LÓGICA: HISTÓRIA E FUNDAMENTOS (GCH272)

Listas de Exercícios

Nome: Ayron Sanfra Silva Marinho
Matrícula: 202120158

LISTA I

1- Preencha as lacunas considerando as valorações informadas:

Legenda: X = V ; Y = F ; A = V ; B = F

Obs.: Veja o que está sendo pedido em cada tópico, atenção para as regras de cada operador solicitado. A legenda indica o valor fixo das constantes, basta aplicar a isso usando as regras.

A - Qual o valor da disjunção das proposições abaixo:

X V Y

- ➔ X = V
- ➔ X = F
- ➔ X V Y = Y V F = V

Y V B

- ➔ Y = F
- ➔ B = F
- ➔ Y V B = F V F = F

B - Qual o valor da conjunção das proposições abaixo:

X ^ Y

- ➔ X = V
- ➔ Y = F
- ➔ X ∧ Y = V ∧ F = F

X ^ A

➔ A = V
➔ X = V
➔ X ∧ A = V ∧ V = V

C - Qual o valor da condicional das proposições abaixo:

X → Y

➔ X = V
➔ X = F
➔ X→Y = V→F = F

(X ^ Y) → (A V B)

➔ X = V
➔ Y = F
➔ A = V
➔ B = F
➔ (X ∧ Y) → (A ∨ B) = (V ∧ F) →(V ∧ F) = F→V = V

D - Qual o valor da bicondicional das proposições abaixo:

X ↔ Y

➔ X = V
➔ Y = F
➔ X ↔ Y = (V ∧ F) ∨ (¬V ∧ F) = F ∨ V = V

X ↔ A

➔ X = V
➔ A = V
➔ X ↔ A = (V ∧ V) ∨ (¬V ∧ ¬V) = V ∨ V = V

E - Qual o valor da negação das proposições abaixo:

~(X ^ B)

➔ X = V
➔ B = F
➔ ¬(X ∧ B) = ¬(V ∧ F) = ¬F = V

~[(A V B) ^ (X → Y)]

➔ A = V
➔ B = F
➔ X = V
➔ Y = F
➔ ¬[(V ∨ F) ∧ (V → F)] = ¬[V ∧ F] = ¬F = V

LISTA II

1 - Considerando:

V1 - X= não sairei de casa; Y = vou ao cinema.
V2 - X = Está frio; Y = Não há ônibus.

Traduza os enunciados usando as duas referências (V1 e V2):

A) ~X
- ➔ (Não sairei de casa)

B) Y ↔ X
- ➔ (Vou ao cinema se e somente se não sairei de casa)

C) Y ^ X
- ➔ (Vou ao cinema e não sairei de casa)

D) ~X → Y
- ➔ (Se não sairei de casa, então vou ao cinema)

E) ~~ X
- ➔ (Não não sairei de casa, ou seja, sairei de casa)

F)X V ~Y
- ➔ (Não sairei de casa ou não vou ao cinema)

G) X V Y → ~Y
- ➔ (Se está frio ou não há ônibus, então não há ônibus)

H) ~X ^ ~Y
- ➔ (Não está frio e não há ônibus.)

I) (X V Y) → (Y V X)
- ➔ (Se está frio ou não há ônibus, então há ônibus ou está frio.)

J) (~X ^ Y) ↔ (~X)
- ➔ (Não está frio e há ônibus, se e somente se não está frio.)

2 - Considerando:

P = André foi ao centro
S = Não há dinheiro
Z = O banco está fechado

Coloque os enunciados em linguagem simbólica:

A) Se André foi ao centro e não há dinheiro, então o banco está fechado.

- ➔ $(P \land S) \rightarrow Z$

B) O banco está fechado e não há dinheiro, se e somente se, André foi ao centro.

- ➔ $(Z \land S) \leftrightarrow P$

C) Não há dinheiro ou o banco está fechado, André não foi ao centro.

