

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
Podstawy Konstrukcji Zespołów Urządzeń Precyzyjnych

Projekt 2
Temat ZNL - 23

Zespół napędu liniowego
Obliczenia konstrukcyjno - sprawdzające

wykonała: Zuzanna Pamuła, MT144
prowadzący: mgr inż. Karol Bagiński

Warszawa 2020/2021

1 Przedmiot założeń

Przedmiotem niniejszych założeń jest mechanizm napędu liniowego, który służy do kątownego lub liniowego pozycjonowania obiektów.

2 Symbol i nazwa konstrukcji

Symbol konstrukcji: ZNL-23

Nazwa konstrukcji: Napęd liniowy

3 Zastosowanie

Zespół napędu liniowego umożliwia dokładne pozycjonowanie elementów lub poruszanie nimi w danym zakresie ruchu. Urządzenie działa z dużą precyzją, dzięki czemu znajdzie zastosowanie w wielu dziedzinach.

4 Wymagania konstrukcyjne

4.1 Ogólne wymagania

- a) Trzykrotne przeciążenie popychacza nie może spowodować uszkodzenia zespołu napędu.
- b) Zastosować zabezpieczenie elektryczne oraz mechaniczne uniemożliwiające przekroczenie położenia krańcowych popychacza.
- c) Zastosować silnik (DC) zasilany bezpiecznym napięciem - do 24 V.
- d) Złącze wielostykowe mocowane do szkieletu.
- e) Zastosować sprzęgło przeciążeniowe cierne.
- f) Odporność na niewłaściwe użytkowanie.
- g) Mały koszt.
- h) Niewielkie wymiary i ciężar.
- i) Wygoda i bezpieczeństwo obsługi oraz napraw.
- j) Mechanizm ma pracować w pomieszczeniu zamkniętym w zakresie temperatur: +5°C do +40°C, przy średnim zapyleniu.

4.2 Dane indywidualne

- a) Maksymalne liniowe przemieszczenie popychacza $L_{max} = 80 \text{ mm}$.
- b) Maksymalne robocze obciążenie osiowe popychacza $Q_{max} = 80 \text{ N}$.
- c) Maksymalna prędkość przesuwu popychacza $v = 4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$.
- d) Zapewnić sygnalizowanie położenia popychacza na drodze elektrycznej z rozdzielczością nie gorszą niż $\Delta s = 1 \mu\text{m}$.
- e) Sposób mocowania zespołu: U – uniwersalny.
- f) Wielkość produkcji urządzenia: J – jednostkowa.

Obliczenia konstrukcyjne

1 Wstępne obliczenia kół stopnia sprzęgającego

W celu wyznaczenia modułu i liczby zębów kół stopnia sprzęgającego dobrano wstępnie łożyska.

1.1 Wstępny dobór łożysk tocznych nakrętki

Początkowo wyznaczono średnicę łożyska d w zależności od średnicy gwintu popychacza, aby spełniała krterium geometryczne:

$$d = M(d_{pop}) + 3 \quad (1)$$

Gdzie:

$M_{dop} = 6$ mm - średnica popychacza.

$$d = 6 + 3$$

$$d = 9 \text{ mm}$$

Z tabeli 1 dobrano wstępnie najdelikatniejsze łożysko dla wyznaczonej średnicy.

Oznaczenie łożyska	Wymiary główne				Nośność		Prędkość obrotowa graniczna		Wymiary związane z zabudową		
	d mm	D mm	B mm	r mm	ruchowa C daN	spoczynkowa C_0 daN	smar stały obr/min	olej obr/min	D_1 min. mm	d_1 max. mm	r_w max. mm
618/4	4	9	2,5	0,3	34	14	44 000	52 000	5	8	0,15
619/4		11	4	0,3	53	28	42 000	50 000	5	10	0,15
624		13	5	0,4	85	40	38 000	45 000	6	11	0,2
634		16	5	0,5	135	70	36 000	43 000	6	14	0,3
618/5	5	11	3,5	0,3	44	21	40 000	49 000	6,4	9,6	0,15
619/5		13	4	0,3	60	30	39 000	49 000	6,4	11,6	0,15
625		16	5	0,5	140	70	35 000	43 000	7	14	0,3
635		19	6	0,5	180	98	31 000	38 000	7	17	0,3
618/6	6	13	3,5	0,3	63	31	37 000	45 000	7,4	11,6	0,15
619/6		15	5	0,4	90	50	37 000	45 000	7,4	13,6	0,2
626		19	6	0,5	180	98	32 000	39 000	8	17	0,3
618/7	7	14	3,5	0,3	70	36	37 000	44 000	8,4	12,6	0,15
619/7		17	5	0,4	116	66	36 000	44 000	8,4	15,6	0,2
607		19	6	0,5	170	70	33 000	40 000	9	17	0,3
627		22	7	0,5	250	130	30 000	36 000	9	20	0,3
618/8	8	16	4	0,4	94	52	36 000	43 000	9,6	14,4	0,2
619/8		19	6	0,5	136	76	35 000	41 000	9,6	17,4	0,3
608		22	7	0,5	250	130	32 000	38 000	10	20	0,3
618/9	9	17	4	0,4	102	59	33 000	40 000	10,6	15,4	0,2
619/9		20	6	0,5	155	95	31 000	38 000	10,6	18,4	0,3
609		24	7	0,5	280	145	29 000	36 000	11	22	0,3
629		26	8	1	345	196	25 000	31 000	11	24	0,3

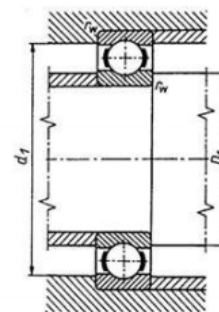
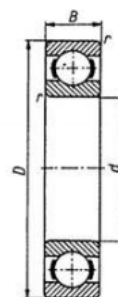


Tabela 1: Karta katalogowa łożysk tocznych zwykłych

Wybrano łożysko 618/9 o parametrach:

$d = 9$ mm - średnica wewnętrzna;

$D = 17$ mm - średnica zewnętrzna;

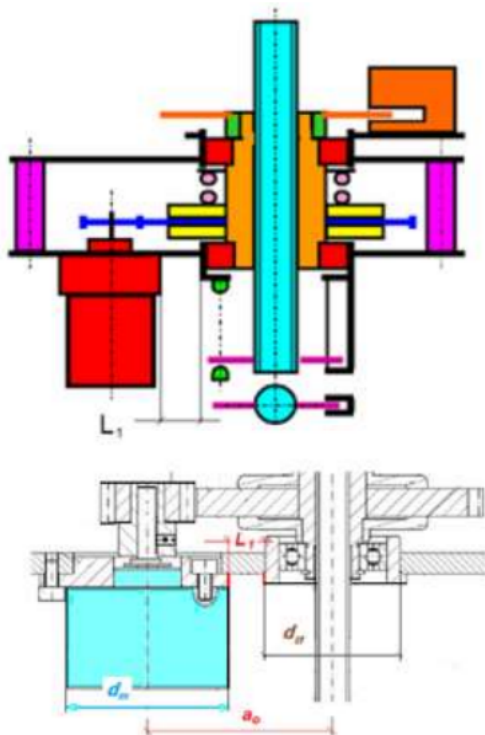
$B = 4$ mm - szerokość;

$C = 102$ daN - nośność ruchowa;

$C_0 = 59$ daN - nośność spoczynkowa.

