

# 2013 年大理等八地市初中学业水平考试

## 数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题只有一个正确选项，每小题 3 分，满分 24 分）

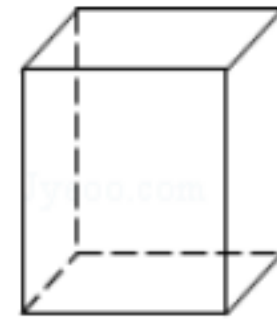
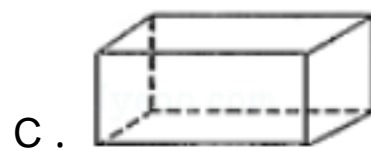
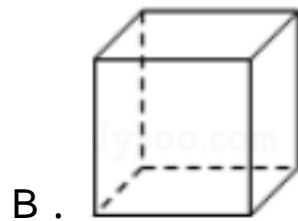
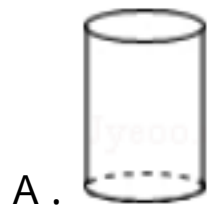
1.  $-6$  的绝对值是（ ）

- A.  $-6$                       B.  $6$                       C.  $\pm 6$                       D.  $-\frac{1}{6}$

2. 下列运算，结果正确的是（ ）

- A.  $m^6 \div m^3 = m^2$                       B.  $3mn^2 \cdot m^2n = 3m^3n^3$                       C.  $(m+n)^2 = m^2 + n^2$                       D.  $2mn + 3mn = 5m^2n^2$

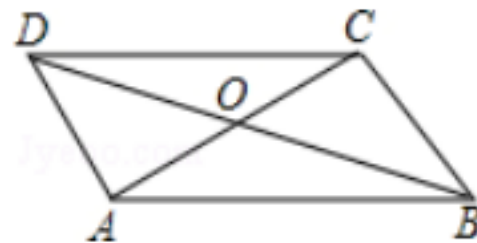
3. 图为某个几何体的三视图，则该几何体是（ ）



4. 2012 年中央财政安排农村义务教育营养膳食补助资金共 150.5 亿元，150.5 亿元用科学记数法表示为（ ）

- A.  $1.505 \times 10^9$  元                      B.  $1.505 \times 10^{10}$  元                      C.  $0.1505 \times 10^{11}$  元                      D.  $15.05 \times 10^9$  元

5. 如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，下列结论正确的是（ ）



- A.  $S_{ABCD} = 4S_{AOB}$                       B.  $AC = BD$   
C.  $AC \perp BD$                       D. ABCD 是轴对称图形

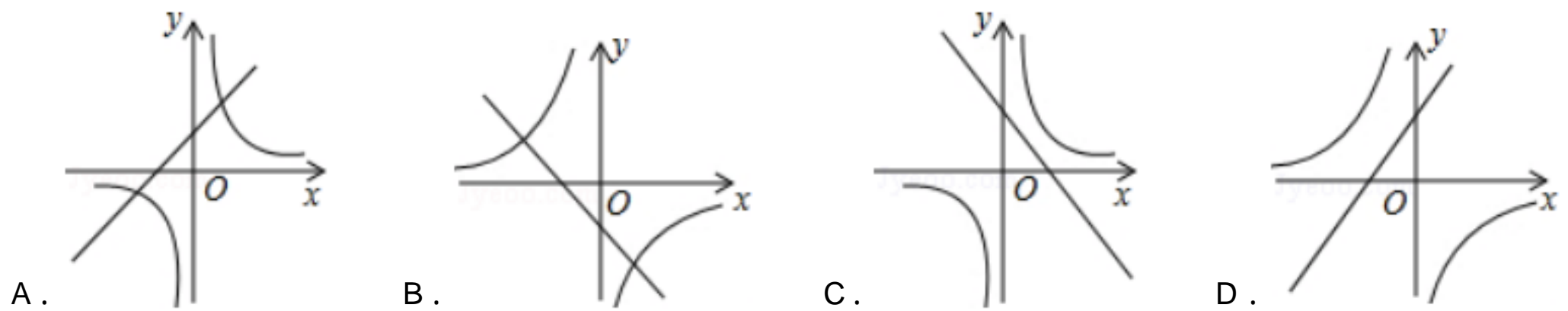
6. 已知  $O_1$  的半径是 3cm， $O_2$  的半径是 2cm， $O_1O_2 = \sqrt{6}$ cm，则两圆的位置关系是（ ）

