

# Московский физико-технический институт

Ниже публикуются образцы вариантов  
вспутительных письменных экзаменов по  
математике и физике в 1977 году.

## Математика

### Вариант 1

1. Решить уравнение

$$\sin(2x) - \sin^2(x) = 2 \sin(x) - 4 \cos(x)$$

2. Решить неравенство

$$\frac{5-4x}{3x^2-x-4} < 4$$

3. Решить уравнение

$$\lg^2(4-x) + \lg(4-x) \cdot \lg\left(x + \frac{1}{2}\right) = 2 \lg^2\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

4. Дорога проходит через пункты  $A$  и  $B$ .

Одновременно и в одном направлении выехали: из  $A$  - мотоциклист (в направлении к  $B$ ), из  $B$  - велосипедист. Мотоциклист догнал велосипедиста на расстоянии  $a$  км от  $B$ . Если бы мотоциклист и велосипедист выехали одновременно из  $A$  и  $B$ , то в момент прибытия мотоциклиста в  $B$  велосипедист отставал бы от него на  $b$  км. Определить расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  (скорости мотоциклиста и велосипедиста постоянны).

5. Сторона основания  $ABCD$  правильной пирамиды  $SABCD$  имеет длину  $a$ , боковое ребро - длину  $2a$ . Рассматриваются отрезки с концами на диагонали  $BD$  основания и боковом ребре  $SC$ , параллельные плоскости  $SAD$ .

- (а) Один из этих отрезков проведён через точку  $M$  диагонали  $BD$  такую, что  $DM : DB = 1 : 3$ . Найти его длину.

- (б) Найти наименьшую длину всех рассматриваемых отрезков.

6. Графики функций  $y = \frac{1}{x}$  и  $y = 5 - \frac{3}{2}x$ , рассматриваемые в первой четверти координатной плоскости ( $x > 0$ ,  $y > 0$ ), пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника параллельна оси  $Ox$ , две его вершины лежат на первом графике, а третья - на отрезке  $AB$ . Найти длины сторон треугольника.

### Вариант 2

1. Решить уравнение

$$\log_2 \frac{x-7}{x-1} + \log_2 \frac{x-1}{x+1} = 1$$

2. Решить уравнение

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin(x - \frac{3\pi}{2})} = 4 \sin(x + \frac{5\pi}{4})$$

3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $BC$  имеет длину  $a$  и образует с гипотенузой  $AC$  угол  $\alpha$ . Точка  $D$  расположена на катете  $BC$  и имеет наименьшую по сравнению с остальными точками отрезка  $BC$  сумму квадратов расстояний до прямых  $AC$  и  $AB$ . Найти длину отрезка  $BD$ .

4. Найти четыре числа, обладающих следующими свойствами:

- (а) сумма первого и четвертого числа равна 14, а сумма второго и третьего равна 12;
- (б) первое, второе и третье числа образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию;
- (с) второе, третье и четвертое числа образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию.

5. Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  имеет длину  $a$ . Точка  $D$  - середина ребра  $AB$ , точка  $E$  лежит на ребре  $A_1C_1$ . Прямая  $DE$  образует углы  $\alpha$  и  $\beta$  с плоскостями  $ABC$  и  $AA_1C_1C$  соответственно. Найти:

- (а) Высоту призмы;
- (б) Радиус шара с центром на отрезке  $DE$ , касающегося плоскостей  $ABC$  и  $AA_1C_1C$ .

6. Найти площадь фигуры, которая задаётся на координатной плоскости системой неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{3x^2 + 3y^2 - 3} \geq 2y + 1, \\ y + 4 \geq 2\sqrt{3} |x| \end{cases}$$

## Физика

### Вариант 1

1. На покоящееся тело массы  $m = 5$  кг начинает действовать сила  $\vec{F}$ , величина которой убывает со временем по линейному закону до 0, как показано на рисунке 1. Какую скорость приобретает тело?
2. Аквалангист затратил время  $t = 10$  мин на осмотр повреждения подводной части корабля. За это время давление в баллоне акваланга, первоначально равное 150 атм, упало на 20%. После этого аквалангист ...

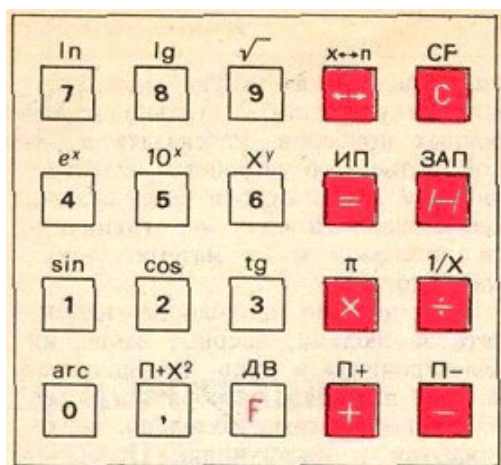


Рис. 1: Операции калькулятора

Кла- виша	Табло								Пояснения
								0,	начальное состояние (переключатель "вкл".)
4								8,	
8							4	8,	
,							4	8,	отделение (фиксация) целой части вводимого числа
5						4	8,	5	
8				4	8,	5	8	7	
(-)	-			4	8,	5	8	7	изменение знака числа (умножение на -1)

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut  
 purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis.  
 Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero,  
 nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec  
 vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi  
 tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis  
 egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem.  
 Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus  
 eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est,  
 iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem  
 vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor  
 nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur  
 auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh  
 mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis  
 eget orci sit amet orci dignissim rutrum.  
 Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel,  
 wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero,  
 pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet,  
 tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna,  
 vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit  
 mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a  
 nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis  
 parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam  
 tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis.  
 Pellentesque cursus luctus mauris.  
 Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue  
 non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra  
 fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante.  
 Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac  
 quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie  
 nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at,  
 accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat  
 magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla  
 vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer  
 non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec  
 bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus.  
 Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum  
 pellentesque felis eu massa.  
 Picture 1 - link example