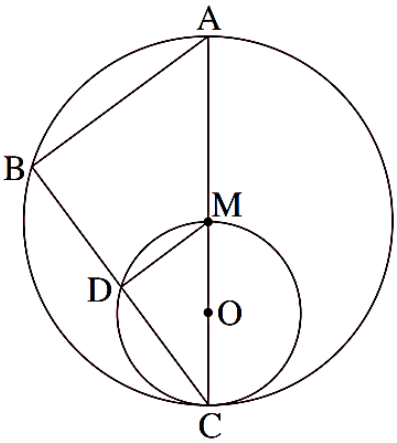
هندسة مستوية – شتاء 2020

-إرشادات حلّ وليس حلّ كامل-



4) في الرسم الذي أمامك دائرتان: دائرة كبيرة مركزها M ودائرة صغيرة مركزها O .
الدائرة الصغيرة تمسّ الدائرة الكبيرة من الداخل في النقطة C ، وتمرّ عبر النقطة M (انظر الرسم).
القطعة CM تمرّ عبر النقطة O ، وامتداد القطعة CM يقطع الدائرة الكبيرة في النقطة A .
مرّروا عبر النقطة C مستقيمًا إضافيًّا، يقطع الدائرتين في النقطتين D وَ B ، كما هو موصوف في الرسم.

أ. (1) برهن أنّ: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle MDC$.

(2) برهن أنّ: $\Delta ABC \sim \Delta MDC$.

ب. (1) برهن أنّ DM هو قاعدة وسطى في المثلّث ABC .

(2) ما هي النسبة بين مساحة المثلّث ABC وبين مساحة المثلّث MDC ؟ علّل.

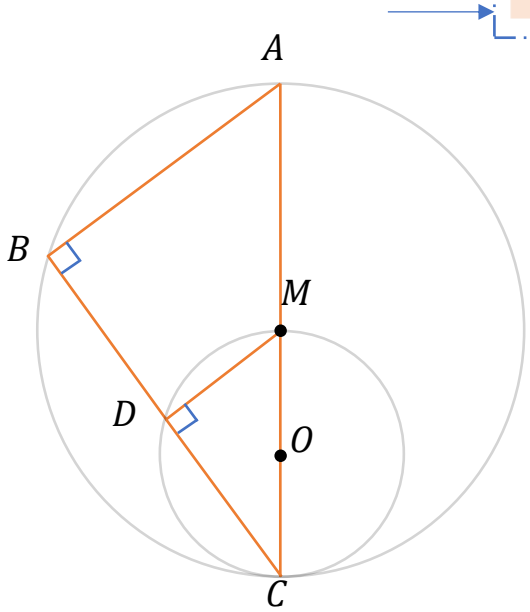
جـ. معطى أنّ: $CO = 2$ ، $DM = 2.4$.
احسب طول القطعة BC .

ملاحظة

الحل عبارة عن أفكار وارشادات وليس حل كامل

(أ)(1)

نبرهن ان $\sphericalangle ABC = \sphericalangle MDC$



معطى ان M, O مراكز الدوائر

$\Downarrow$

AC, MC اقطار بالدوائر

$\Downarrow$

$\sphericalangle ABC, MDC = 90$

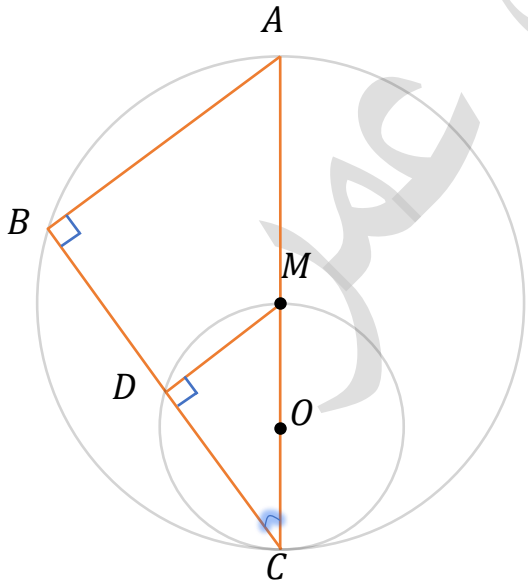
زوايا محيطية مقابلة لأوتار

$\Downarrow$

$\sphericalangle ABC = \sphericalangle MDC$

(2)

