Zad. 3. Zaimplementować w Matlabie funkcję do rozwiązywania układów równań macierzowych w postaci Ax=b metodami:

- **Cramera**
- **Macierzową**

Programy powinny posiadać zabezpieczenia przed podaniem niepoprawnych danych wejściowych: macierzy A oraz wektora b. Uwzględnić przypadek gdy det(A)=0. Skrypt powinien uwzględnić odpowiednią kontrolę istnienia rozwiązań. Następnie użyć skrypt do rozwiązania układów:

a)

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ 2x + y + z = 3 \\ y - x + 2z = 5 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + 3.1223z = 2.2132 \\ 4.1220x + 12.123y + z = 3.021 \\ x - y + 2z = 5.8921 \end{cases}$$

Funkcja:

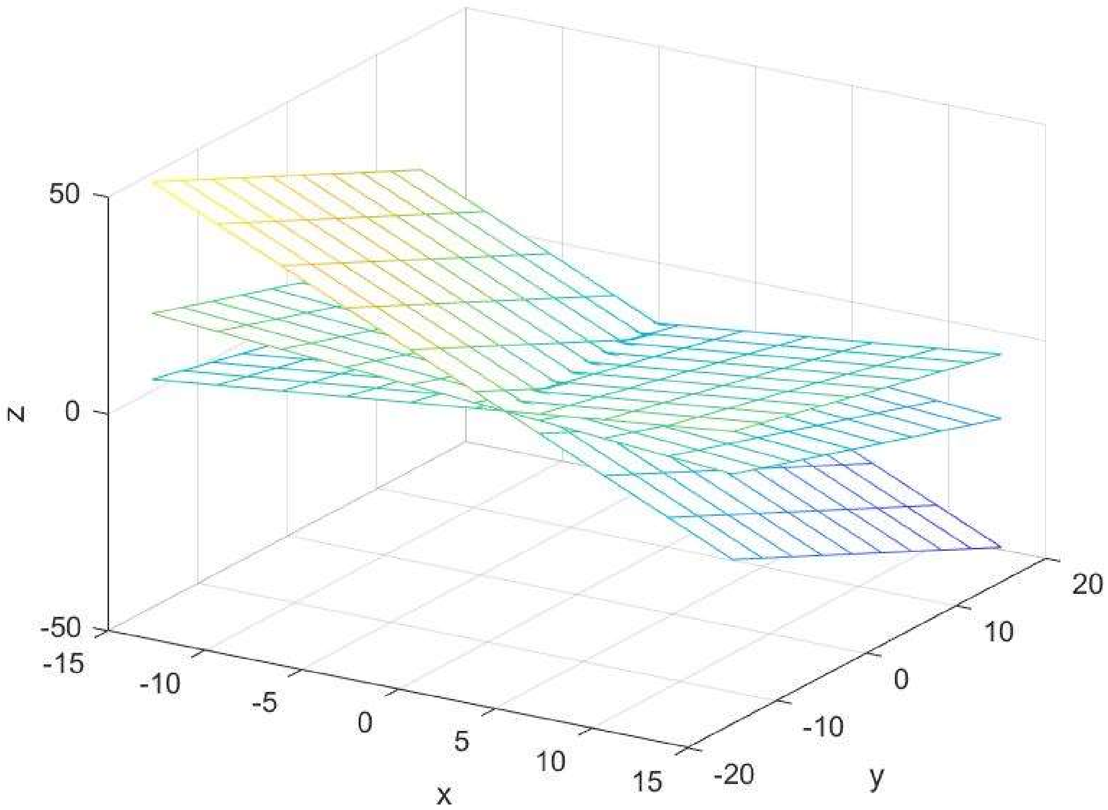
```
function[wynik,X,wyzn]=Cramer2(A,b)
[wA,kA] = size(A);
[wb,kb] = size(b);

if wA ~= kA
        disp('Błąd. To nie macierz kwadratowa')
    return
end
if kb ~= 1
    disp('Błąd. To nie macierz o jednej kolumnie')
    return
end
if kA ~= wb
    disp('Błąd. A i b nie są kompatybilne')
    return
end

x1=linspace(-2,7,10) %%wykres
y1=x1
[X1 Y1]=meshgrid(x1,y1)
for j=1:kA
    Z=(b(j)-A(j,1).*X1-A(j,2).*Y1)./A(j,3)
mesh(x1,y1,Z)
hold on
end
hold off
xlabel('x')
ylabel('y')
```

```
zlabel('z')

WA = det(A); %%metoda Creamera
if WA == 0
    wyzn=zeros(wb,1)
 for i = 1:kA
    if i == 1
        Wi = [b A(:,2:kA)];
    elseif i < kA
        Wi = [A(:,1:i-1) b A(:,i+1:kA)];
    else
        Wi = [A(:,1:i-1) b];
    end
    wyzn(i) = det(Wi);
 end
 if wyzn(1)==0 & wyzn(2)==0 & wyzn(3)==0
     disp('Wyznacznik główny macierzy oraz wszystkie
wyznaczniki szczególne są równe 0. Układ ma nieskończenie
wiele rozwiązań')
     return
 elseif wyzn(1)~=0 | wyzn(2)~=0 | wyzn(3)~=0
     disp('Wyznacznik główny macierzy jest równy zero oraz
przynajmniej jeden z wyznaczników szczególnych jest różny od
zera. Układ jest sprzeczny')
     return
 end
end
    wynik = zeros(wb,1);

for i = 1:kA
    if i == 1
        Wi = [b A(:,2:kA)];
    elseif i < kA
        Wi = [A(:,1:i-1) b A(:,i+1:kA)];
    else
        Wi = [A(:,1:i-1) b];
    end
    wynik(i) = det(Wi)/WA;
end

Ao=inv(A)%%metoda macierzowa
X=Ao*b
```

