

Architektúra počítačov

Prednášky: Ing. Juraj Slačka, PhD.

Cvičenia: vedúci: Ing. Michal Tölgyessy, PhD.

Blok D 6. poschodie

1ks zamestnanec/(kyňa)/doktorad(ka)| + 2ks študent(ka) Ing. štúdia
na 40 študentov

Letný semester Počet kreditov 5

Prednáška/Cvičenie: 2/2 [hod./týždeň]

Podmienky absolvovania predmetu:

1. účasť na cvičeniach (max. 1 ospravedlnená neúčasť)
2. minimálny počet bodov za cvičenia (20b)
(3 bloky cvičení, z každého minimálne polovicu bodov).
3. minimálny počet bodov za skúšku nie je stanovený
4. Za cvičenia 40 bodov max., za skúšku 60 bodov max.
5. Cvičenia v CPU

Web cvičení: **ap.urk.fei.stuba.sk**

Otázky ohľadom cvičení: **michal.tolgyessy@stuba.sk**

michal.tolgyessy@stuba.sk ; **Blok - D. 6.p.**
juraj.slacka@stuba.sk ; **Blok - D. 7.p. č. 703**

Skladba prednášok

1. Hlavné učivo potrebné pre absolvovanie predmetu
= Slajdy budú dostupné v AISe vo formáte PDF

2. Bonus = na konci prednášky, cca 20minút

= Vždy dáka aktuálna téma ako napríklad:

Bezpečnosť automobilov a rádiových kľúčov

Buffer overflow a jeho zneužitie

Kryptomeny

Problémy Boeingu 737 MAX

Softvér a počítače vo vesmírnych misiách

Programátorské chyby, ktoré „stáli veľa peňazí“

SpaceX + Musk

Bonusová prednáška nie je povinná a nebude dostupná ani v AISe!

Literatúra

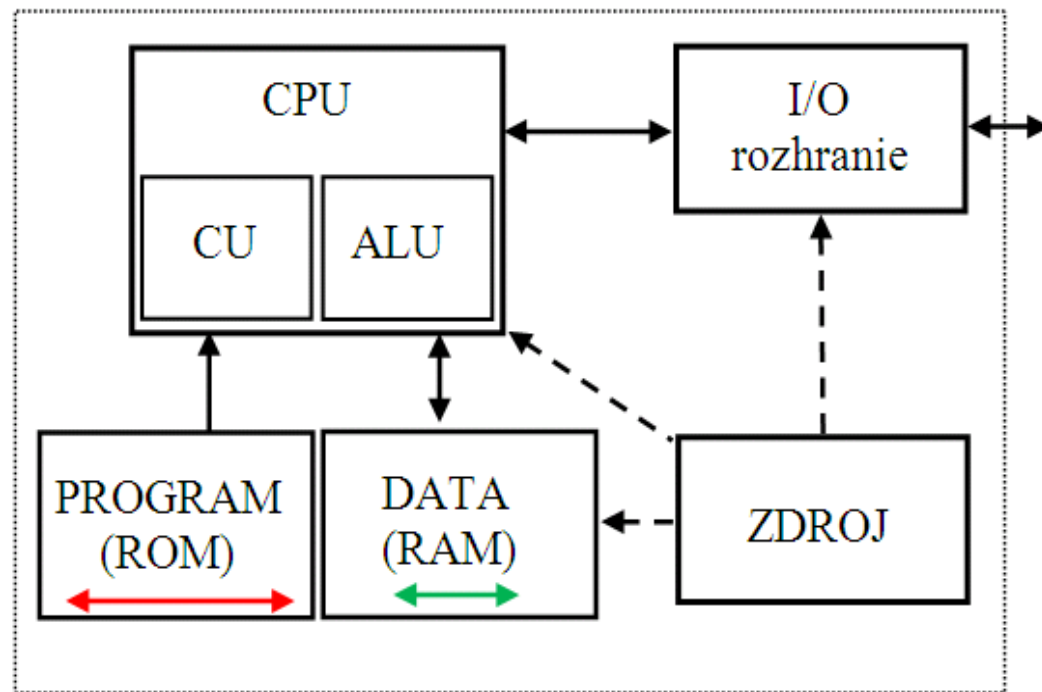
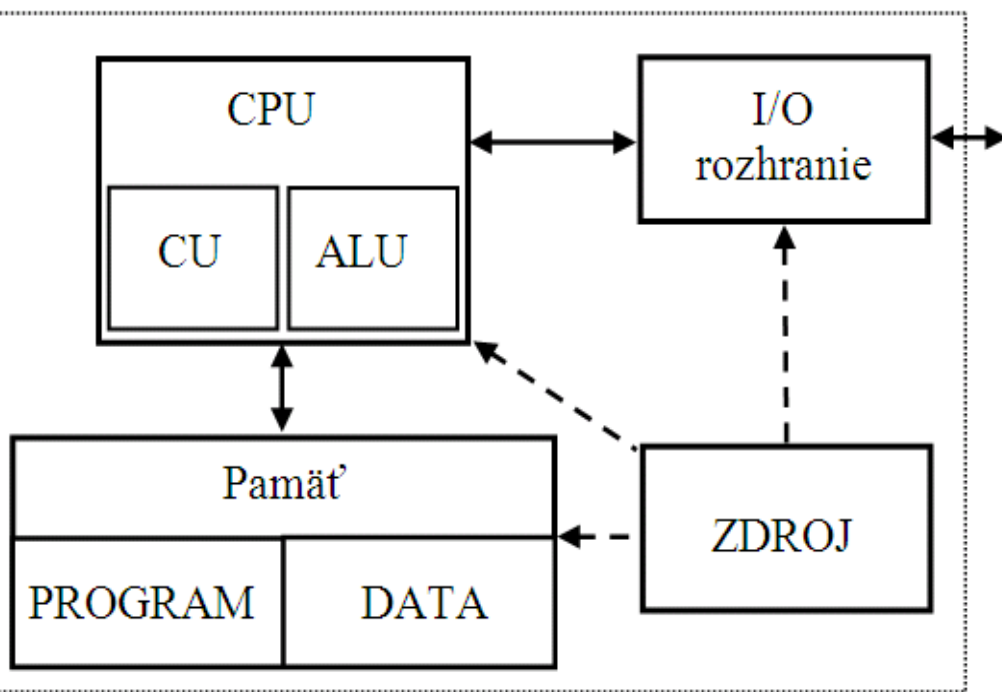
1. Jelšina, M.: Architektúry počítačových systémov, Princípy, ... ELFA 2002
2. Stalling, W.: Computer Organization and Architecture, principles ...,
3. Dvořák, V., Drábek V.: Architektura procesoru. Vutium, Brno, 1999
4. Horák, J.: Hardware- učebnice pro pokročilé, ... 2005
5. Gook, M.: Hardwarová rozhraní, Průvodce programátora, ... 2006
6. Mostafa Abd-El-Barr, Hesham El-Rewin: Fundamentals of Computer Organization and Architecture, WILEY INTERSCIENCE 2005
7. Messmer H.P., Dembovski K.: HARDWARE architektura, funkce, programování, CP Books, Brno 2005
8. Shiva, S., G.: Advanced Computer Architecture, CRC Press, 2006
9. Abd-El-Barr, M., El-Rewini, H.: Fundamentals of Computer Organization and Architecture, John Wiley & Sons, Inc. 2005
10. Clements, A.: The Principles of Computer Hardware, Oxford University Press, 2000
11. McKenney, P. E.: Is Parallel Programming Hard, And, If So, What Can You Do About It?", kernel.org, Corvallis, OR, USA, 2011/2012, 451 s.

Von Neumannov počítač

(Princetonská architektúra)

Hardvardská architektúra

(Aiken)



1. Riadiaca jednotka (CU) – slúži na výber inštrukcií z pamäte.
2. Aritmeticko-logická jednotka (ALU) - na základe inštrukcie vykoná operácie na údajmi.
3. Pamäť – ukladajú sa do nej inštrukcie a údaje.
4. Zariadenie pre vstup a výstup údajov.
5. Napájací zdroj.

Základný stavebný prvok počítačov

Počítač na spodnej úrovni dnes pracuje ako elektronické zariadenie vytvorené z tranzistorov.

Základný režim činnosti tranzistora je: **spínací režim**.

Tento môžeme z fyzikálnej podstaty popísať ako:

Tranzistor prúd vedie, resp. nevedie.

Jednotlivým stavom tranzistora môžeme priradiť logické úrovne odpovedajúce dvojkovej číslici (bit), označené ako log.0 a log.1.

Ak je log. 0 priradené „menšie“ napätie a

log. 1 priradené „vyššie“ napätie, hovoríme o
kladnej logike.

Ak je log. 0 priradené „vyššie“ napätie a

log. 1 priradené „nižšie“ napätie, hovoríme o
zápornej logike.

Základom IC sú tranzistory

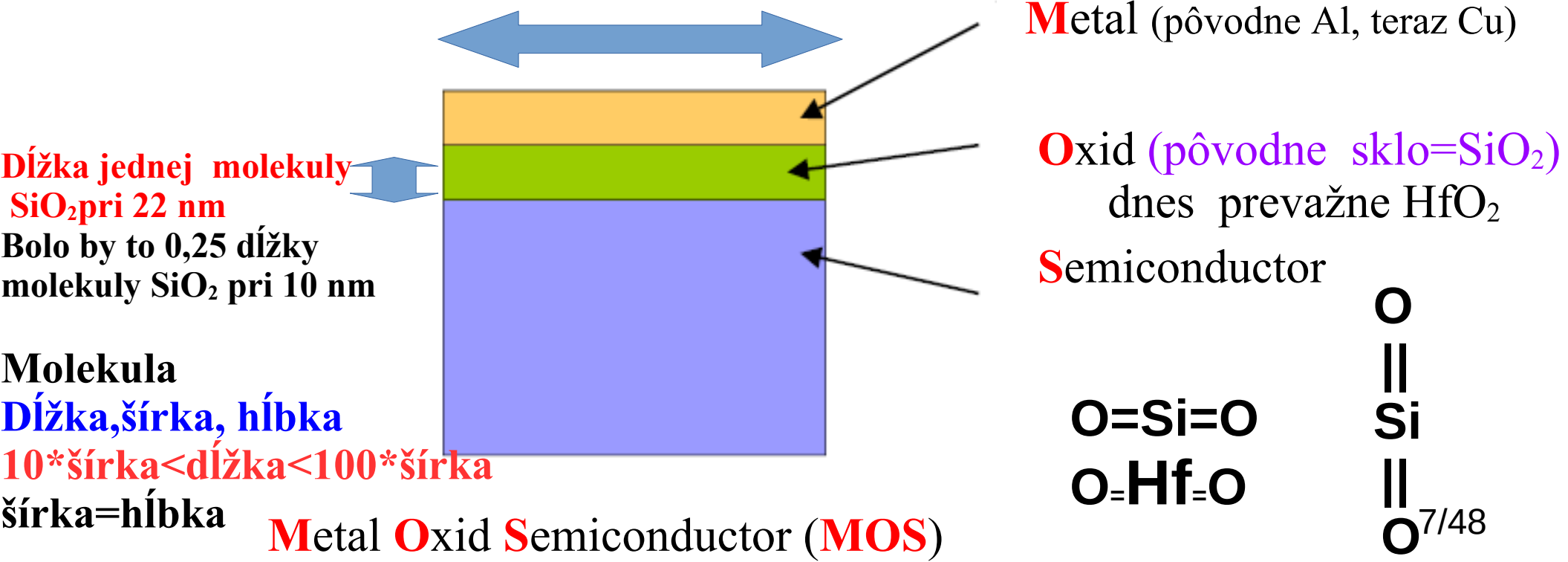
(**IC** - **I**ntegrated **C**ircuit – Integrované Obvody)

