

ECONOLAB: INTRODUCCIÓN AL MODELADO Y SIMULACIÓN DE TÓPICOS NODALES DE ECONOMÍA

Clase 5 - Modelos de Crecimiento

Docentes: Dr. Igal Kejsefman
Dr. Martín Harracá
Dr. Rodrigo Castro



2do cuatrimestre de 2025
FCEyN - UBA



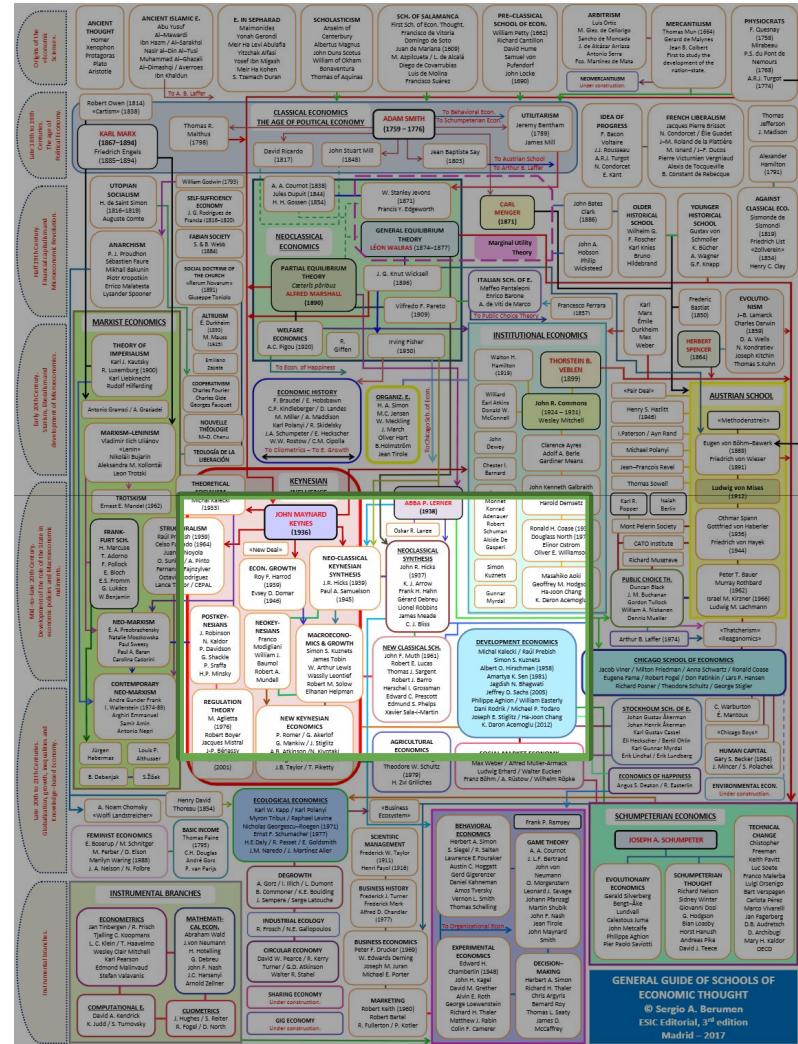
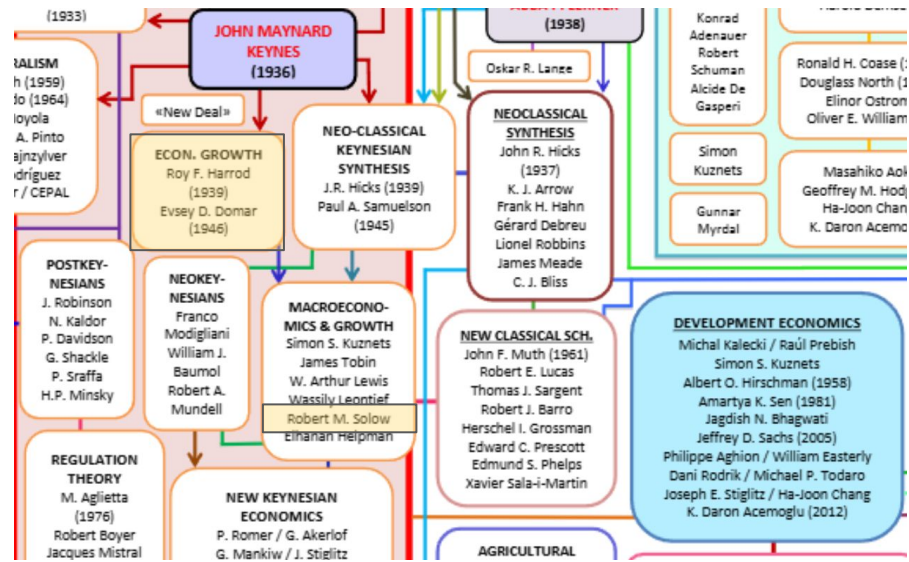
Clase 1.b: temas generales

