光学重点

$class1$

几何光学三定律

1. 直线传播定律：在均匀介质中光沿**直线**传播
2. **独立**传播定律：不同方向的光线相交，不影响每一光线的传播
3. 反射、折射定律：在两种媒质的**界面**发生反射、折射

$snell's\ law$

$nsin\theta_i = n'sin\theta_i'$

$class2$

棱镜最小偏向角

$n = \frac{sin\frac{\delta_m+\alpha}{2}}{sin\frac{\alpha}{2}}n_0$
（其中α为棱镜顶角）

费马原理

$\delta\int_Q^P ndl = 0$

$class3$

共轭点

将物点移到原来的像点位置，并使光线沿反方向射入光具组，像点将出现在原来的物点位置上。这样的一对物像点被称为共轭点。

光学系统严格成像的条件

1.同心性不变：由物点发出的同心光束通过光具组后保持同心性不变。

2.等光程成像：由物点发出的所有光线通过光具组后均应以相等的光程到达像点。
透镜往往难以形成共轭点。$specially$：齐明点

$class4$

傍轴光线透镜物象距公式($important$)

$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n'-n}{r} = \Phi$
$Def: \Phi = \frac{n'-n}{r}$为光焦度，单位为屈光度($D/m^{-1}$)

傍轴光线反射球面物象距公式

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{r}(n' \to -n, s' \to -s')$

折射球面横向放大率公式

$V=-\frac{ns'}{n's}$，反射球面横向放大率公式$V=-\frac{s'}{s}(n'\to -n,s'\to -s')$

$Gauss$公式

$\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$

$Lagrange-Helmhotz$恒等式

$ynu=y'n'u'$
（其中u为光线倾角）

$class5$

薄透镜动力学

$\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n_l-n}{r1}+\frac{n'-n_l}{r2}$
其中n_l为薄透镜折射率
令$\Phi_1=\frac{n_l-n}{r_1},\Phi_2=\frac{n'-n_l}{r_2},\Phi_1+\Phi_2=\Phi$
得到
$\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\Phi$

空气中磨镜者公式

$f=f'=\frac{1}{(n_l-1)(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2})}$
空气中的薄透镜物距和像距**永远**位于两侧

牛顿物像公式

$xx'=ff'$

横向放大率

$V=-\frac{ns'}{n's}=-\frac{fs'}{f's}=-\frac{x'}{f'}=-\frac{f}{x}$
注意：负号是由第一次呈像的物距变为第二次呈像的像距产生的

密接薄透镜组

$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$

$class6$

作图法（三条重要光线）

需要熟练掌握凹透镜作图

主点&主面

主面：过主点做垂直于光轴的平面，是横向放大率为1的一对共轭面

$class7$

光学间隔：$\Delta=|F_i'F_{i+1}|$($\Delta>0$发散；$\Delta<0$会聚；$\Delta=0$无焦)

系统间隔：$d=|H_i'H_{i+1}|$

$X_H=|H_1H| \quad X_{H'}=|H_nH|$

$\Rightarrow f'=-\frac{f_1'f_2'}{\Delta}, X_H'=\frac{df_2'}{\Delta}$

$\Rightarrow f=-\frac{f_1f_2}{\Delta}, X_H=\frac{df_1}{\Delta}$

$\Phi=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}-\frac{d}{f_1f_2}$

横向放大率

$V=-\frac{ns'}{n's}$

角放大率

$W=\frac{tanu'}{tanu}=-\frac{s}{s'}$

$VW=\frac{n}{n'}$

$Lagrange-Helmhotz$恒等式

$yntanu=y'n'tanu'$
(其中u为光线倾角)

$class8$

景深：由$Newton$物像公式得
$\frac{\delta x'}{\delta x}=-\frac{f^2}{x^2}$
大光圈+长焦镜头+近距离$\rightarrow$小景深