- **bipolárne** (dva typy nosiča náboja - elektróny a diery)
- **unipolárne** (jeden typ nosiča náboja)

Súčasný počítač využíva unipolárne tranzistory

FET – **F**ield **E**ffect **T**ransistor

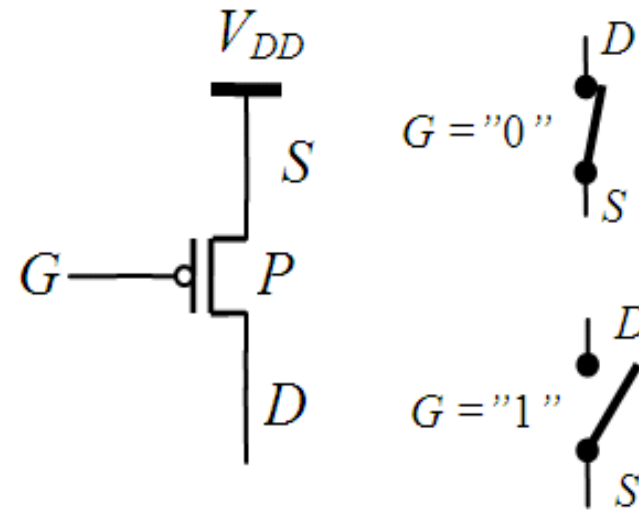
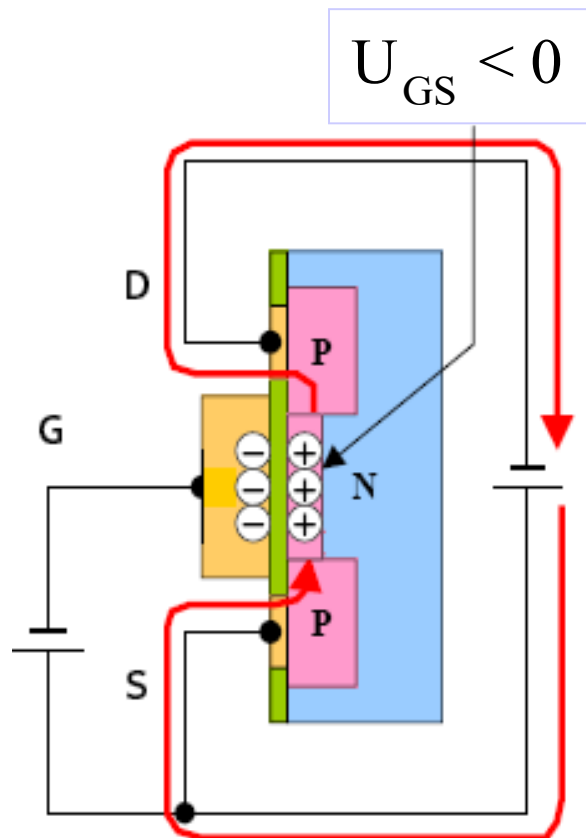
Dĺžka 77 molekúl SiO_2 pri 22 nm technológii Bolo by to 19 dĺžok molekúl SiO_2 pri 10 nm



Technológia PMOS

PMOS (**MOS** tranzistor s kanálom **P**) - historicky najstaršia technológia

Nevýhody: nízka rýchlosť a zlá zlučiteľnosť s TTL obvodmi

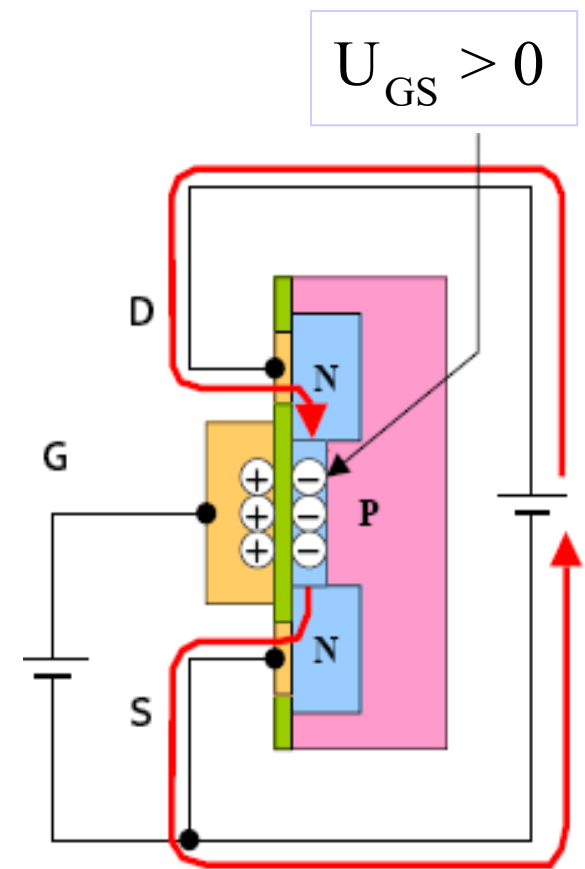
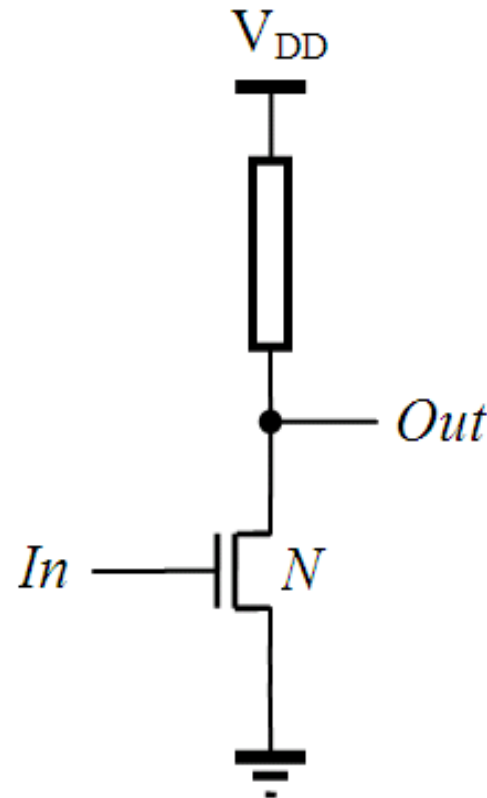
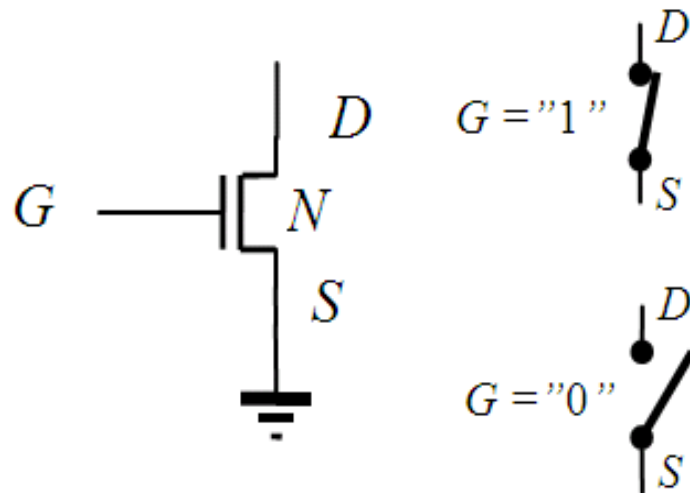


Technológia NMOS

(**NMOS** tranzistor s kanálom **N**)

Výhody: rýchlejšie,
zlučiteľné s TTL

Nevýhody: „straty“

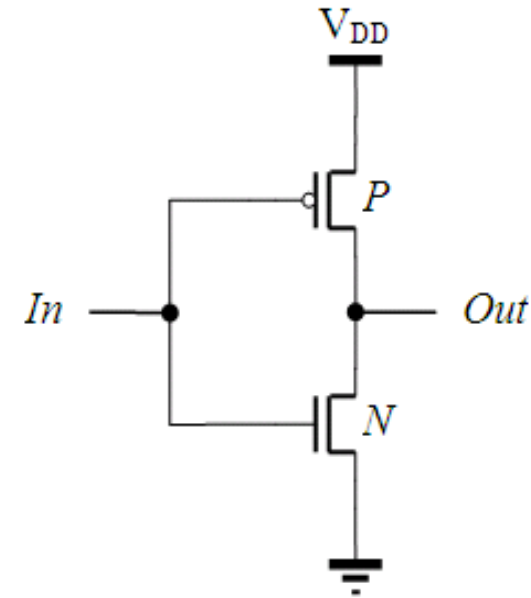


Technológia CMOS (**C**omplemntary **M**OS)

Výhody:

minimalizované straty

zlučiteľné s TTL (**T**ransistor **T**ransistor **L**ogic)



Logické úrovne:

log. 0 = 0.0V až $0.3 * V_{DD}$, pre $V_{DD} = 5.0V$ (0.0 až 1.5V)

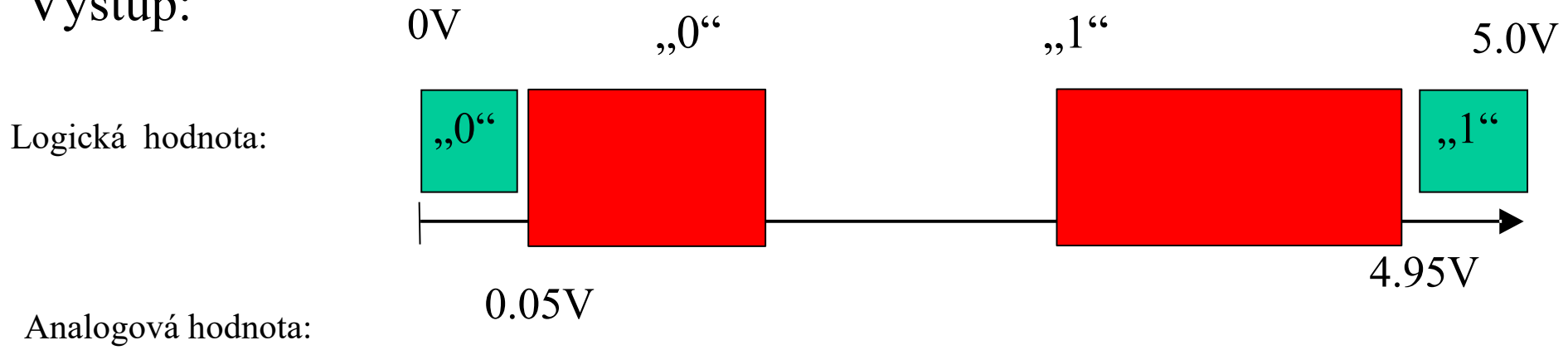
log. 1 = $0.7 * V_{DD}$ až V_{DD} , pre $V_{DD} = 5.0V$ (3.5 až 5.0V)

