常见三角函数值

sin30°=1/2　　sin45°=√2/2　　sin60°=√3/2

cos30°=√3/2　　cos45°=√2/2　　cos60°=1/2

tan30°=√3/3　　tan45°=1　　tan60°=√3

cot30°=√3　　cot45°=1　　cot60°=√3/3

sin15°=（√6-√2）/4　　sin75°=（√6+√2）/4　　cos15°=（√6+√2）/4

cos75°=（√6-√2）/4（这四个可根据 sin（45°±30°）=sin45°cos30°±cos45°sin30°得出）

三角函数公式

一、任意角的三角函数

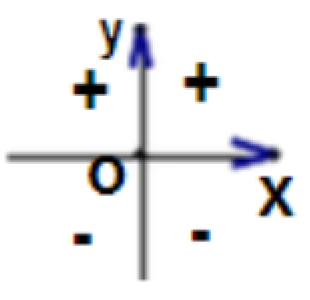
在角α的终边上任取一点$P(x,y)$，记：$r=\sqrt{x^2+y^2}$，

正弦函数：$\sin\alpha=\frac{y}{r}$　余弦函数：$\cos\alpha=\frac{x}{r}$　正切函数：$\tan\alpha=\frac{y}{x}$

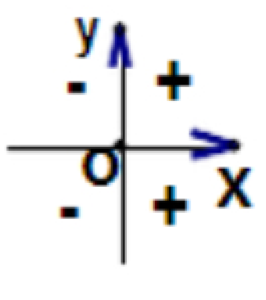
余切函数：$\cot\alpha=\frac{x}{y}$　正割函数：$\sec\alpha=\frac{r}{x}$　余割函数：$\csc\alpha=\frac{r}{y}$

二、三角函数在各象限的符号

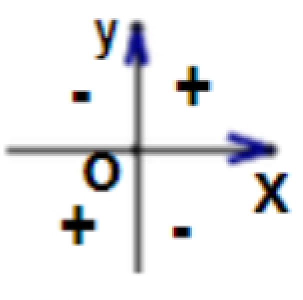
三角函数在各象限的符号：（一全二正弦，三切四余弦）



正弦



余弦



正切

三、同角三角函数的基本关系式

倒数关系：$\tan x\cdot\cot x=1$。

商数关系：$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$

平方关系：$\sin^2 x+\cos^2 x=1$，$1+\tan^2 x=\sec^2 x$，$1+\cot^2 x=\csc^2 x$。

四、诱导公式

公式一：设α为任意角，终边相同的角的同一三角函数的值相等：

sin（2kπ＋α）＝sinα　　cos（2kπ＋α）＝cosα

tan（2kπ＋α）＝tanα　　cot（2kπ＋α）＝cotα　　(其中 k∈Z)