小光圈+短焦镜头+远距离$\rightarrow$大景深

像差：见PPT

$class9$

投影仪：$s\approx f$

照相机：$s'\approx f$

眼睛

远点：无穷远；近点：明视距离

和眼睛直接相关的两种仪器（需要考虑到眼睛特性）

对于眼睛前的放大镜和目镜：

由于眼睛的特点，物体只能处于凸透镜焦点以内的一个小范围内，这个范围叫焦深

物体的视角最大不超过$w=\frac{y}{s_0}$由牛顿公式，其对光心夹角为$w'=\frac{y}{f}$则放大镜视角放大率$M=\frac{s_0}{f}$，对不同放大倍率的目镜来说焦深$x=\frac{s_0}{M(M+1)}$

显微镜：物在f_0附近，**第一次呈像在f_e附近**，最后呈像在明视距离s_0(25cm)外，角放大率$M\overset{?}{=}-\frac{\Delta s_0}{f_ef_o}$，其中$\Delta$为光学筒长

望远镜：**第一次呈像在f_e附近**且$f_0'\approx f_e$，角放大率$M\overset{?}{=}-\frac{f_o'}{f_e}$

光瞳

入射光瞳：孔径光阑在物方的共轭，大小用物镜横向放大率计算

出射光瞳：孔径光阑在像方的共轭，大小用目镜横向放大率计算

$E.Abbe$正弦条件

傍轴物点以大孔径光束呈像的充要条件：$nysinu=n'y'sinu'$

$class10$

照度，亮度见$P98.5$

像的亮度

$\frac{B'}{B}=k(\frac{n'}{n})^2$

像的照度

$E=\frac{\Phi'}{\sigma'}\overset{?}{=}\frac{k\pi Bu_0^2}{V^2}$

V是横向放大率

$class11$

波前

记初相位为$-\varphi_0$

平面波

Def :(i)振幅为常数(ii)具有线性相位因子

复振幅$\widetilde{U_P}=Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+\varphi_0)}$

球面波

复振幅$\widetilde{U_P}=\frac{a}{r}e^{i(kr+\varphi_0)}$

$\varphi(P)=kx-$源初相位

$class12$

偏振光

总设
$\begin{cases}E_x=A_xcos(wt)\\E_y=A_ycos(wt+\Delta\varphi)\end{cases}$
则“广义椭圆”的取向只取决于相位差

左旋偏振光：迎着传播方向观察，电矢量逆时针转动

右旋偏振光：迎着传播方向观察，电矢量顺时针转动

马吕斯定律

$I_\theta = I_0 cos^2\theta$

$Fresnel$反射折射公式

边界处两个$Maxwell$方程+折射率$n \approx \sqrt{\epsilon_r}$
$\begin{cases} \vec{n} \times (E_1 - E_2) = 0 \\ \vec{n} \times (H_1 - H_2) = 0 \end{cases}$

$r_s = -\frac{sin(i_1 - i_2)}{sin(i_1 + i_2)} = \frac{cosi_1 - \sqrt{n_{21}^2 - sin^2 i_1}}{cosi_1 + \sqrt{n_{21}^2 - sin^2 i_1}}$

$r_p = \frac{tan(i_1 - i_2)}{tan(i_1 + i_2)} = \frac{n_{21}^2 cosi_1 - \sqrt{n_{21}^2 - sin^2 i_1}}{n_{21}^2 cosi_1 + \sqrt{n_{21}^2 - sin^2 i_1}}$

$t_s = \frac{2cosi_1 sini_2}{sin(i_1 + i_2)} = \frac{2cosi_1}{cosi_1 + \sqrt{n_{21}^2 - sin^2 i_1}}$

$t_p = \frac{2cosi_1 sini_2}{sin(i_1 + i_2) cos(i_1 - i_2)} = \frac{2n_{21} cosi_1}{n_{21}^2 cosi_1 + \sqrt{n_{21}^2 - sin^2 i_1}}$