نبرهن ان $\Delta ABC \sim \Delta MDC$



$\sphericalangle ABC = \sphericalangle MDC$

من البند السابق

$\sphericalangle MCD$

زوايا مشتركة

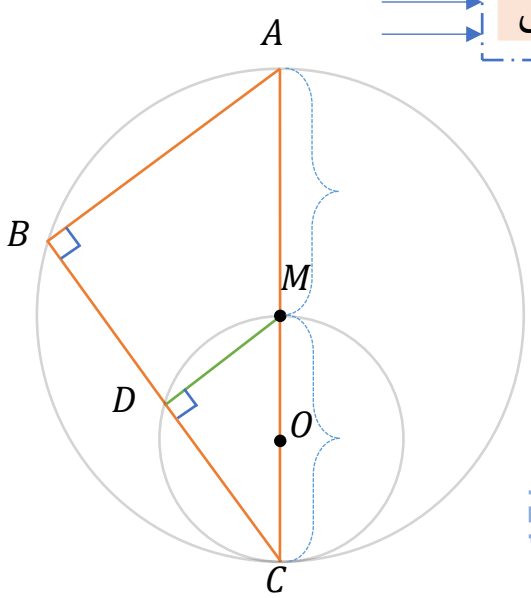
$\Downarrow$

$\Delta ABC = \Delta MDC$

حسب ز.ز

(ب) (1)

نبرهن ان DM قطعة وسطى



معطى ان M مركز الدائرة الكبيرة

$\Downarrow$

$AM = MC$ انصاف اقطار الدائرة

$BA \parallel MD$

لان $\sphericalangle ABC = \sphericalangle MDC$ (زوايا متناظرة)

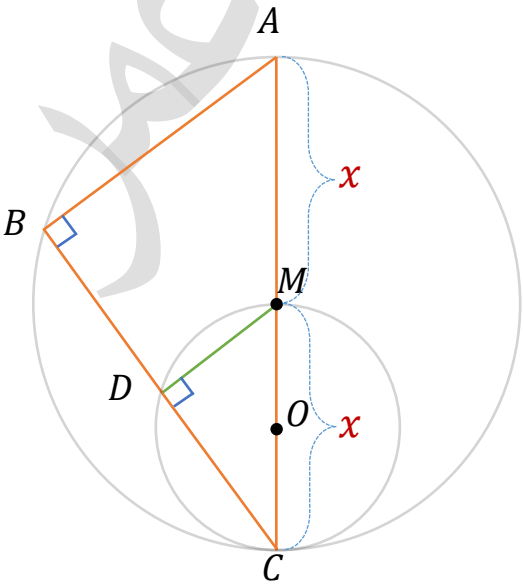
$\Downarrow$

DM قطعة وسطى

قطعة في مثلث تمر من وسط ضلع وتوازي القاعدة هي قطعه وسطى

(2)

نجد النسبة بين مساحة ABC و MDC



نرمز: $AM = x$

$MC = x$

نجد نسبة التشابه

$$\frac{AC}{MC} = \frac{2x}{x}$$

$\Downarrow$

نسبة التشابه $= \frac{2}{1}$

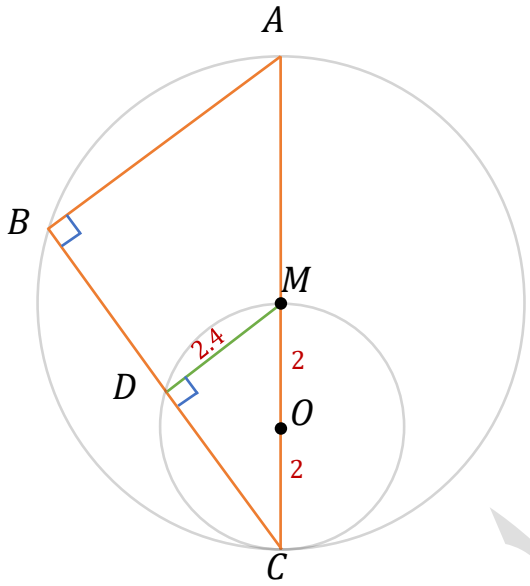
$\Downarrow$

النسبة بين المساحات $= \frac{4}{1}$

(4:1)

النسبة بين المساحات تساوي تربيع نسبة التشابه

(ج) نحسب طول BC



نصف قطر بالدائرة

$MO = CO = 2$

نستعمل فيثاغورس لإيجاد DC

$$MC^2 = CD^2 + DM^2$$

$$4^2 = CD^2 + 5.76$$

$$CD = \sqrt{16 - 5.76} = 3.2$$

$$\Downarrow$$

من التشابه

$$\frac{BC}{DC} = \frac{2}{1}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{BC}{3.2} = \frac{2}{1}$$

$$\boxed{BC = 6.4}$$

معهد إيهاب عمر