1.2 Wyznaczenie najmniejszej odległości a_{min} - osi popychacza i motoreduktora

Istnieją dwa warianty położenia tarczy impulsowej. Na rysunku 1 przedstawiono sytuację, gdy tarcza znajduje się po przeciwnej stronie względem motoreduktora.



Rysunek 1: Ustalenie najmniejszej odległości osi popychacza i motoreduktora dla tarczy po przeciwnej stronie względem motoreduktora

Dla takiego ułożenia krytyczna jest odległość między motoreduktorem a tuleją łożyskową, więc najmniejsza odległość $a1_{min}$ osi popychacza i motoreduktora musi spełniać zależność:

$$a1_{min} = 0,5 \cdot d_m + 0,5 \cdot d_{tl} + L_1 \quad (2)$$

Gdzie:

$d_m = 16$ mm - średnica dobranego motoreduktora;

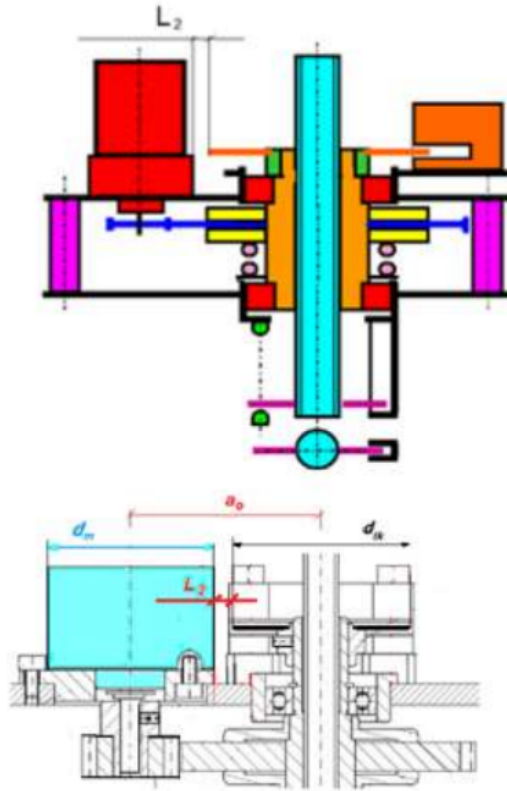
$d_{tl} = 21$ mm - średnica tulei łożyskowej (o 4 mm większa od średnicy zewnętrznej D wybranego wstępnie łożyska tocznego);

$L_1 = 1$ mm - luz między ściankami motoreduktora i tulei łożyskowej.

$$a1_{min} = 0,5 \cdot 16 + 0,5 \cdot 21 + 1$$

$$a1_{min} = 19,5 \text{ mm}$$

Drugim rozpatrywanym położeniem jest ustawienie tarczy po tej samej stronie co motoreduktor. Takie ułożenie zaprezentowano na rysunku 2.



Rysunek 2: Ustalenie najmniejszej odległości osi popychacza i motoreduktora dla tarczy po tej samej stronie co motoreduktor

Dla takiego ułożenia krytyczna jest odległość między motoreduktorem a tarczą impulsową, więc najmniejsza odległość a_{1min} musi spełniać zależność:

$$a_{1min} = 0,5 \cdot d_m + 0,5 \cdot d_{tk} + L_2 \quad (3)$$

Gdzie:

$d_m = 16$ mm - średnica dobranego motoreduktora;

$d_{tk} = 25,4$ mm - średnica jednocalowej tarczy impulsowej;

$L_2 = 1$ mm - luz między ścianką motoreduktora a krawędzią tarczy impulsowej.

$$a_{2min} = 0,5 \cdot 16 + 0,5 \cdot 25,4 + 1$$

$$a_{2min} = 21,7 \text{ mm}$$

Na podstawie wstępnego rysunku złożeniowego wyznaczono wartość najmniejszej odległości a_{min} - osi popychacza i motoreduktora. Przyjęto większą z wartości a_{1min} i a_{2min} .

$$a_{min} = \max(a_{1min}, a_{2min})$$

$$a_{min} = \max(19,5, 21,7)$$

$$19,5 < 21,7$$

$$a_{min} = 21,7 \text{ mm}$$

Najmniejsza wymagana odległość osi a_{min} wynosi 21,7 mm. W dalszych obliczeniach ta właśnie odległość jest wstępną odległością osi a'_0 kół stopnia sprzęgającego.

1.3 Wyznaczenie modułu oraz liczby zębów zębownika i koła zębatego stopnia sprzęgającego

Wyznaczono liczbę zębów zębownika i koła zębatego stopnia sprzęgającego na podstawie układu równań:

$$\begin{cases} i_{sp} = \frac{z_2}{z_1} \\ a_0 = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \end{cases} \quad (4)$$

Gdzie:

$i_{sp} = 3,43$ - wartość przełożenia stopnia sprzęgającego;

z_1 - liczba zębów kół zębownika;

z_2 - liczba zębów koła zębatego;

$a_0 = 21,7$ mm - wstępna odległość osi kół stopnia sprzęgającego;

$m = 0,9$ - moduł uzębienia.

Po przekształceniu zależności 4 otrzymano wzór na liczbę zębów z_1 kół zębownika:

$$z_1 = \frac{2 \cdot a'_0}{m \cdot (1 + i_{sp})} \quad (5)$$

Gdzie:

$i_{sp} = 3,43$ - wartość przełożenia stopnia sprzęgającego;

$a'_0 = 21,7$ mm - wstępna odległość osi kół stopnia sprzęgającego;

$m = 0,9$ - moduł uzębienia.

$$z_1 = \frac{2 \cdot 21,7}{0,9 \cdot (1 + 3,43)}$$

$$z_1 = 10,89$$

Następnie obliczono liczbę zębów z_2 koła zębatego:

$$z_2 = i_{sp} \cdot z_1 \quad (6)$$

Gdzie:

$i_{sp} = 3,43$ - wartość przełożenia stopnia sprzęgającego;

$z_1 = 10,89$ - liczba zębów kół zębownika.

$$z_2 = 3,43 \cdot 10,89$$

$$z_2 = 37,34$$

Ze wzoru 4 wyznaczono rozstawienie osi a_0 oraz przełożenie stopnia sprzęgającego i_{sp} dla zaokrąglonych z_1 i z_2 do najbliższych całkowitych wartości. Wyniki przedstawiono w tabeli 2.

m:	z1:	z2:	a0:	isp:
0,9	11	38	22,05	3,45
0,9	11	37	21,6	3,36
0,9	10	38	21,6	3,8
0,9	10	37	21,15	3,7

Tabela 2: Rozstawienie osi a_0 oraz przełożenie stopnia sprzęgającego i_{sp} dla zaokrąglonych wartości z_1 i z_2

Na podstawie wyników przedstawionych w tabeli 2 przyjęto liczbę zębów z_1 kół zębownika:

$$z_1 = 11$$

oraz liczbę zębów z_2 koła zębatego:

$$z_2 = 38$$

Przy takim doborze liczby zębów otrzymano przełożenie stopnia sprzęgającego $i_{sp} = 3,45$ o wartości możliwie bliskiej wymaganej, a jednocześnie spełniony jest warunek:

$$a'_0 \leq a_0$$

$$21,7 \text{ mm} \leq 22,05 \text{ mm}$$

Rozstawienie osi a_0 gwarantuje luz L_1 i L_2 w zadanych granicach, czyli minimum 1 mm i nie więcej niż 2 mm.