【注意】1.$i_2 = arcsin(\frac{n_1}{n_2} sini_1)$

2.后一个等于号是把$n_{21} cosi_2$换成了$\sqrt{n_{21}^2 - sin^2 i_1}$

光强（波印廷矢量）$I \propto n|E|^2$

能流（光强投影）反射率$\mathscr{R} = r^2$

能流（光强投影）透射率$\mathscr{T} = \frac{n_2 cosi_2}{n_1 cosi_1} t^2$

布儒斯特角

$r_p = 0, i_b + i_2 = \frac{\pi}{2}$

$i_b = arctan(\frac{n_2}{n_1})$

斯托克斯倒逆关系

无论是s分量还是p分量，其内反射与外反射振幅反射比$r = -r'$，相应的振幅透射比（t_s与t'_s，t_p与t'_p）总是符号相同，$tt' + r^2 = 1$

$class 13$

自然光经过偏振片强度变为原来的一半

入射光的半波损失:当且仅当S波和P波同时发生振动方向的反转，即只有**正入射**和**掠入射**的时候可能发生

反射光的半波损失:介质层（折射率n_2）上下表面的折射率为n_1, n_3，当满足n_2为极值时两反射光有半波损失

$class 14$

干涉

$I(P)=I_1(P)+I_2(p)+2\sqrt{I_1(P)I_2(P)}cos\delta(p)$

干涉的必要条件

1.频率相同（保证积分不为0）

2.存在相互平行的振动分量

3.相位差$\delta(P)$稳定 δ不固定则会出现$cos\delta$迅速变化使得$\overline{cos\delta}$为0

分波前干涉

条纹间距为

$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$

光强衬比度

$\gamma=\frac{2A_1A_2}{A_1^2+A_2^2}$
则干涉公式变为：
$I=I_0(1+\gamma cos\delta)$
其中$I_0=I_1+I_2=A_1^2+A_2^2$

两束平行光的干涉

沿x,y方向的条纹间距为
$\begin{cases}\Delta x=\frac{\lambda}{sin\alpha_1-sin\alpha_2}\\ \Delta y=\frac{\lambda}{cos\alpha_1-cos\alpha_2}\end{cases}$
空间频率为
$\begin{cases}f_x=\frac{1}{\Delta x}\\ f_y=\frac{1}{\Delta y}\end{cases}$

光源宽度与干涉条纹的关系

$\begin{cases}\delta x=\frac{D}{R}\delta s\\ \Delta x=\frac{D}{d}\lambda\end{cases}$
$\delta x=\Delta x,\delta s=b_1$得到光源极限宽度：$b_1=\frac{R}{d}\lambda$

光源宽度与衬比度

$\gamma=|\frac{sinu}{u}|$
其中$u=\frac{b}{b_1}\pi$

$class15$

分振幅干涉$\Delta L=2nhcosi_2(\pm\frac{\lambda}{2})$

等厚干涉
$e.g\begin{cases}楔形薄膜\Delta x=\frac{\lambda}{2\alpha}\\ 牛顿环R=\frac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}中央级数最小，牛顿环向上移动，各级数变大\end{cases}$

等倾干涉：$\Delta L=2nhcosi_2(\pm\frac{\lambda}{2})$中央级数最大，增大$h$级数变大，有$l=N\frac{\lambda}{2}$

迈克尔逊干涉仪

光源非单色性对条纹的影响

最大光程差（空间周期）
$\Delta L_M = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$

光源的时间相干性

$\tau_0 \Delta\nu \approx 1$

光源的空间相干性

$b\Delta\theta = \lambda$

$class16$

法布里-珀罗干涉

$I_T = \frac{I_0}{1+\frac{4Rsin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}}$
推导需要使用斯托克斯倒逆定理，可以看出，R增大，反射条纹亮线越来越宽，透射条纹亮线越来越窄

由$\delta = \frac{4\pi nhcosi}{\lambda}$, n和h一般是不变的，影响δ变化的因素有i和λ

$(1)\lambda$固定，则半角宽度为
$\Delta i = \frac{\lambda}{2\pi nhsini}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$
$(2)i$固定(经常是0)，则某一纵模的半值宽度为
$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi nhcosi}\frac{1-R}{\sqrt{R}}$
由于多光束干涉，使得在很宽的光谱范围内只有特定的波长附近出现极大$2nh = k\lambda_k, k \in \mathbb{Z}$，相邻极强频率间是等间隔的：$\Delta\nu = \frac{c}{2nh}$

定义色分辨本领为：$\frac{\lambda}{\delta\lambda}$，自由光谱范围FSR?

