向量公式

1. 实数与向量的积的运算律

   设λ、μ为实数，那么

   (1) 结合律：λ(μa)=(λμ)a;

   (2)第一分配律：(λ+μ)a=λa+μa;(3)第二分配律：λ(a+b)=λa+λb.

2. 向量的数量积的运算律

   (1) a·b= b·a （交换律）；

   (2) （λa）·b= λ（a·b）=λa·b= a·（λb）；

   (3)（a+b）·c= a ·c +b·c.

3. 平面向量基本定理

   如果 e1、e 2 是同一平面内的两个不共线向量，那么对于这一平面内的任一向量，有且只有一对实数λ1、λ2，使得 a=λ1e1+λ2e2

   不共线的向量 e1、e2 叫做表示这一平面内所有向量的一组基底.

4. 向量平行的坐标表示

   设 a=(x_1,y_1),b=(x_2,y_2)，且 b $\neq$0，则 a $\parallel$ b(b $\neq$0) $\Leftrightarrow$ $x_1y_2-x_2y_1=0$.

5. a与 b的数量积 (或内积)

   a·b=|a||b|cosθ.

6. **a·b** 的几何意义

   数量积 a·b 等于 a的长度|a|与 b在 a的方向上的投影 |b|cosθ的乘积.

7. 平面向量的坐标运算

   (1)设 a=(x_1,y_1),b=(x_2,y_2)，则 a+b=(x_1+x_2,y_1+y_2).

   (2)设 a=(x_1,y_1),b=(x_2,y_2)，则 a-b=(x_1-x_2,y_1-y_2).

   (3)设 A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2),则 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$.

   (4)设 a=$(x,y),\lambda\in R$，则 λa=$(\lambda x,\lambda y)$.

   (5)设 a=(x_1,y_1),b=(x_2,y_2)，则 a·b=$(x_1x_2+y_1y_2)$.

8. 两向量的夹角公式

   $$\cos\theta=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$$ (a=(x_1,y_1),b=(x_2,y_2)).

9. 平面两点间的距离公式

   $$d_{A,B}=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$ (A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)).

10. 向量的平行与垂直

    设 a=(x_1,y_1),b=(x_2,y_2)，且 b$\neq$0，则

    A||b$\Leftrightarrow$ b=λa$\Leftrightarrow$ $x_1y_2-x_2y_1=0$.

    a$\perp$b(a$\neq$0)$\Leftrightarrow$ a·b=0$\Leftrightarrow$ $x_1x_2+y_1y_2=0$.

11. 线段的定比分公式

    设 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P(x,y)$是线段 P_1P_2 的分点，λ是实数，且 $\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$，则

    $$\begin{cases}x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\end{cases}\Leftrightarrow\overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OP_1}+\lambda\overrightarrow{OP_2}}{1+\lambda}\Leftrightarrow\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OP_1}+(1-t)\overrightarrow{OP_2}\quad\left(t=\frac{1}{1+\lambda}\right).$$

12. 三角形的重心坐标公式

    △ABC 三个顶点的坐标分别为 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$,则△ABC 的重心的坐标是

    $$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right).$$

13. 点的平移公式

$$\begin{cases} x' = x + h \\ y' = y + k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - h \\ y = y' - k \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{OP'} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PP'}.$$

注:图形 F 上的任意一点 P(x, y)在平移后图形 F' 上的对应点为 $P'(x', y')$, 且 $\overrightarrow{PP'}$ 的坐标为 (h,k).

14. “按向量平移”的几个结论

(1)点 $P(x,y)$ 按向量 a=(h,k) 平移后得到点 $P'(x+h, y+k)$.

(2) 函数 $y = f(x)$ 的图象 C 按向量 a=(h,k) 平移后得到图象 C',则 C' 的函数解析式为 $y = f(x-h)+k$.

(3) 图象 C' 按向量 a=(h,k) 平移后得到图象 C,若 C 的解析式 $y = f(x)$,则 C' 的函数解析式为 $y = f(x+h)-k$.

(4)曲线 C: $f(x, y) = 0$ 按向量 a=(h,k) 平移后得到图象 C',则 C' 的方程为 $f(x-h, y-k) = 0$.

(5) 向量 m=(x, y) 按向量 a=(h,k) 平移后得到的向量仍然为 m=(x, y).

15. 三角形五“心”向量形式的充要条件

设 O 为 ΔABC 所在平面上一点，角 A, B, C 所对边长分别为 a,b,c，则

（1） O 为 ΔABC 的外心 (外接圆圆心)$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}^2 = \overrightarrow{OB}^2 = \overrightarrow{OC}^2$.

（2） O 为 ΔABC 的重心（三中线交点） $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

（3） O 为 ΔABC 的垂心（三高交点） $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}$.

（4） O 为 ΔABC 的内心（内切圆圆心 -内角平分线交点） $\Leftrightarrow a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB} + c\overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

（5） O 为 ΔABC 的 $\angle A$ 的旁心（三外角平分线交点） $\Leftrightarrow a\overrightarrow{OA} = b\overrightarrow{OB} + c\overrightarrow{OC}$.