2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-4<0\}$, $B=\{-4,1,3,5\}$, 则 $A\bigcap B=$

A．$\{-4,1\}$　　B．$\{1,5\}$

C．$\{3,5\}$　　D．$\{1,3\}$

2．若 $z=1+2\mathrm{i}+\mathrm{i}^3$，则 $|z|=$

A．0　　B．1

C．$\sqrt{2}$　　D．2

3．埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥.以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为

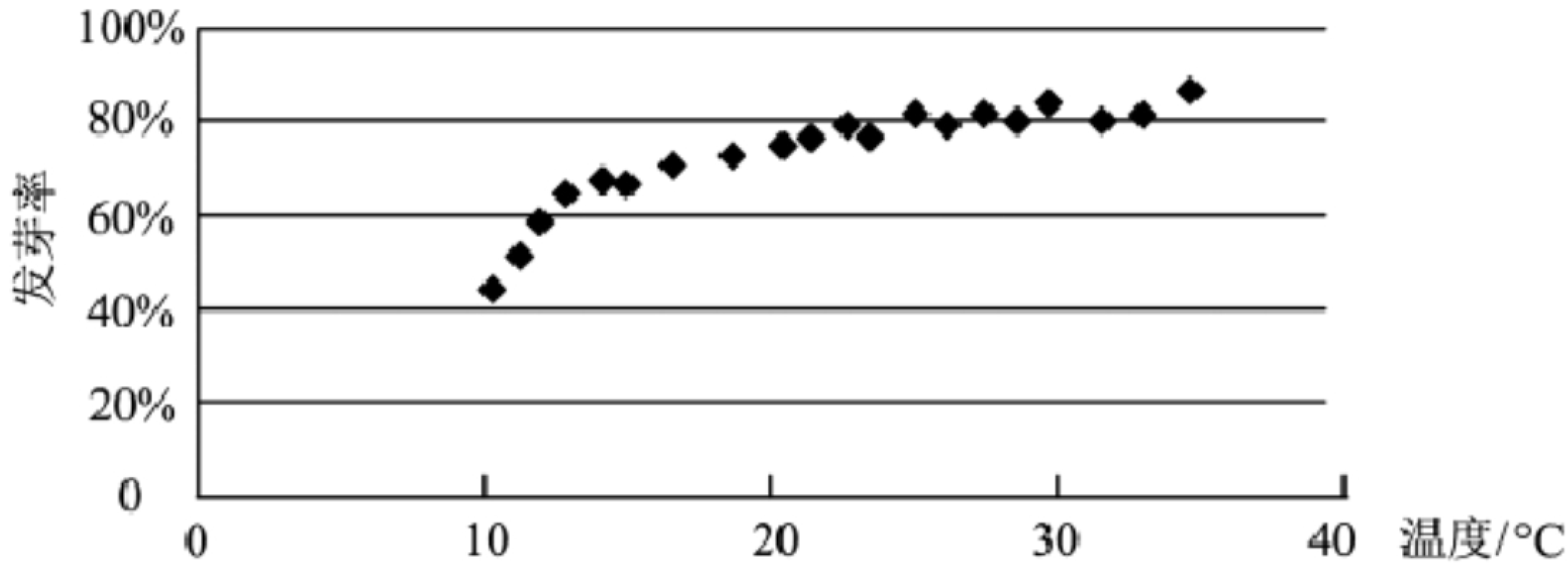
A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

4．设 O 为正方形 $ABCD$ 的中心，在 O，A，B，C，D 中任取 3 点，则取到的 3 点共线的概率为

A. $\dfrac{1}{5}$　　B. $\dfrac{2}{5}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

5．某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x（单位：℃）的关系，在 20 个不同的温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据 $(x_i, y_i)(i=1,2,\cdots,20)$ 得到下面的散点图：



由此散点图，在 10℃至 40℃之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是

A．$y=a+bx$　　　　B．$y=a+bx^2$

C．$y=a+be^x$　　　　D．$y=a+b\ln x$

6．已知圆 $x^2+y^2-6x=0$，过点（1，2）的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为