1. La teoría del crecimiento económico
2. El modelo Keynesiano
3. El modelos Neoclásico

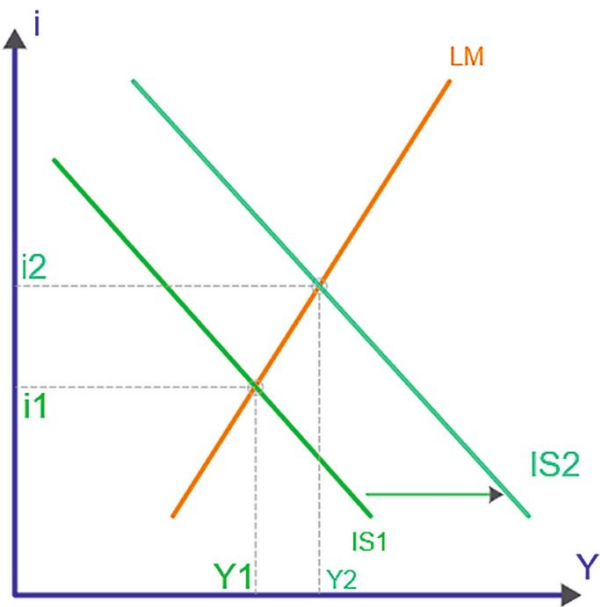
- Bibliografía asociada:
 - a. Solow, R.
 - b. Harrod ()
 - c. Domar ()

Spaghetti economics: Recorrido propuesto en el curso

Unidad 2: Teorías del crecimiento económico, conflicto distributivo e innovación tecnológica



IS-LM: Síntesis NC-K del corto y el largo plazo



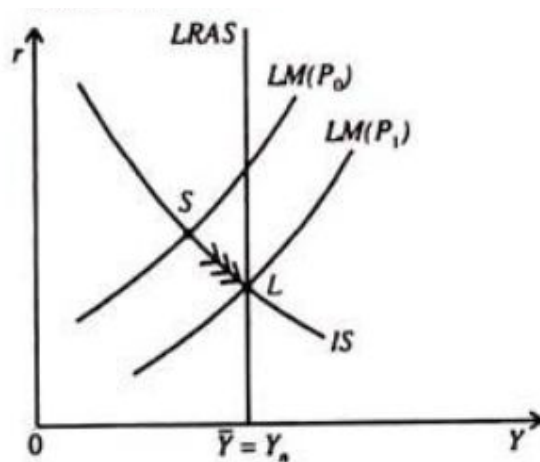
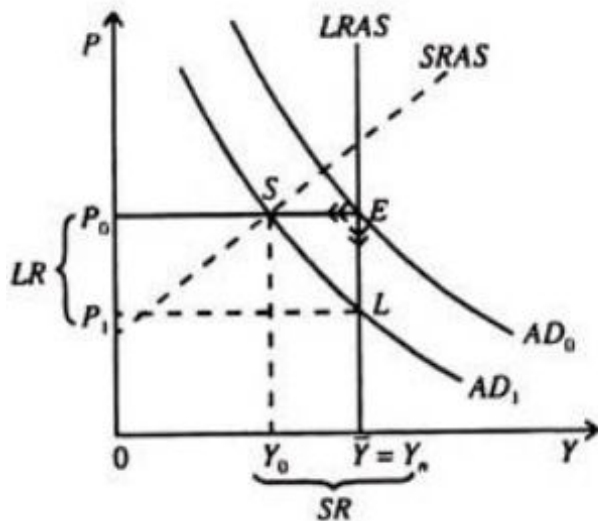
Supuestos de ISLM:

- Corto plazo
- Precios fijos
- Uso de Capacidad Instalada $< 100\%$
- simil caso Keynesiano

IS-LM: Síntesis NC-K del corto y el largo plazo

Extensión al largo plazo:

- Precios flexibles
- Uso de Capacidad Instalada = 100%
- Los Shocks tienen efectos sólo en el corto plazo.



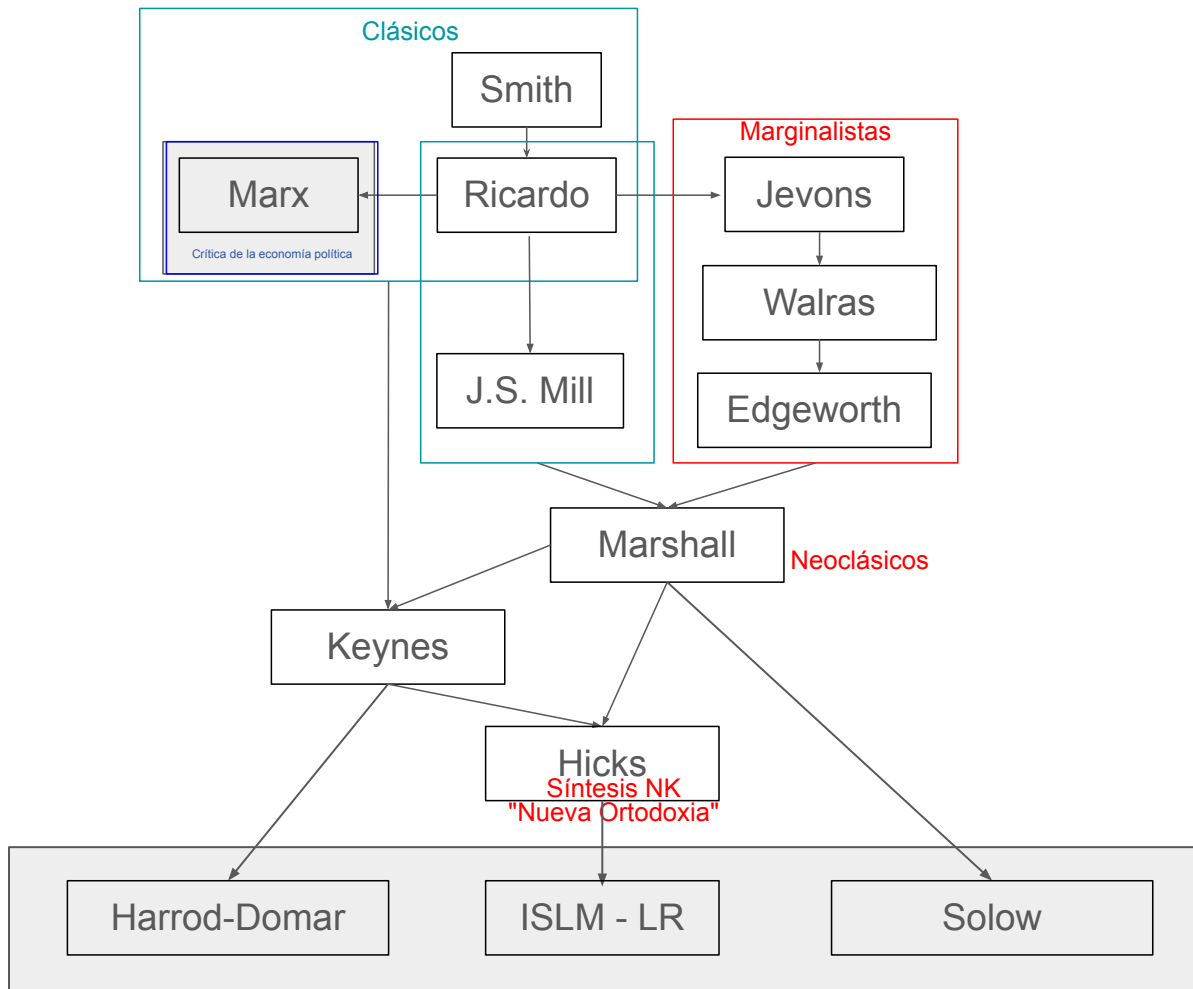
LRAS: Long Run Aggregate Supply
AD: Aggregate Demand
r: interest rate
p: price