- A. 相离                      B. 外切                      C. 相交                      D. 内切

7. 要使分式  $\frac{x^2 - 9}{3x + 9}$  的值为 0，你认为 x 可取得数是（ ）

- A. 9                      B.  $\pm 3$                       C.  $-3$                       D. 3

8. 若  $ab > 0$ ，则一次函数  $y = ax + b$  与反比例函数  $y = \frac{ab}{x}$  在同一坐标系中的大致图象是（ ）



二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分）

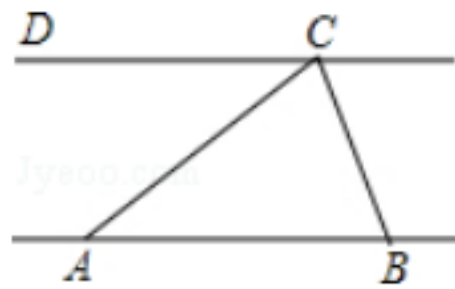
9. 25 的算术平方根是 \_\_\_\_\_.

10. 分解因式： $x^3 - 4x =$  \_\_\_\_\_.

11. 在函数  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$  中，自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

12. 已知扇形的面积为 2，半径为 3，则该扇形的弧长为 \_\_\_\_\_（结果保留  $\pi$ ）.

13. 如图，已知  $AB \parallel CD$ ,  $AB = AC$ ,  $\angle ABC = 68^\circ$ , 则  $\angle ACD =$  \_\_\_\_\_.



14. 下面是按一定规律排列的一列数： $\frac{1}{4}, \frac{3}{7}, \frac{5}{12}, \frac{7}{19}, \dots$  那么第  $n$  个数是 \_\_\_\_\_.

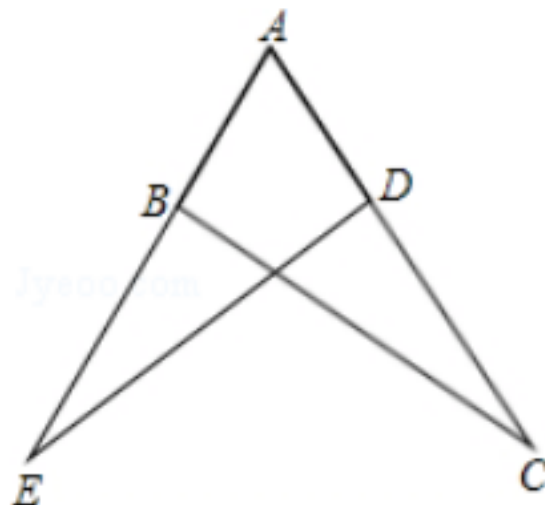
三、解答题（本大题共 9 个小题，满分 58 分）

15. (4 分) 计算： $\sin 30^\circ + (\sqrt{2} - 1)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \frac{1}{2}$ .

16. (5 分) 如图，点  $B$  在  $AE$  上，点  $D$  在  $AC$  上， $AB = AD$ . 请你添加一个适当的条件，使  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$  (只能添加一个).