A．1　　　　B．2

C．3　　　　D．4

7．设函数 $f(x)=\cos(\omega x+\frac{\pi}{6})$ 在[−π，π]的图像大致如下图，则 f（x）的最小正周期为

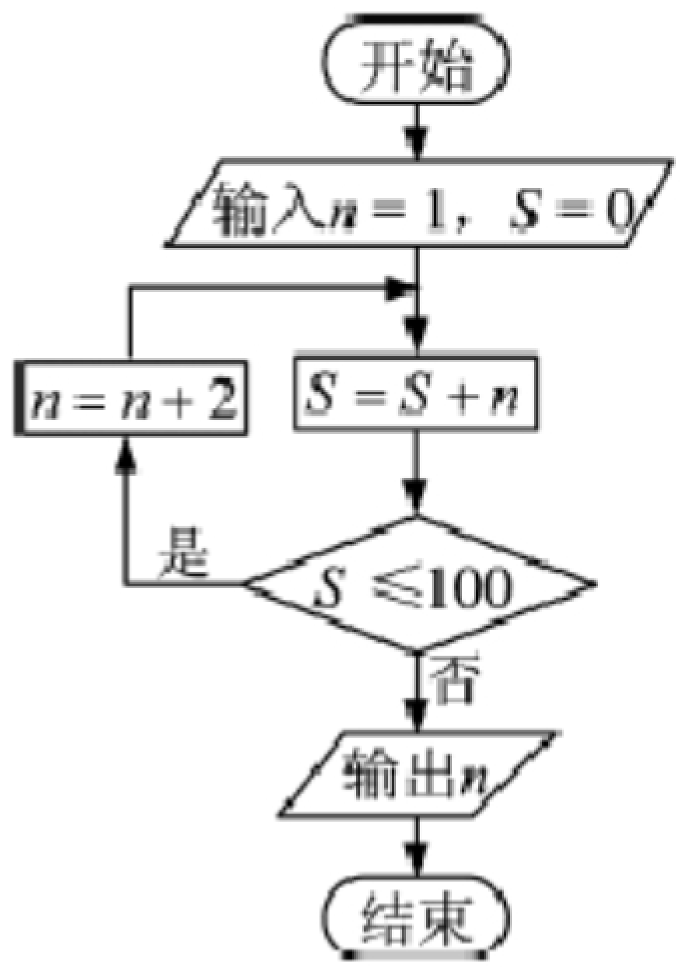
A．$\dfrac{10\pi}{9}$　　B．$\dfrac{7\pi}{6}$

C．$\dfrac{4\pi}{3}$　　D．$\dfrac{3\pi}{2}$

8．设$a\log_3 4=2$，则$4^{-a}=$

A．$\dfrac{1}{16}$　　B．$\dfrac{1}{9}$　　C．$\dfrac{1}{8}$　　D．$\dfrac{1}{6}$

9．执行下面的程序框图，则输出的 n=



A．17　　B．19　　C．21　　D．23

A．$\frac{7}{2}$　　B．3　　C．$\frac{5}{2}$　　D．2

12．已知 A,B,C 为球 O 的球面上的三个点，$\odot O_1$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆，若 $\odot O_1$ 的面积为 4π，$AB=BC=AC=OO_1$，则球 O 的表面积为

A．64π　　B．48π　　C．36π　　D．32π

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\le 0,\\ x-y-1\ge 0,\\ y+1\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=x+7y$ 的最大值为______.

14．设向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1),\boldsymbol{b}=(m+1,2m-4)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$______.

15．曲线 $y=\ln x+x+1$ 的一条切线的斜率为 2，则该切线的方程为______.

16．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2}+(-1)^n a_n=3n-1$，前 16 项和为 540，则 $a_1=$ ______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

