



Perceptron Multi-camadas Treinada por Retropropagação

Aluizio Fausto Ribeiro Araújo
Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática



Conteúdo

- Histórico
- Introdução
- Perceptron de Camadas Múltiplas
- Algoritmo de Retropropagação: Descrição, Funções, Capacidades e Exemplos
- Aproximação de Funções
- Arquivo de Treinamento para Generalização.
- Seleção de Modelo
- Protocolo de Treinamento
- Pontos Positivos e Negativos do MLP-BP
- Heurísticas para Melhoria de Desempenho do MLP-BP
- Técnicas para Melhoria do MLP-BP

Histórico

- O perceptron de Rosenblatt: Neurônio com pesos e bias ajustáveis.
- Teorema da convergência do perceptron: Se padrões empregados para treinar o perceptron são extraídos de duas classes linearmente separáveis, então o algoritmo converge e posiciona uma superfície de decisão na forma de hiperplano para separar duas classes.
- Limitações do perceptron:
 - Resolve apenas casos linearmente separáveis.
 - A não-linearidade na ativação do perceptron (função limiar) não é diferenciável, logo não pode ser aplicada a camadas múltiplas.
- Um simples neurônio gera uma classe de soluções que não são gerais para resolver problemas mais complexos, justificando o aparecimento do Perceptron de Camada Múltipla (MLP).

Histórico

- Surgimento do MLP treinado por retropropagação (MLP-BP):
 - Widrow & Hoff (1960) introduzem o algoritmo mínimo quadrado médio (LMS), considerando uma rede de 3 camadas com pesos fixos da entrada para a camada escondida e pesos ajustáveis (regra delta) da camada escondida para a de saída.
 - Desenvolvimento do MLP-BP:
 - Filtro de Kalman (Kalman 1960, Bryson, Denham, Dreyfus 1963, 1969).
 - Werbos: Tese de doutorado (Harvard University, 1974): Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Science.
 - Parker 1982, 1985: "Learning logic: Casting the cortex of the human brain in silicon," TR-47, M.I.T. Center for Computational Research in Economics and Management Science, Cambridge, MA, Feb. 1985.
 - Rumelhart, Hinton, Williams: Learning internal representations by backpropagating errors, Nature 323(99), pp533-536, 1986.

Introdução

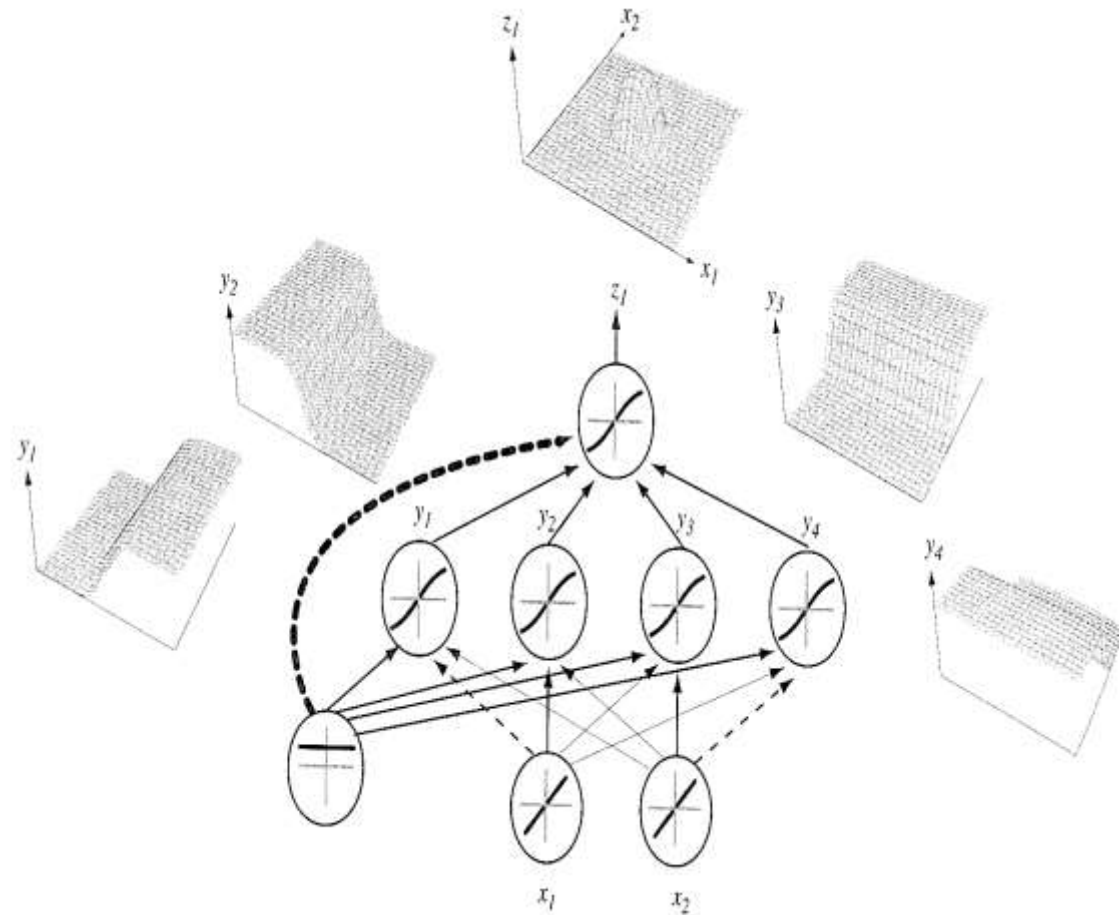
- A rede neural supervisionada chamada Perceptron multicamadas (*multilayer perceptron*) utiliza métodos derivados do gradiente no ajustes de seus pesos por retropropagação.
 - Esta rede consiste de uma camada de entrada, uma ou mais camadas escondidas e uma camada de saída. Um sinal de entrada é propagado, de camada em camada, da entrada para a saída.
 - MLP é treinada com um algoritmo de retropropagação do erro.
- Estágios da aprendizagem por retropropagação do erro:
 - Passo para frente: Estímulo aplicado à entrada é propagado para frente até produzir resposta da rede.
 - Passo para trás: O sinal de erro da saída é propagado da saída para a entrada para ajuste dos pesos sinápticos.

Introdução

- A MLP apresenta três características importantes:
 - Cada unidade de processamento tem função de ativação logística (forma sigmoideal) que é não-linear, suave e diferenciável.
 - Existência de ao menos uma camada escondida que possibilita aprendizagem de tarefas complexas por extração progressiva de características relevantes dos padrões de entrada.
 - O grau de conectividade é alto.
- As limitações de um Perceptron simples devem desaparecer quando se utiliza camadas intermediárias, ou escondidas, entre as camadas de entrada e de saída.
- O emprego de Redes MLP aumentou com a introdução do método retropropagação para aprendizagem.

Introdução

- Sumário da MLP-BP
 - Camada de entrada
 - Camada escondida
 - Camada de saída
 - Unidade de bias
 - $net_j = \mathbf{w}_j^t \mathbf{x}$
 - $y_j = f(net_j)$
 - $f(net_k) = \text{Sigm}(net_k)$
 - $z_k = f(net_k)$



Introdução

- Método do gradiente descendente:
 - Definição;
 - Visualização do operador;

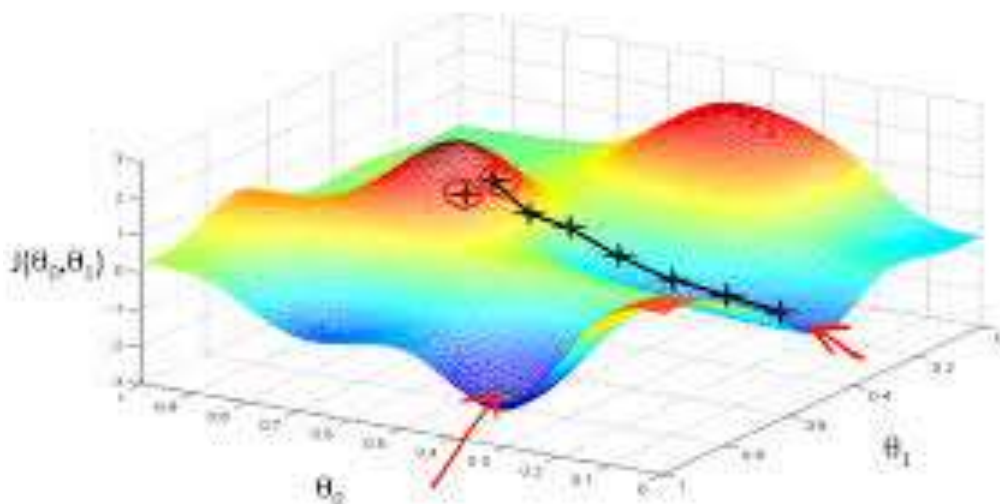
Scalar-valued multivariable function

$$\nabla f(x_0, y_0, \dots) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, \dots) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, \dots) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

∇f takes the same type of inputs as f

Notation for gradient, called "nabla".

∇f outputs a vector with all possible partial derivatives of f .



Introdução

Example 1:

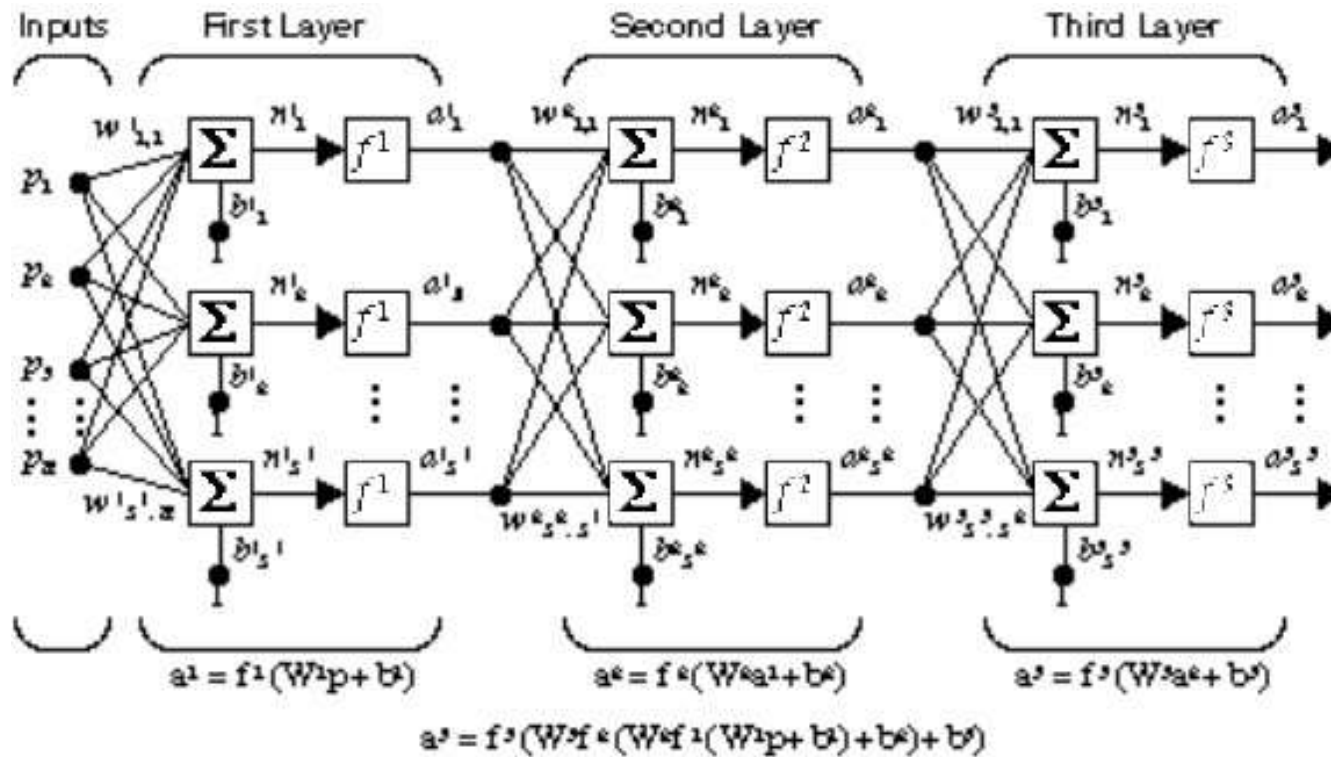
- Calculate the gradient vector for the function
- $f(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2 + 4x_1x_2x_3 + x_3^3$
- at $x_{3 \times 1} = [1 \ 2 \ 0]^T$
- Solution
- $\frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = 2x_1 + 2x_2 + 4x_2x_3$
- $\frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = 2x_1 + 6x_2 + 4x_1x_3$
- $\frac{\partial f(x)}{\partial x_3} = 4x_1x_2 + 3x_3^2$