公式二：设α为任意角，π＋α 的三角函数的值与α的三角函数值之间的关系：

sin（π＋α）＝－sinα　　cos（π＋α）＝－cosα

tan（π＋α）＝tanα　　cot（π＋α）＝cotα

公式三：任意角α与－α的三角函数值之间的关系：

sin（－α）＝－sinα　　cos（－α）＝cosα

tan（－α）＝－tanα　　cot（－α）＝－cotα

公式四：利用公式二和公式三可以得到π－α 与α的三角函数值之间的关系：

sin（π－α）＝sinα　　cos（π－α）＝－cosα

tan（π－α）＝－tanα　　cot（π－α）＝－cotα

公式五：$\frac{\pi}{2}-\alpha$ 与α的三角函数值之间的关系：

sin（$\frac{\pi}{2}-\alpha$）＝cosα　　cos（$\frac{\pi}{2}-\alpha$）＝sinα

tan（$\frac{\pi}{2}-\alpha$）＝cotα　　cot（$\frac{\pi}{2}-\alpha$）＝tanα

公式六：$\frac{\pi}{2}+\alpha$ 与α的三角函数值之间的关系：

sin（$\frac{\pi}{2}+\alpha$）＝cosα　　cos（$\frac{\pi}{2}+\alpha$）＝－sinα

tan（$\frac{\pi}{2}+\alpha$）＝－cotα　　cot（$\frac{\pi}{2}+\alpha$）＝－tanα

公式七：$\frac{3\pi}{2}-\alpha$ 与α的三角函数值之间的关系：

sin（$\frac{3\pi}{2}-\alpha$）＝－cosα　　cos（$\frac{3\pi}{2}-\alpha$）＝－sinα

tan（$\frac{3\pi}{2}-\alpha$）＝cotα　　cot（$\frac{3\pi}{2}-\alpha$）＝tanα

公式八：$\frac{3\pi}{2}+\alpha$ 与α的三角函数值之间的关系：

sin（$\frac{3\pi}{2}+\alpha$）＝－cosα　　cos（$\frac{3\pi}{2}+\alpha$）＝sinα

tan（$\frac{3\pi}{2}+\alpha$）＝－cotα　　cot（$\frac{3\pi}{2}+\alpha$）＝－tanα

公式九：利用公式一和公式三可以得到2π－α 与α的三角函数值之间的关系：

sin（2π－α）＝－sinα　　　cos（2π－α）＝cosα

tan（2π－α）＝－tanα　　　cot（2π－α）＝－cotα

(1) $\alpha+2k\pi\ (k\in Z)$、$-\alpha$、$\pi+\alpha$、$\pi-\alpha$、$2\pi-\alpha$ 的三角函数值，等于 α 的同名函数值，前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号。（口诀：函数名不变，符号看象限）

(2) $\frac{\pi}{2}+\alpha$、$\frac{\pi}{2}-\alpha$、$\frac{3\pi}{2}+\alpha$、$\frac{3\pi}{2}-\alpha$ 的三角函数值，等于 α 的异名函数值，前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号。（口诀：函数名改变，符号看象限）

五、和角公式和差角公式

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$　　$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$　　$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}$　　$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$

六、二倍角公式

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$　　$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$ …(*)

$\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

$1+\cos2\alpha=2\cos^2\alpha$　　$1-\cos2\alpha=2\sin^2\alpha$

$1+\sin2\alpha=(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$　　$1-\sin2\alpha=(\sin\alpha-\cos\alpha)^2$

$$\boxed{\cos^2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{2},\quad \sin^2\alpha=\frac{1+\sin2\alpha}{2},\quad \tan\alpha=\frac{1-\cos2\alpha}{\sin2\alpha}=\frac{\sin2\alpha}{1+\cos2\alpha}。}$$

七、辅助角公式

$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$

其中：角 φ 的终边所在的象限与点 (a,b) 所在的象限相同，

$\sin\varphi=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$，　$\cos\varphi=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，　$\tan\varphi=\dfrac{b}{a}$。

八、正弦定理

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$　（R 为 ΔABC 外接圆半径）

九、余弦定理

$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$　　$b^2=a^2+c^2-2ac\cdot\cos B$　　$c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos C$

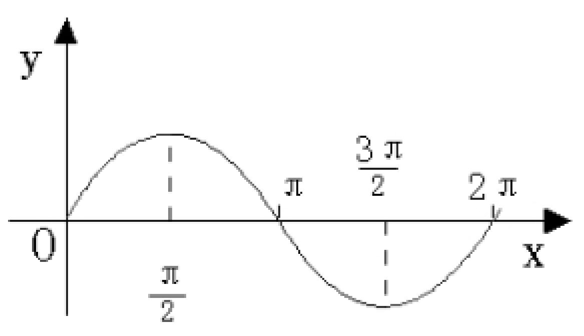
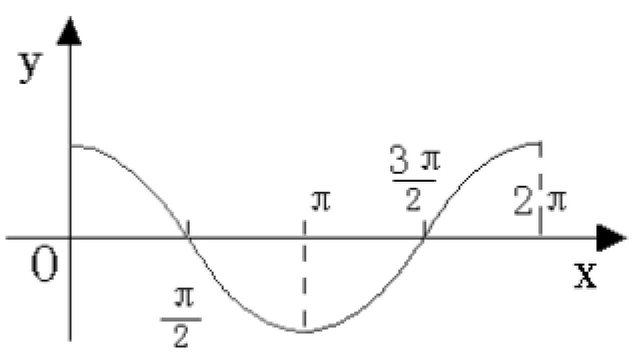
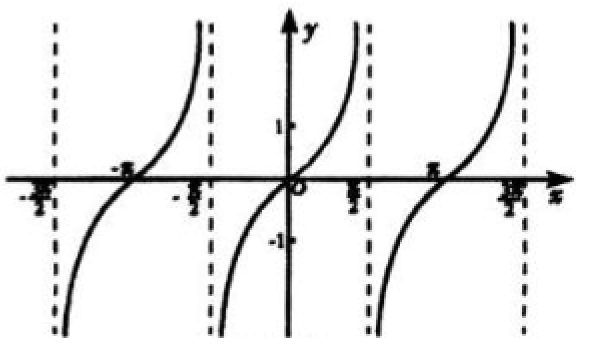
十、三角形的面积公式