1.4 Wyznaczenie siły międzyzębnej w przekładni sprzęgającej

Wyznaczono siłę międzyzębną P_n (rysunek 3) w przekładni sprzęgającej. W tym celu skorzystano ze wzoru:

$$P_n = \frac{2 \cdot M_{nut}}{m \cdot z_2 \cdot \cos \alpha} \quad (7)$$

Gdzie:

$M_{nut} = 88,71$ – moment obciążenia nakrętki

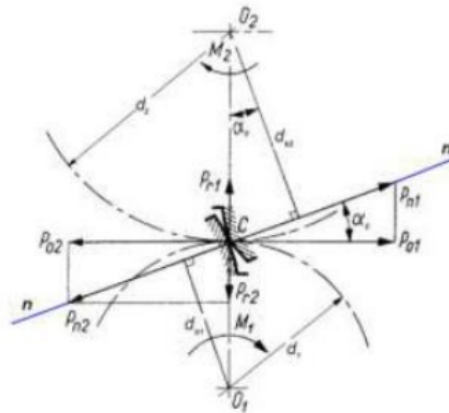
$m = 0,9$ – moduł uzębienia koła zębatego z_2 przekładni sprzęgającej;

$z_2 = 38$ – liczba zębów koła zębatego tej przekładni osadzonego na nakrętce;

$\alpha = 20^\circ$ – nominalny kąt zarysu.

$$P_n = \frac{2 \cdot 88,71}{0,9 \cdot 38 \cdot \cos 20^\circ}$$

$$P_n = 5,52 \text{ N}$$



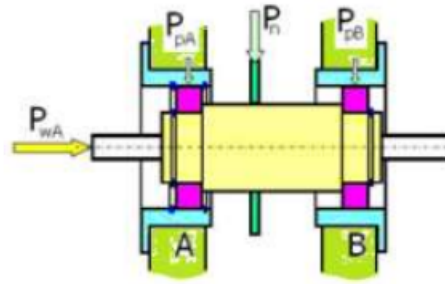
Rysunek 3: Rozkład sił w zazębieniu stopnia sprzęgającego

Siła międzyzębna P_n , przyłożona w płaszczyźnie środkowej koła zębatego z_2 wynosi $P_n = 5,52 \text{ N}$.

2 Wyznaczanie trwałości łożysk tocznych nakrętki

2.1 Schemat łożyskowania nakrętki

Na rysunku 4 stosowany w projekcie schemat łożyskowania nakrętki na dwóch łożyskach kulkowych zwykłych (są to łożyska poprzeczne jednorzędowe). Jest to sposób łożyskowania zgodny ze schematem belki statycznie wyznaczalnej dla przypadku obciążenia typu "ruchomy wałek".



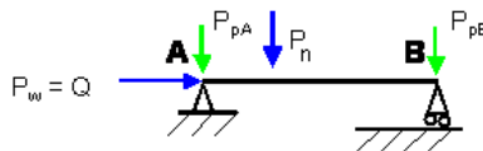
Rysunek 4: Schemat łożyskowania nakrętki według zasady belki statycznie wyznaczalnej

Gdzie:

- A - łożysko z dwoma ustalonymi pierścieniami (cztery punkty ustalające);
- B - łożysko ustalone przesuwnie (dwa punkty ustalające).

2.2 Obciążenia łożysk tocznych

Na rysunku 5 przedstawiono schemat obciążeń łożysk A i B.



Rysunek 5: Schemat obciążeń łożysk A i B

Przyjęto, że koło z_2 , a więc i siła P_n , znajdują się w połowie odległości płaszczyzn środkowych łożysk tocznych. Wartość siły P_w jest znana i równa zadanej sile obciążającej popychacz - Q_{max} .

2.3 Wyznaczenie trwałości łożysk

Wyznaczenie trwałości łożyskowania tocznego przeprowadzono dla bardziej obciążonego łożyska. W zespole napędu liniowego jest nim łożysko A (przenoszące, oprócz poprzecznego, także obciążenie wzdłużne).

2.3.1 Parametry eksploatacyjne dobranego łożyska tocznego

Parametry dobranego łożyska 618/9:

$d = 9$ mm - średnica wewnętrzna;

$D = 17$ mm - średnica zewnętrzna;

$B = 4$ mm - szerokość;

$C = 102$ daN - nośność ruchowa;

$Co = 59$ daN - nośność spoczynkowa.

2.3.2 Wyznaczenie wartości współczynników obciążenia poprzecznego X i wzdłużnego Y

Obliczono iloraz:

$$\frac{P_w}{C_0} = \frac{80}{590} = 0,14$$

Gdzie:

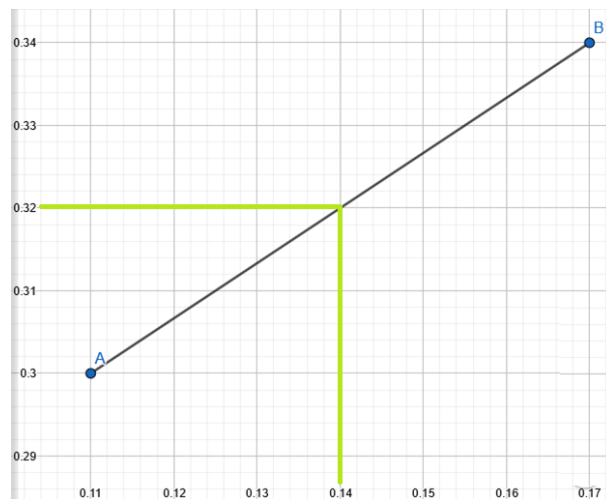
$P_w = Q_{max} = 80$ N - zadana siła obciążająca popychacz;

$Co = 590$ N - nośność spoczynkowa.

Na podstawie tabeli 3 wykonano interpolację (rysunek 6).

