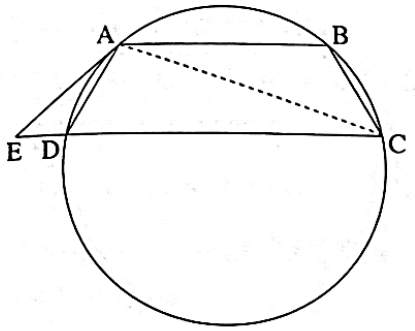
هندسة مستوية – شتاء 2023

4) الشكل الرباعيّ ABCD هو شبه منحرف محصور في دائرة. $AB \parallel DC$.
المماسّ للدائرة في النقطة A يقطع امتداد الضلع CD في النقطة E (انظروا الرسم).



أ. برهنوا أنّ: ABCD هو شبه منحرف متساوي الساقين.

ب. برهنوا أنّ: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADE$.

جـ. برهنوا أنّ: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

معطى أنّ: مساحة المثلّث ABC هي 4 أضعاف مساحة المثلّث ADE.
$BC + ED = 15$.

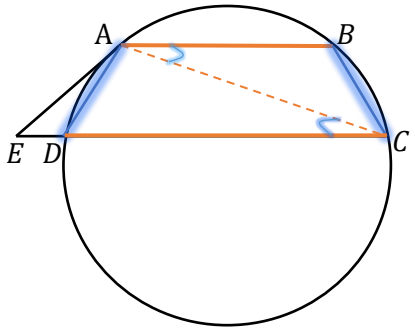
د. (1) جدوا طول الضلع ED.

(2) جدوا طول الضلع AB.

ملاحظة

الحل عبارة عن أفكار وارشادات وليس حل كامل

(أ) نبرهن انَّ شبه المنحرف $ABCD$ هو شبه منحرف متساوي الساقين



نستعمل نظرية: إذا تساوت زوايا محيطية في دائرة، تتساوي الاوتار المقابلة لهذه الزوايا

$$\Downarrow$$

$$\sphericalangle BAC = \sphericalangle \mathrm{ACD}$$

$$\Downarrow$$

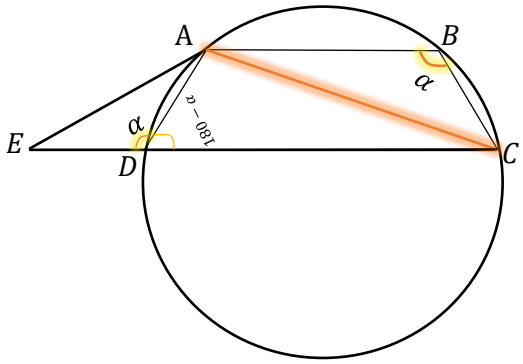
$$BC = \mathrm{AD}$$

$$\Downarrow$$

شبه المنحرف $ABCD$ هو شبه منحرف متساوي الساقين

معهد إيهاب عمر

(ب) نبرهن انَّ $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADE$



نستعمل نظرية: اذا قابلت زوايا محيطية نفس الوتر يكون مجموع هذه الزوايا هو $180°$

$\Downarrow$

$$\sphericalangle ADC = 180° - \sphericalangle ABC = 180° - \alpha$$

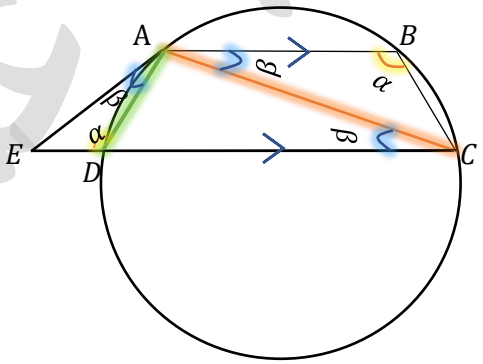
$$\sphericalangle ADE = 180° - \sphericalangle ADC$$

النقطة E تقع على امتداد DC

$\Downarrow$

$$\boxed{\sphericalangle ADE = \alpha = \sphericalangle ABC}$$

(ج) نبرهن انَّ $\Delta ABC \sim \Delta ADE$



نبرهن التشابه عن طريق نظرية ز.ز←

(ز)(1) $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$ (من البند السابق)

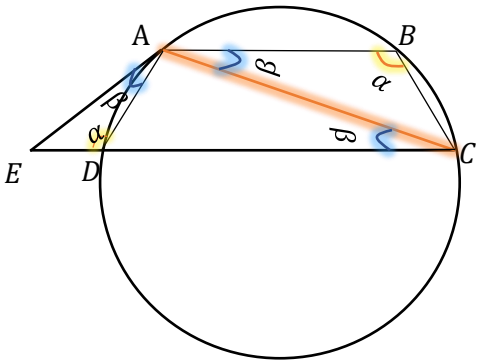
الزاوية بين المماس والوتر تساوي الزاوية المحيطية المقابلة لنفس الوتر من الجهة الأخرى

(ز)(2) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ACD = \sphericalangle DAE$

بالتبادل

(1)(د) نجد طوال الضلع ED

نستعمل نظريات نسبة التشابه بين المثلثين $\Delta ABC \sim ADE$ ←



معطى

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}} = 4$$

$\Downarrow$

النسبة بين مساحتي المثلثين المتشابهين تساوي تربيع نسبة التشابه

$$\sqrt{4} = 2 = \text{نسبة تشابه المثلثان}$$

$$\frac{BC}{DE} = \text{نسبة تشابه المثلثان}$$

$\Downarrow$

$$\frac{BC}{DE} = 2$$

$\Downarrow$

$$\mathrm{BC} = 2 \cdot DE$$

$$BC + ED = 15$$

معطى

$\mathrm{BC} = 2 \cdot DE$

$\Downarrow$

$$2ED + ED = 15$$

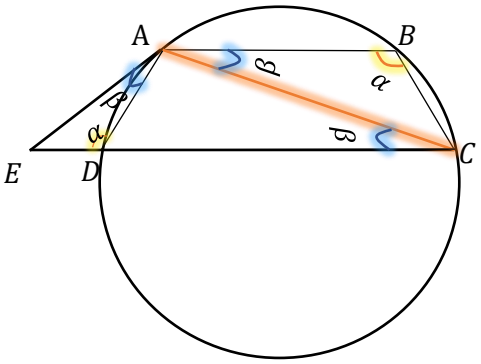
$\Downarrow$

$$3 \cdot ED = 15$$

$\Downarrow$

$$\boxed{ED = 5}$$

(2)(د) نجد طول الضلع AB



1) $AD = BC$ (شبه المنحرف $ABCD$ متساوي الساقين)

- $AD = BC = 2 \cdot DE = 10$

نستعمل نظريات نسبة التشابه بين المثلثين $\Delta ABC \sim ADE$ ←

$$\frac{AB}{AD} = 2$$

$$\Downarrow$$

$$AB = 2 \cdot AD$$

$$\Downarrow$$

$$AB = 2 \cdot 10$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{AB = 20}$$