Politechnika Wrocławska

Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów

Sterowanie Procesami Ciągłymi

Sprawozdanie nr 1

Charakterystyki czasowe

Prowadzący:
dr hab. inż. Grzegorz Mzyk

Wykonała:
Zuzanna Mejer, 259382

Termin zajęć:
czwartek TP, 9:15

Wrocław, 3 listopada 2022r.

Spis treści

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z charakterystykami czasowymi systemów. Ćwiczenie można podzielić na dwie części - zapoznanie się z zależnością charakterystyki skokowej od położenia biegunów transmitancji układów oraz próba identyfikacji systemów z czasem ciągłym na podstawie charakterystyk skokowych.

2 Badanie systemów z czasem ciągłym

Rozpatrywany jest system ciągły o transmitancji w postaci:

$$K(s) = \frac{1}{s^2 + as + b}, \tag{1}$$

którą można przedstawić również jako:

$$K(s) = \frac{1}{(s + b_1)(s + b_2)}, \tag{2}$$

gdzie b_1 oraz b_2 to bieguny. W zależności od ich położenia badano odpowiedź skokową układu.

2.1 Położenie biegunów a odpowiedź skokowa układu

2.1.1 Bieguny rzeczywiste, ujemne

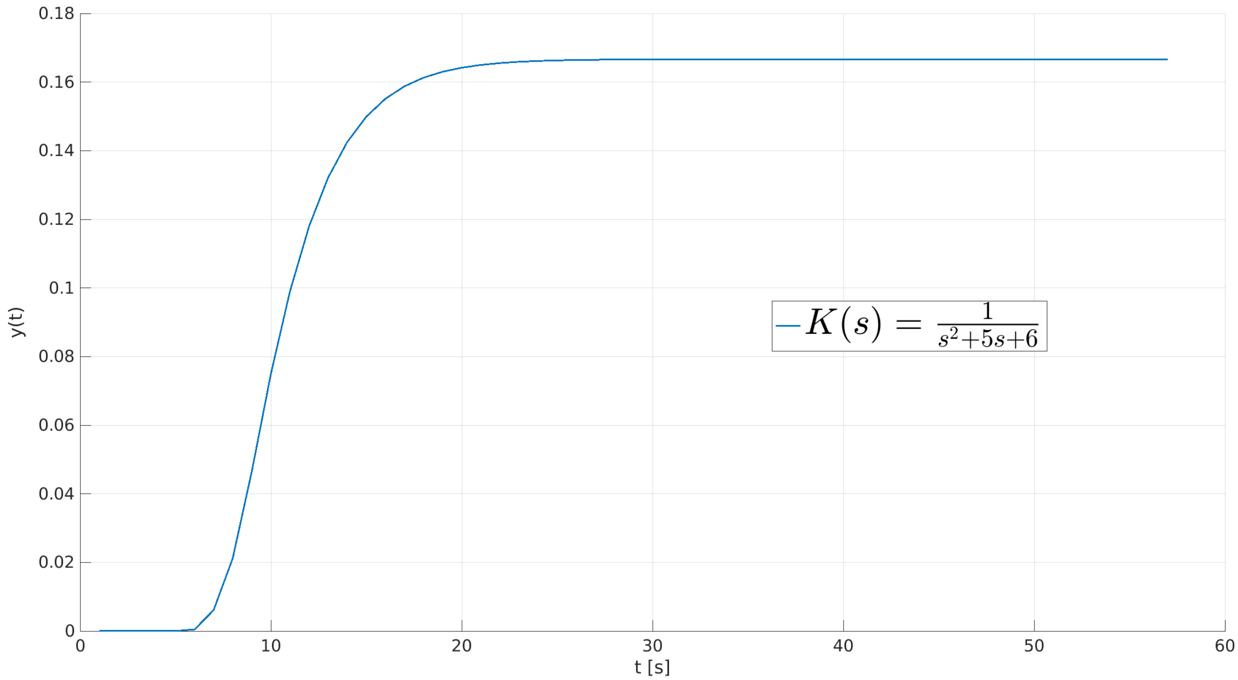
Przyjmując wartości biegunów:

$$\begin{cases} b_1 = -3 \\ b_2 = -2 \end{cases}$$

Transmitancja systemu to:

$$K(s) = \frac{1}{(s - (-3))(s - (-2))} = \frac{1}{(s + 3)(s + 2)} = \frac{1}{s^2 + 5s + 6} \tag{3}$$

Wygenerowano odpowiedź skokową systemu:



Rysunek 1: Odpowiedź skokowa układu o transmitancji, której obydwa bieguny są rzeczywiste i ujemne

Układ jest stabilny (stabilizuje się na wartości $\approx 0,16667$) oraz nie ma oscylacji.