$\frac{P_w}{C_o}$	e	Współczynnik obciążeń			
		$P_w/P_p \leq e$		$P_w/P_p > e$	
		X	Y	X	Y
0,014	0,19	1	0	0,56	2,30
0,028	0,22	1	0	0,56	1,99
0,056	0,26	1	0	0,56	1,71
0,084	0,28	1	0	0,56	1,55
0,11	0,30	1	0	0,56	1,45
0,17	0,34	1	0	0,56	1,31
0,28	0,38	1	0	0,56	1,15
0,42	0,42	1	0	0,56	1,04
0,56	0,44	1	0	0,56	1,00

Tabela 3: Współczynniki X i Y dla łożysk tocznych poprzecznych jednorzędowych



Rysunek 6: Interpolacja dla $e(P_w/C_0)$

Z interpolacji odczytano wartość parametru e :

$$e = 0,32$$

Zachodzi zależność:

$$\frac{P_w}{P_p} > e$$

Gdzie:

$P_w = Q_{max} = 80$ N - zadana siła obciążająca popychacz;

$P_{pA} = 0,5 \cdot P_n = 0,5 \cdot 5,52 = 2,76$ N - poprzeczna składowa obciążenia łożyska A.

$$\frac{80}{2,76} > 0,32$$

$$28,98 > 0,32$$

W związku z powyższym, na podstawie tabeli 3 oraz interpolacji wyznaczono wartość współczynnika obciążenia poprzecznego X :

$$X = 0,56$$

oraz wartość współczynnika obciążenia wzdłużnego Y :

$$Y = 1,38$$

Następnie obliczono obciążenie zastępcze P_A łożyska A ze wzoru:

$$P_A = X \cdot P_{pA} + Y \cdot P_{wA} \quad (8)$$

Gdzie:

$X = 0,56$ - współczynnik obciążenia poprzecznego;

$Y = 1,38$ - współczynnik obciążenia wzdłużnego;

$P_{pA} = 2,76$ N - poprzeczna składowa obciążenia łożyska A;

$P_{wA} = Q_{max} = 80$ N - zadana siła obciążająca popychacz.

$$P_A = 0,56 \cdot 2,76 + 1,38 \cdot 80$$

$$P_A = 111,95 \text{ N}$$

Obciążenie zastępcze łożyska A wynosi $P_A = 111,95$ N.

2.3.3 Obliczenie trwałości łożyska A w milionach obrotów

Do wyznaczenia trwałości łożyska A skorzystano ze wzoru:

$$L = \left(\frac{C}{P_A}\right)^p \quad (9)$$

Gdzie:

$C = 1020$ N - nośność ruchowa;

$P_A = 111,95$ N - obciążenie zastępcze łożyska A;

$p = 3$.

$$L = \left(\frac{1020}{111,95}\right)^3$$

$$L = 756,45 \text{ milionów obrotów}$$

2.3.4 Obliczenie liczby godzin nieprzerwanej pracy łożyska

Wyznaczono liczbę godzin nieprzerwanej pracy łożyska:

$$L_h = \frac{L}{60 \cdot n} \quad (10)$$

Gdzie:

$L = 756,45$ milionów obrotów trwałość łożyska A w milionach obrotów

$n = 240$ obr/min - prędkość obrotowa nakrętki

$$L_h = \frac{756,45 \cdot 10^6}{60 \cdot 240}$$

$$L_h = 52530,9 \text{ h}$$

Następnie przeliczono to na liczbę lat nieprzerwanej pracy:

$$L_y = \frac{L_h}{24 \cdot 365}$$

$$L_y = \frac{52530,9}{24 \cdot 365}$$

$$L_y \approx 6 \text{ lat}$$

Dobre łożysko może nieprzerwanie pracować przez 6 lat, więc czas jego sprawności mieści się w wymaganym przedziale (2-10 lat).

2.4 Sprawdzenie poprawności doboru łożyska w warunkach spoczynku

Dla warunków spoczynkowych przyjęto wartość prędkości obrotowej nakrętki $n_{nut} = 0$ obr/min.

Obciążenie zastępcze spoczynkowe łożysk kulkowych zwykłych obliczono z zależności:

$$P_0 = 0,6 \cdot P_{po} + 0,5 \cdot P_{wo} \quad (11)$$

Gdzie:

$P_{po} = 0$ N - składowa promieniowa obciążenia;

$P_{wo} = Q_{max} = 8$ daN - siła osiowa. Powyższe wartości składowych sił przyjęto na podstawie obciążeń w warunkach spoczynku tj. działanie jedynie siły osiowej równej sile Q_{max} .

$$P_0 = 0,6 \cdot 0 + 0,5 \cdot 8$$

$$P_0 = 4 \text{ daN}$$

Następnie z tabeli 4 dobrano wartość współczynnika s_0 dla pracy normalnej łożyska kulkowego.

$$s_0 = 1,0$$

Charakter pracy	Wartość współczynnika s_0	
	łożyska kulkowe	łożyska walczkowe
spokojna bez drgań i wstrząsów	0.5	1.0
normalne	1.0	1.8
obciążenie uderowe	1.0 ÷ 1.5	1.8 ÷ 2.7
bardzo ciężka praca	2.0	3.5

Tabela 4: Współczynnik s_0 w zależności od charakteru pracy

Wymaganą minimalną nośność spoczynkową (statyczną) łożyska C'_0 obliczono ze wzoru:

$$C'_0 = s_0 \cdot P_0 \quad (12)$$

Gdzie:

$P_0 = 4$ daN - obciążenie zastępcze spoczynkowe (statyczne) w daN;

$s_0 = 1$ - współczynnik bezpieczeństwa obciążenia statycznego.

$$C'_0 = 1 \cdot 4$$

$$C'_0 = 4 \text{ daN}$$

Nośność spoczynkowa (statyczna) dobranego łożyska wynosiła $C_0 = 59$ daN, więc zachodzi zależność:

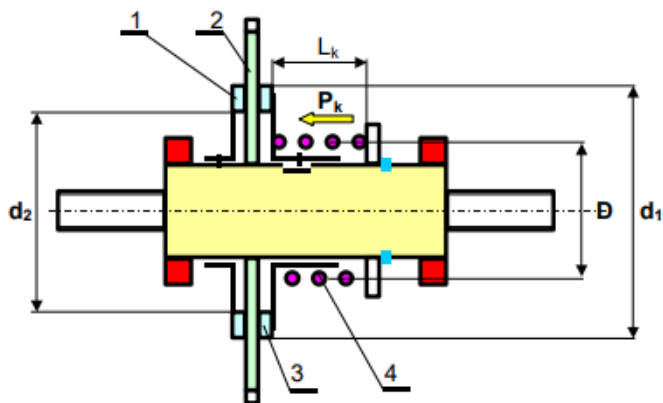
$$C'_0 \leq C_0$$

Oznacza to, że wybrane łożysko 618/9 spełnia wymagania i może zostać zastosowane w urządzeniu.

3 Dobór parametrów sprężyny sprężą

3.1 Schemat sprzęgła ciernego przeciążeniowego

Na rysunku 7 przedstawiono schemat ciernego sprzęgła przeciążeniowego.



Rysunek 7: Schemat ciernego sprzęgła przeciążeniowego

Gdzie:

- 1 - tarcza nieruchoma;
- 2 - koło zębate;
- 3 - tarcza przesuwana;
- 4 - sprężyna naciskowa.