10/13/2018

By Nafees Ahamad

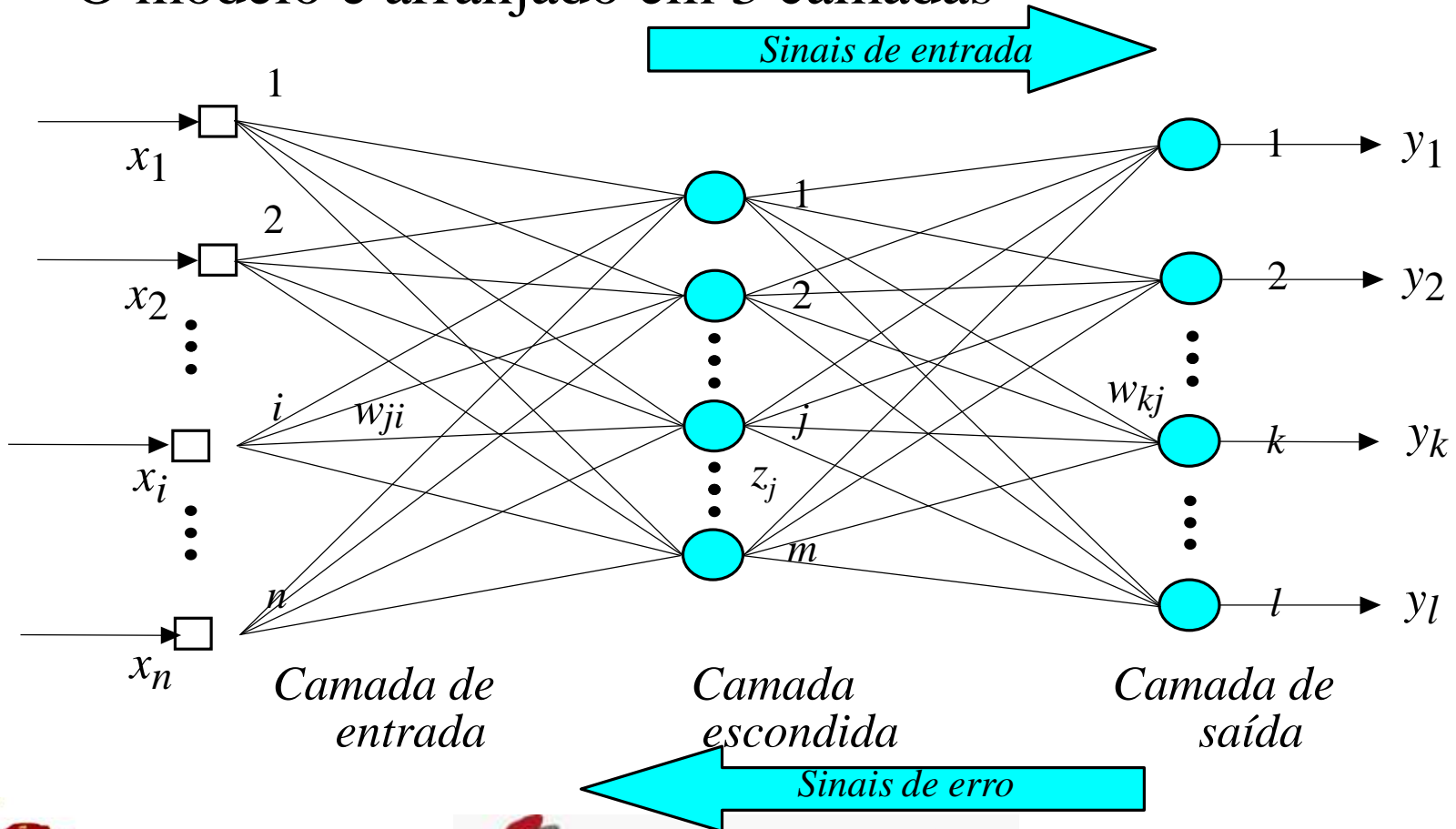
Perceptron de Camadas Múltiplas

- O modelo é arranjado em 3 camadas



Perceptron de Camadas Múltiplas

- O modelo é arranjado em 3 camadas



Algoritmo MLP-BP

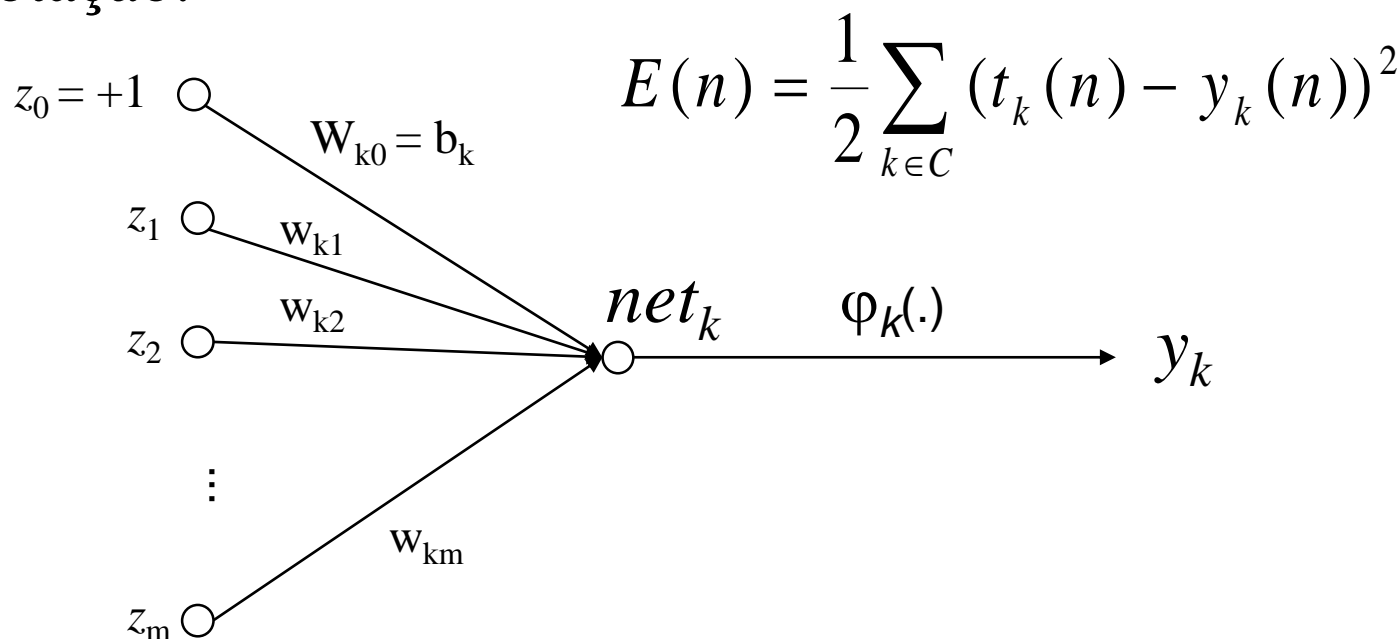
- Sinal de erro para a unidade k na iteração n : $e_k(n) = t_k(n) - y_k(n)$
- Erro total:
 - C é o conjunto de nodos de saída.
- Erro quadrado médio:
 - Média sobre todo conjunto de treinamento.
 - N_{pad} é o número de padrões.
- Processo de aprendizagem: Ajusta parâmetros (pesos sinápticos) para minimizar E_{av} .
- Pesos são atualizados padrão a padrão até completar uma época (apresentação completa do conjunto de treinamento).

$$E(n) = \frac{1}{2} \sum_{k \in C} e_k^2(n)$$

$$E_{av} = \frac{1}{N_{pad}} \sum_{n=1}^{N_{pad}} E(n)$$

Algoritmo MLP-BP

- Notação:



$$net_k(n) = \sum_{i=0}^m w_{ki}(n) z_i(n) \quad y_k(n) = \varphi_k(net_k(n))$$

Algoritmo MLP-BP

- Atualização dos pesos

$$\mathbf{W} (n + 1) = \mathbf{W} (n) + \Delta \mathbf{W} (n)$$

- Gradiente Descendente

$$\Delta w_{pq}(n) = -\eta \frac{\partial E(n)}{\partial w_{pq}(n)}$$

- Por simplicidade de notação, o índice n será retirado.

$$\Delta w_{pq} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{pq}}$$

MLP-BP: Ajuste de pesos $j \rightarrow k$ (nodo $h-o$)

- Gradiente determina a direção de busca no espaço de pesos.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial net_k} \frac{\partial net_k}{\partial w_{kj}} = -\delta_k \frac{\partial net_k}{\partial w_{kj}} \therefore \frac{\partial net_k}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial}{\partial w_{kj}} \sum_{q=1}^m w_{kq} z_q = \sum_{q=1}^m \frac{\partial w_{kq}}{\partial w_{kj}} z_q \therefore$$

$$\frac{\partial net_k}{\partial w_{kj}} = z_j, \quad \text{pois} \quad \frac{\partial w_{kq}}{\partial w_{kj}} = 0, \quad \frac{\partial w_{kj}}{\partial w_{kj}} = 1$$

- Sensibilidade descreve como o erro total se modifica com a atividade net de cada unidade.

$$\delta_k = -\frac{\partial E}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial net_k} = (t_k - y_k) \varphi'_k(net_k)$$

- Ajuste para nodo $h-o$:

$$\Delta w_{kj} = \eta \delta_k z_j = \eta (t_k - y_k) \varphi'_k(net) z_j$$

MLP-BP: Ajuste de pesos $i \rightarrow j$ (nodo $i-h$)