2.1.2 Bieguny rzeczywiste o przeciwnych znakach

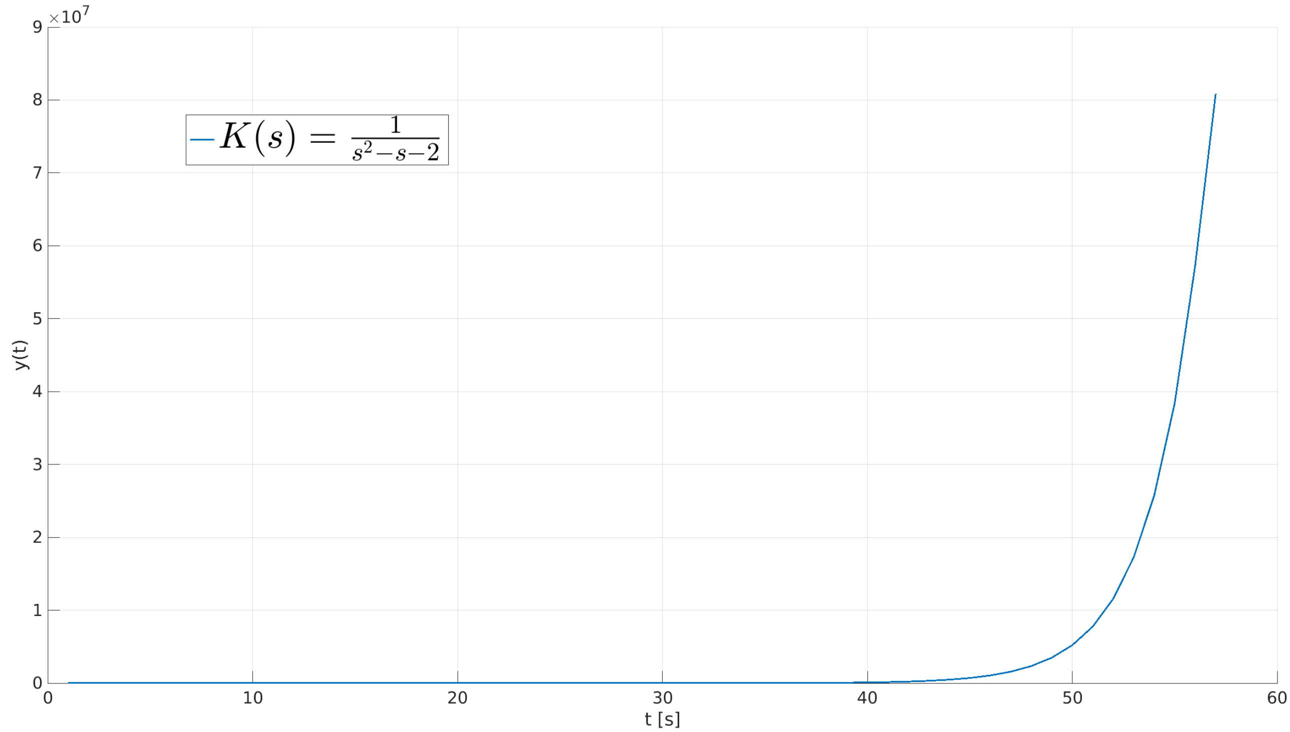
Przyjmując wartości biegunów:

$$\begin{cases} b_1 = -1 \\ b_2 = 2 \end{cases}$$

Transmitancja systemu to:

$$K(s) = \frac{1}{(s-(-1))(s-(2))} = \frac{1}{(s+1)(s-2)} = \frac{1}{s^2-s-2} \tag{4}$$

Wygenerowano odpowiedź skokową systemu:



Rysunek 2: Odpowiedź skokowa układu o transmitancji, której bieguny mają przeciwne znaki

Układ nie jest stabilny oraz nie ma oscylacji.

