 2 400 m 处拍摄的月球表面波动情况

图 3 中 ,高度代表地表的波动情况 ,越高代表波动越剧烈 ,本文以点  $A=(19.50^{\circ}W,44.07^{\circ}N,0)$  为坐标原点 (对应图 3 的  $(0,0,0)$ ) 建立三维坐标系 ,图上的每一点都可以由坐标表示 ,由于该图片的覆盖范围为  $2\,300\text{ m}\times 2\,300\text{ m}$  ,可以将其分割成  $23\times 23$  块 ,每一块的覆盖范围为  $100\times 100$  。因此各区域的中心坐标为 :

$$x_{ij}=50+(i-1)*100(i=1,2,\cdots,23),$$
$$y_{ij}=50+(j-1)*100(j=1,2,\cdots,23),$$
$$z_{ij}=\text{该点的高度 }h_{ij}。$$

区域的标号规则如下 :不考虑海拔高度 ,单看  $xoy$  面 ,从  $(0,0)$  点起 ,沿着  $x$  轴方向 ,依次为第 1、2、3  $\cdots 23$  ,回到  $(1,0)$  继续标号为 24、25  $\cdots 46$  ;以此类推 ,直到 529。

我们选取每块区域的方差作为衡量该区域波动程度的指标 ,记为相对波动指标  $p$  , $p$  越小该区域的波动越小。由于每一块区域的覆盖范围为  $100\times 100$  ,因此在各区域内均有 10 000 个点。根据每个点对应的高度 ,计算各区域的相对波动指标为 :

$$M_k=\frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{100}h_{ij},p_k=\frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{100}(h_{ij}-M_k)^2,$$

其中  $h_{ij}$  为  $(x_{ij},y_{ij})$  点的高度 , $M_k$  为第  $k$  区域各点高度的平均值 , $p_k$  为该区域相对波动指标。

本文通过复杂网络滤波模型设置一个阈值 ,筛选出波动小于该阈值的区域。部分网络示意图 ,见图 4。

一个个不同的着陆点组合一个复杂网络

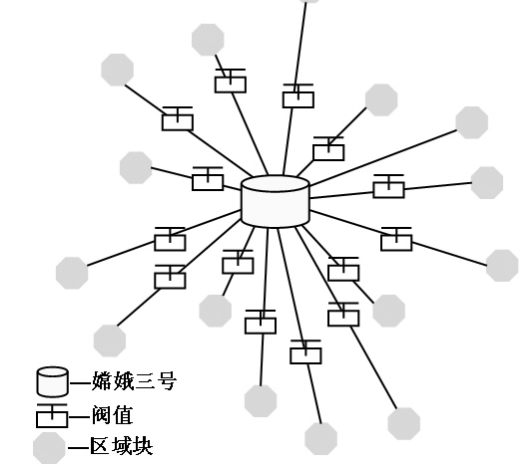


图 4 部分网络示意图

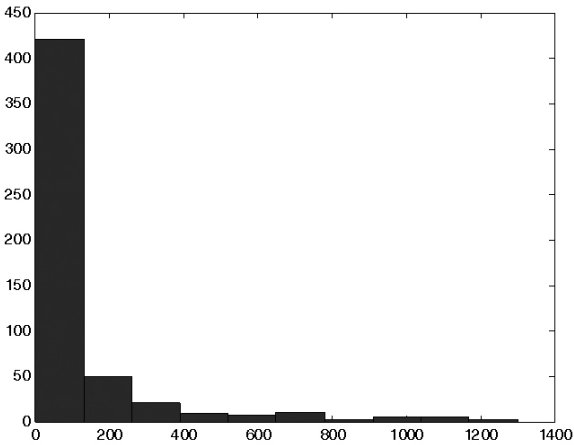


图 5 方差结果条形图

2.3 模型的求解

为了滤出不宜着陆的区域 ,先计算出 529 个区域的方差 ,再分析待着陆点的地形波动分布 (见图 5) ,以便为嫦娥三号找到理想的着陆点。

由图 5 可知 ,待降地区地形波动程度非常集中 ,绝大部分集中在波动程度小于 100 的范围内 ,所以将波动程度等于 100 作为过滤波动程度剧烈的阈值。波动程度大的区域将会被滤出 ,通过 matlab 计算 ,得出滤出区域编号 ,见表 2。