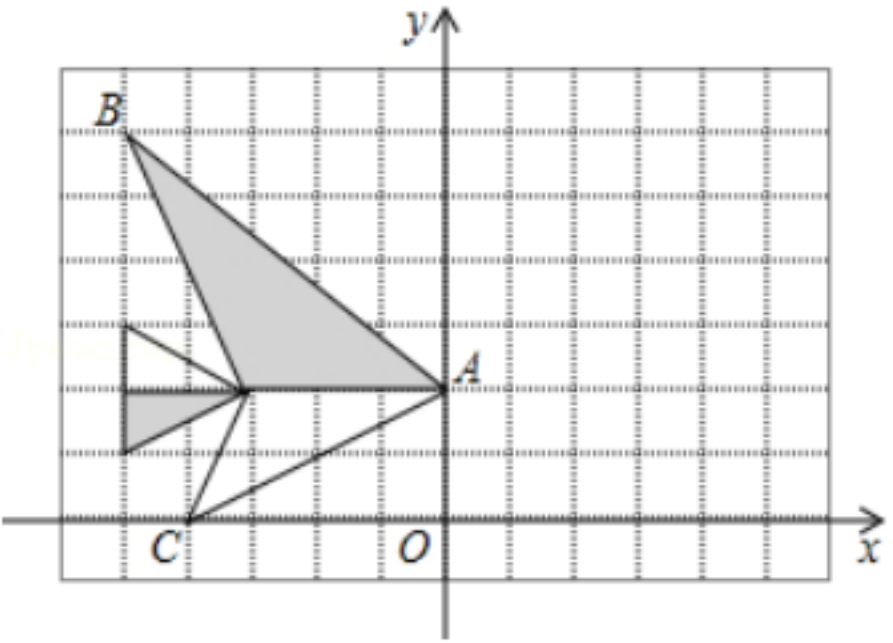
(1) 你添加的条件是 \_\_\_\_\_.

(2) 添加条件后，请说明  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$  的理由.



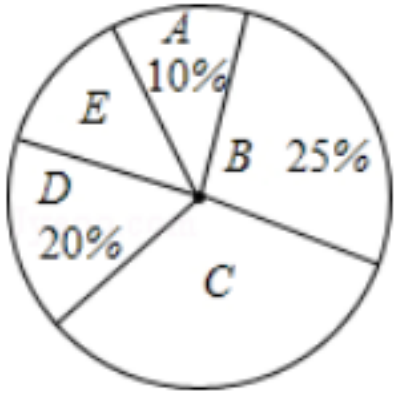
17. (6 分) 如图，下列网格中，每个小正方形的边长都是 1，图中“鱼”的各个顶点都在格点上.

- (1) 把“鱼”向右平移 5 个单位长度，并画出平移后的图形．
- (2) 写出 A、B、C 三点平移后的对应点 A'、B'、C' 的坐标．



18 .( 7 分 ) 近年来，中学生的身体素质普遍下降，某校为了提高本校学生的身体素质，落实教育部门“在校学生每天体育锻炼时间不少于 1 小时”的文件精神，对部分学生的每天体育锻炼时间进行了调查统计．以下是本次调查结果的统计表和统计图．

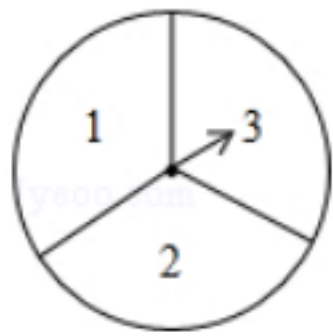
组别	A	B	C	D	E
时间 t ( 分钟 )	t < 40	40 ≤ t < 60	60 ≤ t < 80	80 ≤ t < 100	t ≥ 100
人数	12	30	a	24	12



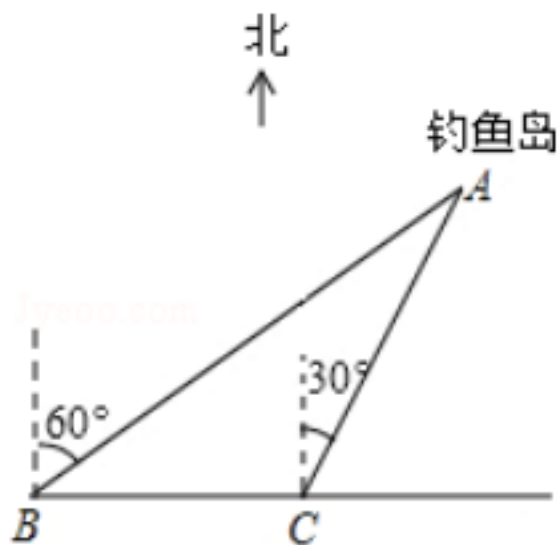
- (1) 求出本次被调查的学生数；
- (2) 请求出统计表中 a 的值；
- (3) 求各组人数的众数；
- (4) 根据调查结果，请你估计该校 2400 名学生中每天体育锻炼时间不少于 1 小时的学生人数．