Uzyskane wyniki

a) Wyznacznik główny macierzy oraz wszystkie wyznaczniki szczególne są równe 0. Układ ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Jest to zgodne z wykresem: płaszczyzny przecinają się w linii, co powoduje że punktów przecięcia jest nieskończenie wiele.



b)

wynik uzyskany metodą Cramera:

ans =

    6.9314

   -1.9829

   -1.5111

Wynik uzyskany metodą macierzową

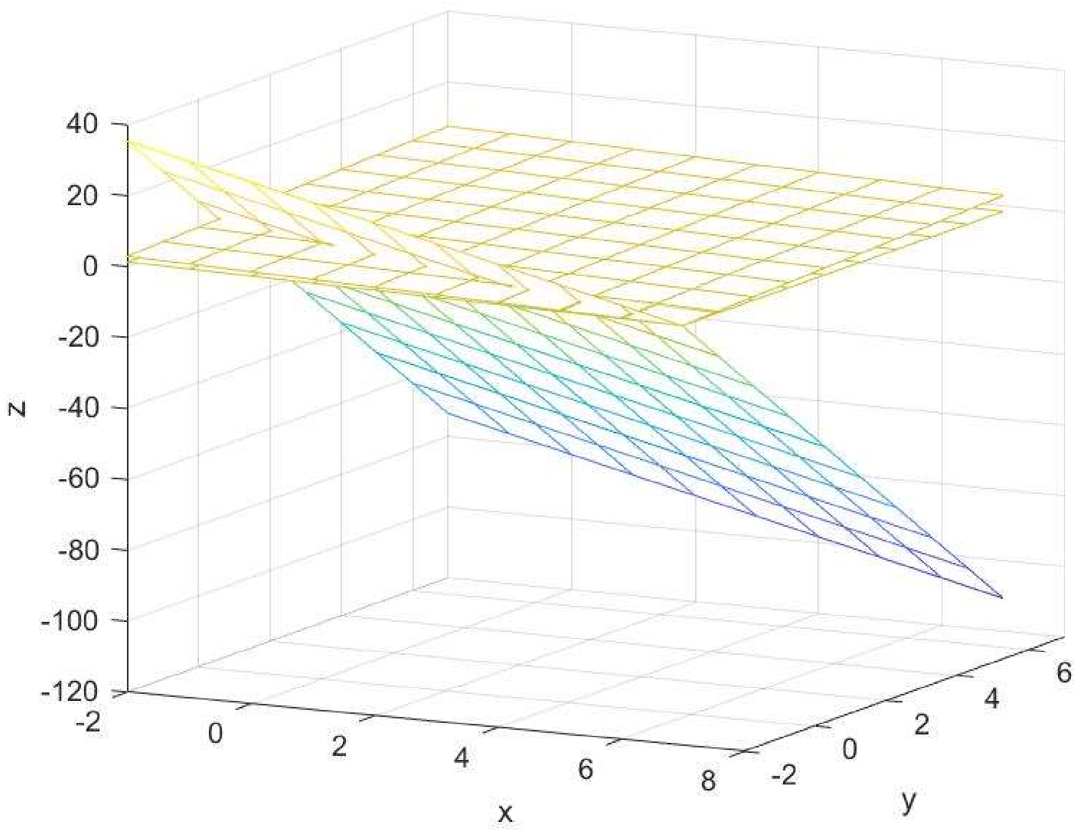
X =

    6.9314

   -1.9829

   -1.5111

Jest to zgodne z wykresem: widać, że płaszczyzny przecinają się w jednym punkcie. Mimo, że nie da się odczytać dokładnie jego położenia, to można uznać, że w przybliżeniu jest on zgodny z uzyskanym wynikiem.



Opis metody:

Metoda Cramera: mając układ n równań z n niewiadomymi, można przedstawić go w postaci macierzowej. Macierz kwadratowa A stopnia n jest macierzą współczynników, które stoją przy niewiadomych x, y, z. Wektor b jest macierzą współczynników wyrazów wolnych. Poszukiwana jest macierz niewiadomych x, y, z. Oznaczając przez Wi macierz która powstaje z macierzy A przez zastąpienie wyrazów w kolumnie i wyrazami wektora b, wartości zmiennych układu równań obliczane są ze wzorów Cramera:

$$x = \frac{\det(W1)}{\det(A)}, \quad y = \frac{\det(W2)}{\det(A)}, \quad z = \frac{\det(W3)}{\det(A)}$$