2.1.3 Bieguny zespolone z ujemną częścią rzeczywistą

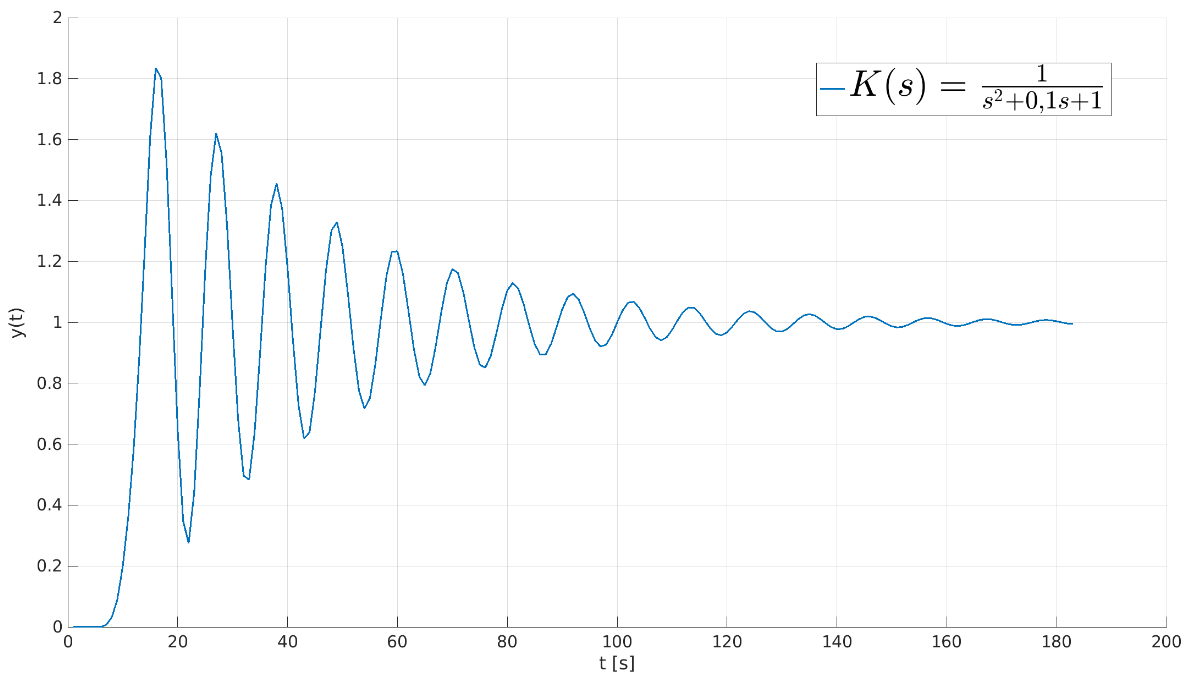
Przyjmując wartości biegunów:

$$\begin{cases} b_1 = \frac{-0{,}1+j\sqrt{3{,}99}}{2} \\ b_2 = \frac{-0{,}1-j\sqrt{3{,}99}}{2} \end{cases}$$

Transmitancja systemu to:

$$K(s) = \frac{1}{(s-(\frac{-0{,}1-j\sqrt{3{,}99}}{2}))(s-(\frac{-0{,}1-j\sqrt{3{,}99}}{2}))} = \frac{1}{s^2+0,1s+1} \tag{5}$$

Wygenerowano odpowiedź skokową systemu:



Rysunek 3: Odpowiedź skokowa układu o transmitancji, której bieguny są zespolone z ujemną częścią rzeczywistą

Układ jest stabilny (stabilizuje się na wartości ≈ 1) oraz ma oscylacje.