品的等级，整理如下：

甲分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	40	20	20	20

乙分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	28	17	34	21

（1）分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率；

（2）分别求甲、乙两分厂加工出来的 100 件产品的平均利润，以平均利润为依据，厂家应选哪个分厂承接加工业务？

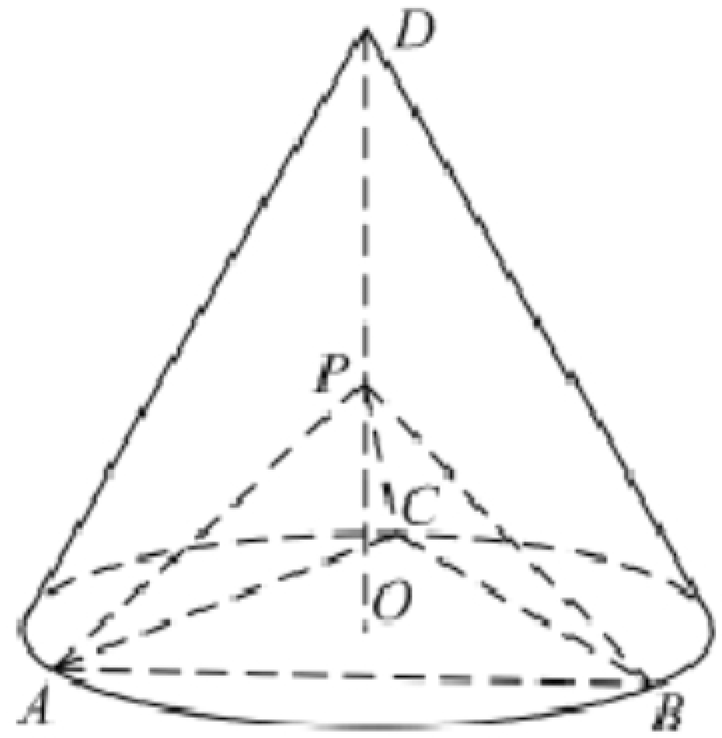
18．（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.已知 $B=150°$.

（1）若 $a=\sqrt{3}c$，$b=2\sqrt{7}$，求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $\sin A+\sqrt{3}\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 C.

19．（12 分）



（1）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAC；

（2）设 $DO=\sqrt{2}$，圆锥的侧面积为 $\sqrt{3}\pi$，求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

20．（12 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-a(x+2)$.

（1）当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

21．（12 分）

已知 A、B 分别为椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1\ (a>1)$ 的左、右顶点，G 为 E 的上顶点，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$，

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\cos^k t, \\ y=\sin^k t \end{cases}$ (t 为参数)．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $4\rho\cos\theta-16\rho\sin\theta+3=0$．

（1）当 $k=1$ 时，C_1 是什么曲线？

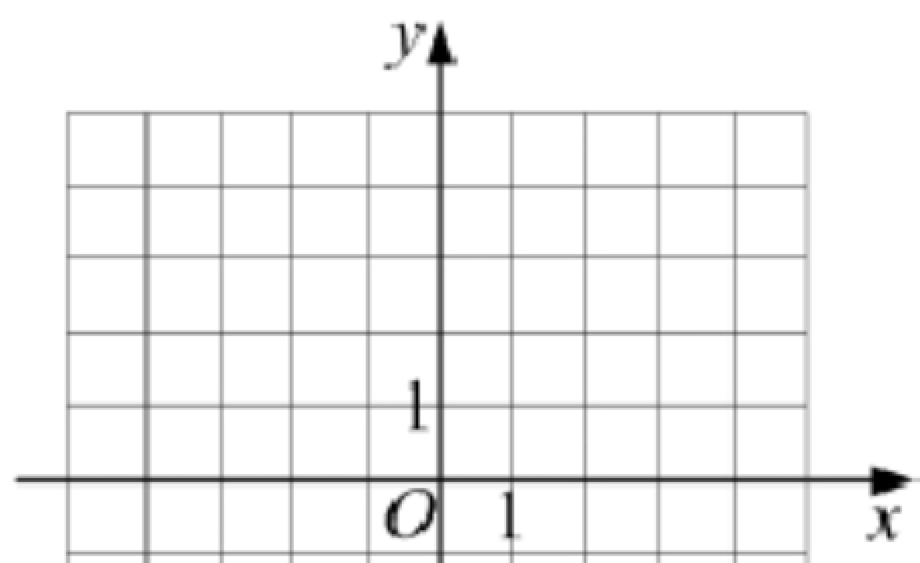
（2）当 $k=4$ 时，求 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|3x+1|-2|x-1|$．

（1）画出 $y=f(x)$ 的图像；

（2）求不等式 $f(x)>f(x+1)$ 的解集．



2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案(A卷)

选择题答案

一、选择题

1．D	2．C	3．C	4．A
5．D	6．B	7．C	8．B
9．C	10．D	11．B	12．A

非选择题答案

二、填空题

13．1	14．5	15．$y=2x$	16．7

三、解答题

17．解：（1）由试加工产品等级的频数分布表知，

甲分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为$\frac{40}{100}=0.4$；

乙分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为$\frac{28}{100}=0.28$．

由数据知乙分厂加工出来的 100 件产品利润的频数分布表为

利润	70	30	0	−70
频数	28	17	34	21

因此乙分厂加工出来的 100 件产品的平均利润为

$$\frac{70\times 28+30\times 17+0\times 34-70\times 21}{100}=10.$$

比较甲乙两分厂加工的产品的平均利润，应选甲分厂承接加工业务.