3.2 Moment przenoszony przez sprzęgło

Moment M_t przenoszony przez sprzęgło to moment tarcia między tarczami sprzęgła a kołem zębatym. Wartość momentu przenoszonego przez sprzęgło określa zależność:

$$M_t = 0,5 \cdot P_k \cdot \mu \cdot d_{sp} \cdot n_{pt} \quad (13)$$

Gdzie:

P_k – siła docisku realizowana przez ugiętą sprężynę;

$\mu = 0,12$ - współczynnik tarcia materiału tarczy sprzęgłowej i koła zębatego (stal - stal);

$d_{sp} = 20$ mm – przyjęta średnia średnica powierzchni ciernych sprzęgła, $d_{sp} = 0,5 \cdot (d_1 + d_2)$;

$n_{pt} = 2$ – liczba par powierzchni trących.

3.3 Wymagania dotyczące sprężyny sprzęgła

Z karty informacyjnej odczytano wartość momentu sprzęgła przeciążeniowego:

$$M_t = M_{sp} = 128,63 \text{ mNm}$$

Siłę docisku P_k tarcz sprzęgłowych, niezbędną do uzyskania momentu sprzęgła równego M_t , otrzymamy po przekształceniu wzoru 13:

$$P_k = \frac{2 \cdot M_t}{\mu \cdot d_{sp} \cdot n_{pt}} \quad (14)$$

Gdzie:

$M_t = 128,63$ mNm - moment sprzęgła przeciążeniowego;

$\mu = 0,12$ - współczynnik tarcia materiału tarczy sprzęgłowej i koła zębatego (stal - stal);

$d_{sp} = 20$ mm – przyjęta średnia średnica powierzchni ciernych sprzęgła, $d_{sp} = 0,5 \cdot (d_1 + d_2)$;

$n_{pt} = 2$ – liczba par powierzchni trących.

$$P_k = \frac{2 \cdot 128,63}{0,12 \cdot 20 \cdot 2}$$

$$P_k = 53,60 \text{ N}$$

Siła docisku tarcz sprzęgłowych wynosi: $P_k = 53,60$ N.

3.4 Obliczenie sprężyny sprzęgła

3.4.1 Dane

Siła końcowa P_k :

$$P_k = 53,60 \text{ N}$$

Przyjęta długość końcowa L_k :

$$L_k = 6 \text{ mm}$$

3.4.2 Przyjęcie wartość średniej średnicy sprężyny D

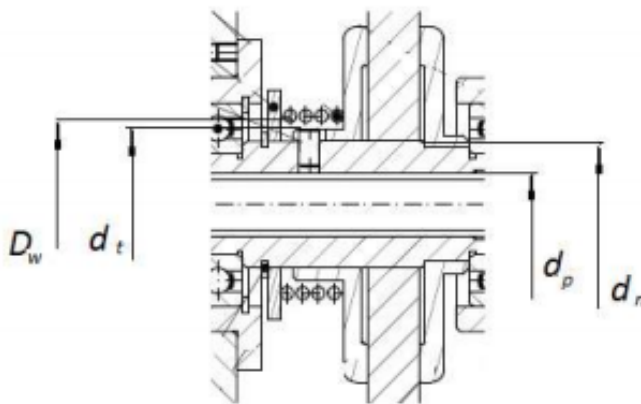
Przyjęto średnicę drutu:

$$d = 1 \text{ mm}$$

Średnica popychacza wynosi:

$$d_p = 6 \text{ mm}$$

Kolejno wyznaczono średnice zaznaczone na rysunku 8



Rysunek 8: Schemat do obliczenia średnicy D_w sprężyny sprzęgła

Średnica nakrętki:

$$d_n = d_p + 6 = 6 + 6 = 12 \text{ mm}$$

Średnica piasty sprzęgła:

$$d_p = d_n + 4 = 12 + 4 = 16 \text{ mm}$$

Średnica wewnętrzna sprężyny:

$$D_w = d_p + 1 = 16 + 3 = 19 \text{ mm}$$

Średnia średnica sprężyny:

$$D = D_w + d = 19 + 1 = 20 \text{ mm}$$

Przyjęto średnią średnicę sprężyny $D = 20 \text{ mm}$.

3.4.3 Przyjęcie wartości współczynnika poprawkowego (Wahla) K

Przyjęto średnią wartość tego współczynnika dla wskaźnika średnicowego sprężyny z przedziału $6 < w < 12$, czyli:

$$K_{sr} = 1,16$$

3.4.4 Przyjęcie wartości dopuszczalnych naprężeń na skręcanie k

Przyjęto dopuszczalne naprężenia skręcające z zalecanego przedziału 600 - 1000 MPa:

$$\tau = k_s = 600 \text{ MPa}$$

3.4.5 Wyznaczenie średnicy drutu sprężyny

Wyznaczono wstępną średnicę drutu:

$$d' = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot P_k \cdot D \cdot K_{sr}}{\pi \cdot k_s}} \quad (15)$$

Gdzie:

$P_k = 53,60$ N – siła docisku realizowana przez ugiętą sprężynę;

$D = 20$ mm - średnia średnica sprężyny;

$K_{sr} = 1,16$ - współczynnik poprawkowy (Wahla);

$k_s = 600$ MPa - dopuszczalne naprężenia skręcające.

$$d' = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 53,60 \cdot 20 \cdot 1,16}{\pi \cdot 600}}$$
$$d' = 1,74 \text{ mm}$$

Otrzymaną wartość $d' = 1,74$ mm zaokrąglono w górę do najbliższej wartości - d z szeregu znormalizowanych średnic drutu sprężynowego (tabela 5).

$$d = 1,80 \text{ mm}$$

0,12	0,14	0,16	0,18
0,20	0,22	0,25	0,28
0,30	0,32	0,34	0,36
0,38	0,40	0,43	0,45
0,48	0,50	0,53	0,56
0,60	0,63	0,65	0,70
0,75	0,80	0,85	0,90
0,95	1,00	1,05	1,10
1,20	1,25	1,30	1,40
1,50	1,60	1,70	1,80
1,90	2,00	2,10	2,25
2,40	2,50	2,60	2,80

Tabela 5: Znormalizowane średnice drutów sprężynowych [mm]
Wyciąg z PN-EN 10270-1:2004

Średnica drutu wynosi $d = 1,80$ mm.

3.4.6 Wyznaczenie rzeczywistej wartości wskaźnika średnicowego w sprężyny

Dla ostatecznych wymiarów sprężyny obliczono rzeczywistą wartość wskaźnika średnicowego w sprężynie:

$$w = \frac{D}{d} \quad (16)$$
$$w = \frac{20}{1,80}$$
$$w = 11,11$$

Wartość wskaźnika średnicowego w sprężyny spełnia warunek:

$$w \leq 12$$

więc jest ona zgodna z wymaganiami projektu.

3.4.7 Liczba zwojów nieczynnych z_n

Jako liczbę zwojów biernych przyjęto:

$$z_n = 2$$

3.4.8 Obliczenie liczby zwojów czynnych z_c

Liczbę zwojów czynnych wyznaczono z zależności:

$$z_c \leq \left(\frac{L_k}{d} - z_n \right) \quad (17)$$

Gdzie:

$L_k = 6$ mm - przyjęta długość końcowa;

$z_n = 2$ - liczba zwojów nieczynnych (biernych).

$$z_c \leq \left(\frac{6}{1,8} - 2 \right)$$

$$z_c \leq 1,2$$

Obliczoną liczbę zwojów czynnych zaokrąglono w dół do 0,5 zwoju. Ostatecznie otrzymano:

$$z_c = 1$$

Liczba zwojów czynnych wynosi $z_c = 1$.

