

# NOIP 四校联考 题解

## 最大值 (max)

从高到低依次确定答案的每一位，如果每个区间的这一位都可以选 1，那么全部选 1，答案的这一位就是 1，而每个区间这一位一定选 1 后能选的数还是一个区间，所以我们将区间缩小后继续做。如果不是所有区间都能选 1，答案的这一位是 0，对于必须选 0 或 1 的区间就直接选，否则我们选 0，因为这样的区间选了 0 后面的位都可以选 1，一定最优。时间复杂度  $O(n \log 10^{18})$ 。

## 平衡树 (balance)

首先被删掉的边一定在原树直径上，否则再加上一条边后直径不会缩小，枚举删掉哪条边，树被分成两棵子树，新连的边的两个端点我们肯定选择离子树内最远点距离最小的点，容易求出这个最小距离是这个子树直径的一半向上取整。我们只要能求出对于每条删掉的边，分成的两棵子树的直径即可。删掉原树直径上的边，分成的部分一定是以其中一个端点为根的树的子树，分别以原树直径两个端点为根进行简单的树形 dp 就能求出。时间复杂度  $O(n)$ 。

## 最短路（path）

先把所有操作倒过来，改成把一条边边权加 1 和查询最短路，先用 Dijkstra 求出 1 号点到每个点的最短路，对于每次询问我们重新做 Dijkstra，我们把新得到的最短路减去旧的最短路，把这个值当作距离仍然满足 Dijkstra 算法需要的性质，而且这个值不会超过修改次数，所以对于每种值我们开一个队列代替堆，总时间复杂度  $O((n+m)\log n + 100(n+m))$ 。