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = \frac{\partial E}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial net_j} \frac{\partial net_j}{\partial w_{ji}}, \quad \text{onde} \quad \frac{\partial E}{\partial z_j} = \frac{\partial}{\partial z_j} \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^l (t_k - y_k)^2 \right] \therefore$$

$$\frac{\partial E}{\partial z_j} = - \sum_{k=1}^l (t_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial z_j} = - \sum_{k=1}^l (t_k - y_k) \frac{\partial y_k}{\partial net_k} \frac{\partial net_k}{\partial z_j} = - \sum_{k=1}^l (t_k - y_k) \phi'_k(net_k) w_{kj}$$

$$\frac{\partial z_j}{\partial net_j} = \phi'_j(net_j); \quad \frac{\partial net_j}{\partial w_{ji}} = x_i;$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = \left(- \sum_{k=1}^l (t_k - y_k) \phi'_k(net_k) w_{kj} \right) (\phi'_j(net_j)) (x_i) = \left(- \sum_{k=1}^l \delta_k w_{kj} \right) (\phi'_j(net_j)) (x_i)$$

$$\Delta w_{ji} = \eta \delta_j x_i = \eta \left[\sum_{k=1}^l w_{kj} \delta_k \right] \phi'_j(net_j) x_i$$

MLP-BP: Resumo da Aprendizagem

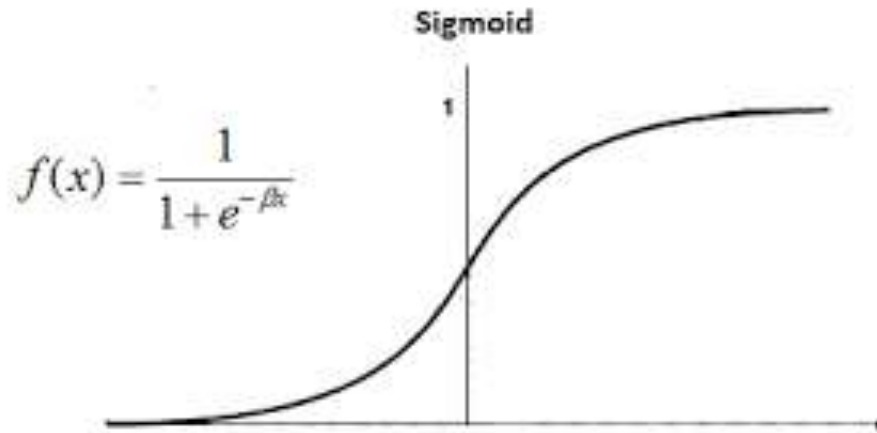
$$\begin{pmatrix} \text{correção} \\ \text{no peso} \\ \Delta w_{ji}(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{taxa de} \\ \text{aprendizagem} \\ \eta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{sensibilidade} \\ \delta_j(n) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{sinal de entrada} \\ \text{para nodo } j \\ x_i(n) \end{pmatrix}$$

$$net_j(n) = \sum_{i=0}^m w_{ji}(n) x_i(n) \quad y_j(n) = \varphi_j(net_j(n))$$

- Passagem entrada-saída
- Passagem saída-entrada
 - Compute recursivamente gradiente local δ
 - Da camada de saída para a de entrada
 - Modifique os pesos pela regra delta

MLP-BP: Funções de Ativação

- Função Sigmoid

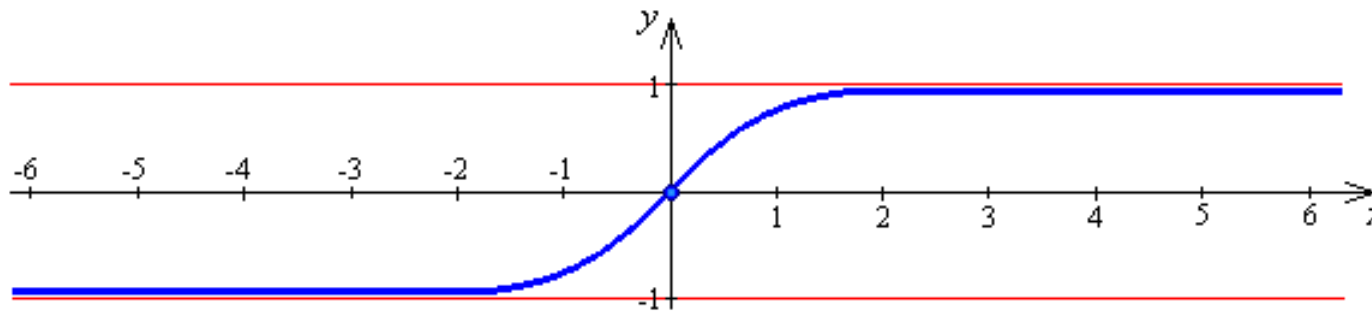


$$y_j = \varphi(net_j) = \frac{1}{1 + \exp(-a \cdot net_j)} \quad a > 0 \text{ and } -\infty < net_j < \infty$$

$$\varphi'(net_j) = \frac{1}{1 + \exp(-a \cdot net_j)} \cdot \frac{a \cdot [1 + \exp(-a \cdot net_j) - 1]}{1 + \exp(-a \cdot net_j)} = a \cdot y_j [1 - y_j]$$

MLP-BP: Funções de Ativação

- Função Tangente hiperbólica



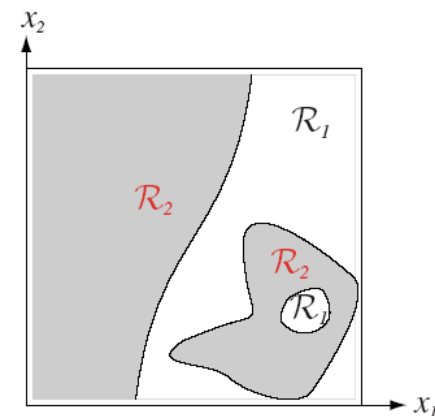
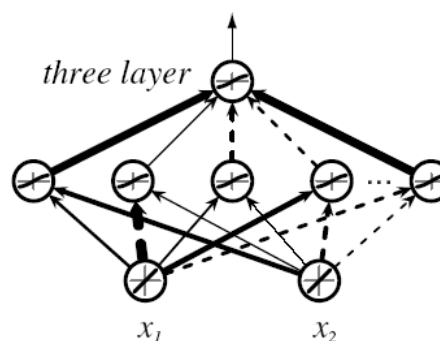
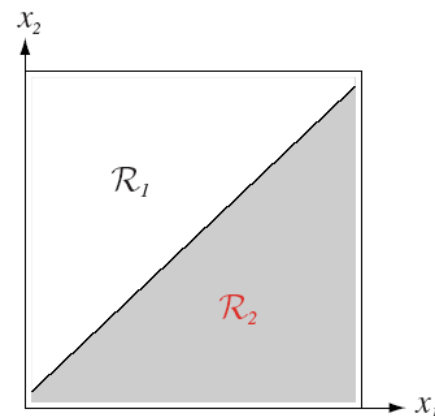
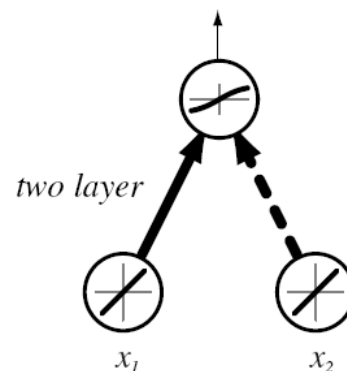
$y = \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \begin{cases} \text{Domínio: } \mathbb{R} \\ \text{Imagem: } (-1, 1) \end{cases}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \tanh(x) = -1 \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} \tanh(x) = 1$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------

$$\varphi(\text{net}_i) = a \cdot \tanh(b \cdot \text{net}_j) \quad (a, b) > 0$$

$$\varphi'(\text{net}_i) = a \cdot b \cdot \text{sech}^2(b \cdot \text{net}_j) = a \cdot b(1 - \tanh^2(b \cdot \text{net}_j)) = \frac{b}{a}[a - y_j][a + y_j]$$

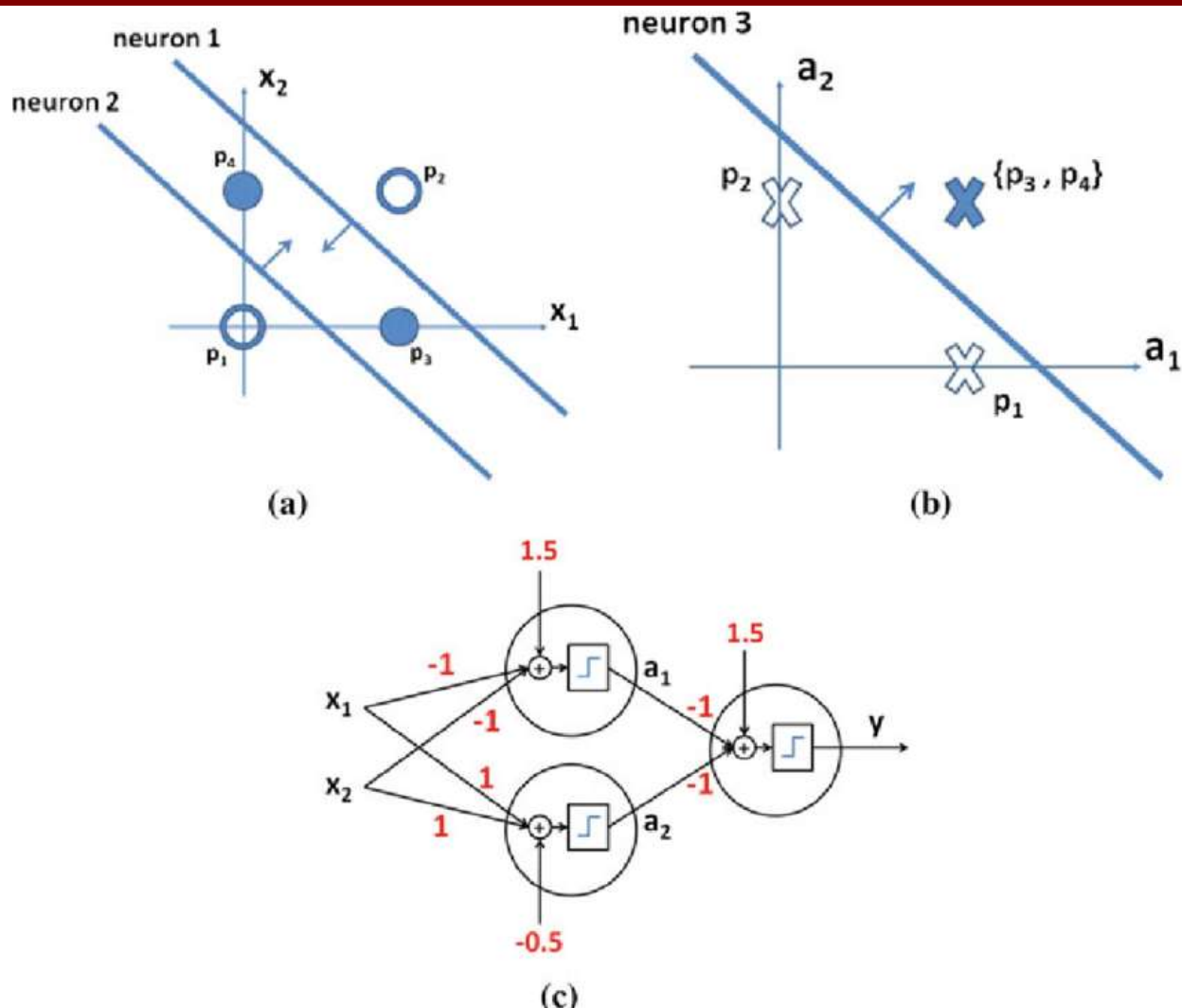
Poder Expressivo da MLP-PB

- Qualquer transformação pode ser implementada por 3 camadas?
 - Sim, qualquer função contínua da entrada para a saída pode ser implementada com número suficiente de nodos escondidos.
 - Prova-se pelo teorema de Kolmogorov.