oraz przekazywane do macierzy wynikowej $wynik()$.

Układ posiada rozwiązanie, jeśli wyznacznik macierzy współczynników A jest różny od zera. Jeśli wyznacznik macierzy A jest równy zero, to układ równań jest albo sprzeczny (przynajmniej jeden z wyznaczników specjalnych jest różny od zera), albo ma nieskończenie wiele rozwiązań (wszystkie wyznaczniki specjalne są równe zero).

Metoda macierzowa: mając układ n równań z n niewiadomymi, można przedstawić go w postaci macierzowej. Wynik można wyznaczyć jako $X = A^{-1} * b$, dlatego najpierw należy odwrócić macierz A ($inv(A)$), a następnie pomnożyć razy macierz b.

Wykres: sprawdzenia wyników dokonano dzięki wykonaniu odpowiednich wykresów. W tym celu wyznaczono płaszczyzny dla każdego z równań i zaobserwowano sposób ich przecięcia. W podpunkcie a przecięcie płaszczyzn tworzy linie prostą – liczba rozwiązań jest nieskończona, w podpunkcie b przecięcie płaszczyzn to pojedynczy punkt, jego współrzędne to rozwiązanie równania. Funkcja Matlaba $[X, Y] = meshgrid(x, y)$ przekształca wektory x i y w parę macierzy X i Y. Można utworzyć $Z = f(X, Y)$, wywołanie $mesh(x, y, Z)$ rysuje w przestrzeni zbiór punktów będący wykresem funkcji dwóch zmiennych f.