

火星探测器着陆控制方案-建模思路

Sun Quan

2021 年 8 月 11 日

1 问题

该情景需要解决的问题主要有以下几点：

1. 确定探测器着陆时间最短的方案 (环绕器与着陆巡视器分离、阻尼伞打开、发动机系统点火等时间，以及发动机系统运行方案)；
2. 对给定的着陆过程时间，确定消耗能量最少的操控方案；
3. 如果希望探测器着陆过程与公开的音像和文字资料一致，如何设计操控方案。

2 思考方式

2.1 官方情景描述

为了清楚火星探测器着陆控制方案应当如何确定，首先应当了解火星探测器的着陆运动形式。天问一号火星探测器的官方报道如下：

据官方报道，15日凌晨1时许，“天问一号”探测器在停泊轨道实施降轨，机动至火星进入轨道。4时许，着陆巡视器与环绕器分离，历经约3小时飞行后，进入火星大气，经过约9分钟的减速、悬停避障和缓冲，成功软着陆于预选着陆区。两器分离约30分钟后，环绕器进行升轨，返回停泊轨道，为着陆巡视器提供中继通信。

由题意可知，我们所讨论的探测器着陆时间最短方案，应当研究的过程是自环绕器与着陆巡视器分离开始，至着陆巡视器安全着陆。其中需要进行确定的操作为：阻尼伞打开时机、发动机系统点火时机，另外还要确定发动机系统的运行方案 (即在发动机运行过程内，发动机应当如何工作)。

2.2 基础模型构建

涉及到运动学方面问题的，我们一般都会利用微分方程来进行求解。在这道题中，我们只需要合理建立起相应的运动学模型，即可对该题做一个很好的分析（前提条件是我们的微分方程模型构建地十分恰切）。最简单地说，只需要找到探测器运动路程与时间的关系即可解决第一与第二问，第三问再根据查阅的资料，依照所需结果改变操控方案即可对应模拟，测试出最终的结果

2.2.1 运动过程描述

首先，为了建立起合适的微分方程模型，我们应当对火星探测器运动过程的每一环节进行合理地描述（在此处利用模型假设可以很好地降低建模难度）。首先我们知道，探测器在整个着陆运动过程中，包含：分离滑行段、攻角配平与升力控制段、伞降控制段、动力减速段、悬停成像段、避障机动段以及触地与主发动机关机环节。

显然，这些环节太过繁琐，对于我们的数学建模而言并不需要考虑到如此详尽（性价比不高且对模型的计算结果并不会产生大的影响），故而我们在此处应当主要考虑几个重要环节。

实际上，在官方题目中也已经给出了，于是我们可以将整个运动过程分为简单的三个部分：**攻角配平与升力控制段、伞降控制段、动力减速段**（可以按照需求，自己进行假设，只要合理即可）。原因在于避障机动段、触地与主发动机关机环节可以归于动力减速段之中，并且不同的操作方案在这两个环节上是不会发生太多改变的，所以可以不考虑这两个环节对方案的影响。

2.2.2 微分方程模型建立

首先建立微分方程，我们知道在该问题中我们需要涉及的几个关键物理量包括时间、质量、运动路程、运动方向等等。针对整个问题，我们可以构建一个偏微分方程，因为变量不只一个（涉及到探测器的质量变化，比如燃料质量损失、抛弃隔热大底和抛弃背罩等都会影响探测器质量，进而影响到加速度，还可能与火星引力有关）。在这里，我们的思路很显然可以分为两种：

1. 忽略燃料质量损失（如果燃料质量相对探测器质量很小），然后再根

据抛弃隔热大底、打开发动机等分段构建微分方程进行考虑。这样做的好处是，非常的简单，因为质量在每一段运动过程中都将是一个常量；

2. 不忽略燃料质量的损失，构建微分方程进行求解计算。当然，同样也是分段建立（非常简单），由于燃料质量的损失是一个连续的过程，实际上这种思路也很简单。

两种思路，前者会简化到小学生难度，不推荐。

所以，我们只需要根据第二种思路，建立起每一个阶段的微分方程，然后再分别求解并求和即可得到最终的结果。

举一个最简单的示范（所有因素都不考虑，在具体建模时必须要考虑各个因素）：对于动力减速段而言，探测器具备一个初速度，然后受惯性其会继续坠落，而此时选定一个时间段开启发动机，则可提供一个加速度使探测器速度减慢。（在我的这个示范中没有考虑其他的受力，要想模型做的好，必须讨论各种细节问题，需要想办法进行改进）

$$\begin{aligned}
 -\frac{dx}{dt} &= v_0 + at \\
 &= v_0 + \frac{F}{m(t)}t \\
 &= v_0 + \frac{F_{fuel} - \frac{GMm(t)}{r^2}}{m(t)}t \\
 &= v_0 + \frac{F_{fuel} - \frac{GMm(t)}{(R+x)^2}}{m(t)}t
 \end{aligned} \tag{1}$$

可以看到，这样就得到了在动力减速段的一个简单微分方程。对其进行求解，即可得到动力减速段，时间与着陆器运动路程的关系。但是可以发现，我在此处用的是 $m(t)$ ，原因很简单，正如之前所说，着陆器的质量变化是需要考虑的。在此处，我们可以简单地考虑，如果只是燃料损耗，那么假设燃料损耗为线性损耗，那么可以设质量变化如下

$$m = m_0 - kt \tag{2}$$

其中， k 为燃料损耗系数。然后可以代入上式，求得结果。当然，这是我举的最简单的例子，事实上，为了让模型有着更好的仿真结果，燃料的损耗可以不用线性函数，具体还想怎么改进需要你们自己来思考了。另外，我上面的公式直接引用了万有引力公式，事实上探测器的下降过程中，路径的变化应该对其所受火星重力的影响微乎其微，故也可以进行简化处理，我就不详细赘述了。

确定完了微分方程后，直接利用数值计算方法（比如**欧拉法、改进欧拉法以及四阶龙格库塔法**）进行求解即可得到结果（如果构建的方程很简单的话，直接手算也可能得到解析解，这里内容有待丰富）。

最后，类似地考虑其他运动过程即可。注意，在攻角配平与升力控制段应当注重受力分析，多看一些相关论文，但如果实在看不下去可以进行合理简化。按照这一方法，建立起微分方程显然可以根据各条件得到各时刻的速度、加速度以及路程等，所以最后一问也可以求得。

Good Luck.