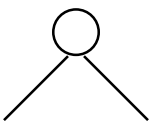
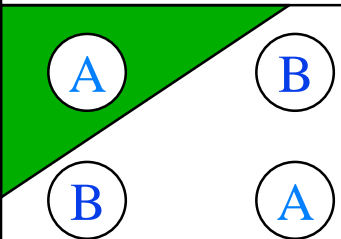
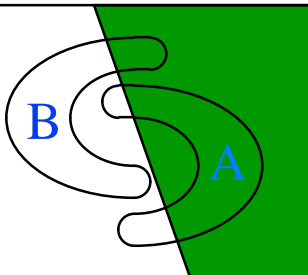
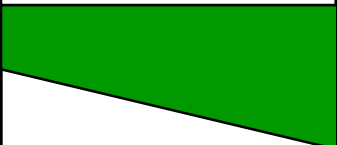
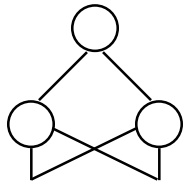
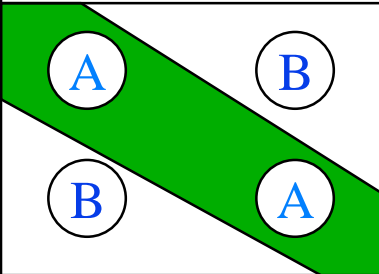
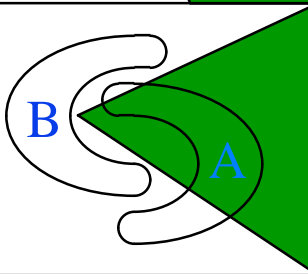
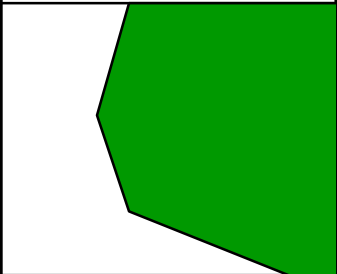
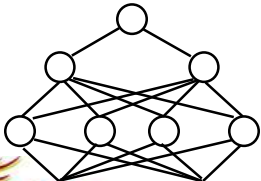
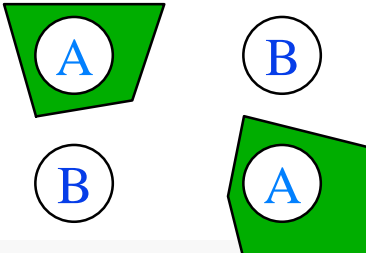
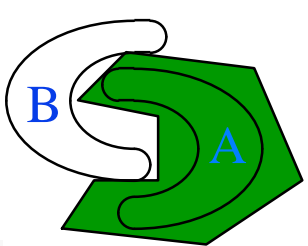
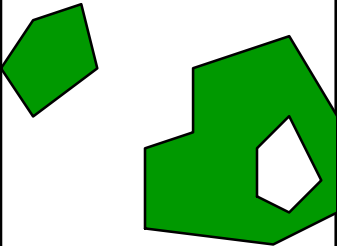


Poder Expressivo da MLP-PB

Porta XOR:

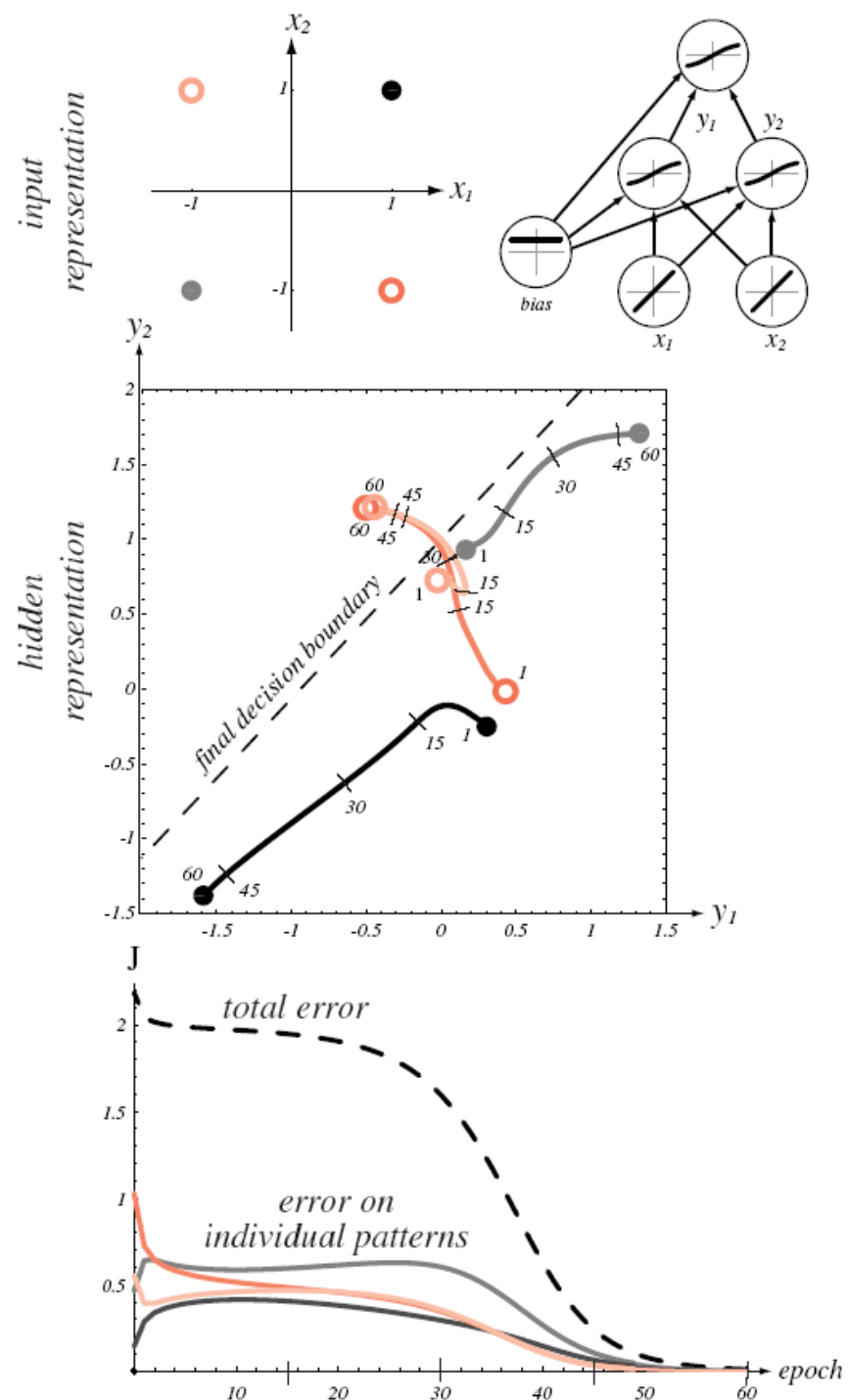


Exemplos de Problemas Não-Linearmente Separáveis

<i>Arquitetura</i>	<i>Tipos de região de decisão</i>	<i>Porta OU-exclusivo</i>	<i>Classes mais complexas</i>	<i>Regiões mais gerais</i>
<i>Camada única</i> 	Semi-plano separado por hiperplano			
<i>Duas camadas</i> 	Regiões convexas abertas ou fechadas			
<i>Três camadas</i> 	Complexidade dependente do problema			

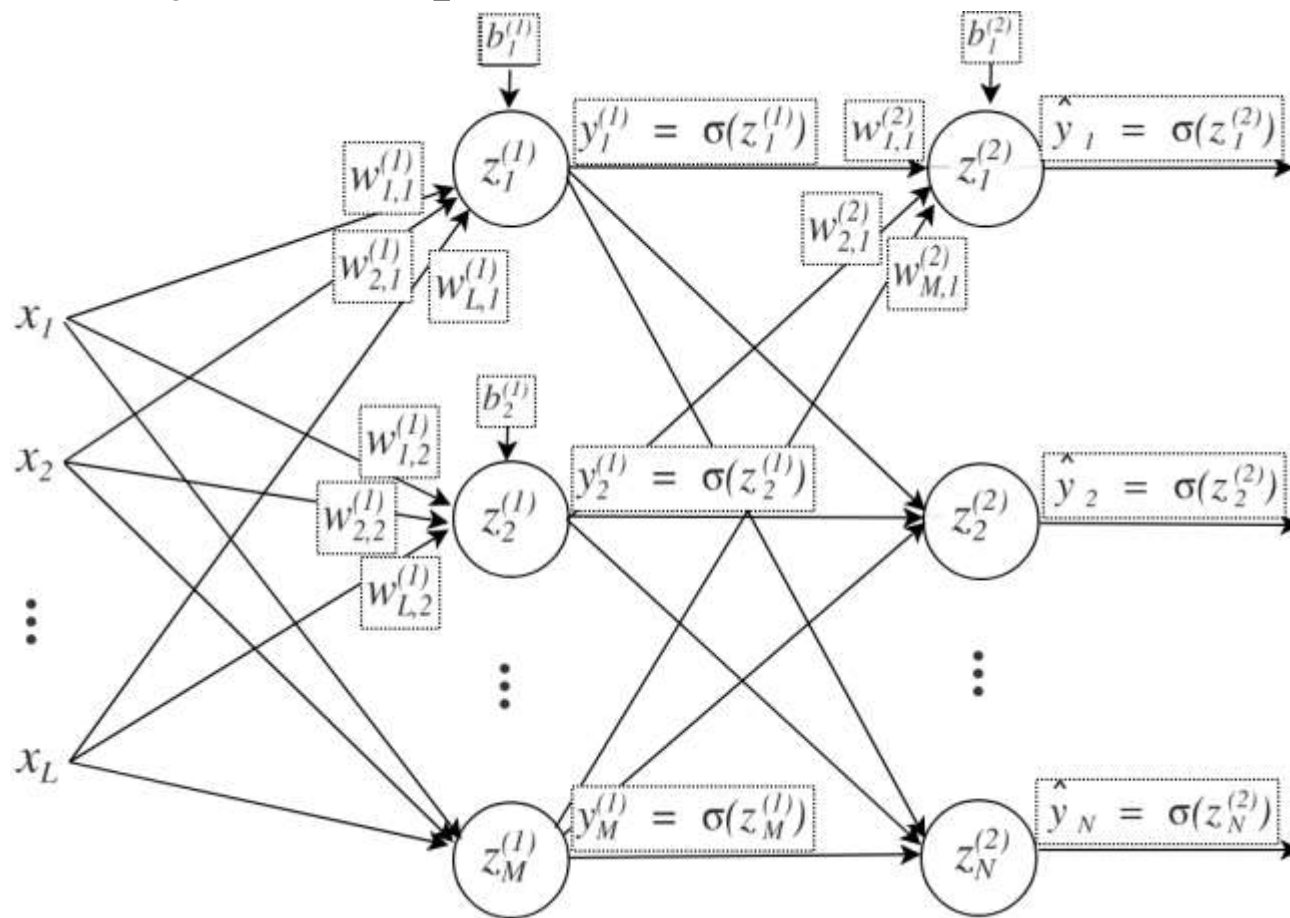
MLP-BP: Exemplo

-
-
- Detector de Características:
 - Unidades escondidas atuam como detectores de características;
 - O progresso da aprendizagem leva as unidades escondidas a descobrirem gradualmente característica salientes dos dados de treinamento;
 - Transformação não-linear do espaço de entrada para o de características;
 - Semelhança com o discriminante linear de Fisher.