2.1.4 Bieguny zespolone z dodatnią częścią rzeczywistą

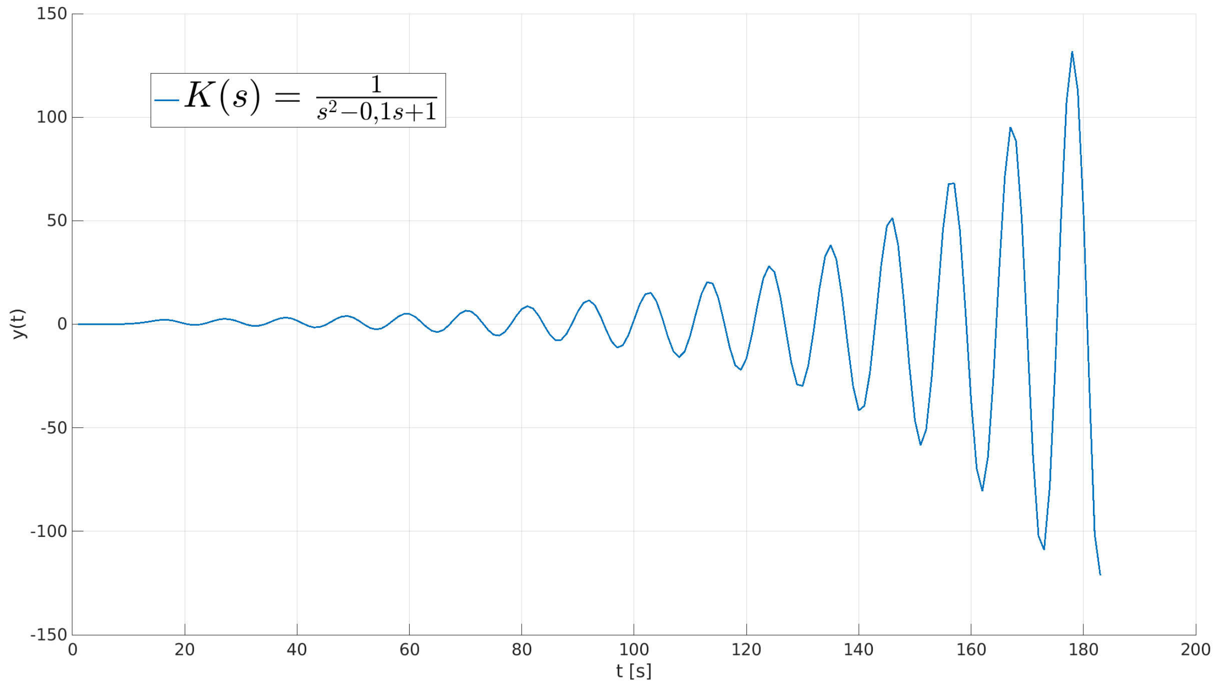
Przyjmując wartości biegunów:

$$\begin{cases} b_1 = \frac{0{,}1+j\sqrt{3{,}99}}{2} \\ b_2 = \frac{0{,}1-j\sqrt{3{,}99}}{2} \end{cases}$$

Transmitancja systemu to:

$$K(s) = \frac{1}{(s-(\frac{0{,}1-j\sqrt{3{,}99}}{2}))(s-(\frac{0{,}1-j\sqrt{3{,}99}}{2}))} = \frac{1}{s^2 - 0,1s + 1} \tag{6}$$

Wygenerowano odpowiedź skokową systemu:

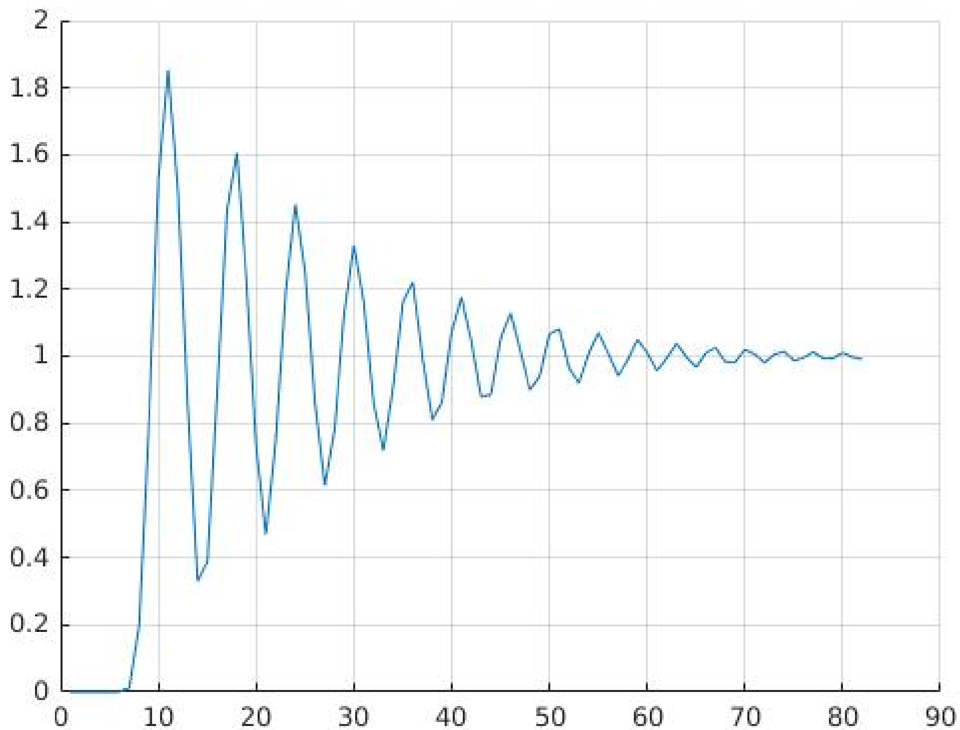


Rysunek 4: Odpowiedź skokowa układu o transmitancji, której bieguny są zespolone z dodatnią częścią rzeczywistą

Układ nie jest stabilny oraz ma oscylacje.

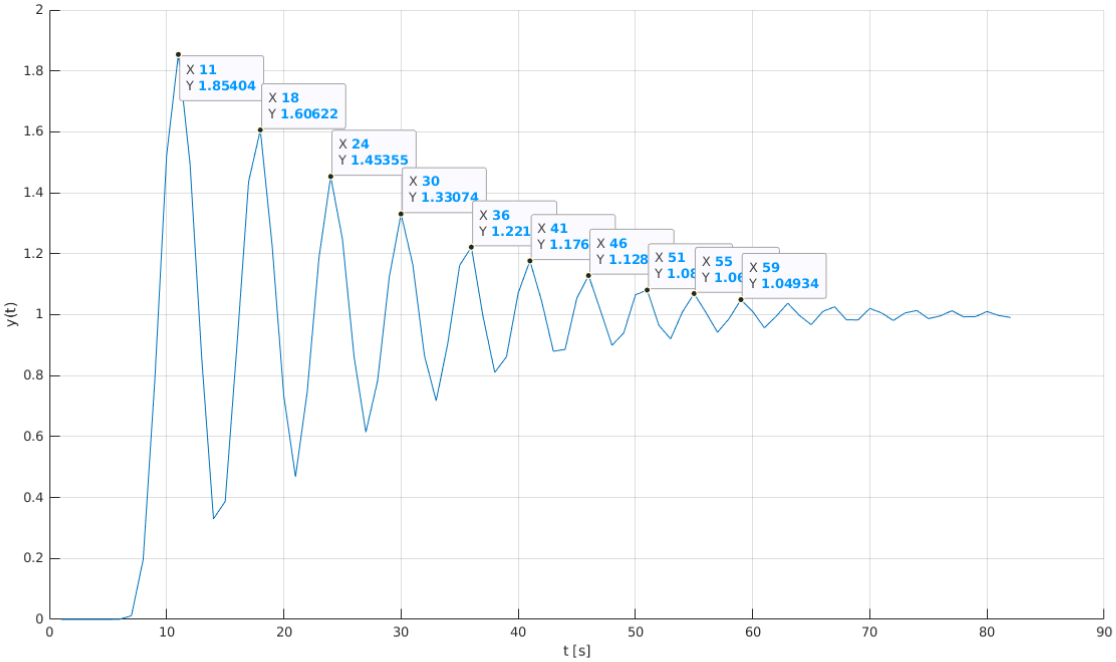
2.2 Identyfikacja systemu z czasem ciągłym na podstawie odpowiedzi skokowej

Dana jest charakterystyka czasowa:



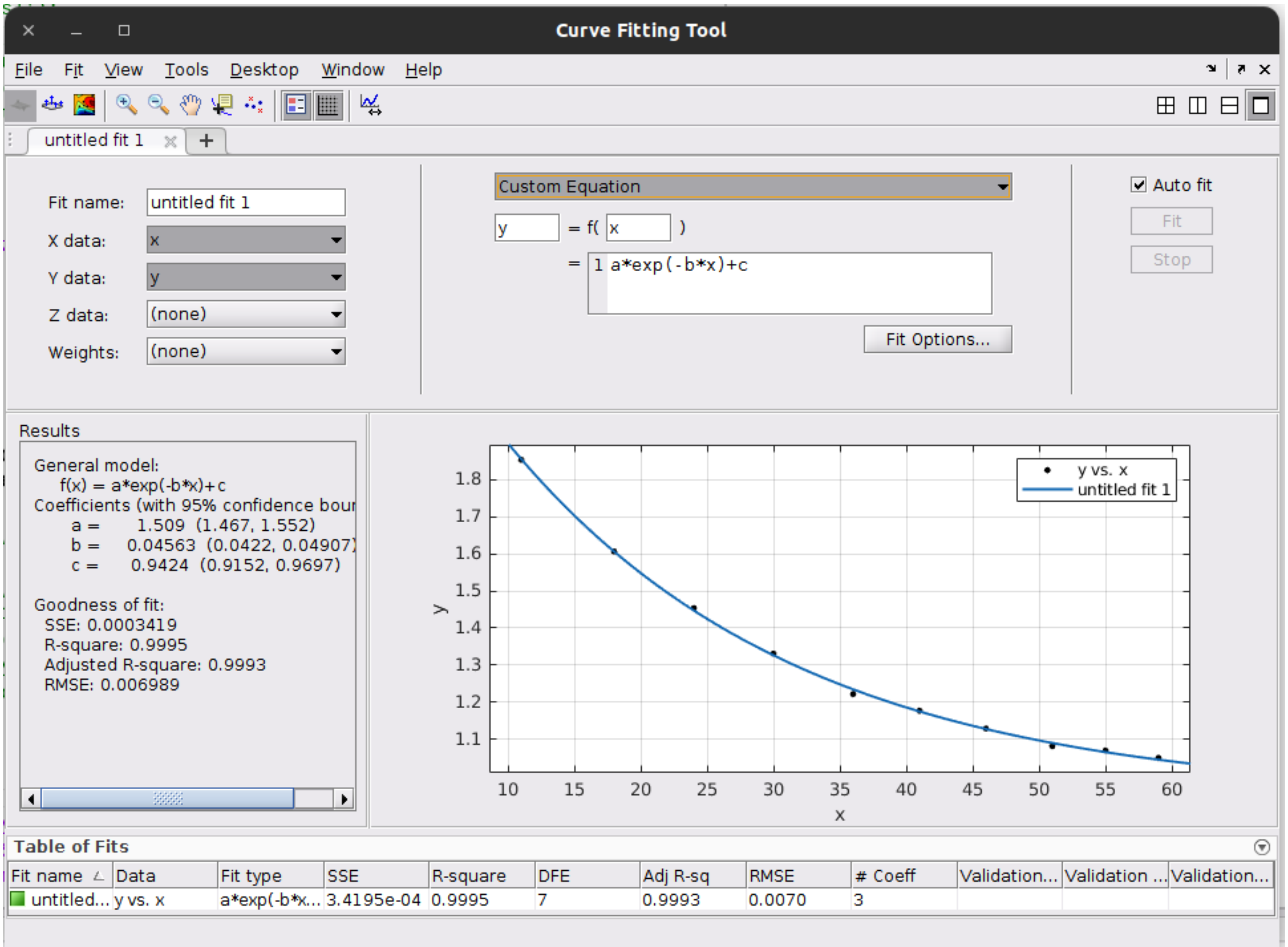
Rysunek 5: Odpowiedź skokowa do identyfikacji systemu

W celu identyfikacji, czyli wyznaczenia transmitancji systemu na podstawie charakterystyki czasowej, skorzystano z narzędzia dostępnego w Matlabie - *Curve Fitting*. Na początku wyznaczono punkty - szczyty funkcji odpowiedzi skokowej:



Rysunek 6: Punkty do wyznaczenia eksponenty

Następnie dobrano do wartości tych punktów eksponentę za pomocą *Curve Fitting*:

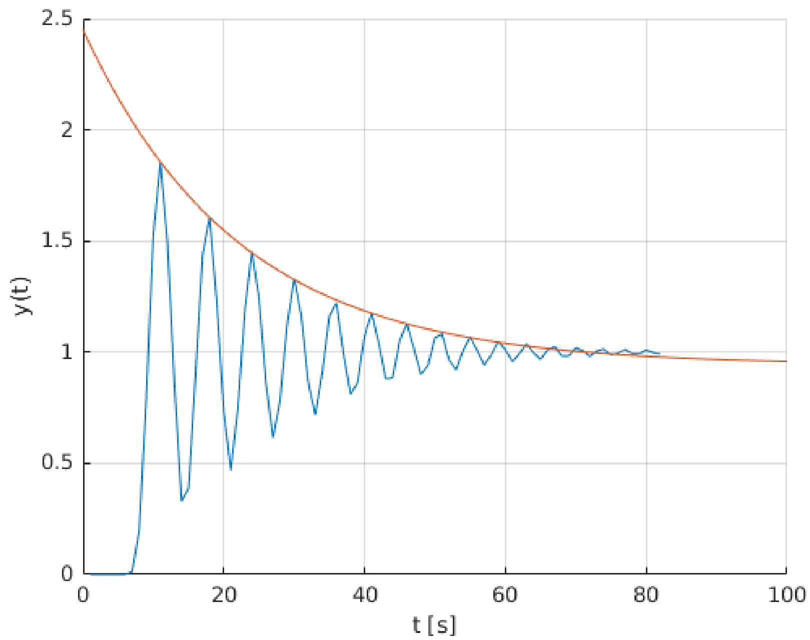


Rysunek 7: Curve Fitting

Wzór dopasowanej przez program funkcji eksponencjalnej to:

$$1,509 \cdot e^{(-0,04563x)} + 0,9424 \tag{7}$$

Na poniższym rysunku przedstawiono odpowiedź skokową do identyfikacji wraz z dopasowaną eksponentą:



Rysunek 8: Odpowiedź skokowa i wyznaczona eksponenta

Ze wzoru na funkcję eksponencjalną można odczytać parametry transmitancji systemu. Szukana transmitancja jest postaci:

$$K(s) = \frac{1}{s^2 + as + b} \tag{8}$$

Z twierdzenia Abela wynika, że system ustabilizuje się na wartości, którą można wyliczyć jako granicę przy s dążącym do 0. Ponadto z wykresu można odczytać, że wykres stabilizuje się na wartości 1. Zatem:

$$\lim_{s \to 0} K(s) = \frac{1}{b} = 1 \Longrightarrow b = 1$$

Wyznaczenie parametru a zaczęto od odczytania okresu oscylacji charakterystyki czasowej $T \approx 5s$. Następnie wykorzystano poniższy wzór i wyznaczono pulsację:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} \approx 1,26$$

Bieguny transmitancji mają postać:

$$b_{1,2} = \sigma \pm \omega j \tag{9}$$

gdzie $\sigma = -0,04563 \approx -0,046$ ze wzoru eksponenty. Zatem:

$$b_{1,2} = -0,046 \pm 1,26j \tag{10}$$

Wstawiając wartości biegunów do transmitancji otrzymano:

$$K(s) = \frac{1}{(s - (-0,046 - 1,26j))(s + 0.046 + 1,26j)} = \frac{1}{s^2 + 0,092s + 1,5876} \tag{11}$$

Zatem wartość parametru $a = 0,092$.

Z identyfikacji systemu wyznaczono transmitancję:

$$K(s) = \frac{1}{s^2 + 0,092s + 1} \tag{12}$$

Rzeczywista transmitancja identyfikowanego systemu miała postać:

$$K(s) = \frac{1}{s^2 + 0,1s + 1} \tag{13}$$

3 Podsumowanie i wnioski

- Zbadane zostały charakterystyki czasowe systemów w czasie ciągłym. Położenie biegunów transmitancji ma wpływ na odpowiedź skokową układu.
- Bieguny rzeczywiste ujemne generują odpowiedź bez oscylacji, dążącą do pewnej stabilnej wartości.
- Układ, którego bieguny są rzeczywiste, ale o przeciwnych znakach, jest niestabilny i bez oscylacji. Jego odpowiedź skokowa dąży do nieskończoności.
- Układ z biegunami zespolonymi z ujemną częścią rzeczywistą generuje odpowiedź skokową z gasnącymi oscylacjami. Taki układ jest stabilny.
- Bieguny zespolone z dodatnią częścią rzeczywistą generują odpowiedź skokową, której oscylacje narastają. Układ jest niestabilny.
- Matlab posiada narzędzia, które umożliwiają identyfikację systemu (Curve Fitting).
- Transmitancja wyznaczona eksperymentalnie na podstawie odpowiedzi skokowej w przybliżeniu zgadza się z transmitancją rzeczywistą. Różnica przy parametrze a to $0,08$.

4 Bibliografia

1. A. Czemplik "Praktyczne wprowadzenie do opisu, analizy i symulacji dynamiki obiektów"
2. K. Duzinkiewicz, Prezentacja Óbiekty sterowania i ich identyfikacja", Komputerowe systemy sterowania 2014/2015