19 .( 7 分 ) 如图，有一个可以自由转动的转盘被平均分成 3 个扇形，分别标有 1、2、3 三个数字，小王和小李各转动一次转盘为一次游戏，当每次转盘停止后，指针所指扇形内的数为各自所得的数，一次游戏结束得到一组数（若指针指在分界线时重转）．

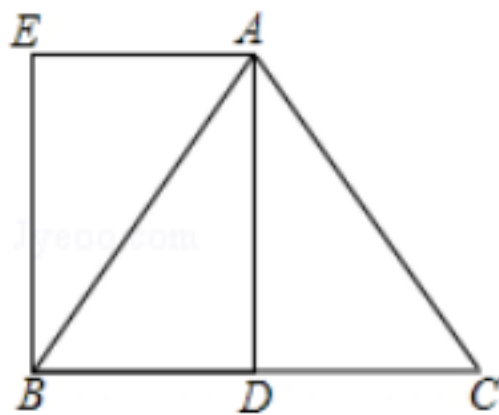
- (1) 请你用树状图或列表的方法表示出每次游戏可能出现的所有结果；
- (2) 求每次游戏结束得到的一组数恰好是方程  $x^2 - 3x + 2 = 0$  的解的概率。



20 .( 6 分 ) 如图，我国的一艘海监船在钓鱼岛 A 附近沿正东方向航行，船在 B 点时测得钓鱼岛 A 在船的北偏东  $60^\circ$  方向，船以 50 海里 / 时的速度继续航行 2 小时后到达 C 点，此时钓鱼岛 A 在船的北偏东  $30^\circ$  方向．请问船继续航行多少海里与钓鱼岛 A 的距离最近？



- 21 .( 7 分 ) 已知在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 6$ ，AD 是 BC 边上的中线，四边形 ADBE 是平行四边形．
- (1) 求证：四边形 ADBE 是矩形；
- (2) 求矩形 ADBE 的面积。



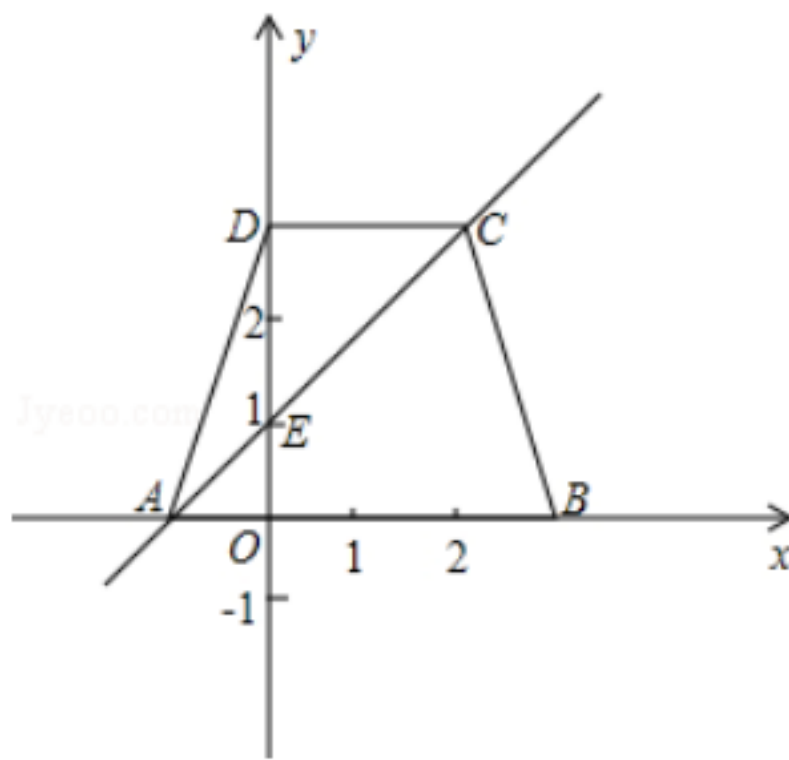
- 22 .( 7 分 ) 某中学为了绿化校园，计划购买一批榕树和香樟树，经市场调查榕树的单价比香樟树少 20 元，购买 3 棵榕树和 2 棵香樟树共需 340 元．
- (1) 请问榕树和香樟树的单价各多少？
- (2) 根据学校实际情况，需购买两种树苗共 150 棵，总费用不超过 10840 元，且购买香樟树的棵树不少于榕树的 1.5 倍，请你算算，该校本次购买榕树和香樟树共有哪几种方案。