$class17$

菲涅尔圆孔衍射和圆屏衍射

矢量图解$P151.5$

半波带半径

$\rho_k = \sqrt{\frac{Rb}{R+b}k\lambda} \qquad (k = 1, 2, \ldots)$

转化成透镜公式：
$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{k\lambda}{\rho_k^2} \qquad 即 f = \frac{\rho_1^2}{\lambda}$

$class18$

夫琅禾费单缝衍射和矩孔衍射

矢量图解图像：$P154图7-4$

光强分布：
$I_\theta = I_0(\frac{sin\alpha}{\alpha})^2$
其中$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}(sin\theta \pm sin\theta_0)$，$\frac{sin\alpha}{\alpha}$为单缝衍射因子，$\theta_0$为入射光与单缝所在平面法线的夹角

半角宽度：
$\Delta\theta = \frac{\lambda}{acos\theta_0}$
应用：由巴比涅定律，细丝所呈衍射图像与单缝所呈图像完全一致，可以用来测细丝直径

$class19$

光学仪器像分辨本领

由于光学仪器光具组几乎都是圆形的，根据夫琅禾费圆孔衍射：$I_\theta = I_0[\frac{2J_1(x)}{x}]^2$，半角宽度为
$\Delta\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}$
由瑞利判据得光学仪器最小分辨角$\delta\theta_m = \Delta\theta$

角放大率
$M = \frac{\delta\theta_e}{\delta\theta_m}$
$\delta\theta_e \approx 1' = 2.9 \times 10^{-4}rad$

显微镜分辨本领$\delta y_m = \frac{0.61\lambda}{N.A.}$

多缝夫琅禾费衍射

相关参数：光栅常数$d = a + b$，光栅有效长度$L = Nd$
$I_\theta = a_0^2(\frac{sin\alpha}{\alpha})^2(\frac{sinN\beta}{sin\beta})^2 \qquad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda}sin\theta \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda}sin\theta$
分析思路：矢量图解法（区别：衍射时$R \propto A_0$，干涉时$R \propto a_\theta$），单缝衍射因子和缝间干涉因子相乘实现相位调制，出现缺级

$class20$

光栅分光

对于一定波长差$\delta\lambda$的两条谱线的角间隔？由光栅方程$dsin\theta_k = k\lambda$，取微分得到$\delta\theta = \frac{k\delta\lambda}{dcos\theta_k}$

k级条纹的角宽度：$\frac{\pi d}{\lambda}sin\theta_k = k\pi \qquad \frac{\pi d}{\lambda}sin(\theta_k + \Delta\theta) = (k + \frac{1}{N})\pi \quad \rightarrow \Delta\theta = \frac{\lambda}{Ndcos\theta_k}$

由瑞利判据$\delta\theta = \Delta\theta$得最小分辨波长$\delta\lambda = \frac{\lambda}{kN}$

闪耀光栅

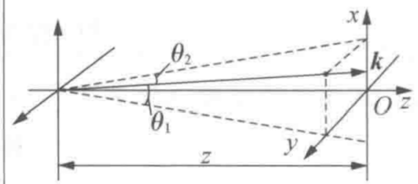
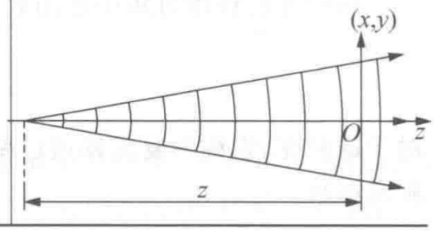
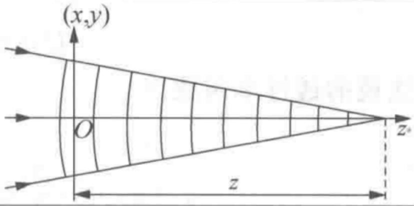
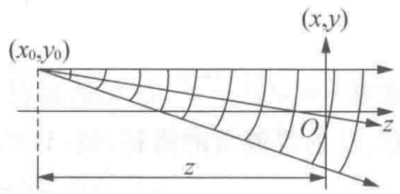
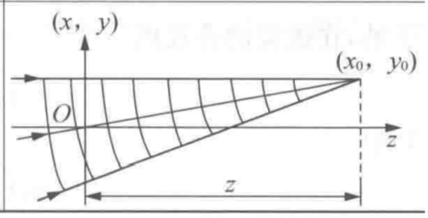
由于α中θ是光线与狭缝法线的夹角，β中θ则是与整个光栅平面法线夹角，传统的光栅θ相同，衍射的零级主极大与干涉的零级主极大重合，导致大部分能量和信息都集中于光栅中央