3.4.9 Całkowita liczba zwojów z

Całkowitą liczbę zwojów wyznaczono jako sumę zwojów biernych i czynnych:

$$z = z_c + z_n \quad (18)$$

$$z = 1 + 2$$

$$z = 3$$

Sprężyna będzie posiadała łącznie 3 zwoje.

3.4.10 Całkowita (końcowa) strzałka ugięcia sprężyny f

Całkowitą (końcową) strzałkę ugięcia wyznaczono ze wzoru:

$$f = f_k = \frac{8 \cdot P_k \cdot z_c \cdot D^3}{G \cdot d^4} \quad (19)$$

Gdzie:

$P_k = 53,60$ N - siła docisku realizowana przez ugiętą sprężynę;

$z_c = 1$ - liczba zwojów czynnych;

$D = 20$ mm - średnia średnica sprężyny;

$G = 8000$ MPa - współczynnik sprężystości poprzecznej (moduł Kirchhoffa);

$d = 1,80$ mm - średnica drutu.

$$f = f_k = \frac{8 \cdot 53,60 \cdot 1 \cdot 20^3}{8000 \cdot 1,80^4}$$

$$f = f_k = 4,08 \text{ mm}$$

Końcowa strzałka ugięcia wynosi: $f_k = 4,08$ mm.

3.4.11 Długość L_{bl} sprężyny zblokowanej

Wyznaczono długość L_{bl} sprężyny zblokowanej:

$$L_{bl} = (z + p) \cdot d \quad (20)$$

Gdzie:

$z = 3$ - całkowita liczba zwojów sprężyny;

$p = -0,5$ (p zależy od przyjętego rodzaju zakończenia sprężyny i dla sprężyn o zwojach przyłożonych i szlifowanych

$p = -0,5$);

$d = 1,80$ mm - średnica drutu.

$$L_{bl} = (3 + (-0,5)) \cdot 1,80$$

$$L_{bl} = 4,5 \text{ mm}$$

Długość zblokowanej sprężyny wynosi: $L_{bl} = 4,5$ mm.

3.4.12 Długość L_0 swobodnej sprężyny

Długość swobodnej sprężyny to:

$$L_0 = L_K + f \quad (21)$$

Gdzie:

$L_k = 6 \text{ mm}$ - długość końcowa;

$f_k = 4,08 \text{ mm}$ - końcowa strzałka ugięcia.

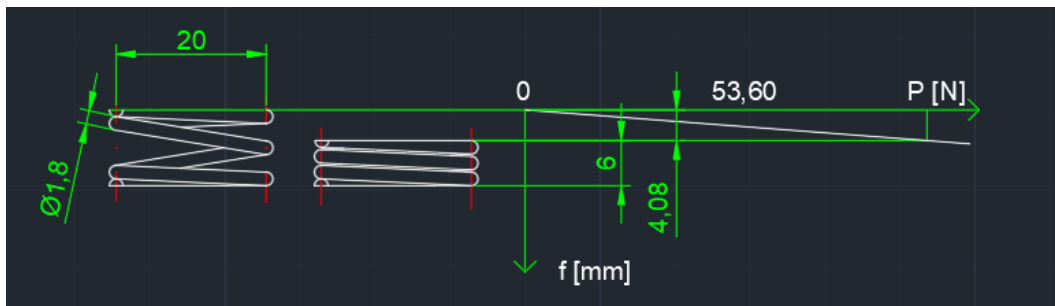
$$L_0 = 6 + 4,08$$

$$L_0 = 10,08 \text{ mm}$$

Sprężyna swobodna ma długość $L_0 = 10,08 \text{ mm}$.

3.4.13 Charakterystyka sprężyny

Na rysunku 9 przedstawiono charakterystykę dobranej sprężyny.



Rysunek 9: Charakterystyka sprężyny naciskowej

4 Przekładnie zębate. Podstawowe obliczenia

4.1 Zarys odniesienia uzębień drobnomodułowych ($m < 1$)

Zastosowano zarys bez konstrukcyjnego luzu obwodowego ($s = w = 0,5 \cdot \pi \cdot m$).

Parametry:

s – grubość zęba;

w – szerokość wrębu;

$y = 1$ – współczynnik wysokości głowy;

$u = 1,4$ – współczynnik wysokości stopy;

$\alpha = 20^\circ$ - nominalny kąt zarysu.

4.2 Graniczna i minimalna liczba zębów

Graniczna liczba zębów z_g – to najmniejsza liczba zębów jaką można wykonać bez potrzeby stosowania korekcji uzębienia, dla danego zarysu odniesienia.

$$z_g = \frac{2 \cdot y}{\sin^2 \alpha} \quad (22)$$

Gdzie:

$y = 1$ – współczynnik wysokości głowy;

$\alpha = 20^\circ$ - nominalny kąt zarysu.

$$z_g = \frac{2 \cdot 1}{\sin^2(20^\circ)}$$
$$z_g = 17$$

Minimalna liczba zębów – najmniejsza liczba zębów jaką można wykonać ze względu na zaostrenie wierzchołka.

$z_{min} = 8$ (dla zarysu bez luzu obwodowego)

$z_{min} = 10$ (dla zarysu z luzem obwodowym)

Liczba zębów jest większa od minimalnej.

4.3 Korekcja uzębienia i zazębienia

4.3.1 Korekcja technologiczna uzębienia

Liczba zębów koła spełnia warunek:

$$z < 17$$

więc do zlikwidowania podcięcia zębów, konieczne jest podczas obróbki odsunięcie zarysu narzędzia o:

$$X = x \cdot m \quad (23)$$

Gdzie:

$m = 0,9$ - moduł uzębienia;

x - współczynnik przesunięcia zarysu wyznaczany ze wzoru:

$$x = y \cdot \frac{z_g - z}{z_g} \quad (24)$$

Gdzie:

$y = 1$ - współczynnik wysokości głowy;

$z_g = 17$ - graniczna liczba zębów;

$z = 11$ - liczba zębów zębownika. Więc:

$$X = y \cdot \frac{z_g - z}{z_g} \cdot m \quad (25)$$

Gdzie:

$m = 0,9$ - moduł uzębienia;

$y = 1$ - współczynnik wysokości głowy;

$z_g = 17$ - graniczna liczba zębów;

$z = 11$ - liczba zębów zębownika.

$$X = 1 \cdot \frac{17 - 11}{17} \cdot 0,9$$

$$x = 0,353 \text{ mm}$$

$$X = 0,318 \text{ mm}$$

Konieczne jest podczas obróbki odsunięcie zarysu narzędzia o $X = 0,318 \text{ mm}$.

4.3.2 Korekcja zazębienia typu P-0

Cechą tej korekcji jest zachowanie zerowej (czyli takiej jak w przekładni niekorygowanej) odległości osi a_0 :

$$a_0 = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \quad (26)$$

Gdzie:

$m = 0,9$ - moduł uzębienia;

$z_1 = 11$ - liczba zębów kół zębownika;

$z_2 = 38$ - liczba zębów koła zębatego.