通过滤波筛选的区域都是相对平坦的 ,可以考虑在此着陆。出于对嫦娥三号燃料的考虑 ,选择一处节省燃料的着陆点是合理的 ,节省的燃料可以为接下来的科学实验做保证。为此 ,本文设计了第二个模型基于粒子群算法的降落轨道优化模型。

以燃料最省为现实目的！

3 基于粒子群算法的降落轨道优化模型

3.1 模型的建立

用粒子群算法去优化模型

在模型 I 中我们找出了适合降落区域 ,从节约燃料的角度出发 ,需要寻找一个最佳区域 ,它不仅平

并且运行距离最短 ,即燃料消耗最少。下面给出近似的运行距离公式 :

$$X=\sqrt{(x_{ij}-m_x)^2+(y_{ij}-m_y)^2+(z_{ij}-m_z)^2} \text{ ,}$$

其中  $x_{ij}$  为最优区域的中心点的横坐标  $y_{ij}$  为最优区域中心的纵坐标  $z_{ij}$  为最优区域中心点的高度  $m_x$  为嫦娥三号的横坐标  $m_x=1\ 150$   $m_y$  为嫦娥三号的纵坐标  $m_y=1\ 150$ 。  $m_z$  为嫦娥三号的高度为  $m_z=2\ 400\ \text{m}$ 。

根据最短距离可以找到最优区域 ,嫦娥三号可以通过开启姿态调整发动机向最优区域移动。

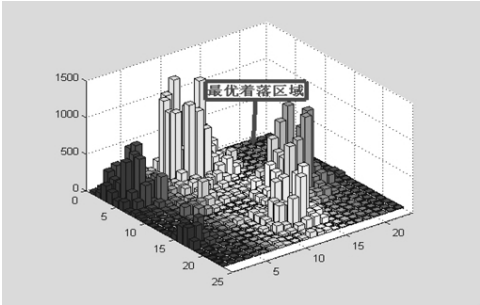
表 2 滤出区域编号							筛选出的候选区域		
3	49	99	186	227	270	301	334	382	447
4	50	103	187	231	271	302	335	384	448
6	51	117	188	232	272	304	341	401	449
16	52	126	189	234	273	305	342	402	450
17	53	127	191	235	278	310	348	403	451
18	62	139	193	237	279	311	349	404	471
25	63	140	194	248	280	312	354	405	473
26	72	143	208	249	281	316	356	407	474
27	73	149	209	254	282	317	357	424	
28	74	167	210	255	293	318	358	425	
29	75	168	211	256	294	319	359	426	
30	77	170	212	257	295	320	361	427	
38	94	171	213	258	296	324	377	428	
40	97	172	215	259	297	325	379	429	
48	98	185	223	260	300	328	380	430	

3.2 模型的求解

先计算出嫦娥三号到达各个区域的最短距离 ,表 3 给出了嫦娥三号到部分区域的距离。

表 3 嫦娥三号到部分区域的距离								
1	119.05	11	116.00	...	81	118.80	91	122.91
2	119.17	12	115.46	距离最短	82	112.05	92	116.65
3	127.31	13	117.19	...	83	124.26	93	127.04
4	122.09	14	119.07	...	84	117.07	94	123.23
5	114.56	15	116.35	...	85	121.55	95	118.93
6	117.73	16	106.92	...	86	122.34	96	124.81

通过对数据的分析处理 ,可以发现区域标号 12 为离嫦娥三号距离最短的区域。因此可以得出着陆点的区域 ,见图 6。



用mat lab画图

图 6 着陆区域示意图

根据区域的划分依据 ,可以得到该区域中心对应的二维坐标 $A=(50,150)$ 。

在精避障阶段 ,嫦娥三号下降到 100 m ,并在此处悬停 ,对着陆点附近区域 100 m 范围内拍摄图像 ,获得三维数字高程图(下文记为图片 2)。在此阶段中采用和粗避障阶段相同的模型对问题进行求解。首先对三维数字高程图进行处理 ,得到更加立体的三维图片和地表等高线 ,如图 7、图 8。

