新东方在线

GRE数学

2.1整数

M A K E I T E A S Y

2.1.1 整数的概念

2. 算数（Arithmetic）

2.1 整数

2.1.1 整数的概念

1. Natural Numbers（自然数）：大于零的正整数。如：1，2，3，......其中 1 为最小的自然数。
2. Odd Numbers（奇数）：不能被 2 所整除的整数。如：1，-1，3，-3......
3. Even Numbers（偶数）：能够被 2 所整除的整数。如：0，2，-2，4，-4......
4. Prime Numbers（质数）：除了 1 和它本身之外，不能被其他正整数所整除的自然数，如：2，3，5，7，11......其中 2 是最小的质数。
5. Composite Numbers（合数）：除了 1 和它本身之外，还有其他因子的自然数，如：4，6，8，9，10......其中 4 是最小的合数。（注：质数和合数都不能为负数，0 和 1 既不是质数也不是合数。）
6. Mutual Prime Numbers（互质数）：如果两个数的最大公约数为 1，那么这两个数叫做互质数，例如：13 和 15，19 和 23 等。
7. Multiple and Divisions（倍数和约数）：当整数 a 能被另一个整数 b 所整除时，a 称为 b 的倍数，b 称为 a 的约数和因数，例如：10 是 5 的倍数，5 是 10 的约数。
8. Common Multiple（公倍数）：如果一个数同时是几个数的倍数，则称这个数为它们的公倍数；公倍数中最小的称为最小公倍数（least 或 lowest common multiple）。例如：12，24，36 等都是 2，4，6，12 的公倍数，其中 12 是它们的最小公倍数。

2.1.1 整数的概念

Prime Numbers（质数）：除了1和它本身之外，不能被其他正整数所整除的自然数，如：2，3，5，7，11……其中2是最小的质数。

2.1.1 整数的概念

Common Factor or Divisor（公约数或公因数）：如果一个数同时是几个数的约数，则称这个数为它们的公约数或公因数；

公约数中最大的被称为最大公约数（公因数）（greatest common factor or divisor）。例如：2，7，14都是28，42，70的公约数，14是它们的最大公约数。

2.1.1 整数的概念

Consecutive Integers（连续整数）：按从小到大的顺序相连的几个整数称为连续整数。例如：-2，-1，0，1，2是五个连续的整数。连续正整数的算术平均值是首项和末项的算术平均值。

新东方在线

2.1.1 整数的概念

Consecutive Integers（连续整数）：按从小到大的顺序相连的几个整数称为连续整数。例如：-2，-1，0，1，2是五个连续的整数。连续正整数的算术平均值是首项和末项的算术平均值。

Consecutive Integers设为$x, x+1, x+2$

Consecutive Odd Integers设为$2x+1, 2x+3, 2x+5$

Consecutive Even Integers设为$2x, 2x+2, 2x+4$

2.1.2 整数的性质

任何一个大于2的偶数都可以表示为两个质数的和。

2.1.2 整数的性质

任何一个大于2的偶数都可以表示为两个质数的和。

例：下面哪个数不能表达为两个质数的和?

A.21　　B.14　　C.18　　D.28　　E.23

2.1.2 整数的性质

任何一个大于2的偶数都可以表示为两个质数的和。

例：下面哪个数不能表达为两个质数的和?

A.21 B.14 C.18 D.28 E.23

*GRE喜欢考察定义和概念，多个定义和概念一起考属于难题

*如果题目出现sum和prime两个词，考察奇偶性和质数特性，需要马上想到质数中唯一的偶数是“2”

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

1. 最小公倍数的求解步骤：
所有的数分别表示为各自的质因数的乘积；

如果所有的乘积中有公因数，则将式子中相同的质因子都提出来，且只保留指数较大的一个因子作为公因数，除去其他乘积中指数较小的公因数；

将剩下的乘积中的所有因数乘起来，就得到最小公倍数。

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

2. 最大公约数的求解步骤：
将所有的数表示成自己的质因数乘积的形式；

将式子中相同的质因子都提出来，并取幂指数较小的一个作为其相应的公因数；

将取出的公因数相乘，就得到了最大公约数。

2.1.2 整数的性质

最大公约数和最小公倍数

例：求84和90的最小公倍数和最大公约数。

2.1.2 整数的性质

因子数量

2.1.2 整数的性质

因子数量

因子个数求法：将数n分解成为质因子相乘的形式，然后将每个质因子的幂指数分别加1后连续相乘所得的结果就是n的因子个数，

$n=a^x*b^y*c^z(a,b,c\text{为质数})$

因子数=(x+1)(y+1)(z+1)