18．解：（1）由题设及余弦定理得 $28=3c^2+c^2-2\times\sqrt{3}c^2\times\cos150^\circ$，

解得 $c=-2$（舍去），$c=2$，从而 $a=2\sqrt{3}$.

$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\times\sin150^\circ=\sqrt{3}$.

（2）在 $\triangle ABC$ 中，$A=180^\circ-B-C=30^\circ-C$，所以

$\sin A+\sqrt{3}\sin C=\sin(30^\circ-C)+\sqrt{3}\sin C=\sin(30^\circ+C)$，

故 $\sin(30^\circ+C)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

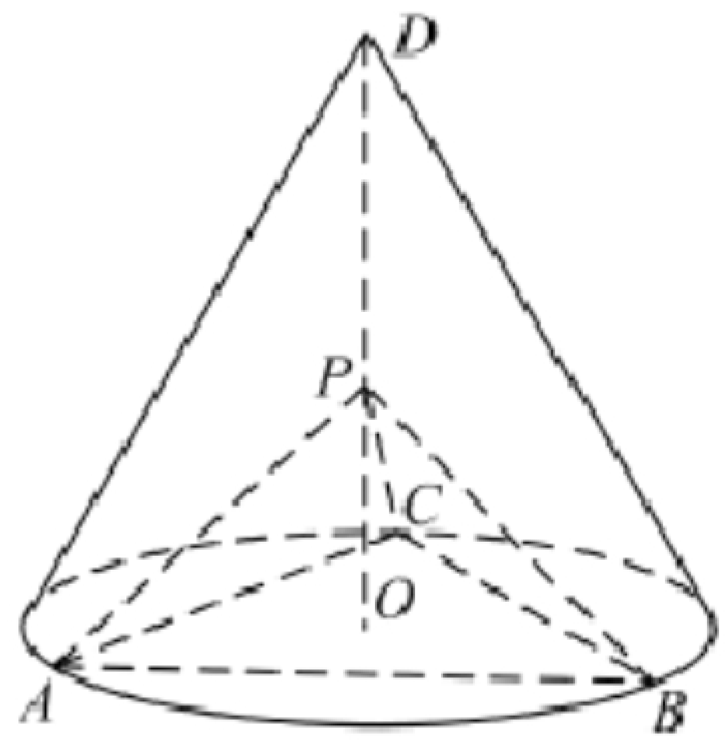
而 $0^\circ<C<30^\circ$，所以 $30^\circ+C=45^\circ$，故 $C=15^\circ$.

由题设可得 $rl=\sqrt{3}$，$l^2-r^2=2$．

解得 $r=1$，$l=\sqrt{3}$，

从而 $AB=\sqrt{3}$．由（1）可得 $PA^2+PB^2=AB^2$，故 $PA=PB=PC=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$．

所以三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积为 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times PA\times PB\times PC=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times(\dfrac{\sqrt{6}}{2})^3=\dfrac{\sqrt{6}}{8}$．



20．解：（1）当a=1时，f（x）=e^x–x–2，则 $f'(x)$=e^x–1．

当x<0时，$f'(x)$<0；当x>0时，$f'(x)$>0．

所以f（x）在（–∞，0）单调递减，在（0，+∞）单调递增．

当$x\in$（$\ln a$，$+\infty$）时，$f'(x)>0$．所以f（x）在（$-\infty$，$\ln a$）单调递减，在（$\ln a$，$+\infty$）单调递增，故当$x=\ln a$时，f（x）取得最小值，最小值为f（$\ln a$）$=-a$（$1+\ln a$）．

（i）若$0\le a\le\frac{1}{\mathrm{e}}$，则$f$（$\ln a$）$\ge0$，$f$（$x$）在（$-\infty$，$+\infty$）至多存在1个零点，不合题意．