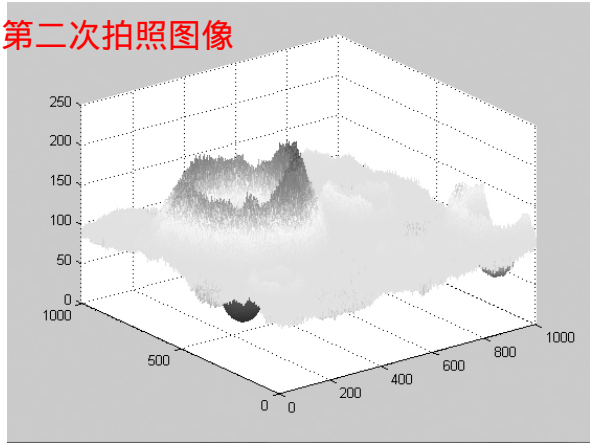


图 7 100 m 地表地势起伏图

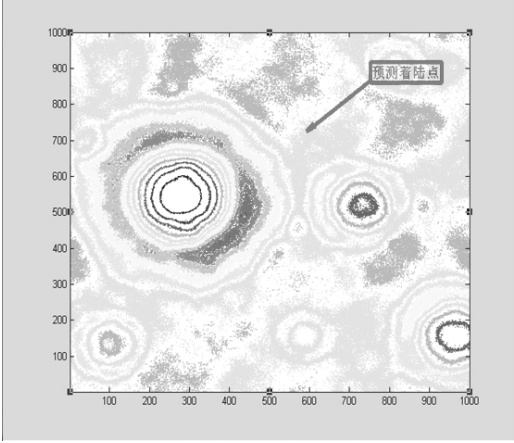


图 8 100 m 地表等高线图

通过对图 7 的分析可以发现 100 m 时的地表波动明显没有 2 400 m 时反应的那么剧烈 ,但是仍然有比较明显的地势起伏 ,所以不能随意着陆 ,需要进一步筛选出优良的着陆点 ,以保证嫦娥三号安全着陆。

通过对图 8 的分析可知嫦娥三号此时正下方存在一个较大面积的环形山 ,应该避免落在此山内部 ,理想的着陆点应该是环形山与盆地之间的平原地带 ,为了更加精确的得出降落区域 ,仍然建立基于复杂网络的滤波模型 ,滤掉会对嫦娥三号降落产生较大威胁的危险地带——地势起伏较大的区域。首先做出地表波动图 ,见图 9。

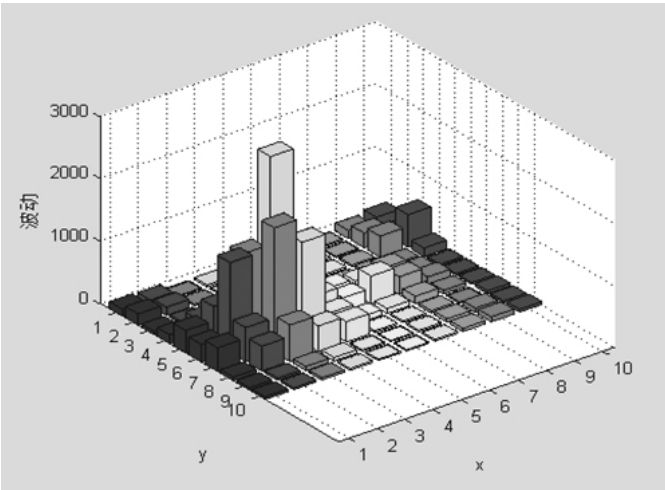


图 9 地表波形图

以  $A=(19.509W,44.129N)$  为原点(对应图 8(0,0,0)点)建立三维坐标系 ,将整个区域分为  $10\times 10$  的 100 个小区域 ,每个区域的中心坐标为 :

范围缩小

$$\begin{aligned}x_{ij}&=50+(i-1)*10(i=1,2,\cdots,10), \\y_{ij}&=50+(j-1)*10(j=1,2,\cdots,10), \quad \text{设计运用公式} \\z_{ij}&=\text{该点的高度 } h_{ij}.\end{aligned}$$



单独看  $xoy$  面 ,从(0 ,0)点开始 ,沿着  $x$  轴方向 ,依次为 1 ,2 , $\cdots$  ,10 ,再从(1 ,0)开始 11 ,12 , $\cdots$  ,20 ,直至 100。

各区域波动指标为：

$$M_k=\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{100}h_{ij}(k=1,2,\cdots,100),$$
$$p_k=\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{100}(h_{ij}-M)^2(k=1,2,\cdots,100),$$