Okrem $V_{DD} = 5.0V$ sa používa aj $V_{DD} = 3.3V$ a $V_{DD} = 2.9V$

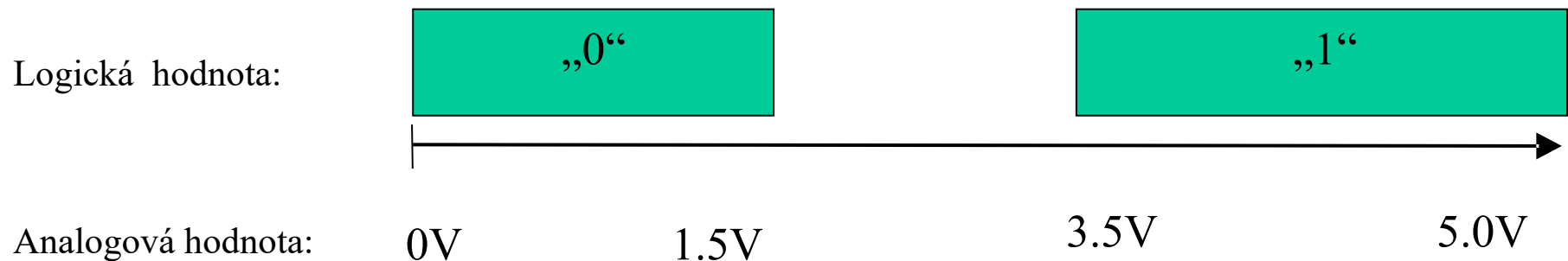
CMOS úrovně ($V_{DD} = 5V$)

Šumová imunita v

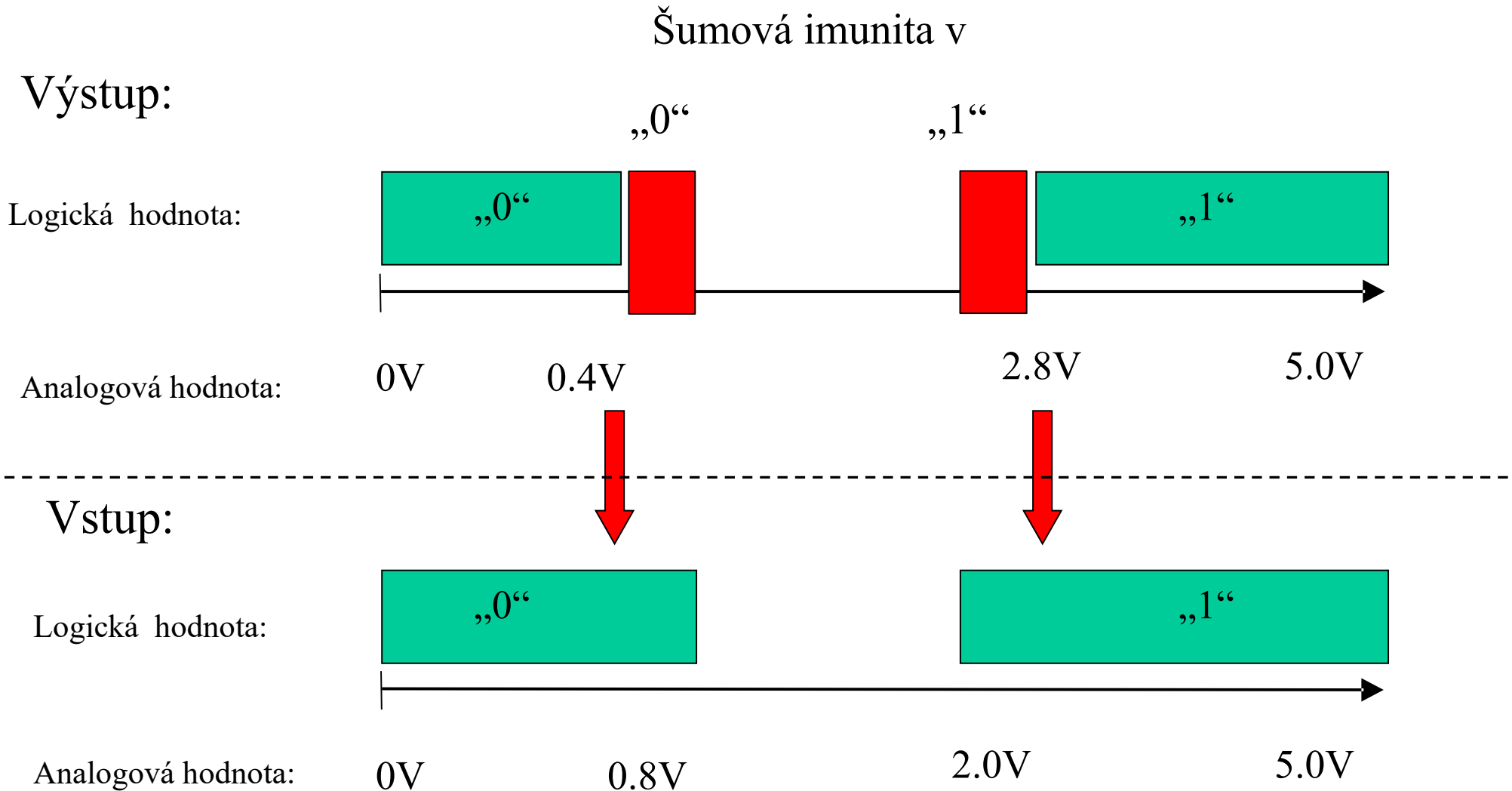
Výstup:



Vstup:



TTL obvody: logické úrovně

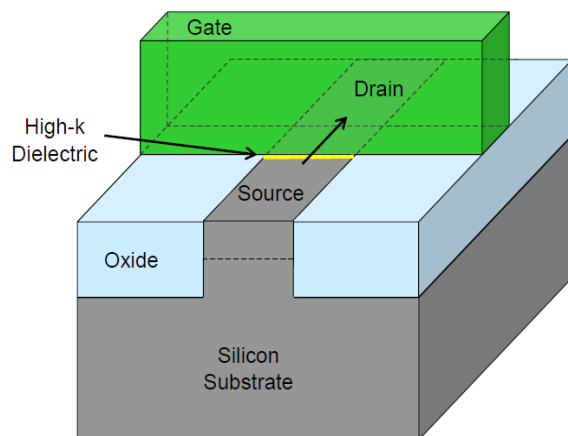


Je zřejmé, že priame spojenie CMOS – TTL nemusí korektne pracovať.

Riešenie: „prispôsobenie“ úrovní, resp. modifikovať technológiu výroby tak, aby spojenie bolo korektné.

Súčasná technológia

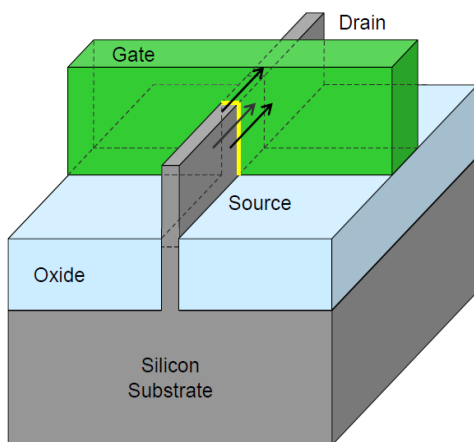
Traditional Planar Transistor



High-k Dielectric (vysoká dielektrická konštanta)

(od 2007) **znižuje zvodové prúdy** lebo **HfO₂** izoluje 4-6 lepšie na jednotku rozmeru ako SiO₂
dôsledok - **nižšia spotreba procesorov (W)**

22 nm Tri-Gate Transistor



3- Gate (3D) tranzistory („tvarovanie väzieb a mriežky“)

- **d'alsie zníženie spotreby (procesory až 50%)**
- **zníženie napájacieho napätia (1.52V)**
- **zvýšenie frekvencie spínania 50 GHz**
(procesory rýchlejšie o 18 až 37%)
- **zvýšenie hustoty integrácie**
- **údajné zvýšenie ceny cca. 2-3%**

xx- nm (10^{-9} m) technológie (fotolitografia)

nie je jednoznačný výklad hodnoty xx

- pôvodne znamenal hodnotu najmenšej šírky prepojenia v maske integrovaného obvodu (vzdialenosť stredov tranzistorov)
- prakticky hodnota súvisela so šírkou elektródy GATE(hradlo) tranzistora MOS
- polovica vzdialenosti medzi tranzistormi, marketingové označenie
- v súčasnosti **xx** neznamená číselnú hodnotu, ale označenie technológie

Semiconductor manufacturing (nm)

10000 - 1971	3000 - 1975	1500 - 1982	1000 - 1985	800 - 1989
600 - 1994	350 - 1995	250 - 1997	180 - 1999	130 - 2002
90 - 2004	65 - 2006	45 - 2008	32 - 2010	22 - 2012
14 - 2014	10 - 2016	7 - 2018	5 - 2020	(prognózy

Oxid=izolant=dielektrikum o rozmere $0,06 \times 5$ dĺžok molekúl SiO_2)