La teoría del crecimiento económico

¿Qué pasa con en el largo plazo?

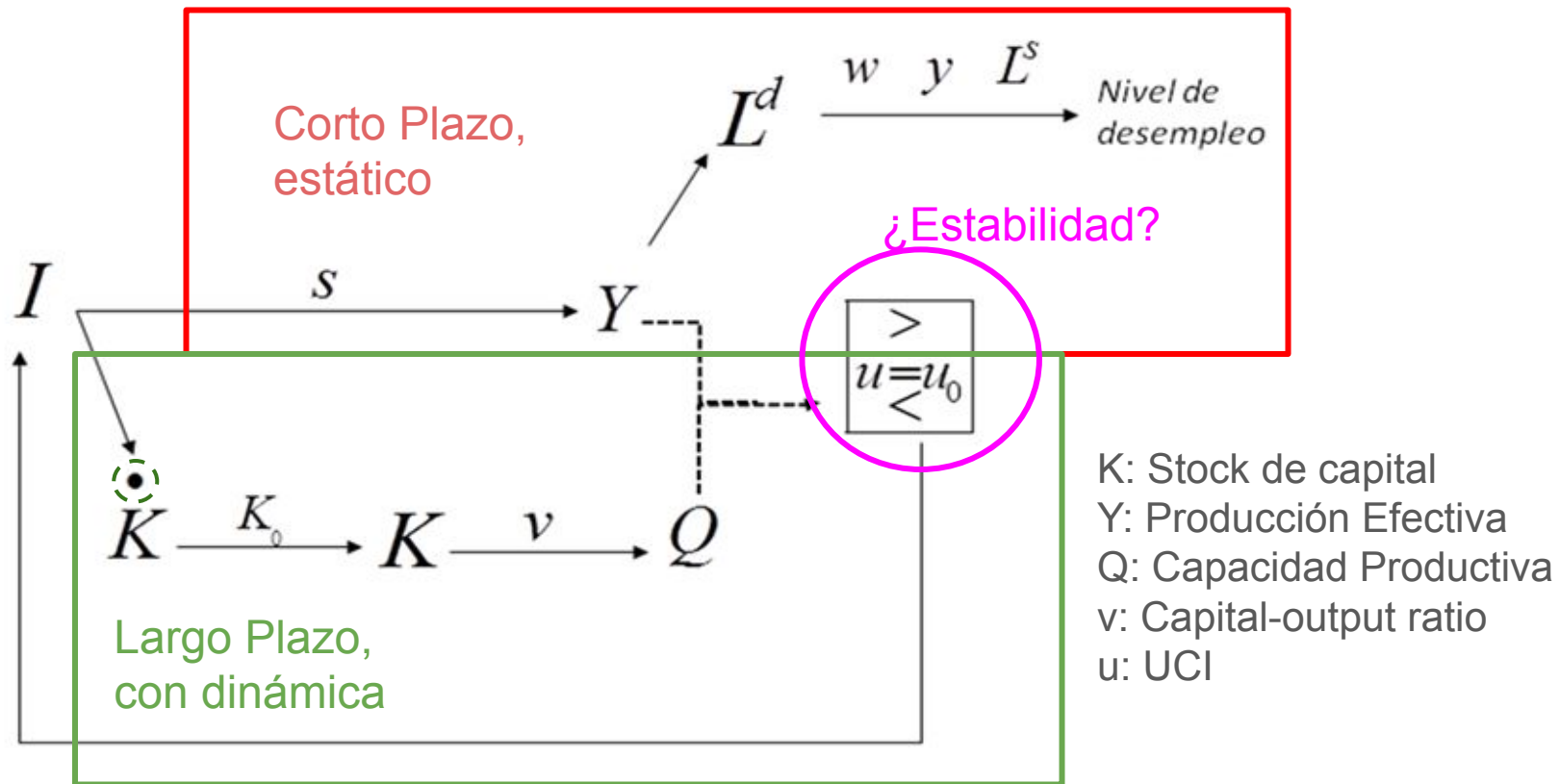


- El producto
- El empleo
- El salario
- La distribución del ingreso
- ... etc.



¿Qué pasa en el largo plazo?

El modelo keynesiano de largo plazo



El modelo keynesiano de largo plazo

- La producción puede crecer siempre que haya mano de obra disponible o capacidad de reorganizar la producción (incrementar la Productividad del trabajo) → NO rige el supuesto “del pleno empleo de los factores”
- No existe un Exceso de Demanda *Generalizado* que explique la inflación
- La Inversión es la decisión principal y es AUTÓNOMA, el ahorro el “residuo” que permite alcanzar ex-post la $I \equiv S$
- ¿Cómo se ajusta el sistema en el largo plazo?

El modelo de Harrod (1939)

El principio del multiplicador

$$(1) \quad Y \equiv C + I$$

Y: producto

$$(1.a) \quad Y - C \equiv S \equiv I$$

C: consumo

I: Inversión

$$(2) \quad S = s \cdot Y$$

s: propensión marginal a ahorrar

El modelo de Harrod (1939)

El principio del acelerador

$$(3) \quad I = v \cdot \dot{y}^*$$

$$\dot{k} = I$$

$$(3.a) \quad v = dk/dy^*$$

$$(3.b) \quad v = K/Y^*$$

Y^* : Producto potencial

dY^* : variación del producto potencial

K : Stock de capital

dk : Variación del stock de capital

v : rel técnica entre Stock de capital y producto potencial (K-O ratio / Leontief)