$class21$

屏函数

凡使波前上的复振幅发生改变的物都称为衍射屏，都具有屏函数：
$\tilde{t}(x,y)=\frac{\widetilde{U_2}(x,y)}{\widetilde{U_1}(x,y)}$

表 V-1　平面波和球面波在波前上的相因子

波的类型	特征	相因子	图解
(1)平面波	$\begin{cases}\text{传播方向}(\theta_1,\theta_2)\\ \text{当 }\theta_1=\theta_2=0\text{ 时}\end{cases}$	$\begin{cases}\exp[ik(\sin\theta_1 x+\sin\theta_2 y)]\\ 1\end{cases}$	
(2)发散球面波	中心在轴上坐标$(0,0,-z)$	$\exp\left[ik\frac{x^2+y^2}{2z}\right]$	
(3)会聚球面波	中心在轴上坐标$(0,0,z)$	$\exp\left[-ik\frac{x^2+y^2}{2z}\right]$	
(4)发散球面波	中心在轴外坐标$(x_0,y_0,-z)$	$\exp\left[ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z}-\frac{xx_0+yy_0}{z}\right)\right]$	
(5)会聚球面波	中心在轴外坐标(x_0,y_0,z)	$\exp\left[-ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z}-\frac{xx_0+yy_0}{z}\right)\right]$	

透镜的相位变换函数：
$\widetilde{t_L}(x,y)=exp[-ik\frac{x^2+y^2}{2f}]$

棱镜的相位变换函数：
$\widetilde{t_P}(x,y)=exp[-ik(n-1)\alpha x]$

正弦光栅的相位变换函数：
$\tilde{t}(x,y)=t_0+t_1cos(q_xx+q_yy+\varphi_0)$
$q=2\pi f$为空间圆频率

正弦光栅的制备

两束平行光干涉的光强为：$I=I_0[1+\gamma cos(q_x x+q_y y+\varphi_0)]$

经过线性冲洗：$\tilde{t}(x,y)=t_0+\beta I(x,y)$得到正弦光栅

由欧拉公式可知平行光通过正弦光栅后分为三列平面波,对照平面波的复振幅和复振幅$\widetilde{U_2}$得到
$2\pi fx=kx\rightarrow sin\theta_{\pm1}=\pm f\lambda$

屏函数傅里叶展开

任何复杂衍射屏的屏函数都可以展开成一系列简单屏函数的和

$class22$

空间滤波

凸透镜本身就是一个低通滤波器，物平面在前焦面附近时截止频率为
$sin\theta=f\lambda \qquad f_M=\frac{D}{2F\lambda}$

$class23$

全息$Halo$

无源空间中的光场分布由边界条件（波前）唯一确定$I=(\widetilde{U}_o+\widetilde{U}_R)(\widetilde{U}_o^*+\widetilde{U}_R^*)$

利用线性冲洗得到屏函数$\tilde{t}(x,y)=t_0+\beta I(x,y)$

最后用与参考光R频率、角度相同的光源R'照明得到全息图像$\widetilde{U}=\widetilde{U}_{R'}\tilde{t}(x,y)$

双折射

o光：满足折射定律；e光：一般不满足折射定律

主截面

主平面

入射面