23. (9 分) 如图，四边形 ABCD 是等腰梯形，下底 AB 在 x 轴上，点 D 在 y 轴上，直线 AC 与 y 轴交于点 E (0, 1)，点 C 的坐标为 (2, 3)。

(1) 求 A、D 两点的坐标；

(2) 求经过 A、D、C 三点的抛物线的函数关系式；

(3) 在  $y$  轴上是否存在点  $P$ , 使  $\triangle ACP$  是等腰三角形? 若存在, 请求出满足条件的所有点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



## 参考答案

1-8 . B B D B A C D A

9 . 5      10 .  $x(x+2)(x-2)$       11 .  $x-1$  且  $x \neq 0$       12 .  $\frac{4\pi}{3}$       13 .  $44^\circ$       14 .  $\frac{2n-1}{n^2+3}$

15 . 解：原式  $=\frac{1}{2}+1+4-\frac{1}{2}=5$  .

16 . 解：(1)  $AB=AD$  ,  $\angle A = \angle A$  ,

若利用 “AAS” 可以添加  $\angle C = \angle E$  ,

若利用 “ASA” 可以添加  $\angle ABC = \angle ADE$  , 或  $\angle EBC = \angle CDE$  ,

若利用 “SAS” 可以添加  $AC=AE$  , 或  $BE=DC$  ,

综上所述, 可以添加的条件为  $\angle C = \angle E$  (或  $\angle ABC = \angle ADE$  或  $\angle EBC = \angle CDE$  或  $AC=AE$  或  $BE=DC$ ) ;

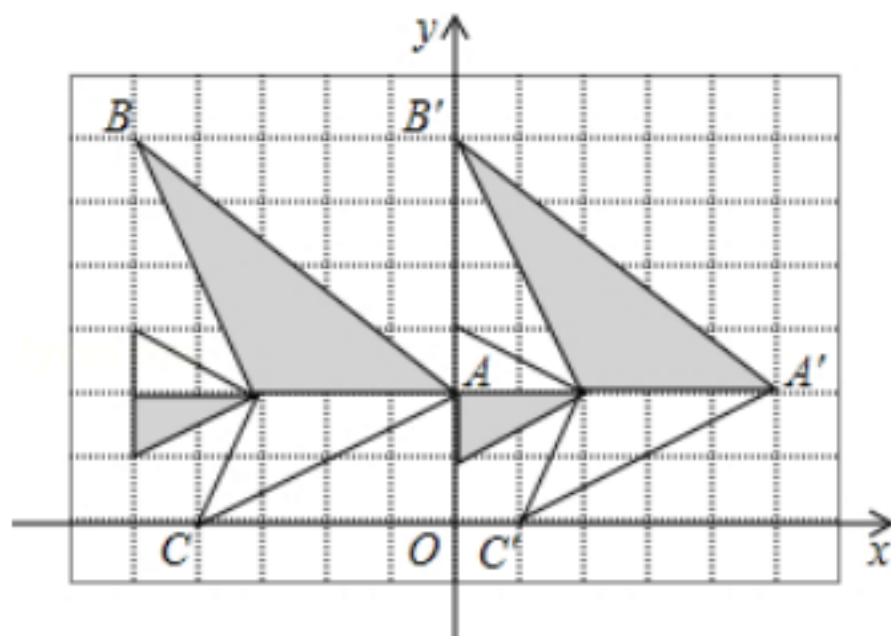
故答案为：  $\angle C = \angle E$  ;

(2) 选  $\angle C = \angle E$  为条件 .