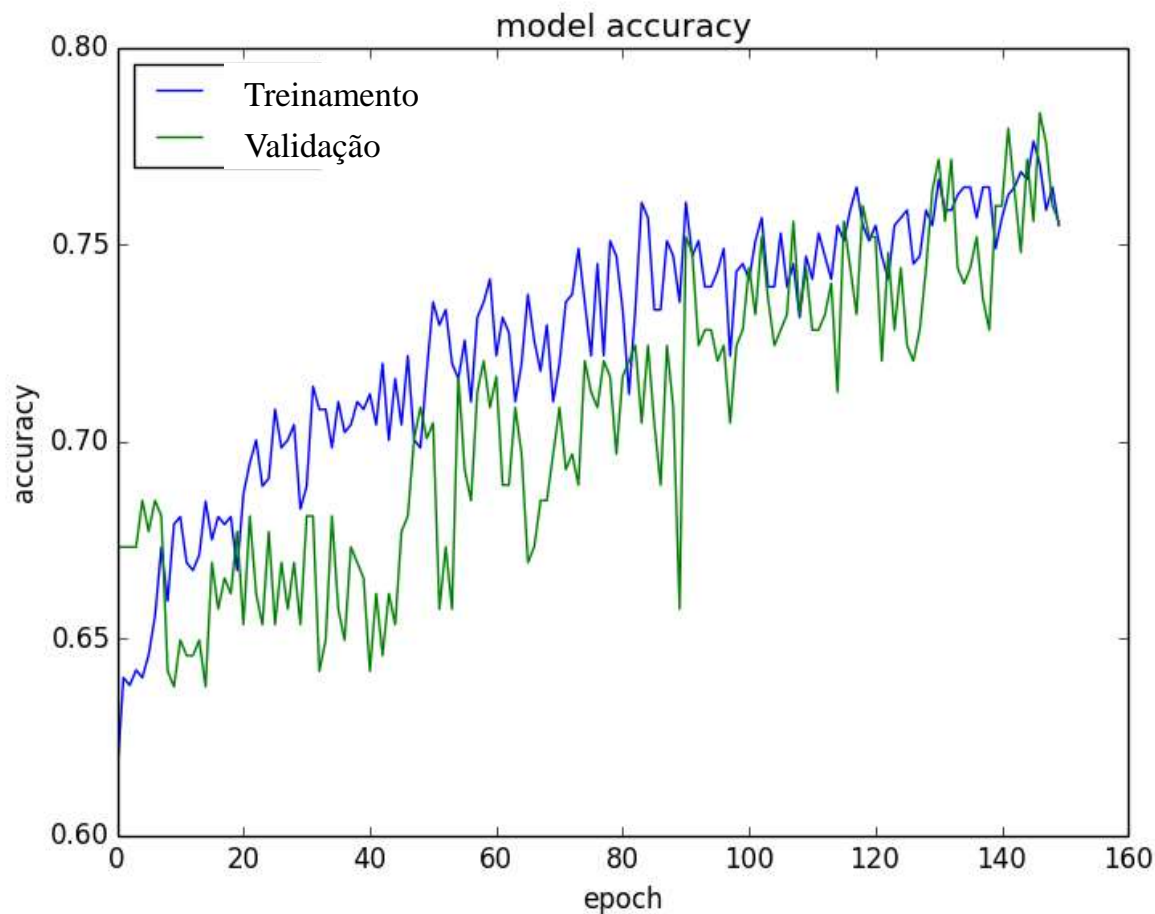
MLP-BP: Procedimento de Treinamento

- Visuallização da sequência de treinamento:



MLP-BP: Erros Durante a Aprendizagem

- Visuallização do erro de treinamento de validação em termos de acuracidade:



Aproximação de Funções

- Uma MLP-BP pode ser vista como um mecanismo para construir um mapeamento entrada-saída não-linear,
 - Questão fundamental: O número de camadas escondidas na MLP para se construir um mapeamento contínuo;
- Teorema da Aproximação Universal:
 - Definido como um teorema de existência no sentido que ele provê a justificativa matemática para aproximação de uma função arbitrária e contínua em contraposição a uma representação exata;
 - A equação ($F(.)$) que fundamenta o teorema generaliza aproximações através de uma série de Fourier.

Aproximação de Funções

Teorema da aproximação universal : Seja $\varphi(\cdot)$ uma função não constante, limitada, monotonicamente crescente e contínua. Seja I_{m_0} o hipercubo unitário m_0 - dimensional $[0,1]^{m_0}$. O espaço de funções contínuas sobre I_{m_0} é denotado por $C(I_{m_0})$. Então, dada uma função f , com $C(I_{m_0}) \ni f$ e $\varepsilon > 0$, existe um inteiro M e conjuntos de constantes reais α_i, b_i e w_{ij} , onde $i = 1, \dots, m_1; j = 1, \dots, m_0$ tal que pode-se definir :

$$F(x_1, x_2, \dots, x_{m_0}) = \sum_{i=1}^{m_1} \alpha_i \varphi \left(\sum_{j=1}^{m_0} w_{ij} x_j + b_i \right) \text{ como uma realização aproxima-}$$

mada da função $f(\cdot)$, isto é $\left| F(x_1, x_2, \dots, x_{m_0}) - f(x_1, x_2, \dots, x_{m_0}) \right| < \varepsilon$

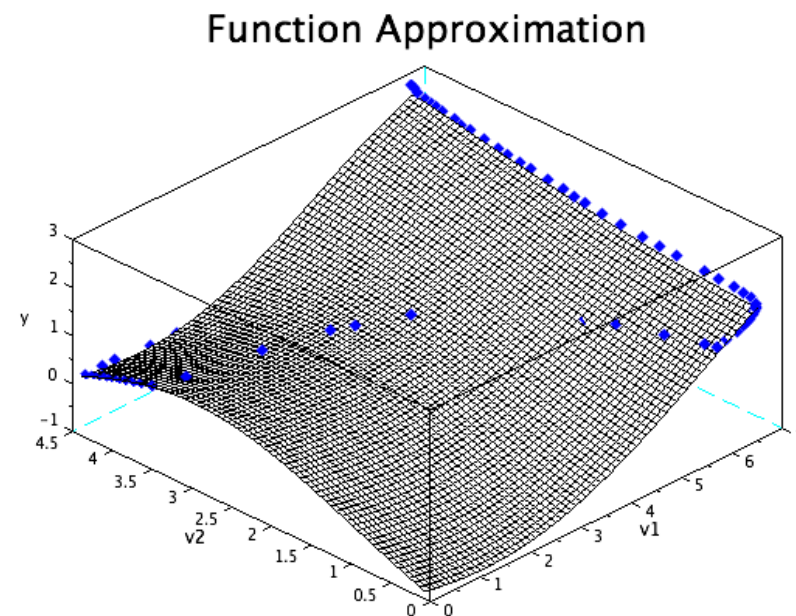
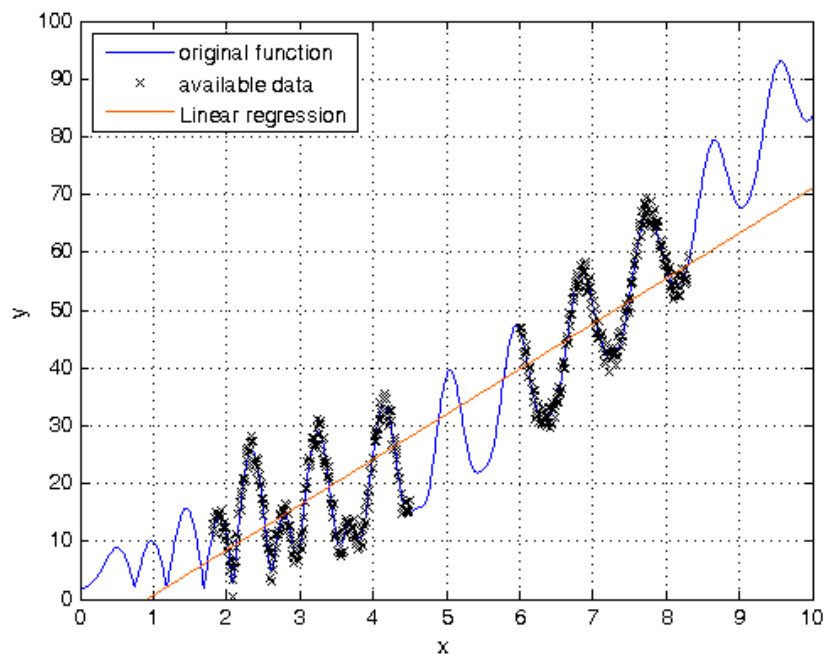
x_1, x_2, \dots, x_{m_0} contido no espaço de entrada.

Aproximação de Funções

- O teorema é diretamente aplicável a uma Perceptron MLP pois
 - A função logística é não-constante, limitada, monotonicamente crescente e contínua.
 - A equação ($F(.)$) representa a saída da rede se for suposto que:
 - A rede neural tem m_0 unidades de entrada, m_1 unidades escondidas na única camada escondida e sua entrada é denotada por x_1, x_2, \dots, x_{m_0} .
 - Cada neurônio tem pesos sinápticos $w_{i_1}, w_{i_2}, \dots, w_{m_0}$ e bias b_i .
 - A saída da rede é a combinação linear das saídas das unidades escondidas com $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m_1}$ definindo os pesos sinápticos da camada de saída.

Aproximação de Funções

- Aproximação de função 2D e 3D;



Aproximação de Funções

- Teorema da Aproximação Universal
 - Existência de aproximação de função contínua arbitrária;
 - Um camada escondida simples é suficiente para a MLP-BP computar uma aproximação uniforme ε para um conjunto de treinamento;
 - Uma camada escondida única é a melhor opção pois tem baixo tempo de treinamento, é fácil de implementar e generalizar;
- Fronteira de Erros de Aproximação de Nodo Escondido:
 - Quanto maior for o número de nodos escondidos, mais acurada tende a ser a aproximação;
 - Quanto menor for o número de nodos escondidos, mais acurado tende a ser o ajuste (interpolação) empírico.