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times$底$\times$高　　$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$（两边一夹角）

十一、扇形弧长和面积公式

弧长公式：$l=|\alpha|\cdot r$.　　扇形面积公式：$s_{扇形}=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}|\alpha|\cdot r^2$

十二、正弦函数、余弦函数和正切函数的图象与性质：

性质＼函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
图象			
定义域	R	R	$\left\{x\middle\vert x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z\right\}$
值域	$[-1,1]$	$[-1,1]$	R
最值	当 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ 时，$y_{\max}=1$；当 $x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$ 时，$y_{\min}=-1$.	当 $x=2k\pi$ 时，$y_{\max}=1$；当 $x=2k\pi+\pi$ 时，$y_{\min}=-1$.	既无最大值也无最小值
周期性	2π	2π	π
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
单调性	在 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$	在 $[2k\pi-\pi,2k\pi]$ 上是增函数；	在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$

	上是增函数； 在 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$ 上是减函数.	在 $\left[2k\pi,2k\pi+\pi\right]$ 上是减函数.	上是增函数.
对称性	对称中心 $\left(k\pi,0\right)$ 对称轴 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$	对称中心 $\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right)$ 对称轴 $x=k\pi$	对称中心 $\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$ 无对称轴

十三、三角函数的图象变换

函数 $y=\mathrm{A}\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\mathrm{A}>0,\omega>0\right)$ 的图象：

（1）函数 $y=\mathrm{A}\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\mathrm{A}>0,\omega>0\right)$ 的有关概念：

①振幅：A；②周期：$\mathrm{T}=\frac{2\pi}{\omega}$；③频率：$f=\frac{1}{\mathrm{T}}=\frac{\omega}{2\pi}$；④相位：$\omega x+\varphi$；⑤初相：$\varphi$.

(2) 振幅变换

①y=Asinx，x∈R(A>0 且 A≠1)的图象可以看作把正数曲线上的所有点的纵坐标伸长(A>1)或缩短(0<A<1)到原来的 A 倍得到的.

②它的值域[-A, A] 最大值是 A, 最小值是-A

③若 A<0 可先作 y=-Asinx 的图象 ，再以 x 轴为对称轴翻折.

A 称为振幅，这一变换称为振幅变换

(3) 周期变换

①函数 y=sinωx, x∈R (ω>0 且ω≠1)的图象，可看作把正弦曲线上所有点的横坐标缩短(ω>1)或伸长(0<ω<1)到原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍（纵坐标不变）

②若ω<0 则可用诱导公式将符号“提出”再作图.

ω 决定了函数的周期，这一变换称为周期变换.

(4) 相位变换

一般地，函数 $y=\sin(x+\varphi)$，$x\in\mathrm{R}$(其中 $\varphi\neq0$)的图象，可以看作把正弦曲线上所有点向左(当 $\varphi>0$ 时)或向右(当 $\varphi<0$ 时＝平行移动｜φ｜个单位长度而得到.(用平移法注意讲清方向：“加左”“减右”)

$y=\sin(x+\varphi)$与 $y=\sin x$ 的图象只是在平面直角坐标系中的相对位置不一样，这一变换称为相位变换.