理由如下：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  中 , 
$$\begin{cases} \angle A = \angle A \\ \angle C = \angle E \\ AB = AD \end{cases}$$

$\triangle ABC \cong \triangle ADE$  (AAS) .

17 . 解：(1) 如图所示：



(2) 结合坐标系可得：  $A'(5, 2)$  ,  $B'(0, 6)$  ,  $C'(1, 0)$  .

18 . 解：(1)  $12 \div 10\% = 120$  (人) ;

(2)  $a = 120 - 12 - 30 - 24 - 12 = 42$  ;

(3) 众数是 12 人 ;

(4) 每天体育锻炼时间不少于 1 小时的学生人数是：  $2400 \times \frac{42+24+12}{120} = 1560$  (人) .

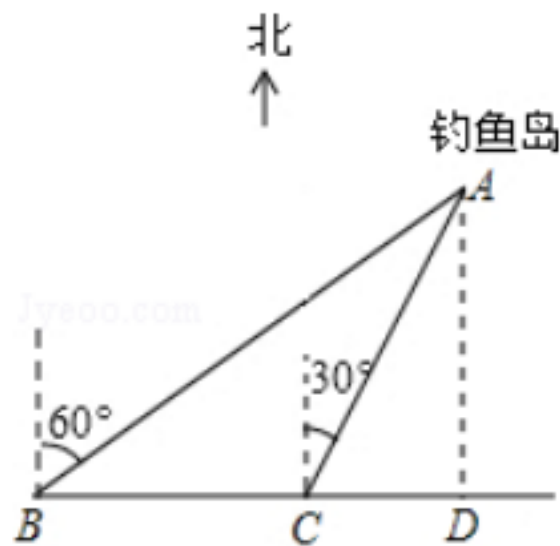
19 . 解：(1) 列表如下：

	1	2	3
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)

(2) 所有等可能的情况数为 9 种, 其中是  $x^2 - 3x + 2 = 0$  的解的为 (1, 2), (2, 1) 共 2 种,

则  $P_{\text{是方程解}} = \frac{2}{9}$  .

20 . 解：过点 A 作  $AD \perp BC$  于 D ,



根据题意得  $\angle ABC=30^\circ$ ， $\angle ACD=60^\circ$ ，

$$\angle BAC = \angle ACD - \angle ABC = 30^\circ，$$

$$CA=CB.$$

$$CB=50 \times 2=100(\text{海里})，$$

$$CA=100(\text{海里})，$$

在直角  $\triangle ADC$  中， $\angle ACD=60^\circ$ ，

$$CD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2} \times 100=50(\text{海里})。$$

故船继续航行 50 海里与钓鱼岛 A 的距离最近。

21. 解：(1)  $AB=AC$ ，AD 是 BC 的边上的中线，

$$AD \perp BC，$$

$$\angle ADB=90^\circ，$$

四边形 ADBE 是平行四边形。

平行四边形 ADBE 是矩形；

(2)  $AB=AC=5$ ， $BC=6$ ，AD 是 BC 的中线，

$$BD=DC=\frac{1}{2}BC=3，$$

在直角  $\triangle ACD$  中，

$$AD=\sqrt{AC^2-DC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4，$$

$$S_{\text{矩形 ADBE}}=BD \cdot AD=3 \times 4=12$$

22. 解：(1) 设榕树的单价为  $x$  元/棵，香樟树的单价是  $y$  元/棵，根据题意得，

$$\begin{cases} x=y-20 \\ 3x+2y=340 \end{cases}，解得 \begin{cases} x=60 \\ y=80 \end{cases}，$$