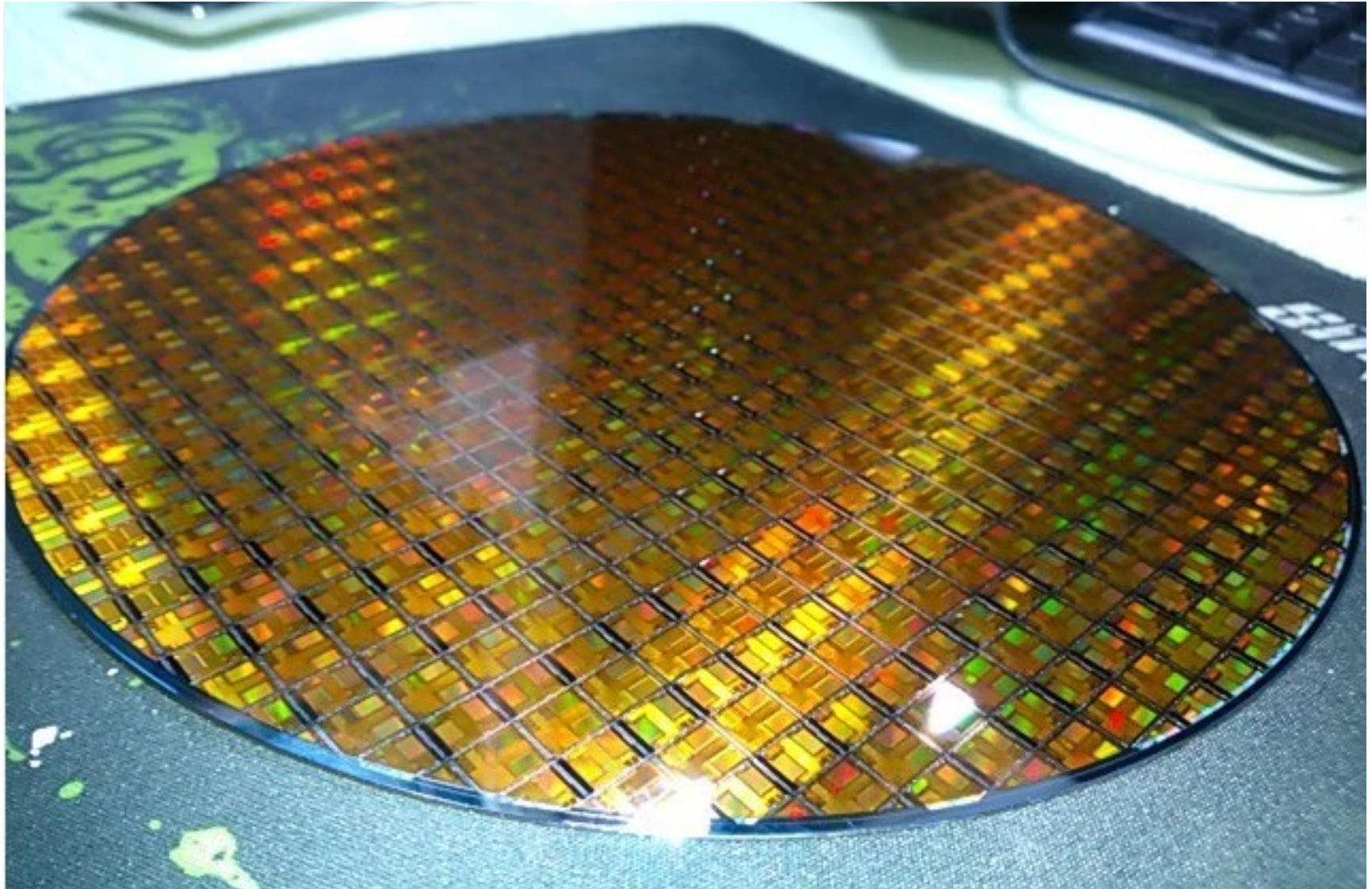
Intel deklaroval v roku 2013 (14 - **2013** 10 - **2015**)

Intel realita (14 - **2015** 10 - **2017**- odhad zo 7.2.2015

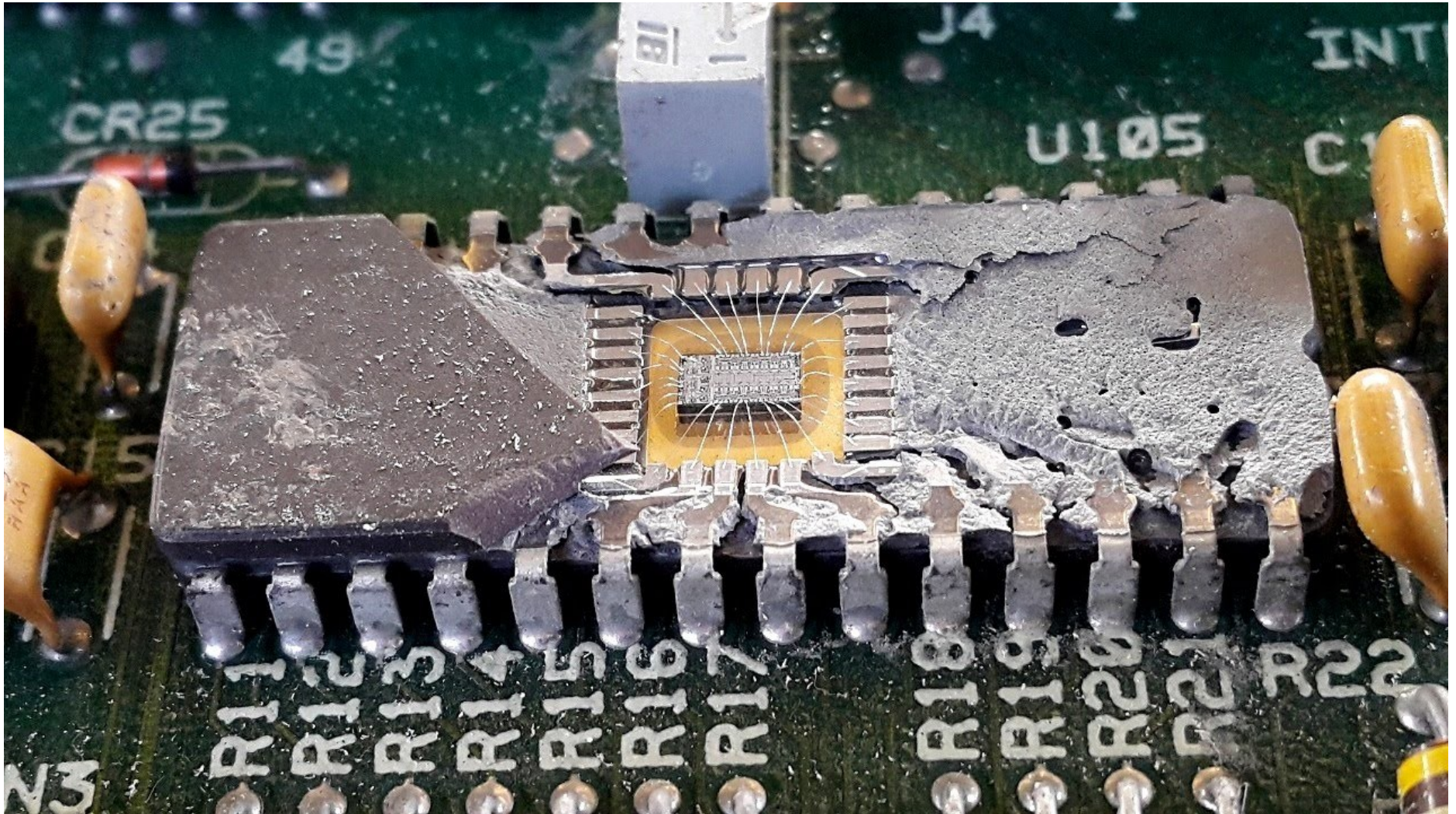
<http://www.cnews.cz/intel-bude-mit-10nm-procesory-az-v-roce-2017-tick-tock-zpomaluje>)

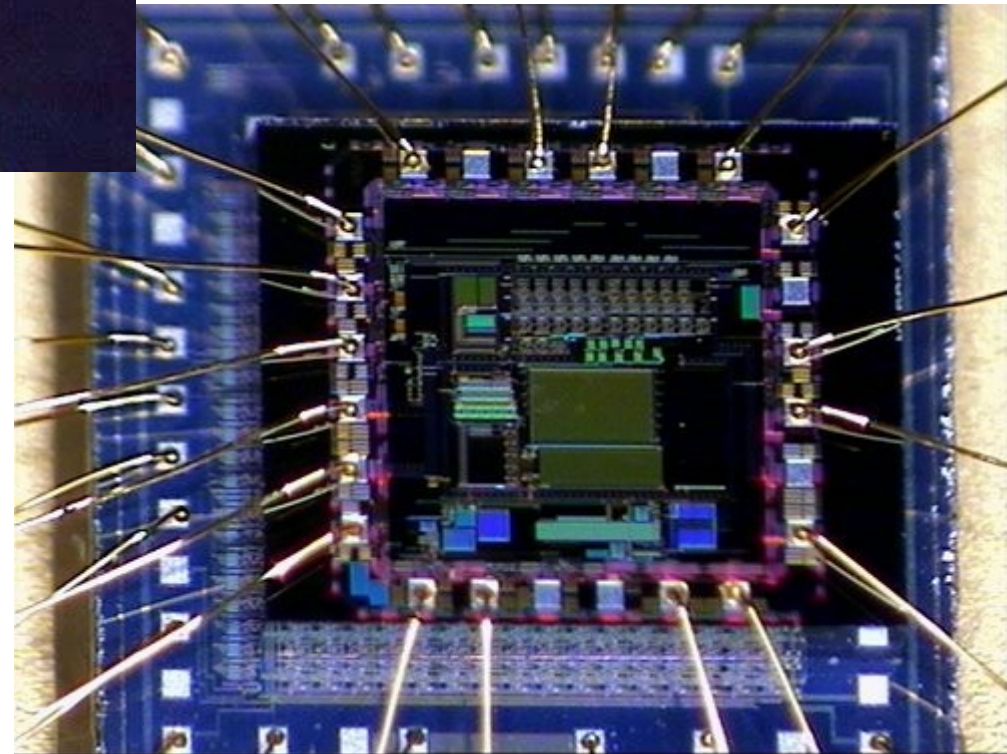
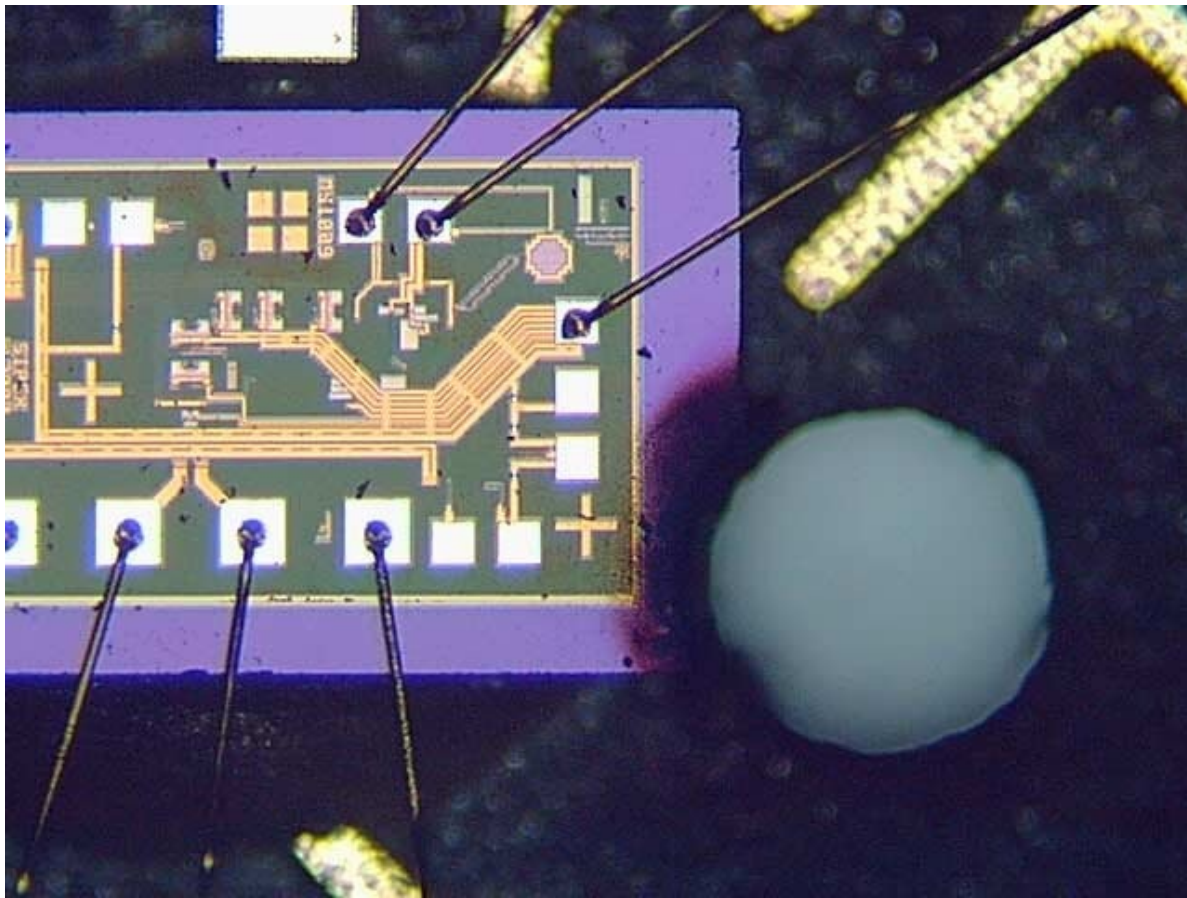