Arquivo de Treinamento para Generalização

- Uma rede neural generaliza se seu mapeamento entrada-saída for completo ou aproximadamente correto para os dados de teste:
 - O processo de treinamento pode ser visto como a solução de um problema de ajuste de curva para interpolação não-linear dos dados de entrada;
 - Uma RN deixa de generalizar quando está sobretreinada, isto é, quando aprende muitos pares entrada-saída e passa a considerar características não gerais para o conjunto de padrões,
 - Assim, ocorre memorização analogamente a uma tabela *look-up*;
 - É importante buscar mapeamentos não-lineares suaves (*smooth*) para demandar menos esforço computacional.

Arquivo de Treinamento para Generalização

- Occam's Razer
 - Encontra a função mais simples entre várias que satisfazem condições desejadas;
- Fatores que influenciam generalização :
 - Conjunto de treinamento: Tamanho e sua representatividade do ambiente por este conjunto deve ser compatível com a arquitetura fixa da rede neural;
 - Arquitetura da rede neural: Ela deve ser boa o suficiente para generalizar, pressupondo um conjunto de treinamento fixo;
 - Complexidade física do problema tratado: Este fator independe do usuário ou pesquisador.

Seleção de Modelo

- Seleção de MLP-BP com o melhor número de pesos dados N amostras de treinamento. Deve-se encontrar r : para minimizar erro de classificação do modelo treinado pelo conjunto de estimação e testado pelo conjunto de validação.

$$r = \frac{\text{tamanho do conjunto de validação}}{\text{tamanho do conjunto de estimação} + \text{tamanho do conjunto de validação}}$$

– Sugestão: $r = 0.2$

- Kearns(1996) levantou as propriedades qualitativas de r ótimo:
 - Análise com Dimensão VC.
 - Em problemas de baixa complexidade (# de respostas desejadas comparado ao número de amostras), desempenho da validação cruzada é insensível a r .
 - Um único r pode ser adequado para um conjunto grande de funções.

Protocolo de Treinamento

- Treinamento em batelada (*Batch*):
 - Época (Epoch): Apresentação única de cada padrão de treinamento;
 - Pesos são atualizados apenas uma vez por época:
$$\Delta w_{ji}(n) = -\eta \frac{\partial E_{av}(n)}{\partial w_{ji}(n)} = -\frac{\eta}{N_{pad}} \sum_{n=1}^{N_{pad}} e_j(n) \frac{\partial e_j(n)}{\partial w_{ji}(n)}$$
 - Alto custo para armazenamento;
- Treinamento on-line:
 - Pesos são atualizados a cada apresentação dos padrões;
 - Tende a ter dados de treinamento abundantes;

Protocolo de Treinamento

- Modo sequencial:
 - Atualiza-se pesos para cada amostra de treinamento;
 - Risco: Ordem sequencial pode levar a convergências para ótimos locais;
- Treinamento estocástico:
 - Seleção aleatória de amostras por sorteios sem reposição dentro de uma época;

Protocolo de Treinamento

- Maximização do conteúdo de informação: exemplos que provocam mais buscas no espaço de pesos:
 - Uso de um exemplo que resulta no maior erro (exemplo difícil) com respeito às iterações prévias;
 - Uso de um exemplo radicalmente deferente dos demais;
 - Emprego de ordem aleatória para apresentação de exemplos para assegurar propriedade de pertinência a uma dada classe;
 - Ênfase em tratar mais amostras difíceis que fáceis, tendo cuidado com a distorção da distribuição dos exemplos e com presença de “*outliers*”.
- Valores alvos devem ser tratáveis pela função de ativação, isto é, o valor do padrão desejado deve ser atingido pela função,
 - Quando isto não acontece, os pesos podem tender a infinito.

Algoritmo MLP-BP

- Inicialize aleatoriamente pesos e bias;
- Enquanto E_{av} for insatisfatório e houver disponibilidade computacional:
 - Para cada padrão de entrada:
 - Compute a soma ponderada dos nodos escondidos;
 - Compute a resposta dos nodos escondidos;
 - Compute a soma ponderada dos nodos de saída;
 - Compute a resposta dos nodos de saída;
 - Coputa o erro na saída;
 - Modifique os pesos que chegam à camada de saída;
 - Modifique os pesos que chegam a cada uma das camadas escondidas;
 - Fim-do-Para
- Fim-do-Enquanto

Pontos Positivos de MLP-BP

- Alto Poder de Representação
 - Qualquer função L2 (que possui número finito de descontinuidades sobre um intervalo finito) pode ser representada por MLP-BP;
 - Muitas destas funções podem ser aproximadas por uma MLP-BP.
- Larga Aplicabilidade
 - Requer conjunto de treinamento representativo;
 - Não requer conhecimento significativo do problema ou de seu domínio (problema mal estruturado);
 - Tolerância a dados ruidosos ou faltosos entre as amostras de treinamento.

Pontos Positivos de MLP-BP

- Facilidade de implementar a aprendizagem:
 - O algoritmo é de simples implementação;
 - Funções empregadas e suas derivadas existem;
- Capacidade de Generalização:
 - Produz bons resultados para padrões não treinados.

Pontos Negativos de MLP-BP

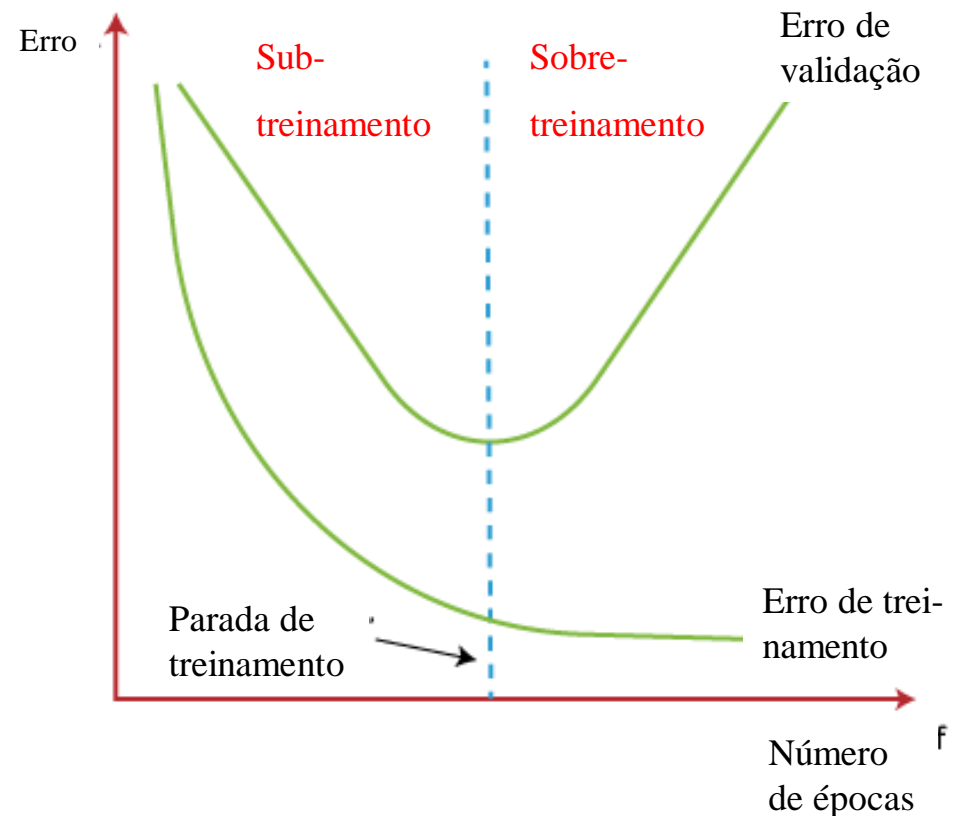
- Aprendizagem de transformações complexas pode demorar para convergir;
- Visualização da MLP-BP como uma caixa preta:
 - Constrói mapeamento mas não justifica as associações;
 - Não explica resultados claramente pois a aprendizagem na camada escondida não tem significado claro no espaço do problema.
- Ausência de maneira teoricamente fundamentada (como em métodos estatísticos) para avaliar a aprendizagem:
 - Nível de confiança que alguém pode ter depois de treinar uma MLP-BP e atingir um determinado erro?
 - Nível de confiança da resposta para uma entrada particular empregando a rede treinada.

Pontos Negativos de MLP-BP

- Limitações decorrentes do gradiente descendente:
 - Garante a redução do erro para um mínimo local;
 - Pode não achar ótimos globais dependendo da superfície de erro:
 - Superfícies com vales e poços podem levar a ótimos locais;
 - Nem toda função que é representável pode ser aprendida, isto é, os erros podem não convergir para o desejado;
 - Possíveis correções:
 - Redes com diferentes número de unidades escondidas que podem levar a superfícies menos inadequadas;
 - Pesos iniciais diferentes para iniciar a otimização a partir de pontos iniciais distintos na superfície;
 - Mecanismo de perturbação aleatória, e.g., cozimento simulado, para escapar de mínimos locais.

Pontos Negativos de MLP-BP

- A generalização não é garantida:
 - Problema de sobre-treinamento: A rede treinada atende com perfeição os padrões treinados não garante respostas acuradas para entradas não-treinadas.



Pontos Negativos de MLP-BP

- A generalização não é garantida:
 - Possíveis soluções:
 - Mais e melhores amostras;
 - Emprego de rede menor;
 - Ajuste de fronteira de erro para forçar término mais rápido;
 - Adição de ruído nas amostras;
 - Mudar de (x_1, \dots, x_n) para $(x_1 \alpha_1, \dots, x_n \alpha_n)$ onde α_n são pequenos deslocamentos aleatórios.
 - Validação cruzada:
 - Separe amostras (cerca de 10%) para dado de teste;
 - Verifique o erro nos dados de teste periodicamente;
 - Interrompa a aprendizagem quando erro passar a crescer.

Pontos Negativos de MLP-BP

- Paralisação da rede com função de ativação tipo sigmoide

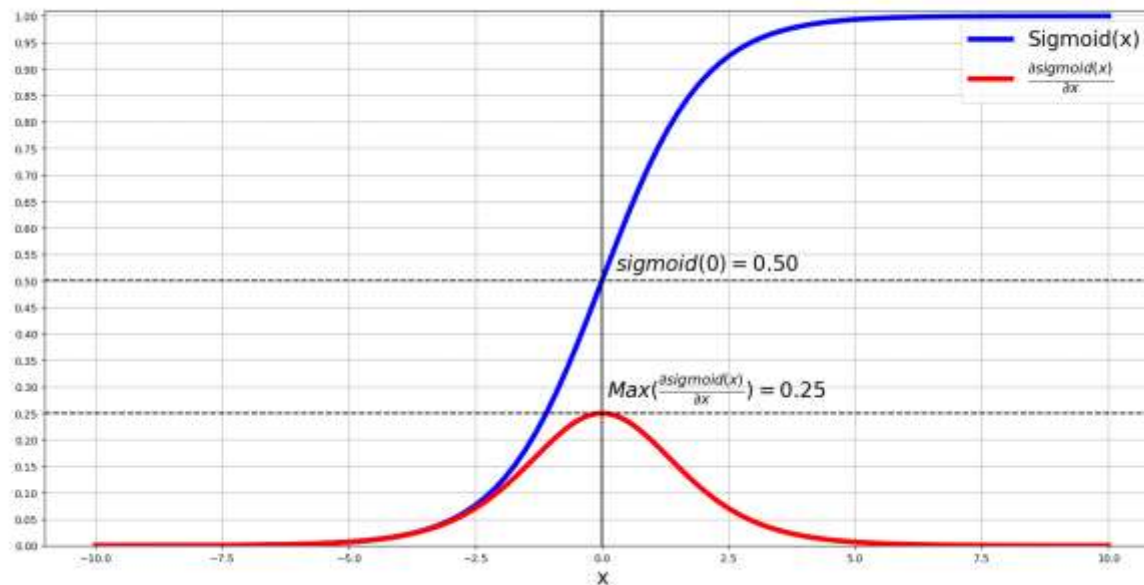
$$S(x) = 1/(1 + e^{-x}), \quad \text{logo } S'(x) = S(x)(1 - S(x)) \rightarrow 0$$

assim $x \rightarrow \pm\infty$ então $S'(x) \rightarrow 0$.