- ➔ $(\sim P \lor Z) \land \sim P$

D) Se André foi ao centro e o banco não está fechado, então há dinheiro.

- ➔ $(P \land \sim Z) \rightarrow \sim S$

3 - As proposições abaixo são tautológicas, contraditórias ou contingentes? (construa a tabela de verdade de cada uma)

V: Verdadeiro, F: Falso

A) $\sim(F \lor B) \leftrightarrow (\sim F \lor \sim B)$

Tautologia

F	V	B	¬(F ∨ B)	¬F	¬B	(¬F ∨ ¬B)	¬(F ∨ B) ↔ (¬F ∨ ¬B)
F	F	F	T	T	T	T	T
F	F	V	F	T	F	T	F
F	V	F	F	T	T	T	T
F	V	V	F	T	F	T	F
T	F	F	F	F	T	T	T
T	F	V	F	F	F	F	T
T	V	F	F	F	T	T	T
T	V	V	F	F	F	F	T

B) $A \lor (A \rightarrow B)$

Contingência

A	B	(A → B)	A ∨ (A → B)
F	F	T	T
F	V	V	V
T	F	F	T
T	V	V	T

C) ~A V B

Contingência

A	B	¬A ∨ B
F	F	T
F	V	V
T	F	T
T	V	T

D) ~(A V B) → ~(C ^ B)

Contingência

A	B	C	(A ∨ B)	(C ∧ B)	¬(A ∨ B)	¬(C ∧ B)	¬(A ∨ B) → ¬(C ∧ B)
F	F	F	F	F	T	T	T
F	F	T	F	F	T	T	T
F	V	F	V	F	F	T	F
F	V	T	V	V	F	F	T
T	F	F	T	F	F	T	F
T	F	T	T	F	F	T	F
T	V	F	T	F	F	T	F
T	V	T	T	V	F	F	T

E) [P→ (P → Q)] → Q

Contingência

P	Q	(P → (P → Q))	[P → (P → Q)] → Q
F	F	T	F
F	V	T	V
T	F	F	T
T	V	V	V

F) [(P → Q) → R] ↔ [(Q →P) → R]

Contingência

P	Q	R	(P→Q)	[(P→Q)→R]	(Q→P)	[(Q→P)→R]	[(P→Q)→R]↔[(Q→P)→R]
F	F	F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T
F	V	F	V	F	F	T	F
F	V	T	V	T	F	T	T
T	F	F	F	F	T	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	V	F	V	F	V	F	T
T	V	T	V	T	V	T	T

LISTA III

1 - Utilize as tabelas rápidas e indique se as proposições abaixo são tautologias, contradições ou contingências:

A - (p ∨ q) ∧ ~p

Contingente

p	q	¬p	(p ∨ q) ∧ ¬p
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

B - p ∧ (p → q) ∧ (p →~q)

Contradição

p	q	(p → q)	(p → ¬q)	p ∧ (p → q) ∧ (p → ¬q)
T	T	T	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	T	F
F	F	T	T	F

C - p ∧ (p ∨ q) → (p ∨ q) ∧ q

Contingente

p	q	(p ∨ q)	p ∧ (p ∨ q)	(p ∨ q) ∧ q	p ∧ (p ∨ q) → (p ∨ q) ∧ q
T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	F	F	F	T

D - ~(p → q) ∧ ((~p ∧ q) ∨ ~(p ∨ q))

Contingente

p	q	(p → q)	(~p ∧ q) ∨ ~(p ∨ q)	~(p → q) ∧ ((~p ∧ q) ∨ ~(p ∨ q))
T	T	T	F	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

E - ~p → (p ∨ ~(p ∨ ~q))

Contradição

p	q	~p ∨ ~(p ∨ ~q)	~p → (p ∨ ~(p ∨ ~q))
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	F	F

F - (P →Q) ↔ (~Q →~P)

Tautologia

P	Q	P → Q	~Q → ~P	(P → Q) ↔ (~Q → ~P)
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