Integrated circuit wafer slicing



Chip bonding

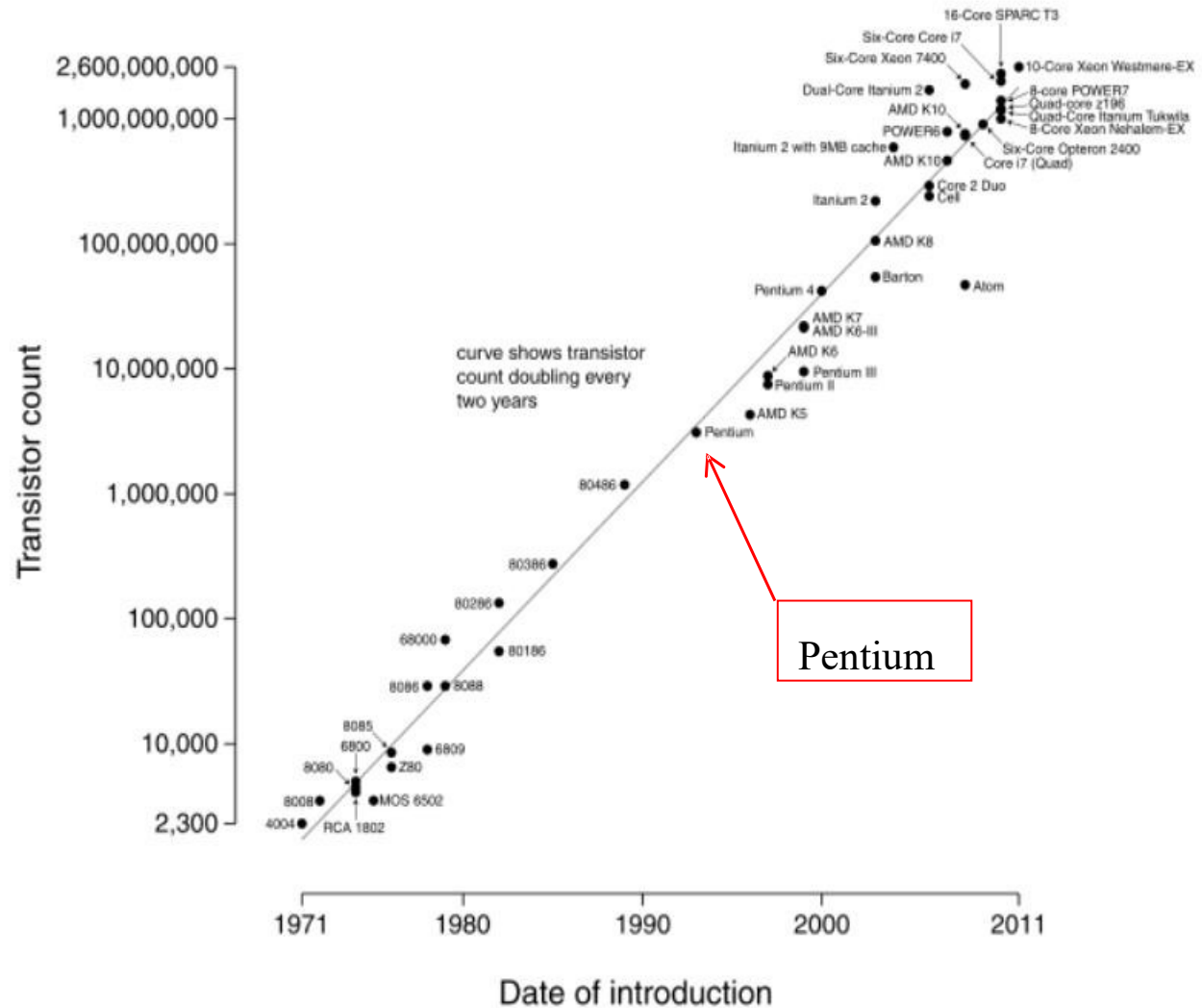




Moorov zákon

Jeden zo „zákonov“
formulovaný (1965)

- počet tranzistorov v IC sa zdvojnásobuje približne každé 2 roky



Porovnanie (Core i7-2700K)

32nm (Sandy Bridge)	212mm ²	1,16*10 ⁹	95W	3,5 (3,9) GHz	svetlo prejde 8,57 cm (7,69cm) za takt
22nm (Ivy Bridge)	160mm ²	1,40*10 ⁹	77W	3,5 (3,9) GHz	(1,6 x 1 cm)

teoreticky najhorší spoj dvoch tranzistorov má 7,273 km

Koľko tranzistorov je v špičkovom mikropočítači (PC) ?

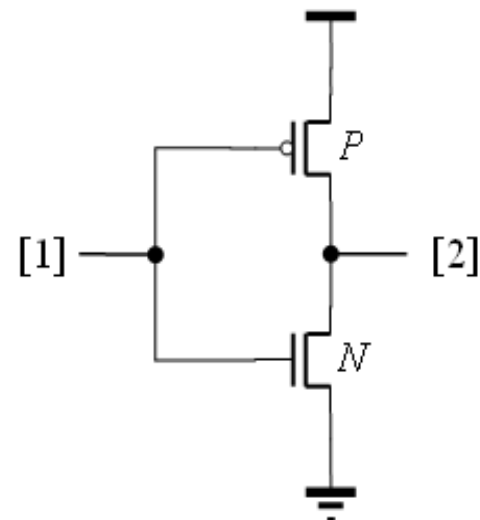
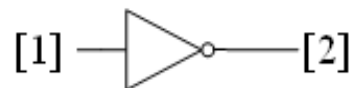
Len procesor + 4GB RAM $(1,4 + 4*8*2)*10^9 > 66*10^9$

Základné stavebné prvky počítačov sú vytvorené napr.:
z kombinačných obvodov (nemajú pamäť).

výstup = funkcia (vstupu)

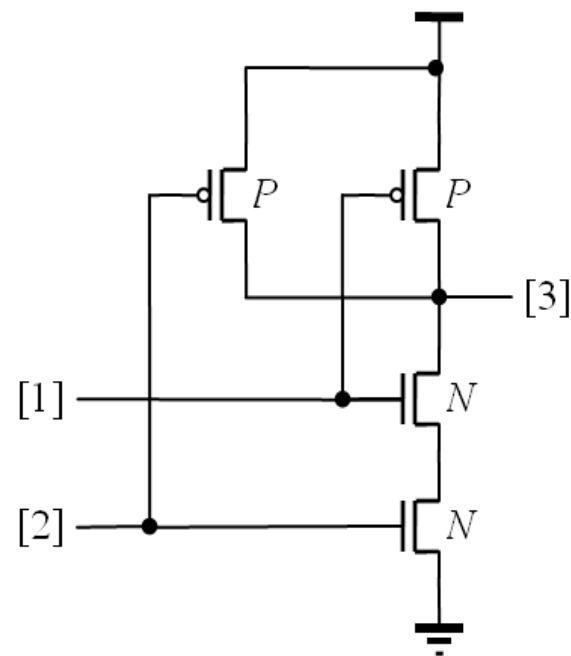
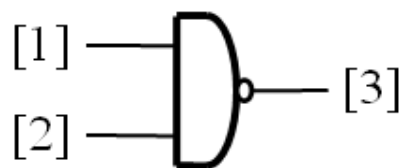
Invertor:

<i>In</i>	<i>Out</i>
[1]	[2]
0	1
1	0



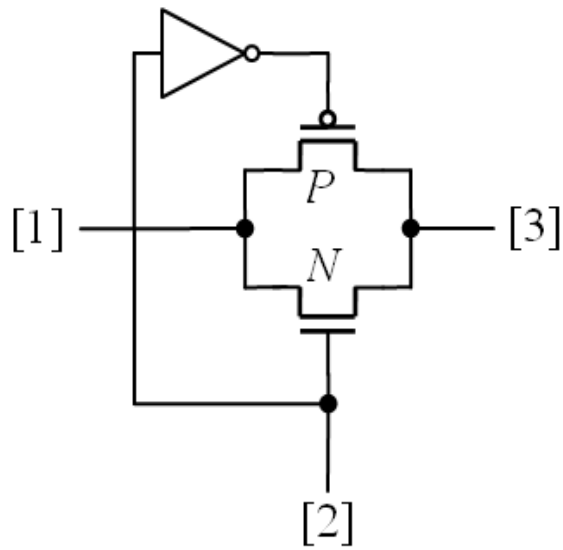
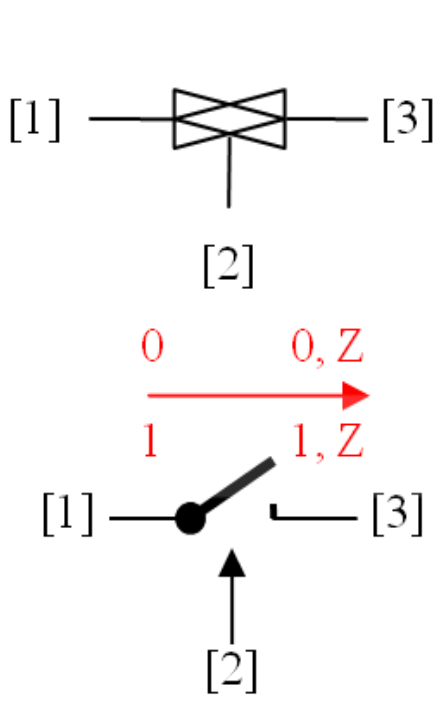
NAND:

<i>In</i>		<i>Out</i>
[1]	[2]	[3]
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



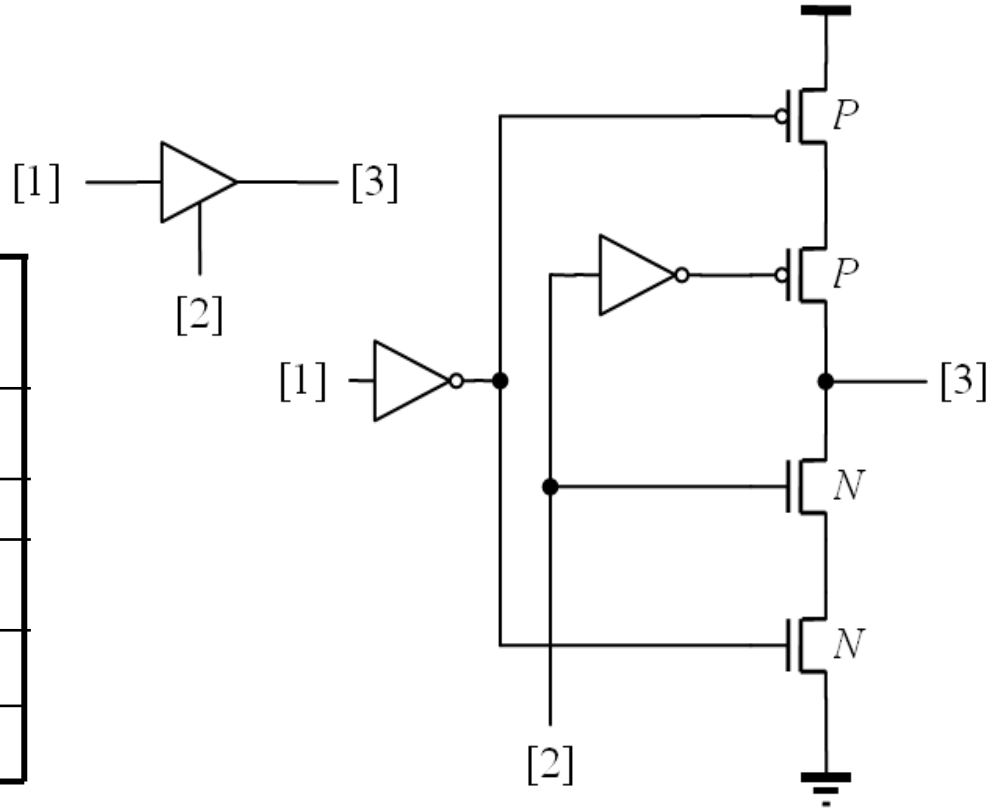
Spínač:

<i>Control</i>	<i>In</i>	<i>Out</i>
[2]	[1]	[3]
0	0	Hi-Z
0	1	Hi-Z
1	0	0
1	1	1

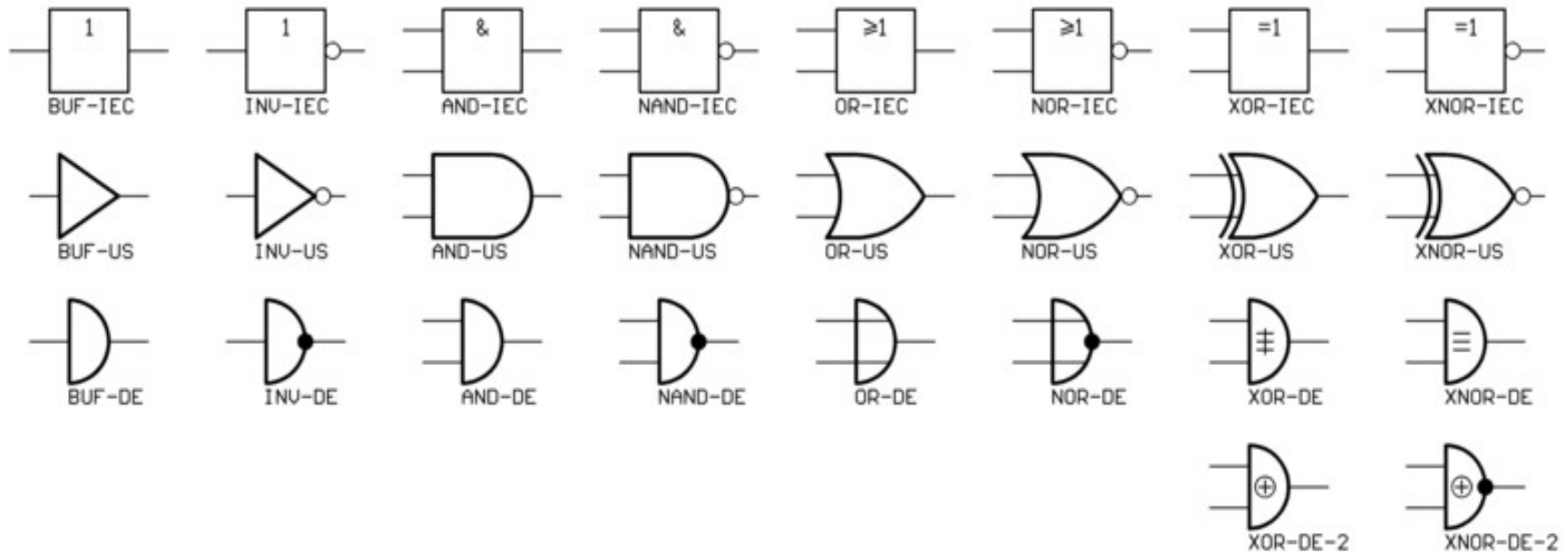


Trojstavový
budič:

<i>Control</i>	<i>In</i>	<i>Out</i>
[2]	[1]	[3]
0	0	Hi-Z
0	1	Hi-Z
1	0	0
1	1	1



Značky, rôzne normy, ... :



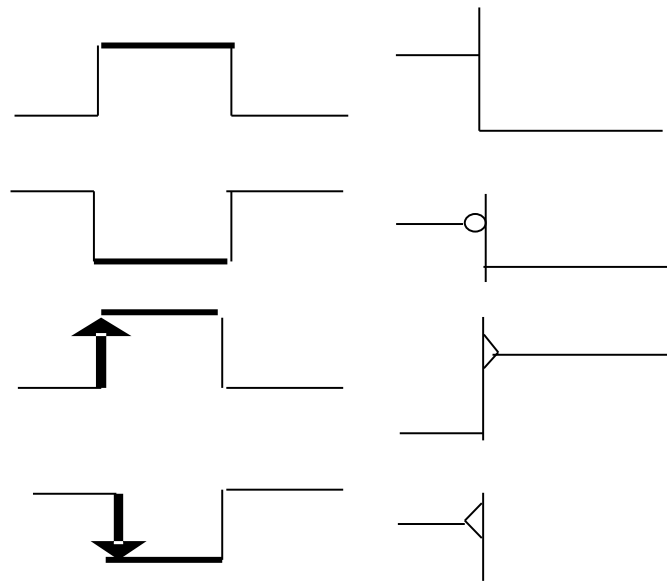
Vstup klopného obvodu:

Aktívna „úroveň“: - horná

- dolná

Aktívna „hrana“: - nábežná

- dobežná



Organizácia informácií v počítači

Kódovanie v dvojkovom (binárnom) kóde:

bit – (**binary digit**) - najmenšia údajová jednotka, ktorá môže byť spracovávaná ČP (hodnoty **0** alebo **1**)

K rôznych objektov **K** rôznych kódov vyjadriteľné pomocou usporiadanej m-tice binárnych symbolov:

$$m = \log_2 K$$

bajt (byte) – skupina **8 bitov**

súčasné mikroprocesory a minipočítače sú bajtovo orientované –

dĺžka **strojového slova** je celočíselný násobok bajtu

(8, 16, 32, 64 ...t.j. 1, 2, 4, 8-bajtové slovo)

Veľkosť strojového slova závisí od architektúry procesora, ktorá je ovplyvnená:

- **dĺžkou inštrukcie**
- **dĺžkou adresy**
- **orientáciou úloh** (teda aj charakterom **údajov**), pre ktorý je určený

Cray-1 supercomputer	64 bits
ICL 1900 series mainframe	24 bits
UNIVAC 1100 mainframe	36 bits
PDP-11 minicomputer	16 bits
VAX minicomputer	32 bits
8085, Z80, 6802, 6809 microprocessors	8 bits
8086 microprocessor	16 bits
Third-generation Intel and Motorola microprocessors	32 bits
Fourth-generation microprocessors	64 bits
Special-purpose graphics processors	128 bits
Some microcontrollers	4 bits

Číselné sústavy

Zobrazenie čísla pomocou definovanej množiny symbolov- **číslic**
nazývame **číselnou sústavou**

Delíme ich na :

- **polyadické** (pozičné) číselné sústavy PČS, ktoré môžeme rozvinúť do mocninového radu
- **nepolyadické** (nepozičné) ČS,
napr.: rímska číselná sústava (IX, X, XIV)

Pozičné číselné sústavy

Hodnotu celého nezáporného čísla

N_z vyjadríme v tvare polynómu:

$$(N)_z = \sum_{i=0}^{n-1} (a_i) z^i$$

Kde: - z je základ sústavy $z \geq 2$ (2, 8, 10, 16)

a_i - číslice $0 \leq a_i < z$

ak z je prirodzené číslo, potom 0, 1, ..., $z-1$

poloha číslice určuje rád číslice, ktorý je
definovaný váhou $v_i = z^i$

$n-1$ - je rád sústavy

Ak potrebujeme vyjadriť **racionálne číslo** (väčšinou)
použijeme záporné mocniny až do rádu k :

$$(N)_z = \sum_{i=-k}^{n-1} (a_i) z^i$$

Skrátený zápis **racionálneho čísla**

N_z vyjadríme v tvare: $(N)_z = \pm a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-k}$ 26/48

*Pozn.: Rozšírenie na záporné čísla, použitím znamienka „-“
pred číslo je vhodné pre ľudí,
v žiadnom prípade to nie je vhodný zápis pre počítač.*

Pre:

- $z = 2$ získame **dvojkový** – **binárnu** sústavu (**0, 1**)
- $z = 8$ získame **osmičkový** – **oktálovú** sústavu (**0, 1, 2, ... , 7**)
- $z = 10$ získame **desiatkový** – **dekadickú** sústavu (**0, 1, 2, ... , 9**)
- $z = 16$ získame **šestnástkový** – **hexadecimálnu** sústavu
(**0, 1, 2, ... , 9, A, B, C, D, E, F**)

