

GRE数学

5.5 排列组合

M A K E I T E A S Y

5.5.1 排列组合相关概念

5.5.1 排列组合相关概念

1. Factorial Notation (阶乘) :

假设把1, 2, 3三个数字组成三位数, 组合的可能性有: 百位数3种, 十位数2种, 个位数1种, $3*2*1=3!$

n个自然数1, 2, 3, ..., n的乘积成为n的“阶乘”, 记作 $n!$, ($4! = 4*3*2*1$), 零的阶乘规定为1, 即 $0! = 1! = 1$ 。

$*n! = n (n-1) !$

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

可重复排列:

从 n 个不同的元素 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 中, 有放回任取 m 次, 每次取一个, 所得到不同的序列共有多少种? 这种排列共有 n^m 种。

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

假设把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 根据前面的讲解分析一共有 $5 \times 4 \times 3 = 60$ 种情况。

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

现在我们来考虑一般的情况, 从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 然后对 m 个对象按顺序排列, 排第一的有 n 种可能, 第二的有 $n-1$ 种, 第 m 的有 $(n-m+1)$ 种, 共有

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)$$

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

现在我们来考虑一般的情况, 从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 然后对 m 个对象按顺序排列, 排第一的有 n 种可能, 第二的有 $n-1$ 种, 第 m 的有 $(n-m+1)$ 种, 共有

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)$$

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1) \frac{(n-m)!}{(n-m)!} = \frac{n!}{(n-m)!}$$

5.5.1 排列组合相关概念

2. Permutation (排列) :

不可重复排列简称为排列问题:

现在我们来考虑一般的情况, 从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 然后对 m 个对象按顺序排列, 排第一的有 n 种可能, 第二的有 $n-1$ 种, 第 m 的有 $(n-m+1)$ 种, 共有

这样的排列总数计为 P_n^m , $P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} (1 \leq m \leq n)$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE CDE, 共10种。
不需要排序时, 五个对象选出三个有10种不同的情况, 对三个对象排序的方法有 $3! = 6$ 种, 两个结果相乘就是排列的结果 (从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 选择但不排序的总数计为 C_n^m)

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE CDE, 共10种。
不需要排序时, 五个对象选出三个有10种不同的情况, 对三个对象排序的方法有 $3! = 6$ 种, 两个结果相乘就是排列的结果 (从 n 个对象中选出 m 个对象($m \leq n$), 选择但不排序的总数计为 C_n^m)

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1 \leq m \leq n)$$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1 \leq m \leq n)$$

$$C_n^m = C_n^{n-m} \quad (1 \leq m \leq n)$$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

把1, 2, 3, 4, 5五个数字组成三位数, 改成ABCDE中选出三个字母, 但不要求进行排列 (不需要排序), 一共有多少种?

选且排序 = 选但不排序 * 只排序

$$P_n^m = C_n^m * m!$$

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (1 \leq m \leq n)$$

$$C_n^m = C_n^{n-m} \quad (1 \leq m \leq n)$$

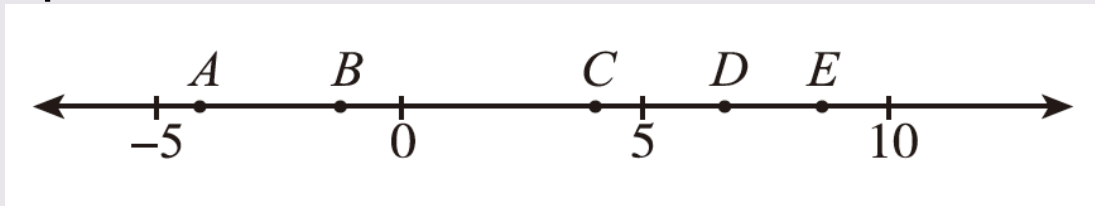
$$0! = 1, C_n^0 = P_n^0 = 1, C_n^1 = P_n^1 = n \quad (n \geq 1)$$

5.5.1 排列组合相关概念

3. Recombination (组合) :

例: From the 5 points A, B, C, D, and E on the number line below, 3 different points are to be randomly selected. What is the probability that the coordinates of the 3 points selected will all be positive?

- A. $\frac{1}{10}$
- B. $\frac{1}{5}$
- C. $\frac{3}{10}$
- D. $\frac{2}{5}$
- E. $\frac{3}{5}$



5.5.1 排列组合相关概念

4. 独立重复事件发生的概率

独立重复事件发生的概率：如果一次试验中某件事发生的概率为 P ，那么在 n 次独立重复事件中这件事恰好发生的 K 次的概率为 $P_n(K) = C_n^K * P^K (1 - P)^{n-K}$

例：某气象站天气预报准确率为80%，求5次预报中有4次准确的概率？

5.5.2练习

1. A linen shop has a certain table cloth that is available in 8 sizes and 10 colors. What is the maximum possible number of different combinations of size and color available?

- A. 9
- B. 18
- C. 40
- D. 80
- E. 90

2. A gardener wishes to plant 5 bushes in a straight row. Each bush has flowers of a different solid color (white, yellow, pink, red, and purple). How many ways can the bushes be arranged so that the middle bush is the one with red flowers?

- A. 24
- B. 30
- C. 60
- D. 96
- E. 120

3. What is the total number of different 5-digit numbers that contain all of the digits 2, 3, 4, 7 and 9 and in which none of the odd digits occur next to each other?

- A. 12
- B. 10
- C. 8
- D. 6
- E. 1

4. In a series of races, 10 toy cars are raced, 2 cars at a time. If each car must race each of the other cars exactly twice, how many races must be held?

- A. 40
- B. 90
- C. 100
- D. 180
- E. 200

5. Three red marbles and two white marbles are placed in an empty box. One marble at a time is to be selected randomly and removed from the box until all 5 marbles have been removed. What is the probability that each of the first 3 marbles removed will be red?

- A. $\frac{1}{32}$
- B. $\frac{1}{20}$
- C. $\frac{1}{10}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $\frac{3}{5}$

6. The buyer of a certain mechanical toy must choose 2 of 4 optional motions and 4 of 5 optional accessories. How many different combinations of motions and accessories are available to the buyer?

- A. 8
- B. 11
- C. 15
- D. 20
- E. 30

7. In a soccer league, if there were 10 teams, and each team played each of the other teams 16 times, how many games did each team play?

- A. 144
- B. 140
- C. 134
- D. 125
- E. 106

Thanks 新东方旗下官方网络课堂

www.koolearn.com