El modelo de Harrod (1939)

La tasa de crecimiento GARANTIZADA

$$S = s \cdot Y$$

¿Cuál es la tasa de crecimiento de la expansión/contracción de la capacidad instalada que garantiza cubrir la expansión/contracción de la demanda?

$$I = v \cdot \dot{Y}^*$$

Es la tasa de crecimiento ESTABLE de la economía

$$S = I$$

$$s \cdot Y = v \cdot \dot{Y}^*$$

Asume: plena utilización de la capacidad instalada

El modelo de Harrod (1939)

La tasa de crecimiento **GARANTIZADA**

$$\frac{\dot{Y}^*}{Y} = \frac{s}{v}$$

$$g_w \equiv \frac{\dot{Y}^*}{Y} = \frac{s}{v}$$

Si la economía crece a la tasa garantizada:

- El ahorro disponible financia exactamente la inversión deseada (CP)
- Y esa inversión amplía la capacidad productiva en la misma medida que crece la demanda (LP)


El modelo de Harrod (1939)

La tasa de crecimiento EFECTIVA

¿Cuál es la tasa de crecimiento EFECTIVA de la economía dadas las condiciones actuales?

¿Qué pasa si la UCI == 100%

¿Qué pasa si la UCI >< 100%

$$g = g_w \cdot u$$


u : (=UCI) Utilización de la capacidad instalada.
Si UCI = 1 entonces existe un crecimiento equilibrado entre el crecimiento efectivo y el crecimiento garantizado

$$\text{con } g_w = \frac{s}{v}$$

“cuánto crecimiento efectivo puede financiar el ahorro” para cada nivel de utilización

El modelo de Harrod (1939)