*Slovo **hexadecimálny** pochádza z gréckeho (**hexi** - šesť)
a latinského (**decem** - desať)*

číslo	Z=2	Z=8	Z=10	Z=16
0	0000	0	0	0
1	0001	1	1	1
2	0010	2	2	2
3	0011	3	3	3
4	0100	4	4	4
5	0101	5	5	5
6	0110	6	6	6
7	0111	7	7	7
8	1000	10	8	8
9	1001	11	9	9
10	1010	12	10	A
11	1011	13	11	B
12	1100	14	12	C
13	1101	15	13	D
14	1110	16	14	E
15	1111	17	15	F

Vlastnosti PČS

$$(N)_z = \pm a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-k}$$

1. Maximálne zobraziteľné číslo

$$(N)_{\max} = z^n - z^{-k}$$

pre celé čísla:

pre desatinné:

$$(N)_{\max} = z^n - 1$$

$$(N)_{\max} = 1 - z^{-k}$$

2. Minimálne číslo v absolútnej hodnote rôzne od nuly

$$(N)_{\min} = z^{-k}$$

3. Krok diskretnosti

$$h = z^{-k}$$

4. Kapacita číselnej sústavy pre m-rádové čísla

$$K = z^m = z^{(n+k)}$$

Pr.: $z = 10, m = 3$ **$K = 1000$** možných čísiel (0..999)

5. Počet zobrazujúcich rádo

$$m = \log_z (K + 1)$$

6. Desetinná čiarka, bodka si vo všetkých číselných sústavách odpovedá.

Samostatne môžeme prevádzať obe časti (celú i zlomkovú)

Napr. číslo $(2345,37)_{10}$ je číslo zobrazené v pozičnej
dekadickej sústave

$$(2345,37)_{10} \quad 2 \cdot 10^3 \quad 3 \cdot 10^2 \quad 4 \cdot 10^1 \quad 5 \cdot 10^0 \quad 3 \cdot 10^{-1} \quad 7 \cdot 10^{-2}$$

v tomto prípade hodnoty číslic sú

$$[2]_3 \quad 2000 \quad [3]_2 \quad 300 \quad [4]_1 \quad 40 \quad [5]_0 \quad 5 \quad [3]_1 \quad 0,3 \quad [7]_2 \quad 0,07$$

Pozičné číselné sústavy – prevody

Prevod z desiatovej sústavy do číselnej sústavy so základom z

Prevod sa vykonáva zvlášť pre

- celočíselnú časť čísla a
- desatinnú časť čísla

Prevod celočíselného dekadického čísla do sústavy so základom z

Metóda je založená na postupnom celočíselnom delení dekadického N číslom z . Celočíselné delenie:

$$N = z * M + R \quad \text{aplikovaný ako} \quad \frac{N}{z} = M, R$$

Kde: N - delenec, z - deliteľ, M – podiel a R - zvyšok
sú celé čísla

$$N_z = a_{n-1}z^{n-1} + a_{n-2}z^{n-2} + \dots + a_1z + a_0$$

$$(N_1)_z = \frac{(N_z)}{z} = a_{n-1}z^{n-2} + a_{n-2}z^{n-3} + \dots + a_2z + a_1$$

$$N_z \% z = a_0; N_z \bmod z = a_0; \text{zvyšok po celočíselnom delení je } a_0$$

$$(N_2)_z = \frac{(N_1)_z}{z} = a_{n-1}z^{n-3} + a_{n-2}z^{n-4} + \dots + a_3z + a_2$$

$$(N_1)_z \cdot z = a_1; (N_1)_z \% z \bmod z = a_1; \text{zvyšok po celočíselnom delení je } a_1$$

Pr.: Prevod do 8-vej a 16-vej sústavy:

$$\begin{array}{rcl} 4629 & / & 8 = 578 \quad R = 5 \\ 578 & / & 8 = 72 \quad R = 2 \\ 72 & / & 8 = 9 \quad R = 0 \\ 9 & / & 8 = 1 \quad R = 1 \\ 1 & / & 8 = 0 \quad R = 1 \end{array}$$

$$4629_{10} = 11025_8$$

$$\begin{array}{rcl} 53241 & / & 16 = 3327 \quad R = 9 \\ 3327 & / & 16 = 207 \quad R = 15_{10} = F_{16} \\ 207 & / & 16 = 12 \quad R = 15_{10} = F_{16} \\ 12 & / & 16 = 0 \quad R = 12_{10} = C_{16} \end{array}$$

$$53241_{10} = CFF9_{16}$$

Pr.: Prevod do 8-vej: alternatíva

4629 v desiatkovej sústave

Napíšme 1 a násobme ho základom koncovkej sústavy(u nás 8) až kým nebude výsledok väčší ako prevádzané číslo

$$1*8=8, 8*8=64, 64*8=512, 512*8=4096, 4096*8=32\ 768$$

Čo je viac ako prevádzané číslo. Zoberme predposledné číslo 4096 ak je menšie ako prevádzané napíšme do výsledku +1 a odpočítajme ho

$$1*8=8, 8*8=64, 64*8=512, 512*8=4096, 4096*8=32\ 768$$

Výsledok :+1

Rozdiel : $4629-4096=533$ Ak je 533 viac ako 4096 píšeme +1, ako nie píšeme +0 do výsledku a presuňme sa v rade červených čísel doľava

Výsledok +1+0,

Rozdiel: 533

Pr.: Prevod do 8-vej: alternatíva

4629 v desiatkovej sústave

$1*8=8$, $8*8=64$, $64*8=512$, $512*8=4096$, $4096*8=32\ 768$

Výsledok +1+0,

Rozdiel: 533

Je 512 menej ako 533? Ak áno píšeme +1 a odpočítame 512 , ak nie píšeme +0, a prejdeme na ďalšie číslo vľavo

Výsledok +1+0, +1

Rozdiel: $533-512=21$

Je 533 menej ako 21? Ak áno píšeme +1 a odpočítame , ak nie píšeme +0, a prejdeme na ďalšie číslo vľavo

Výsledok +1+0, +1+0,

Rozdiel: $533-512=21$

$1*8=8$, $8*8=64$, $64*8=512$, $512*8=4096$, $4096*8=32\ 768$

Pr.: Prevod do 8-vej: alternatíva

4629 v desiatkovej sústave

$1*8=8$, $8*8=64$, $64*8=512$, $512*8=4096$, $4096*8=32\ 768$

Výsledok $+1+0$, $+1+0$,

Rozdiel: $533-512=21$

Je 64 menej ako 21? Ak áno píšeme $+1$ a odpočítame, ak nie píšeme $+0$, a prejdeme na ďalšie číslo vľavo a **Neodpočítame**

Výsledok $+1+0$, $+1+0$, $+0$,

Rozdiel: 21

$1*8=8$, $8*8=64$, $64*8=512$, $512*8=4096$, $4096*8=32\ 768$

Je 8 menej ako 21? Ak áno píšeme $+1$ odpočítame, ak nie píšeme $+0$, a prejdeme na ďalšie číslo vľavo

Výsledok $+1+0$, $+1+0$, $+0,1$

Rozdiel: $21-8=15$

Pr.: Prevod do 8-vej: alternatíva

4629 v desiatkovej sústave

$1*8=8$, $8*8=64$, $64*8=512$, $512*8=4096$, $4096*8=32\ 768$

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1

Rozdiel: $21-8=13$

Je 8 menej ako 13? Ak áno píšeme +1 a odpočítame , ak nie píšeme +0, a prejdeme na ďalšie číslo vľavo

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1

Rozdiel: $13-8=5$

Je 8 menej ako 5? Ak áno píšeme +1 a odpočítame , ak nie píšeme +0, a prejdeme na ďalšie číslo vľavo

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1+0,

Rozdiel: $13-8=5$

Pr.: Prevod do 8-vej: alternatíva

4629 v desiatkovej sústave

$1*8=8, 8*8=64, 64*8=512, 512*8=4096, 4096*8=32\ 768$

Je 1 menej ako 5? Ak áno píšeme +1 a odpočítame , ak nie píšeme +0, a prejdeme na ďalšie číslo vľavo

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1+0, 1

Rozdiel: $5-1=4$

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1+0, 1+1

Rozdiel: $4-1=3$

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1+0, 1+1+1

Rozdiel: $3-1=2$

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1+0, 1+1+1+1

Rozdiel: $2-1=1$

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1+0, 1+1+1+1

Rozdiel: $1-1=0$

Pr.: Prevod do 8-vej: alternatíva

4629 v desiatkovej sústave

$1*8=8, 8*8=64, 64*8=512, 512*8=4096, 4096*8=32\ 768$

Nemáme sa kam posunúť, píšeme +0

Výsledok +1+0, +1+0, +0,1+1+0, 1+1+1+1+1+0

Prevod je ukončený.. Výsledok má byť **11025**

Kde je? Ak nevieme, tak urobme sčítania

1,1,0,2,5

Odstráňme pomocné čiarky (aby sme sa nepomýlili)

Pri zvyku ich vynecháme a vieme, že končíme nulou

11025 teda správny výsledok

Pri dvojkovej sústave píšeme namiesto +1 už 1+0,^{38/48}

Pr.: Prevod do binárnej sústavy:

123 / 2 =61	R= 1	LSB (<i>Least significant bit</i>)	123	1	LSB
61 / 2 =30	R= 1		61	1	
30 / 2 =15	R= 0		30	0	
15 / 2 =7	R= 1		15	1	
7 / 2 =3	R= 1		7	1	
3 / 2 =1	R= 1		3	1	
1 / 2 =0	R= 1	MSB (<i>Most significant bit</i>)	1	1	MSB
123 ₁₀ =1111011 ₂			0		