其中  $h_{ij}$  为 $(x_{ij},y_{ij})$ 点的高度 , $M_k$  为第  $k$  区域各点高度的平均值 , $p_k$  为该区域波动指标。

计算出各区域的方差结果 ,并对该结果做出条形图 ,见图 10。

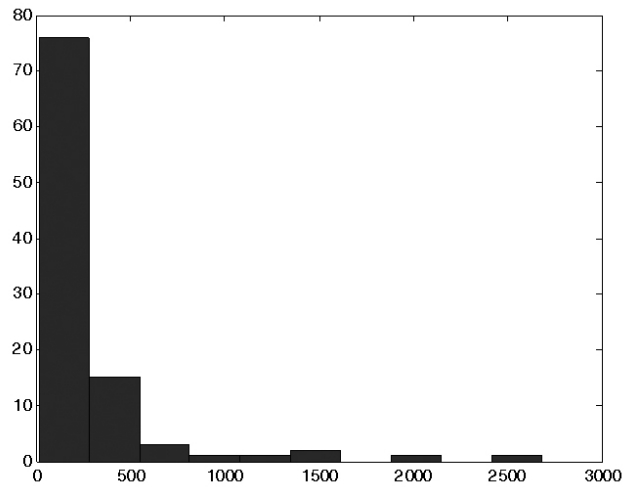


图 10 方差结果条形图

由图 10 可以看出 ,波动程度比较集中 ,波动程度小于 200 的占绝大多数。选取 200 作为复杂网络的阈值 ,波动程度大于 200 的区域应该被滤掉。通过滤波筛选的区域都是相对平坦的 ,可以考虑在此着陆。出于对嫦娥三号燃料的考虑 ,选择一处节省燃料的着陆点是合理的 ,节省的燃料可以为接下来的科学实验做保证。为此 ,仍然采用基于粒子群算法的降落轨道优化模型 ,并由 matlab 编程计算 ,得出到达各个区域的最短距离 ,见表 4。选择最平坦的区域着陆。距离最近，也即为燃料最省区域。

表 4 嫦娥三号到部分区域的距离的对应表

1	2896.0	24	2839.9	...	481	2868.9	504	2903.4
2	2930.2	25	2892.9	...	482	2909.3	505	2946.7
3	2974.3	26	2946.1	...	483	2959.7	506	2993.6
4	3024.9	27	2978.5	...	484	3011.2	507	3043.1
5	3091.3	28	3043.9	...	485	3060.0	508	3094.7
...	...	...	...	...	...	...	...	...
19	4003.7	42	3973.7	...	499	3973.2	525	4004.4
20	4077.8	43	4051.0	...	500	4053.0	526	4079.5
21	4152.2	44	4127.2	...	501	4129.0	527	4152.4
22	4228.6	45	4204.1	...	502	4209.0	528	4229.6
23	4307.2	46	4284.2	...	503	4287.1	529	4307.0

在划分的 100 个子区域中 ,确定了安全着陆的前提下的燃料最省着陆区域 ,区域标号为 17 ,见图 11。

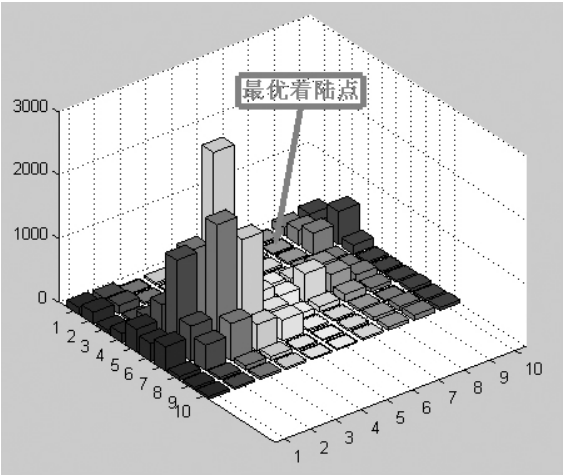
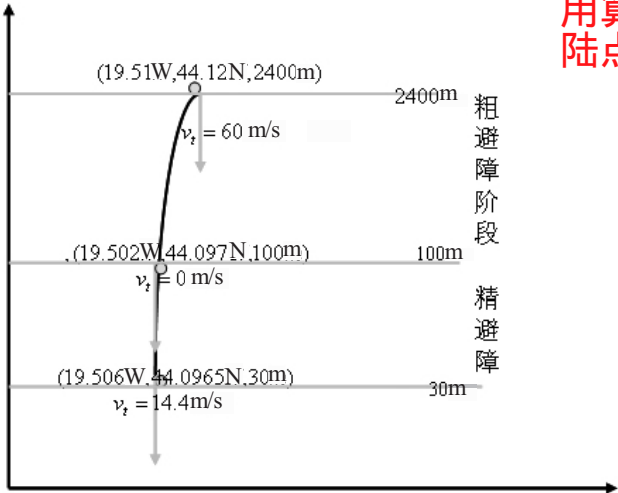