La acumulación de capital

Acelerador

$$I = v \cdot \dot{Y}^*$$

Contable

$$\dot{K} = I \Rightarrow \text{Tasa de acumulación de capital}$$

$$g_i \equiv \frac{\dot{K}}{K} = \frac{I}{K}$$

$$g_i = \frac{I}{K} = f(u)$$

Acumulación de
capital (inversión)
en función de la
UCI

$$f'(u) > 0$$

El modelo de Harrod (1939)

Las condiciones de (in)estabilidad

un **equilibrio dinámico estable** requiere
que el crecimiento del producto efectivo
debe coincidir con la acumulación de capital

$$I = S \quad \text{ex-post}$$

$$f(u^*) = g_w \cdot u^*$$

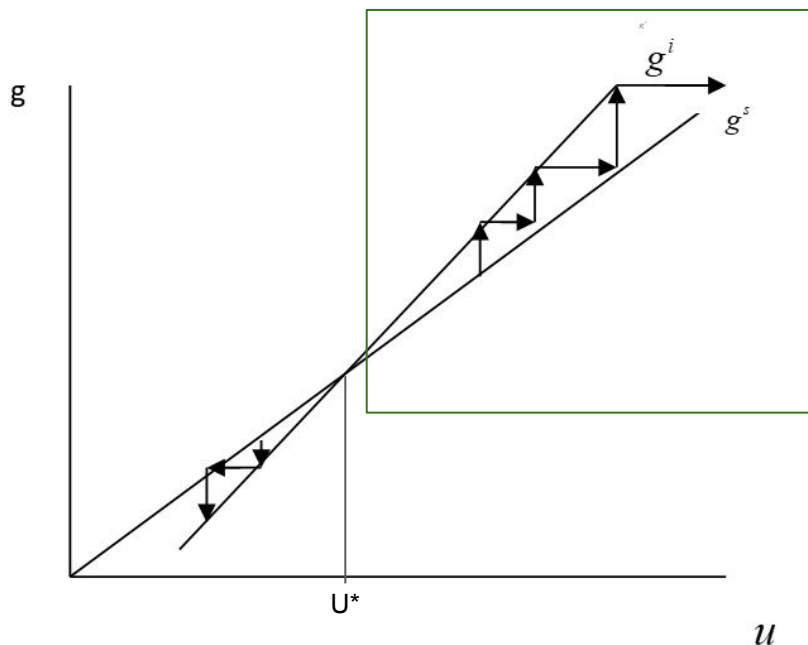
El macro-cierre se
alcanza ajustando
la UCI

DERIVANDO A AMBOS LADOS...

$$f'(u^*) \stackrel{?}{=} g_w \quad \text{ex-ante}$$

El modelo de Harrod (1939)

Caso Inestable



si $u > u^* \rightarrow$ la inversión reacciona más fuerte que el ahorro, la capacidad instalada se acelera

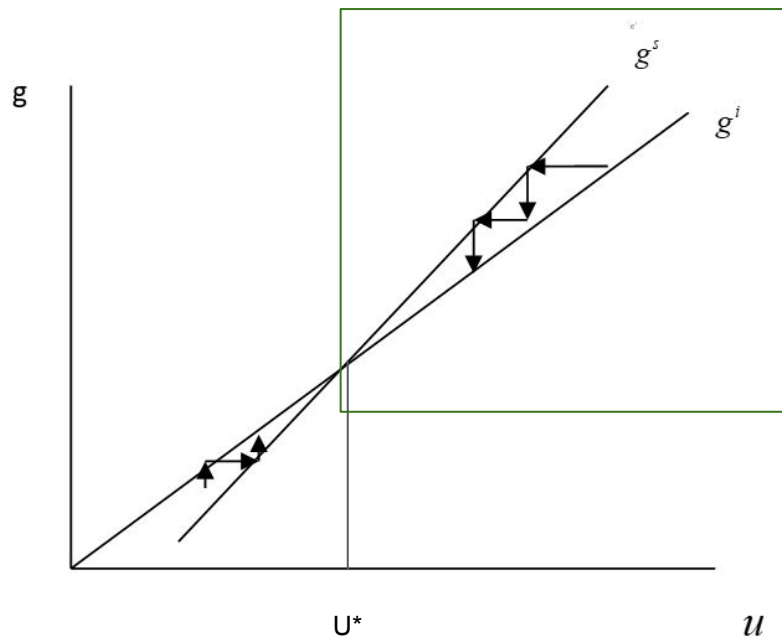
Ex post: inversión = ahorro.