（ii）若$a>\frac{1}{\mathrm{e}}$，则f（$\ln a$）<0．

由于f（-2）$=\mathrm{e}^{-2}>0$，所以f（x）在（$-\infty$，$\ln a$）存在唯一零点．

由（1）知，当$x>2$时，$\mathrm{e}^x-x-2>0$，所以当$x>4$且$x>2\ln$（$2a$）时，

$$f(x)=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\cdot\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}-a(x+2)>\mathrm{e}^{\ln(2a)}\cdot(\frac{x}{2}+2)-a(x+2)=2a>0.$$

故f（x）在（$\ln a$，$+\infty$）存在唯一零点，从而f（x）在（$-\infty$，$+\infty$）有两个零点．

综上，a的取值范围是（$\frac{1}{\mathrm{e}}$，$+\infty$）．

21．解：（1）由题设得$A(-a,0),B(a,0),G(0,1)$．

则$\overrightarrow{AG}=(a,1)$，$\overrightarrow{GB}=(a,-1)$．由$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$得$a^2-1=8$，即$a=3$．

所以E的方程为$\frac{x^2}{9}+y^2=1$．

（2）设$C(x_1,y_1),D(x_2,y_2),P(6,t)$．

由于$\frac{x_2^2}{9}+y_2^2=1$，故$y_2^2=-\frac{(x_2+3)(x_2-3)}{9}$，可得$27y_1y_2=-(x_1+3)(x_2+3)$，

即$(27+m^2)y_1y_2+m(n+3)(y_1+y_2)+(n+3)^2=0$．①

将$x=my+n$代入$\frac{x^2}{9}+y^2=1$得$(m^2+9)y^2+2mny+n^2-9=0$．

所以$y_1+y_2=-\frac{2mn}{m^2+9},y_1y_2=-\frac{n^2-9}{m^2+9}$．

代入①式得$(27+m^2)(n^2-9)-2m(n+3)mn+(n+3)^2(m^2+9)=0$．

解得$n=-3$（舍去），$n=\frac{3}{2}$．

故直线CD的方程为$x=my+\frac{3}{2}$，即直线CD过定点$(\frac{3}{2},0)$．

若$t=0$，则直线CD的方程为$y=0$，过点$(\frac{3}{2},0)$．

综上，直线CD过定点$(\frac{3}{2},0)$．

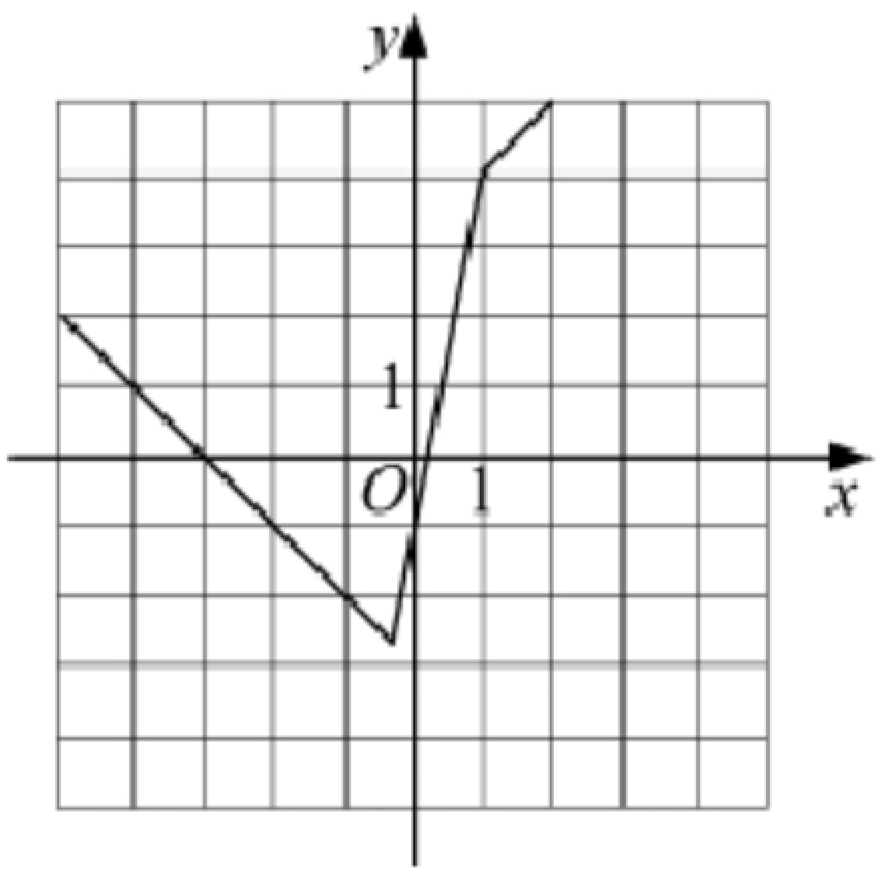
22．解：当k=1时，$C_1:\begin{cases}x=\cos t,\\y=\sin t,\end{cases}$消去参数$t$得$x^2+y^2=1$，故曲线$C_1$是圆心为坐标原点，半径为1的圆．