答：榕树和香樟树的单价分别是 60 元/棵，80 元/棵；

(2) 设购买榕树  $a$  棵，则购买香樟树为  $(150-a)$  棵，根据题意得，

$$\begin{cases} 60a+80(150-a) \leq 10840 \text{ ①} \\ 150-a \geq 1.5a \text{ ②} \end{cases}，$$

解不等式 ① 得， $a \leq 58$ ，

解不等式 ② 得， $a \leq 60$ ，

所以，不等式组的解集是  $a \leq 58$ ，

$a$  只能取正整数，

$$a=58, 59, 60，$$

因此有 3 种购买方案：

方案一：购买榕树 58 棵，香樟树 92 棵，

方案二：购买榕树 59 棵，香樟树 91 棵，

方案三：购买榕树 60 棵，香樟树 90 棵。

23. 解：(1) 设直线 EC 的解析式为  $y=kx+b$ ，根据题意得：



$$\begin{cases} b=1 \\ 2k+b=3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=1 \\ b=1 \end{cases},$$

$$y=x+1,$$

当  $y=0$  时,  $x=-1$ ,

点 A 的坐标为  $(-1, 0)$ .

四边形 ABCD 是等腰梯形,  $C(2, 3)$ ,

点 D 的坐标为  $(0, 3)$ .

(2) 设过  $A(-1, 0)$ 、 $D(0, 3)$ 、 $C(2, 3)$  三点的抛物线的解析式为  $y=ax^2+bx+c$ , 则有:

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ c=3 \\ 4a+2b+c=3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=3 \end{cases},$$

抛物线的关系式为:  $y=x^2-2x+3$ .

(3) 存在.

作线段 AC 的垂直平分线, 交  $y$  轴于点  $P_1$ , 交 AC 于点 F.

$OA=OE$ ,  $OAE$  为等腰直角三角形,  $AEO=45^\circ$ ,

$FEF_1=AEO=45^\circ$ ,  $FEF_1$  为等腰直角三角形.

$A(-1, 0)$ ,  $C(2, 3)$ , 点 F 为 AC 中点,

$$F\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right),$$

等腰直角三角形  $FEF_1$  斜边上的高为  $\frac{1}{2}$ ,

$$EP_1=1,$$

$$P_1(0, 2);$$

以点 A 为圆心, 线段 AC 长为半径画弧, 交  $y$  轴于点  $P_2, P_3$ .

可求得圆的半径长  $AP_2=AC=3\sqrt{2}$ .

连接  $AP_2$ , 则在  $Rt \triangle AOP_2$  中,

$$OP_2=\sqrt{AP_2^2-OA^2}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-1^2}=\sqrt{17},$$

$$P_2(0, \sqrt{17}).$$

点  $P_3$  与点  $P_2$  关于  $x$  轴对称,  $P_3(0, -\sqrt{17})$ ;

以点 C 为圆心, 线段 CA 长为半径画弧, 交  $y$  轴于点  $P_4, P_5$ , 则圆的半径长  $CP_4=CA=3\sqrt{2}$ ,

在  $Rt \triangle CDP_4$  中,  $CP_4=3\sqrt{2}$ ,  $CD=2$ ,

$$DP_4=\sqrt{CP_4^2-CD^2}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-2^2}=\sqrt{14},$$

$$OP_4=OD+DP_4=3+\sqrt{14},$$

$$P_4(0, 3+\sqrt{14});$$

同理, 可求得:  $P_5(0, 3-\sqrt{14})$ .

综上所述, 满足条件的点 P 有 5 个, 分别为:  $P_1(0, 2)$ ,  $P_2(0, \sqrt{17})$ ,  $P_3(0, -\sqrt{17})$ ,  $P_4(0, 3+\sqrt{14})$ ,  $P_5(0, 3-\sqrt{14})$ .