Ex ante: la propensión a invertir es más sensible que la propensión a ahorrar.

Cualquier desviación inicial tiende a amplificarse, **hasta que un freno externo (crisis de balanza, inflación, política económica) detiene el proceso.**

El modelo de Harrod (1939)

Caso Estable



si $u > u^* \rightarrow$ el ahorro reacción más fuerte que la inversión, la capacidad instalada se estabiliza

Ex post: inversión = ahorro.

Ex ante: la propensión a ahorrar es más sensible que la propensión a invertir.

El sistema converge: La dinámica es autoestabilizadora, sin necesidad de un freno externo: Si u sube, el ahorro crece más rápido que la inversión \rightarrow paradoja de la frugalidad \rightarrow los empresarios reducen inversión $\rightarrow u$ baja

El modelo de Harrod (1939)

La tasa de crecimiento **NATURAL**

$$g_n \equiv \frac{\dot{Y}^n}{Y^n} \quad \frac{\dot{Y}^n}{Y^n} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L}$$

Y_n : producto natural

A: progreso técnico (“productividad del trabajo”)

L: Fuerza de trabajo

Si $g_w > g_n$: el equilibrio exige más crecimiento del que permiten la fuerza laboral y la tecnología → inflación, estrangulamiento externo.

Si $g_w < g_n$: el equilibrio ahorro–inversión es demasiado bajo para absorber toda la capacidad laboral y técnica → desempleo, capacidad ociosa

$g = g_w = g_n$ —————> Muy poco probable, Economía
ALTAMENTE INESTABLE

El modelo de Domar (1946)

¿Cuánto debe crecer la inversión para mantener pleno empleo?

Doble rol de la inversión:

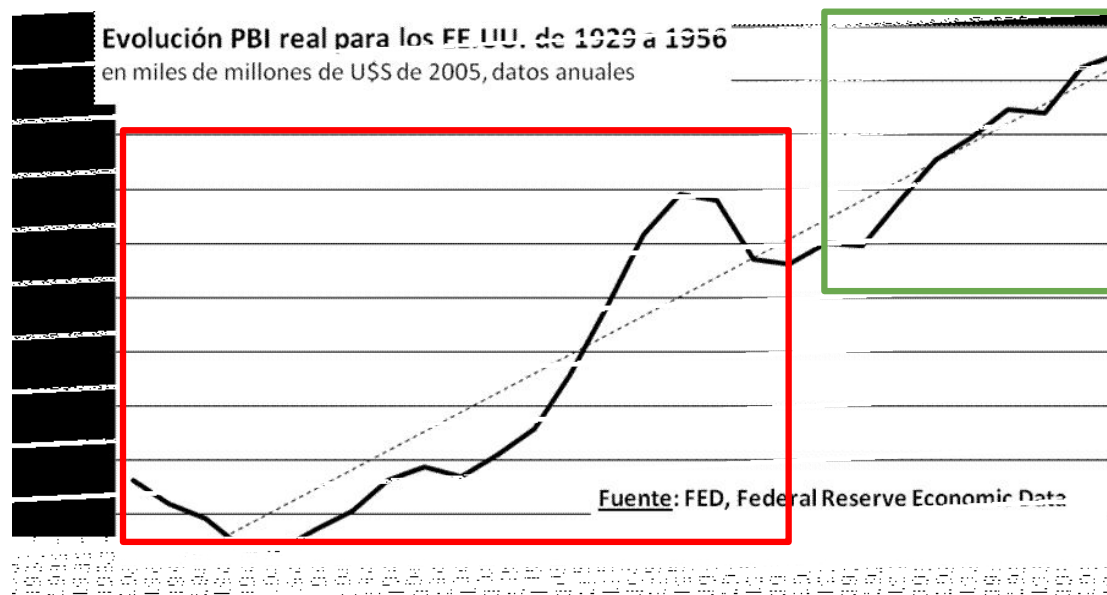
1. **Efecto demanda:** al realizarse, aumenta el gasto y, por lo tanto, el producto en el corto plazo.
2. **Efecto capacidad:** al mismo tiempo, amplía la capacidad productiva futura (aumenta Y^*).