Aby można było przeprowadzić korekcję typu P-0 konieczne jest spełnienie zależności:

$$z_1 + z_2 \geq 2 \cdot z_g \quad (27)$$

Gdzie:

$z_1 = 11$ - liczba zębów kół zębownika;

$z_2 = 38$ - liczba zębów koła zębatego;

$z_g = 17$ - graniczna liczba zębów;

$$11 + 38 \geq 2 \cdot 17$$

$$49 \geq 34$$

Powyższe założenie jest spełnione. Dodatkowo należy sprawdzić, czy jedno z kół ma mniejszą liczbę zębów niż graniczna liczba zębów:

$$z_1 < z_g \quad (28)$$

Gdzie:

$z_1 = 11$ - liczba zębów kół zębniaka;

$z_g = 17$ - graniczna liczba zębów;

$$11 < 17$$

W związku z powyższym można przeprowadzić korekcję P-0.

Wymiary kół w korygowanej przekładni oblicza się ze wzorów:

Średnica podziałowa:

$$d = m \cdot z \quad (29)$$

Średnica zasadnicza:

$$d_b = m \cdot z \cdot \cos \alpha \quad (30)$$

Średnica wierzchołków:

$$d_a = m \cdot (z + 2 \cdot y \pm 2 \cdot x) \quad (31)$$

Średnica stóp:

$$d_f = m \cdot (z - 2 \cdot u \pm 2 \cdot x) \quad (32)$$

Gdzie:

$z_1 = 11$ - liczba zębów kół zębniaka;

$z_2 = 38$ - liczba zębów koła zębatego;

$z_g = 17$ - graniczna liczba zębów;

$m = 0,9$ - moduł uzębienia;

$y = 1$ - współczynnik wysokości głowy;

$u = 1,4$ - współczynnik wysokości stopy;

$x = 0,353$ mm - współczynnik przesunięcia zarysu;

$\alpha = 20^\circ$ - nominalny kąt zarysu.

Dla zębniaka:

Średnica podziałowa:

$$d_1 = 0,9 \cdot 11$$

$$d_1 = 9,9 \text{ mm}$$

Średnica zasadnicza:

$$d_{b1} = 0,9 \cdot 11 \cdot \cos(20^\circ)$$

$$d_{b1} = 9,30 \text{ mm}$$

Średnica wierzchołków:

$$d_{a1} = 0,9 \cdot (11 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,353)$$

$$d_{a1} = 12,34 \text{ mm}$$

Średnica stóp:

$$d_{f1} = 0,9 \cdot (11 - 2 \cdot 1,4 + 2 \cdot 0,353)$$

$$d_{f1} = 8,02 \text{ mm}$$

Dla koła zębatego:

Średnica podziałowa:

$$d_2 = 0,9 \cdot 38$$

$$d_2 = 34,2 \text{ mm}$$

Średnica zasadnicza:

$$d_{b2} = 0,9 \cdot 38 \cdot \cos(20^\circ)$$

$$d_{b2} = 32,14 \text{ mm}$$

Średnica wierzchołków:

$$d_{a2} = 0,9 \cdot (38 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,353)$$

$$d_{a2} = 35,36 \text{ mm}$$

Średnica stóp:

$$d_{f2} = 0,9 \cdot (38 - 2 \cdot 1,4 - 2 \cdot 0,353)$$

$$d_{f2} = 31,04 \text{ mm}$$

Odległość osi a_0 wyznaczono z zależności 26:

$$a_0 = 0,5 \cdot 0,9 \cdot (11 + 38)$$

$$a_0 = 22,05 \text{ mm}$$

Odległość osi a_0 nie uległa zmianie.

4.4 Przełożenie przekładni zębatej

Wyznaczono przełożenie przekładni zębatej:

$$i = \frac{z_2}{z_1} \quad (33)$$

Gdzie:

$z_1 = 11$ - liczba zębów kół zębnika;

$z_2 = 38$ - liczba zębów koła zębatego.

$$i = \frac{38}{11}$$

$$i = 3,45$$

Przełożenie przekładni zębatej wynosi $i = 3,45$.

4.5 Podstawowe obliczenia wytrzymałościowe kół zębatych

4.5.1 Wstępne obliczenia modułu kół

Wyznaczono wstępny moduł kół m :

$$m = 1,26 \cdot \sqrt[3]{\frac{M \cdot q}{\psi \cdot z \cdot k_g}} \quad (34)$$

Gdzie:

M – moment obciążający dane koło w mNm;

q_i – współczynnik kształtu zęba;

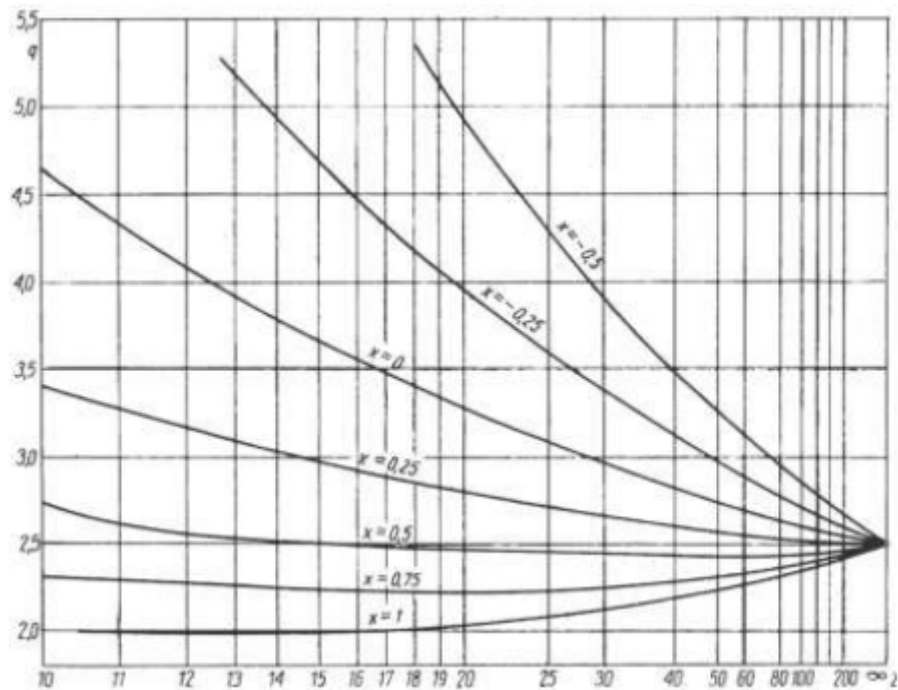
z_i – liczba zębów;

$k_g = 0,5 \cdot z_{gj}$ – dopuszczalne naprężenia zginające;

$\psi = \frac{b}{m}$;

b – szerokość wieńca zębatego.

Wartości współczynnika kształtu odczytano z charakterystyk przedstawionych na rysunku 10.