Se x cair na região de saturação, $S(x)$ não altera seu valor de modo significativo independentemente do crescimento da magnitude of x .

- Entrada para um nó pode cair dentro de uma região de saturação quando alguns pesos se tornam muito grandes durante a aprendizagem. A implicação disto é que os pesos param de crescer pois a derivada da função de ativação tende a zero.

Pontos Negativos de MLP-BP



- Paralisação da rede com função de ativação tipo sigmoide

– Possíveis soluções:

- Uso de funções que não saturem;
- Normalização periódica dos pesos.

$$w_{kj} = w_{kj} / \sqrt{\sum_{i=1}^{ncama} (w_{kj})^2}$$

Técnicas para Melhoraria em MLP-BP

- Determinação de função de ativação;
- Escalonamento de valores entrada/saída;
- Treinamento com dados ruidosos ou artificiais;
- Determinação do número de unidades escondidas;
- Inicialização dos pesos;
- Termo de Momento;
- Taxa de Aprendizagem;
- Decaimento dos pesos;
- Poda da rede;
- Regularização para generalização;
- Aprendizagem a partir de pistas;
- Critério de parada.

Determinação da Função de Ativação

- Propriedades da função de ativação:
 - Não linearidade;
 - Saturação para valores máximos e mínimos;
 - Continuidade e suavidade;
 - Monotonicidade, que não é essencial.
- A função sigmóide tem estas propriedades.
 - O número de iterações de treinamento tende diminuir quando a função sigmoide é antiassimétrica ($f(-v)=-f(v)$) ao invés de não-simétrica;
 - A centralização em zero facilita treinamento;
 - O alcance (*range*) e a inclinação devem ser compatíveis com as amostras de entrada e saída.

Escalonamento de Valores de Entrada/Saída

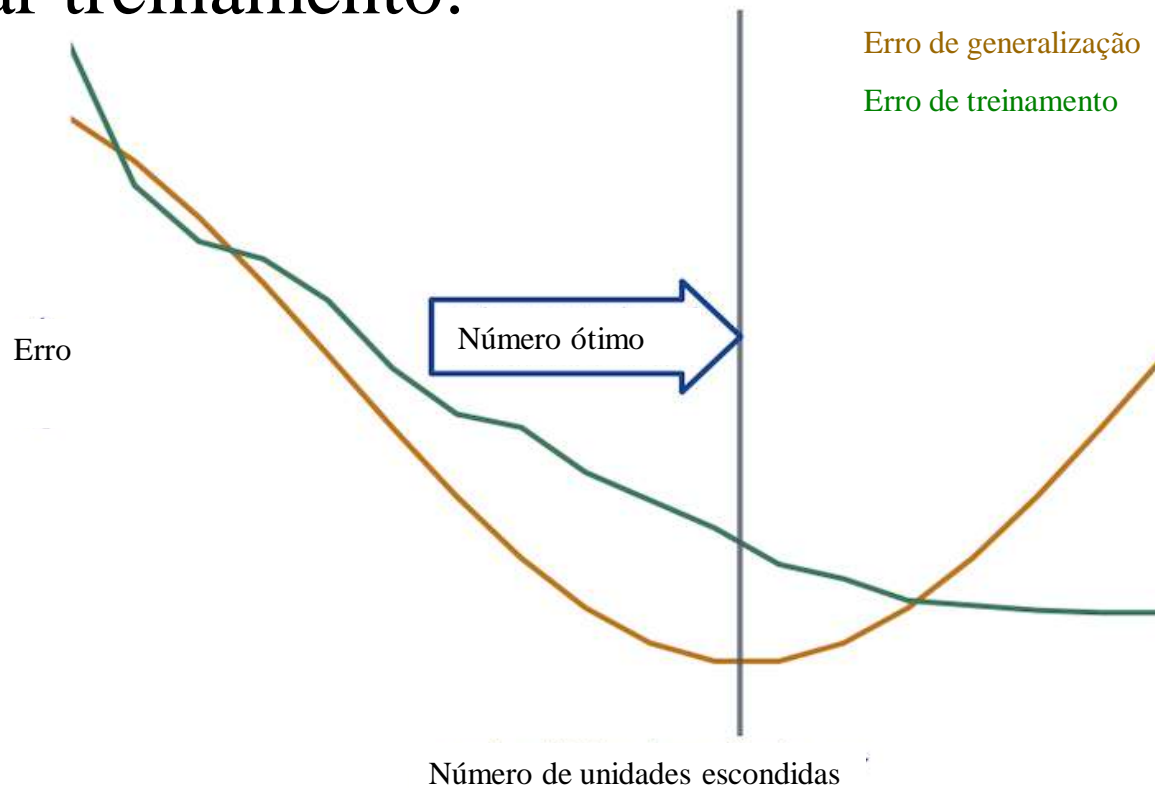
- Deve-se padronizar:
 - Diferenças altas de escala pode provocar redução de erros apenas nos valores mais altos de escala;
- Normalização das entradas: Pré-processamento das entradas para obter média pequena se comparada a seu desvio padrão, e variância unitária,
 - Para acelerar treino, usa-se entradas não-correlacionadas e escalonadas para se obter covariâncias aproximadamente iguais;
- Valores para alvos: Estes valores devem estar dentro do alcance da função de ativação:
 - Nenhuma saída deve atingir a parte saturada da função de ativação.

Treinamento com Dados Ruidosos ou Artificiais

- Para conjunto de treinamento pequeno, pode-se gerar padrões de treinamento adicionais através de:
 - Adição de ruído Gaussiano d -dimensional aos verdadeiros padrões de treinamento (em caso de ausência de informações do problema) com variância menor que um;
 - Geração artificial de padrões (em caso de existência de informações sobre o problema);
- O número de unidades escondidas deveria ser menor que o número total de amostras para treinamento (N_{pad})
 - Uma sugestão inicial é $N_{pad}/10$.

Determinação do Número de Unidades Escondidas

- Usar treinamento:



Inicialização de Pesos

- Não se deve inicializar todos os pesos em zero pois mapeamento inicial restringe a busca à vizinhança da origem;
- Valores de inicialização dos pesos:
 - Pesos inicialmente altos tendem a saturar as unidades;
 - Pesos inicialmente baixos levam à operação em região muito plana em torno da origem da superfície de erro;
 - Valores de pesos sinápticos cujo desvio padrão do campo local induzido se situe entre as partes linear e saturada da sigmoidal;
- Seleção de sementes adequadas para aprendizagem rápida e uniforme.

Inicialização de Pesos

- Para dados padronizados:
 - Escolha aleatória de distribuição única.
 - Utilize igualmente pesos positivos e negativos $-\omega < w < \omega$
 - Para ω pequeno, então *net* é linear;
 - Para ω grande, então *net* satura rapidamente.
- Recomendações de valores iniciais:
 - Pesos entrada-escondida $-\frac{1}{\sqrt{n}} < w_{ji} < +\frac{1}{\sqrt{n}}$
 - Pesos escondida-saída: $-\frac{1}{\sqrt{m}} < w_{kj} < +\frac{1}{\sqrt{m}}$

Termo de Momento

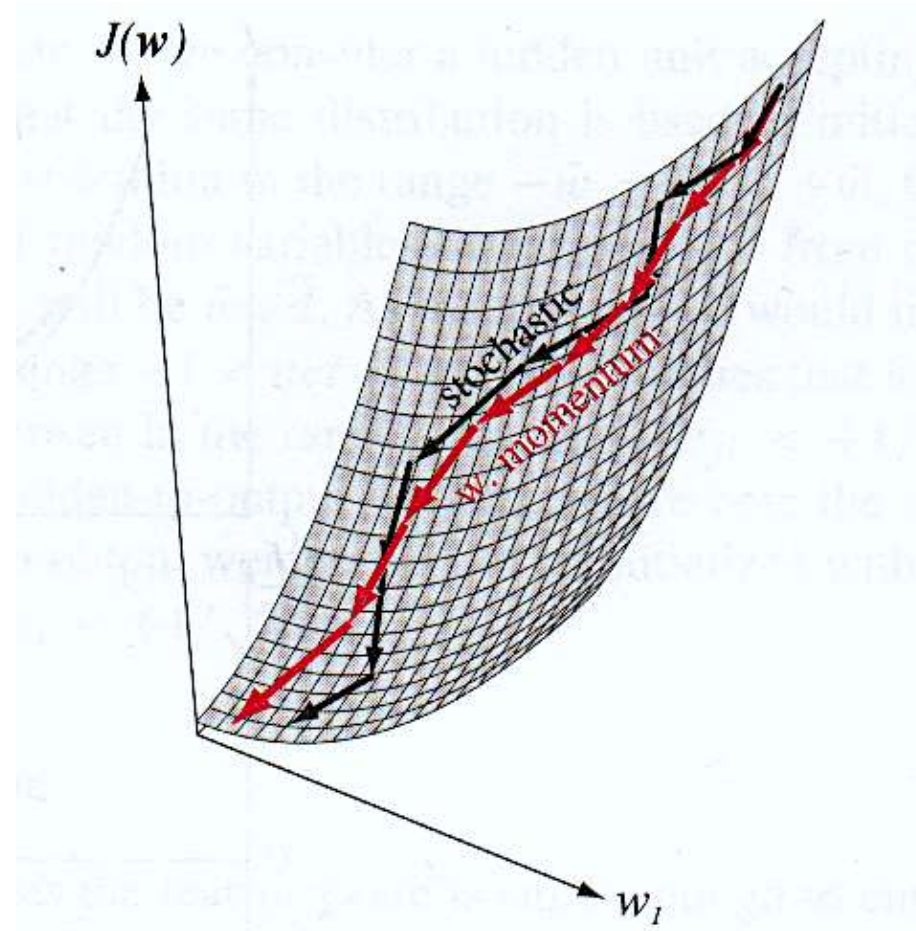
- Pode ajudar a que um processo de aprendizagem não fique preso em um mínimo local,

$$w(m+1) = w(m) + (1 - \alpha) \Delta w_{bp}(m) + \alpha \Delta w(m-1)$$

- onde α é a constante do momento que para convergir $0 \leq |\alpha| \leq 1$,
 - Valor típico = 0.9;
- Se a derivada parcial tiver mesmo sinal em iterações consecutivas, o momento aumenta o ajuste dos pesos que estiverem na mesma direção do ajuste atual, acelerando a convergência,
 - Caso contrário, momento leva à diminuição do ajuste.

Termo de Momento

- O termo de momento:
 - Permite que a rede aprenda mais rapidamente em regiões de planícies na superfície de erro;
 - Impede variações súbitas de direção durante a atualização dos pesos.