G - (P →Q) ↔ [(P V Q) ↔Q]

Contingente

P	Q	P → Q	(P ∨ Q) ↔ Q	(P → Q) ↔ [(P ∨ Q) ↔ Q]
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

H - [P → (Q→R)] ↔ [Q→(P→R)]

Tautologia

P	Q	R	P → (Q → R)	Q → (P → R)	[P → (Q → R)] ↔ [Q → (P → R)]
T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T
T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

I - (F ^ A) ^ (C ^ B)

Contradição

F	A	C	B	(F ∧ A) ∧ (C ∧ B)
F	F			F

J - ~B → (C V F)

Contingente

B	C	~B	C ∨ F	~B → (C ∨ F)
T	T	F	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	T
F	F	T	F	F

2 – Simbolize e indique se os enunciados são tautologias:

a)Mover o bispo é suficiente para perder o peão, mas se eu movimentar a rainha, poderei tomar a torre. Além disso, há possibilidade de eu empatar se e somente se nem perder o peão, nem tomar a torre.

P: Mover o bispo é suficiente para perder o peão.
Q: Mover a rainha.
R: Tomar a torre.
S: Perder o peão.
T: Empatar.

Simbolização: $(P\wedge\neg S)\wedge(Q\rightarrow R)\wedge(T\leftrightarrow\neg(S\vee R))$

P	Q	R	S	T	¬S	¬(S ∨ R)	T ↔ ¬(S ∨ R)	(P ∧ ¬S) ∧ (Q → R) ∧ (T ↔ ¬(S ∨ R))
F	F	F	F	F	T	T	F	F
F	F	F	F	T	T	T	F	F
F	F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	T	T	F	F	T	F

A expressão não é uma tautologia.

b) Se um computador está em condições de alterar a sua programação sempre que é útil aos cientistas que se preocupam com a teoria do aprendizado e ele, na verdade, não é útil, então o computador não está em condições de alterar a sua programação. Além disso, se o computador altera a sua programação, ele há de ser útil.

A: O computador está em condições de alterar a sua programação.
B: É útil aos cientistas que se preocupam com a teoria do aprendizado.
C: O computador altera a sua programação.

Simbolização: $(A\wedge B\wedge\neg C)\rightarrow\neg A\wedge(C\rightarrow B)$

A	B	C	¬C	(A ∧ B ∧ ¬C) → ¬A ∧ (C → B)
T	T	T	F	F
T	T	F	T	F
T	F	T	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T
F	F	T	F	F
F	F	F	T	F

A expressão não é uma tautologia.

3 - Os argumentos abaixo são válidos ou inválidos? Apresente o teste:

a)
1 - A → B
2 - C → ~B
C - A → ~C

Teste: A conclusão segue logicamente das premissas? Podemos usar a regra do modus tollens para verificar.

(1)A→B
(2)C→˜B
∴C→˜A

Se supomos que C é verdadeiro, então ˜B é verdadeiro (usando 2). Como A→B, então ˜A é verdadeiro. Portanto, a conclusão segue logicamente.

Conclusão: O argumento é válido.

b)
1 - (A V B) → C ^(D ^E)
2 - B
C - C ^ D

Teste: A conclusão segue logicamente das premissas? Vamos analisar: Aqui, não podemos derivar C∧D diretamente das premissas. Portanto, o argumento é inválido.

c)
1 - (A ^B) → (C ^D)
2 - ~C
C - ~A

Teste: O argumento (c) é uma tentativa de usar a regra de contraposição. A regra de contraposição diz que p→q é logicamente equivalente a ˜q→˜p. Portanto, aplicando isso ao item 1, teríamos:

˜(C∧D)→˜(A∧B)

No entanto, a premissa 2 (˜C) não é suficiente para permitir a aplicação direta dessa regra. O argumento é inválido porque a conclusão não pode ser logicamente derivada das premissas fornecidas.

d)
1 - (D ^E) → ~F
2 - F V (G ^H)
3 - D ↔ E
C - D → G

Aqui, a conclusão (C) é $D \to G$. Vamos analisar as premissas:

$(D \land E) \to {\sim}F$: Isso significa que se $D \land E$ for verdadeiro, então ~F é verdadeiro.
$F \lor (G \land H)$: Isso significa que F é verdadeiro ou $G \land H$ é verdadeiro.
$D \leftrightarrow E$: Isso significa que D é verdadeiro se e somente se E é verdadeiro.