2.1.2 整数的性质

因子数量

例：求252因子个数。

2.1.2 整数的性质

因子数量

例：求252因子个数。

*252的因子数量（number of factors）为18
252的质因子数量（number of prime factors）为3

2.1.2 整数的性质

因子数量

任何一个自然数若有奇数个因子，则此自然数必为完全平方数，若有偶数个因子，则必不为完全平方数

2.1.2 整数的性质

因子数量

任何一个自然数若有奇数个因子，则此自然数必为完全平方数，若有偶数个因子，则必不为完全平方数

*只有3个因子，代表这个数是质数的平方

*需要熟悉30以内的质数：2, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 27, 29共10个

2.1.2 整数的性质

余数算法

2.1.2 整数的性质

余数算法

例：若自然数n被3除余2，被4除余1，问n被12除余几?

2.1.2 整数的性质

余数算法

例：2001年的元旦是星期六，问2002年的元旦是星期几?

2.1.2 整数的性质

自然数n次幂尾数特征（units digit/ones digit）

2.1.2 整数的性质

自然数n次幂尾数特征（units digit/ones digit）

1. 尾数为2的数的幂的个位数一定以2，4，8，6循环
2. 尾数为3的数的幂的个位数一定以3，9，7，1循环
3. 尾数为4的数的幂的个位数一定以4，6循环
4. 尾数为6的数的幂的个位数一定以6循环
5. 尾数为7的数的幂的个位数一定以7，9，3，1循环
6. 尾数为8的数的幂的个位数一定以8，4，2，6循环
7. 尾数为9的数的幂的个位数一定以9，1循环

2.1.2 整数的性质

自然数n次幂尾数特征（units digit/ones digit）

例：3^{321}和7^{123}的个位哪个大?

2.1.3 练习

1. How many positive whole numbers less than 81 are NOT equal squares of whole numbers?

A. 9
B. 70
C. 71
D. 72
E. 73

2. A printer numbered consecutively the pages of a book, beginning with 1 on the first page. In numbering the pages, he printed a total of 189 digits.

Quantity A: The number of pages in the book

Quantity B: 100

新东方在线

3. $n=7\cdot 19^3$

Quantity A: The number of distinct positive factors of n

Quantity B: 10

4. Seven is equal to how many thirds of seven?

A. 1/3
B. 1
C. 3
D. 7
E. 21

5. How many positive integers less than 20 are equal to the sum of a positive multiple of 3 and a positive multiple of 4?

A. Two
B. Five
C. Seven
D. Ten
E. Nineteen

6. What is the remainder when 6^3 is divided by 8?

A. 5
B. 3
C. 2
D. 1
E. 0

7. For which of the following pairs of integers is the least common multiple of the integers minus their greatest common divisor the greatest?

A. 3,12
B. 5,6
C. 10,20
D. 11,12
E. 15,30

8. If p is a prime number greater than 11, and p is the sum of the two prime numbers x and y, then x could be which of the following?

A. 2
B. 5
C. 7
D. 9
E. 13

9. If x, y and z are consecutive integers and $x<y<z$, which of the following must be true?

I. xyz is even

II. $x+y+z$ is even.

III. $(x+y)(y+z)$ is odd.

A. None

B. I only

C. II only

D. I and III only

E. I, II and III

10. When a certain number is divided by 7, the remainder is 0. If the remainder is not 0 when the number is divided by 14, then the remainder must be

A. 1
B. 2
C. 4
D. 6
E. 7

11.

Quantity A: The number of different positive divisors of 12

Quantity B: The number of different positive divisors of 50

12. Which of the following numbers is NOT the sum of three consecutive odd integers?

A. 15
B. 75
C. 123
D. 297
E. 313

新东方在线

13. The number 10^{30} is divisible by all of the following EXCEPT

A. 250
B. 125
C. 32
D. 16
E. 6

14. x is the sum of the first 25 positive even integers. y is the sum of the first 25 positive odd integers.

Quantity A: x

Quantity B: y+25

15. When the even integer n is divided by 7, the remainder is 3.

Quantity A: The remainder when n is divided by 14

Quantity B: 10

16. If the sum of five consecutive even integers is 70, what is the value of the greatest of the five integers.

A. 12
B. 14
C. 18
D. 20
E. 22

新东方在线

Thanks

新东方旗下官方网络课堂

www.koolearn.com