$x=\cos^4 t,$

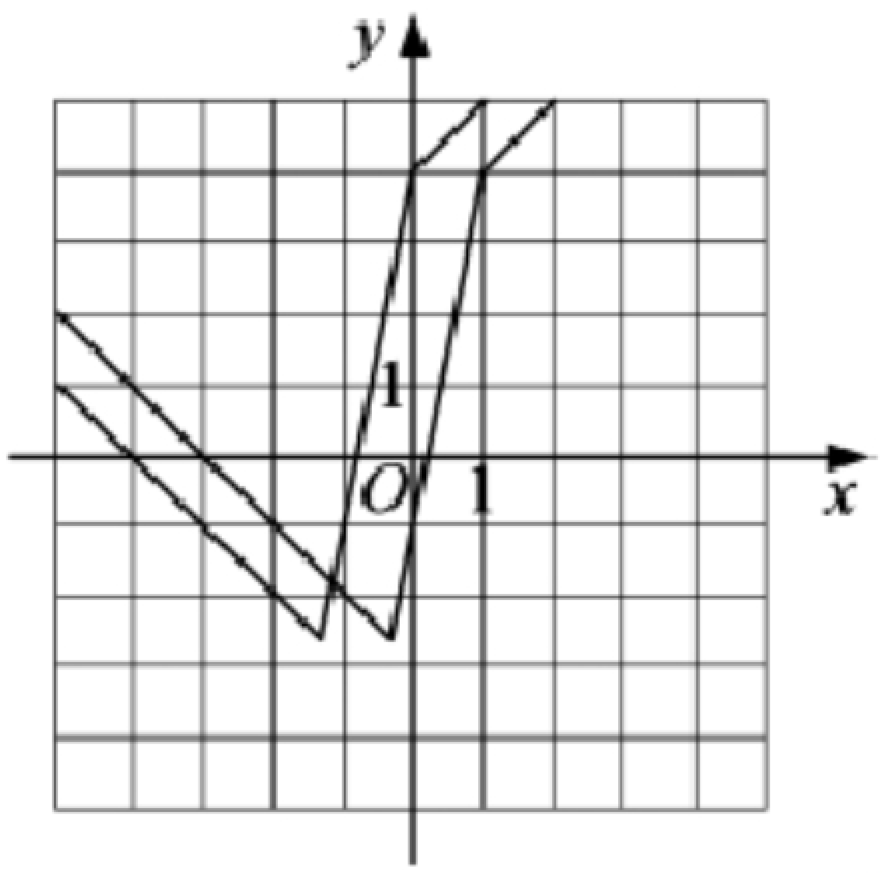
故 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标为 $(\frac{1}{4},\frac{1}{4})$.

23．解：（1）由题设知 $f(x)=\begin{cases}-x-3, & x\le -\frac{1}{3},\\ 5x-1, & -\frac{1}{3}<x\le 1,\\ x+3, & x>1.\end{cases}$

$y=f(x)$ 的图像如图所示.



（2）函数 $y=f(x)$ 的图像向左平移 1 个单位长度后得到函数 $y=f(x+1)$ 的图像.



$y=f(x)$ 的图像与 $y=f(x+1)$ 的图像的交点坐标为 $(-\frac{7}{6},-\frac{11}{6})$．

由图像可知当且仅当 $x<-\frac{7}{6}$ 时，$y=f(x)$ 的图像在 $y=f(x+1)$ 的图像上方，

故不等式 $f(x)>f(x+1)$ 的解集为 $(-\infty,-\frac{7}{6})$．