Rysunek 10: Wartości współczynnika kształtu zęba q dla kół o uzębieniu zewnętrznym według, z_n – liczba zębów koła lub zębnika

Następnie obliczono momenty obciążające M i moduły koła m :

Dla zębnika:

Przyjęto $\psi = 6$. Wyznaczono moment obciążający M_1 :

$$M_1 = \frac{M_{nut}}{i_{sp} \cdot \eta_{sp}} \quad (35)$$

Gdzie:

$M_{nut} = 88,71$ mNm - moment obciążenia nakrętki;

$i_{sp} = 3,45$ - przełożenie stopnia sprzęgającego;

$\eta_{sp} = 0,9$ - sprawność stopnia sprzęgającego.

$$M_1 = \frac{88,71}{3,45 \cdot 0,9}$$

$$M_1 = 28,57 \text{ mNm}$$

Wartości współczynnika kształtu zęba q dla kół odczytano z wykresu przedstawionego na rysunku 10:

$$q_1 = 3$$

Jako materiał zębnika dobrano C45. Z tabeli 6 odczytano wartości parametrów dla materiału C45:

$$z_{gj} = 260 - 700 \text{ MPa}$$

$$k_H = 230 - 450 \text{ MPa}$$

Oznaczenie materiału		R _m w MPa		z _{gj} MPa	k _H MPa
nowe	stare	bez obróbki cieplnej	po ulepszaniu		
10S20	A11	460-780	-	330-450	240-400
35S20	A35	580-880	-	-	300-460
C35	35	440-680	640-930	260-650	230-450
C45	45	440-680	690-1030	260-700	230-540
C55	55	440-730	730-1080	260-750	230-560
	60G	440-730	730-1130	270-790	230-590
CW508L	M63	300-600	-	165-390	120-250
CW617N	M58	350-600	-	190-390	180-300
CW450K	B4	-	-	180-400	125-280
CW456K	B443	550-650	-	300-420	220-260

Tabela 6: Parametry materiałów

Do wzoru 34 wstawiono dane:

$M_1 = 28,57$ mNm – moment obciążający zębnik;

$q_1 = 3$ – współczynnik kształtu zęba;

$z_1 = 11$ – liczba zębów;

$k_{g1} = 0,5 \cdot z_{g1} = 0,5 \cdot 260 = 130$ MPa – dopuszczalne naprężenia zginające;

$\psi = 6$.

Otrzymano:

$$m_1 = 1,26 \cdot \sqrt[3]{\frac{28,57 \cdot 3}{6 \cdot 11 \cdot 130}}$$

$$m_1 = 0,13$$

Zatem moduł zębnika wynosi $m_1 = 0,13$.

Dla koła zębatego:

Przyjęto $\psi = 4$. Wyznaczono moment obciążający M_2 :

$$M_2 = M_{nut} \quad (36)$$

Gdzie:

$M_{nut} = 88,71$ mNm - moment obciążenia nakrętki.

$$M_2 = 88,71 \text{ mNm}$$

Wartości współczynnika kształtu zęba q dla kół odczytano z wykresu przedstawionego na rysunku 10:

$$q_2 = 3,4$$

Jako materiał koła zębatego dobrano CW617N. Z tabeli 6 odczytano wartości parametrów dla materiału CW617N:

$$z_{gj} = 190 - 390 \text{ MPa}$$

$$k_H = 180 - 300 \text{ MPa}$$

Do wzoru 34 wstawiono dane:

$M_2 = 88,71$ mNm – moment obciążający koło zębate;

$q_2 = 3,4$ – współczynnik kształtu zęba;

$z_2 = 38$ – liczba zębów;

$k_{g2} = 0,5 \cdot z_{g2} = 0,5 \cdot 180 = 90$ MPa – dopuszczalne naprężenia zginające;

$\psi = 4$.

Otrzymano:

$$m_2 = 1,26 \cdot \sqrt[3]{\frac{88,71 \cdot 3,4}{4 \cdot 38 \cdot 90}}$$

$$m_2 = 0,19$$

Zatem moduł koła zębatego wynosi $m_2 = 0,19$.

4.5.2 Sprawdzenie naprężeń zginających u podstawy zęba

Przyjęty moduł uzębienia ($m = 0,9$) jest większy od wyliczonej wartości minimalnej, więc nie trzeba wykonywać dodatkowych obliczeń.

4.5.3 Sprawdzenie nacisków powierzchniowych (według Hertza)

Maksymalne naprężenia ściskające σ_{Hmax} wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma_{Hmax} = C_{m\alpha} \cdot \sqrt{\frac{P_{obl}}{b_2 \cdot d_1} \cdot \left(\frac{1+i}{i}\right)} \leq k_H \quad (37)$$

Gdzie:

$d_1 = 9,9$ mm - średnica podziałowa koła o liczbie zębów z_1 ;

$b_2 = \psi_2 \cdot m = 4 \cdot 0,9 \approx 4$ mm;

$C_{m\alpha} = 390,6$ - współczynnik zależny od modułów Younga dla materiałów kół (stal - mosiądz);

$i = 3,45$ - przełożenie przekładni zębatej;

$k_H = 300$ MPa - dopuszczalne naciski powierzchniowe słabszego materiału pary kół (materiał, z którego wykonano koło zębate: CW617N);

P_{obl} - siła obliczona ze wzoru:

$$P_{obl} = \frac{2 \cdot M_2}{d_2} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_r \quad (38)$$

Gdzie:

$M_2 = 88,71$ mNm - moment obciążający koło zębate;

$d_2 = 34,2$ mm - średnica podziałowa koła o liczbie zębów z_2 ;

$K_p = 1,5$ - współczynnik przeciążenia;

$K_d = 1,2$ - współczynnik nadwyżek dynamicznych;

$K_r = 1,1$ - współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia na szerokości zęba.

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymano:

$$P_{obl} = \frac{2 \cdot 88,71}{34,2} \cdot 1,5 \cdot 1,2 \cdot 1,1$$

$$P_{obl} = 10,27 \text{ N}$$

Na podstawie wzoru 37 wyznaczono maksymalne naprężenia ściskające σ_{Hmax} :

$$P_{obl} = \frac{2 \cdot 88,71}{34,2} \cdot 1,5 \cdot 1,2 \cdot 1,1$$

$$\sigma_{Hmax} = 390,6 \cdot \sqrt{\frac{10,27}{4 \cdot 9,9} \cdot \left(\frac{1+3,45}{3,45}\right)} \leq 300$$

$$\sigma_{Hmax} = 225,93 \text{ MPa} \leq 300 \text{ MPa}$$

Obliczenia nacisków Hertza wykonano dla najmniej korzystnego przypadku. Wyznaczone naciski σ_{Hmax} nie przekraczają maksymalnej dopuszczalnej wartości dla wybranego materiału, więc ostatecznie pozostawiono wstępnie dobrane materiały tj.:

zębnik: **C45**,

koło zębate: **CW617N**.

5 Literatura

- W. Mościcki: Materiały pomocnicze do ćwiczeń projektowych
Zespół napędu liniowego – część 2
Algorytm obliczeń konstrukcyjno-sprawdzających
- W. Mościcki: Tabela danych indywidualnych. Zespół napędu liniowego