图 11 着陆点区域

根据区域的划分的依据,可以知道标号 17 的区域中心点所对应的二维坐标为(15 ,65)。  
下面给出粗避障阶段和精避障嫦娥三号运行轨道模拟图 ,见图 12。



用算法优化找到了最佳着陆点

图 12 粗避障阶段和精避障嫦娥三号运行轨道模拟图

综上给出嫦娥三号着陆轨道如图 13。

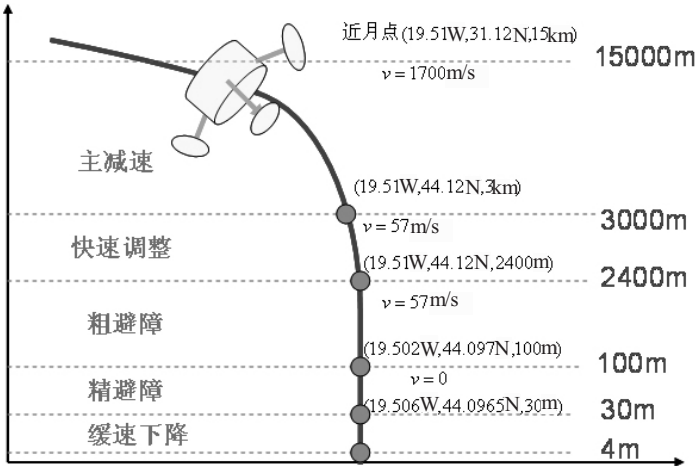


图 13 嫦娥三号着陆轨道

下面**对最优轨道的燃料消耗进行求解**：**最后求出所消耗燃料的最省情况。**

$$M=m*t \quad m=\frac{F}{v} \quad ,$$

其中  $M$  为消耗燃料的质量  $m$  为其燃料消耗率  $t$  为主发动机的工作时间  $m$  为单位时间燃料消耗的质量  $F$  是发动机的推力  $v$  是比冲 ,大小为 2 940 m/s。

由模型 的求解结果可知 ,发动机产生的推力为 7 500 N 燃料是最省的 ,此过程运行时间为 450 s ,因此可以计算出主减速阶段的燃料消耗量为 :

$$M_1=\frac{7500}{2940} *450=1147.96 \text{ kg}。$$

为了方便计算我们在垂直下落的阶段主发动机仍然以 7 500 N 工作 ,由于找出了最短的距离 ,从而运行时间最短 ,此时燃料消耗最少 ,消耗量为 :

$$M_2=\frac{7500}{2940} *200=510.21 \text{ kg}。$$

整个过程的燃料消耗量为 : $M=M_1+M_2=1\ 658.16 \text{ kg}。$

4 结语

**基于复杂网络的滤波模型 ,对于着陆轨道中粗蔽障与精蔽障实现软着陆 ,保证载物或载人安全登月具有重要意义。**

**基于粒子群算法的降落轨道优化模型 ,对于航天器着陆避开大的陨石坑选择出安全着陆点具有一定意义。**

**粒子群优化的目的就是找到最优解，对与多峰函数问题有很好的适应性。目前主要工作是将粒子群应用于复杂网络的优化，这篇文章给我很好的借鉴。**

参考文献：

[1]刘林 ,王歆.月球卫星轨道力学综述[J].天文学进展 ,2003 ,21(4) :281-282.  
[2]李冬雪.月球探测器软着陆有限推力控制[D].哈尔滨 :哈尔滨工业大学 ,2007.  
[3]蒋瑞 ,韩兵.嫦娥三号着陆控制研究与软件仿真[J].微型电脑应用 ,2012 ,28(2) :17-19.  
[4]王辉 ,钱锋.群体智能优化算法[J].化工自动化及仪表 ,2007 ,34(5) :7-13.