A conclusão $D \to G$ não segue logicamente das premissas fornecidas. Portanto, o srgumento é inválido. O raciocínio para $D \to G$ não é suportado pelas premissas fornecidas.

LISTA IV

1- Prove a equivalência lógica entre as seguintes expressões usando a tabela verdade:

A)
1. $\neg(p \lor q)$
2. $\neg p \land \neg q$

p	q	$\neg(p \lor q)$	$\neg p \land \neg q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	T	T

Ambas as colunas são idênticas, provando a equivalência lógica.

B)
1. $p \to q$
2. $\neg p \lor q$

p	q	$p \to q$	$\neg p \lor q$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

Ambas as colunas são idênticas, provando a equivalência lógica.

C)
1. ¬(p ∧ q)
2. ¬p ∨ ¬q

p	q	¬(p ∧ q)	¬p ∨ ¬q
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	T	T

Ambas as colunas são idênticas, provando a equivalência lógica.

D)
1. p ∧ (q ∨ r)
2. (p ∧ q) ∨ (p ∧ r)

p	q	r	q ∨ r	p ∧ (q ∨ r)	p ∧ q	p ∧ r	(p ∧ q) ∨ (p ∧ r)
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Ambas as colunas são idênticas, provando a equivalência lógica.

E)
1. ¬[p ∨ (q ∧ r)]
2. ¬p ∧ (¬q ∨ ¬r)

p	q	r	q ∧ r	p ∨ (q ∧ r)	¬[p ∨ (q ∧ r)]	¬p	¬q ∨ ¬r	¬p ∧ (¬q ∨ ¬r)
T	T	T	T	T	F	F	F	F
T	T	F	F	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	F	F	T	F
T	F	F	F	T	F	F	T	F
F	T	T	T	T	F	T	F	F
F	T	F	F	F	T	T	F	F
F	F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	F	F	F	T	T	T	T

Ambas as colunas são idênticas, provando a equivalência lógica.

2 - Prove a consistência lógica entre as seguintes expressões usando o teste rápido:

Vamos usar as leis de absorção, distributiva e identidade para provar a consistência lógica entre as expressões sem recorrer à tabela verdade.

A)
1 - $(p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)$
2 - $(p \lor q) \land (\neg p \lor \neg q)$

Prova:
$(p \land q) \lor (\neg p \land \neg q)$
$=[(p \land q) \lor \neg p] \land [(p \land q) \lor \neg q]$
$=[\neg p \lor (p \land q)] \land [\neg q \lor (p \land q)]$
$=(\neg p \lor \neg q) \land (p \land q)$

Ambas as expressões são equivalentes após aplicar as leis de absorção. Portanto, são logicamente consistentes.

B)
1 - $(p \lor q) \land (\neg p \lor q)$
2 - $(p \land \neg q) \lor (q \land r)$

Prova:
$(p \lor q) \land (\neg p \lor q)$
$=(p \land \neg p) \lor (p \land q) \lor (q \land \neg p) \lor (q \land q)$
$=0 \lor (p \land q) \lor 0 \lor q$
$=(p \land q) \lor q$

Ambas as expressões não são logicamente equivalentes, mas não há uma contradição lógica evidente entre elas.

C)
1 - $p \land (q \lor r)$
2 - $(p \land q) \lor (p \land r)$

Prova:
$p \land (q \lor r)$
$=(p \land q) \lor (p \land r)$

As expressões são equivalentes devido à lei distributiva. Portanto, são logicamente consistentes.