Prevod z číselnej sústavy so základom z do desiatkovej sústavy

Vychádza zo vzťahu pre hodnotu čísla vyjadreného v danom základe číselnej sústavy (zápis hodnoty je formálne zhodný so zápisom čísla v dekadickéj sústave)

$$N_z = a_{n-1}z^{n-1} + a_{n-2}z^{n-2} + \dots + a_1z + a_0$$

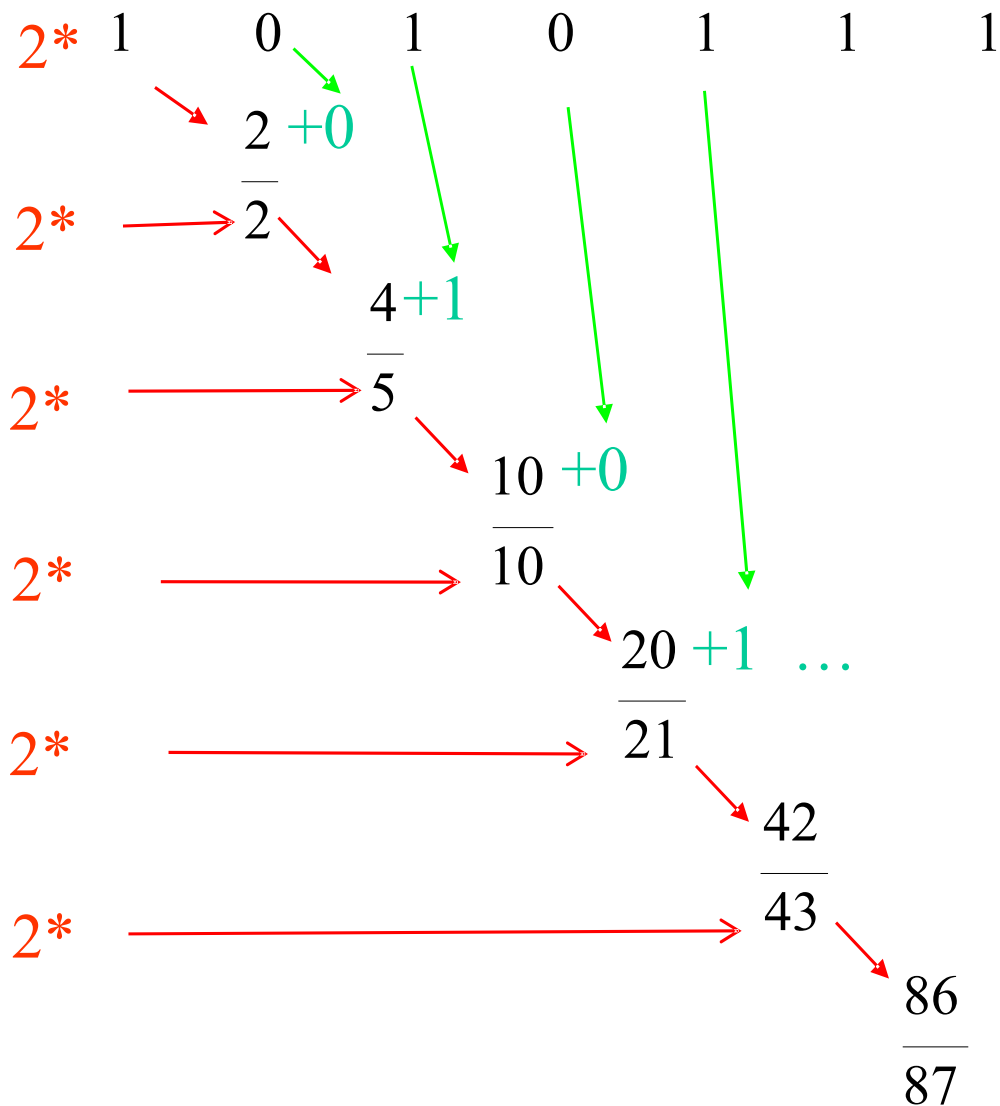
alebo

$$N_z = (\dots(((a_{n-1}z + a_{n-2})z + a_{n-3})z + \dots)z + a_{n-1})z + a_0$$

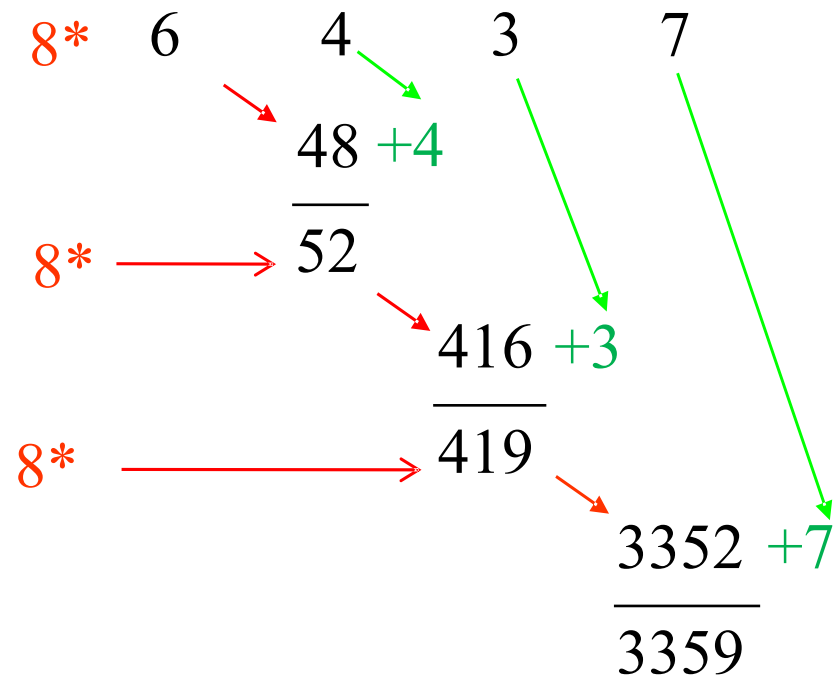
Pr. : Preved'me binárne číslo 1010111 do dekadickéj sústavy

Prvý spôsob :

$$\begin{aligned}(1010111)_2 &= 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = \\ &= 1 * 64 + 0 * 32 + 1 * 16 + 0 * 8 + 1 * 4 + 1 * 2 + 1 * 1 = 87 = 87_{10}\end{aligned}$$



Prevod $(6437)_8$
 do dekadické sústavy :



$$6437_8 = 3359_{10}$$

Prevod z číselnej sústavy so základom z do číselnej sústavy so základom w :

Pri prevode zo sústavy so základom z do číselnej sústavy so základom w sa všeobecne používa schéma

$$N_z \Rightarrow (N_1)_{10} \Rightarrow (N_2)_w$$

Výnimkou sú prevody medzi sústavami pri základe $z = 2^n$

Prevod z binárnej sústavy do oktálnej alebo hexadecimálnej sa vykoná tak, že sa binárne znaky rozdelia „odzadu“ na trojíc alebo štvoríc, a skupiny sa kódujú osobitne

Prevod $()_2 \longrightarrow ()_x$, $x = 8, 16$

Majme binárne číslo: $011\ 0100\ 0111_2$

rozdelíme na trojice

skupiny binárnych číslíc $01\ |\ 101\ |\ 000\ |\ 111$

kódy oktálových číslíc $1\ \ \ 5\ \ \ 0\ \ \ 7$

$(01101000111)_2 = (1507)_8$

rozdelíme na štvorice $011\ |\ 0100\ |\ 0111$

kódy hexadecimálnych číslíc $3\ \ \ \ 4\ \ \ \ 7$

$(01101000111)_2 = (347)_{16}$

Prevod $()_x \longrightarrow ()_2$

Majme $(775)_8$

kódy oktálových číslíc	7	7	5
skupiny binárnych číslíc	111	111	101

$$(775)_8 = (111111101)_2$$

majme $(775)_{16}$

kódy hexadecimálnych číslíc	7	7	5
skupiny binárnych číslíc	0111	0111	0101

$$(775)_{16} = (011101110101)_2$$

V tomto prípade je mechanizmus prevodu založený na prevode cez binárnu sústavu.

Prevod desatinnej časti dekadického čísla do sústavy so základom z

Metóda je založená na postupnom násobení desatinnej časti dekadického N číslom z

$$D * z = M + D_1$$

kde $|D| < 1$; $|D_1| < 1$ a M je celé číslo

(vynásobíme a berieme celú časť desatinnú časť opäť násobíme)

$$N_z = a_{-1}z^{-1} + a_{-2}z^{-2} + \dots + a_{-k}z^{-k}; |N_z| < 1$$

$$N_z * z = a_{-1} + a_{-2}z^{-1} + \dots + a_{-k}z^{-k+1} = a_{-1} + (N_1)_z;$$

a_{-1} je celé číslo a $(N_1)_z < 1$

$$(N_1)_z * z = a_{-2} + a_{-3}z^{-1} + \dots + a_{-k}z^{-k+2} = a_{-2} + (N_2)_z;$$

a_{-2} je celé číslo a $(N_2)_z < 1$

Príklady : Prevedieme číslo $0,12_{10}$ do osmičkovej sústavy,
 číslo $0,6875_{10}$ a $0,1_{10}$ do dvojkovej sústavy

$$\begin{array}{rcl}
 0,12 * 8 = \mathbf{0}, & 96 \\
 0,96 * 8 = \mathbf{7}, & 68 \\
 0,68 * 8 = \mathbf{5}, & 44 \\
 0,44 * 8 = \mathbf{3}, & 52 \\
 0,52 * 8 = \mathbf{4}, & 16 \\
 0,16 * 8 = \mathbf{1}, & 28 \\
 \dots\dots\dots & \\
 0,12_{10} = 0,075341\dots_8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 0,6875 * 2 = \mathbf{1}, & 3750 \\
 0,3750 * 2 = \mathbf{0}, & 7500 \\
 0,7500 * 2 = \mathbf{1}, & 5000 \\
 0,5000 * 2 = \mathbf{1}, & 0000 \\
 0,0000 * 2 = \mathbf{0}, & 0000 \quad \textit{koniec}
 \end{array}$$

$$0,6875_{10} = 0,1011_2$$

0,1000 * 2 = 0 ,	2000
0,2000 * 2 = 0 ,	4000
0,4000 * 2 = 0 ,	8000
0,8000 * 2 = 1 ,	6000
0,6000 * 2 = 1 ,	2000
0,2000 * 2 = 0 ,	4000
0,4000 * 2 = 0 ,	8000
0,8000 * 2 = 1 ,	6000
0,6000 * 2 = 1 ,	2000

$$0,1_{10} = 0,000110011\dots_2 = 0,000\overline{11}_2$$

Dôsledky :

Napr. kód v jazyku C

```
double x;
for ( x = 0; x != 1; x+=0.1){
    }
je nekonečným cyklom !!
```

Preto správne by malo byť :

```
double x;
for ( x = 0; x <=1; x+=0.1){
    }
```

Číslo $0,1_{10}$ sa nedá vyjadriť konečným počtom binárnych čísl !!

Nepozičné číselné sústavy:

V nepozičných číselných sústavách vždy neplatí: $[a_i]_i = (a_i) z^i$

Rímska číselná sústava (najznámejšia nepolyadická sústava).

Skladá sa zo 7 symbolov: **I, V, X, L, C, D, M**.

I \approx 1, **V** \approx 5, **X** \approx 10, **L** \approx 50, **C** \approx 100, **D** \approx 500, **M** \approx 1000.

Zápis: Sprava doľava. Výnimka: Ak zapíšeme číslice **I, X, C** pred väčšiu číslicu, potom menšiu od väčšej odčítame.

Napr.: **MMXMIV** = 1000 + 1000 + (1000 - 10) + (5 - 1) = 2994

Číslice **V, L, D** môžu byť zapísané len raz a číslice **I, X, C** najviac trikrát za sebou. **M** sa môže opakovať ľubovoľne krát.

Napr.: Číslo $(215)_{10}$ zobrazené v rímskej číselnej sústave je zapísané ako číslo **CCXV**

$$[(C)]_3 = 100, [(C)]_2 = 100, [(X)]_2 = 10, [(V)]_0 = 5$$