Taxa de Aprendizagem

- Taxas de aprendizagem pequenas levam a ajustes mais sutis mas demoram mais a convergir.
 - Taxa de aprendizagem fixa deve ser menor que 1;
 - Inicie com taxa alta e gradualmente diminua seu valor;
 - Inicie com taxa baixa e periodicamente dobre seu valor até o erro começar a aumentar;
 - Atribua taxas mais altas para padrões pouco representados;
 - Determine máximo passo para cada estágio de aprendizagem para evitar sobrevalor de erro.
- Taxa da última camada deve ser menor que das anteriores.
 - Última camada tem gradiente local mais alto;
 - Permite ajustes sutis.

Taxa de Aprendizagem

- Sugestão de LeCun: A taxa de aprendizagem é inversamente proporcional à raiz quadrada do número de conexões sinápticas da camada.
- Taxa de aprendizagem adaptativa (método delta-bar-delta)
 - Cada peso w_{kj} tem sua própria taxa η_{kj} ;
 - Se Δw_{kj} mantém a direção, aumenta a taxa pois E tem curva suave na vizinhança do peso atual;
 - Se Δw_{kj} muda de direção, diminua a taxa pois E tem curva acentuada na vizinhança do peso atual.

Decaimento do Peso

- Heurística: Manutenção do peso pequeno,
 - Simplifica rede e evita sobretreinamento;
- Possibilidade de não houver algum tipo de normalização: Inicie com pesos altos e decaia seus valores durante o treinamento:

$$w^{new} = w^{old} (1 - \epsilon)$$

- Pesos pequenos são eliminados.

Poda da Rede

- Minimização da rede tende a melhorar generalização,
 - Diminui probabilidade de aprender peculiaridades ou ruídos;
- Poda da rede elimina pesos sinápticos com magnitude pequena;
- Complexidade-regularização
 - Compromisso entre confiabilidade dos dados de treinamento e desempenho do modelo,
 - Aprendizagem supervisionada minimizando função de risco:
$$R(w) = E_s(W) + \lambda E_c(W),$$
 onde $E_s(W)$ é a medida de desempenho e $E_c(W)$ é a penalização por complexidade da rede.

Regularização para Generalização

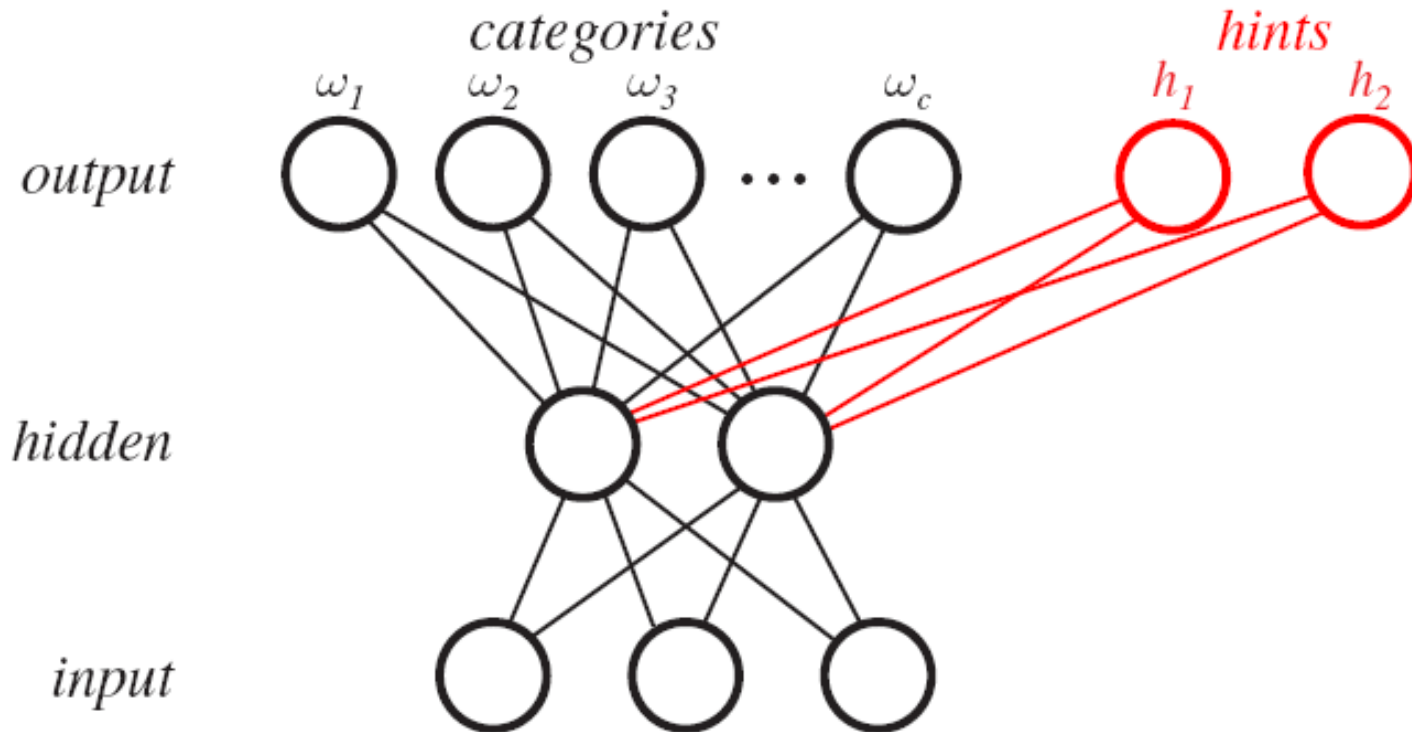
- Uma técnica de regularização pode transformar um problema mal colocado em um bem colocado para estabilizar uma solução, tipicamente pela adição de algumas funções auxiliares não negativas para considerar restrições;
- A regularização pode melhorar a generalização:
 - A função alvo é definida para que pequenas alterações na entrada não provoquem grandes alterações na saída;
 - Adiciona-se à função de custo um termo de restrição E_r , que penalize a baixa capacidade de generalização: $E_T = E + \lambda_r E_r$, onde λ_r é um valor positivo que equilibra a troca entre minimização de erros e suavização.

Aprendizagem a Partir de Pistas

- Emprego de informação a priori para ser inclusa no processo, tais como propriedades invariantes, simetrias ou outros conhecimentos sobre a função de ativação;
- Adição de unidades de saída para resolver problema secundário,
 - O problema secundário é diferente mas relacionado ao original;
- Treinamento simultâneo com problema original e secundário;
- Descarte unidades de pistas (*hints*) após treinamento;
- Vantagens:
 - Melhora na seleção de características;
 - Melhora representação de unidades escondidas.

Aprendizagem a Partir de Pistas

- Interessante se houver dados para treinamento que sejam insuficientes para chegar a precisão desejada.

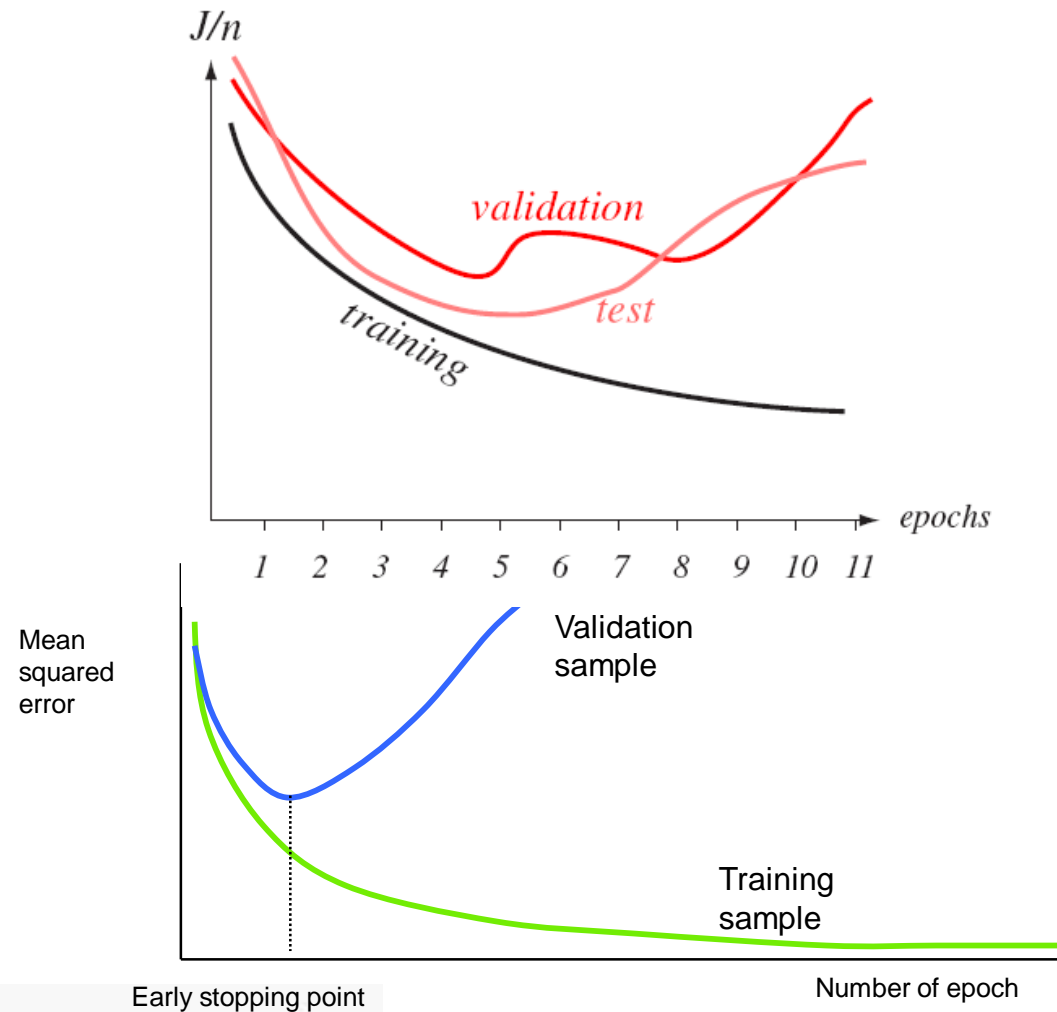


Cr terio de Parada

- Alguns possíveis critérios de parada:
 - Vetor de gradiente nulo, indicando mínimo local ou global;
 - Medida de erro estacionária;
 - Medida de erro dentro de faixa de aceitação;
- Progresso de treinamento a partir de pesos iniciais pequenos:
 - In cio: Linearidade;
 - Avançado: A não linearidade   alcançada;
 - Portanto, término prematuro do treinamento se parece com decaimento de pesos.

Parada com Conjunto de Validação Separado

- Método de antecipação de parada:
 - Computar os pesos sinápticos depois de parte do treinamento, tomando valores fixos de pesos;
 - Reassumir treinamento depois de calcular erro de validação.



Referências

- Haykin, S. (2009). *Neural Networks and Learning Machines*. Third Edition. Pearson.
- Du, K.-L. & Swamy M. N. S. (2019). *Neural Networks and Statistical Learning*. Springer, 2nd edition.
- Hassoun, M. H. (1995). *Fundamentals of Artificial Neural Networks*. Cambridge: The MIT Press.