Equilibrio dinámico: la inversión debe crecer a una tasa que iguale estos dos efectos

El modelo de Solow (1956)

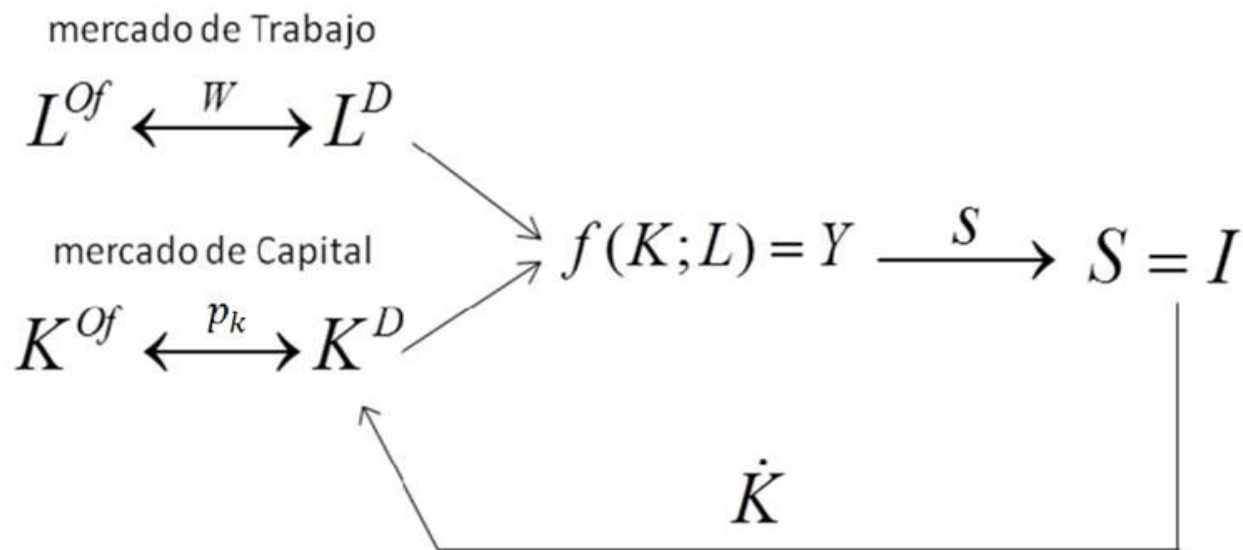
Hicks → Keynes

Solow → Harrod



El modelo de Solow (1956)

La economía impulsada por la oferta



El modelo de Solow (1956)

Crítica a Harrod:

Harrod asume un función de producción de tipo Leontief, de coeficientes fijos. No hay sustitución entre factores.

Solow → función de producción Cobb Douglas:
con $\alpha + \beta = 1$ (Rendimientos ctes a escala)

$$f(L, K) = Y = AL^{\alpha}K^{\beta},$$

$S = I$ (ex-ante y ex-post) → siempre hay equilibrio

El modelo de Solow (1956)

$$\frac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n$$

Fuerza de trabajo crece a tasa n

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = g$$

Productividad del trabajo crece a tasa g

El modelo de Solow (1956)

Con $I = S$

$$S = s * Y \rightarrow I = s * f(K; A * L)$$

$$\dot{K}(t) = I - \delta K$$

$$\dot{K}(t) = sF(K; AL) - \delta K \quad \text{Evolución del stock de capital}$$

El modelo de Solow (1956)

K = Stock de capital

k = Stock de capital normalizado por unidad de trabajo

$$k(t) = \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \xrightarrow{\text{Calculo hat}_k} \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} - \frac{\dot{A}}{A}$$

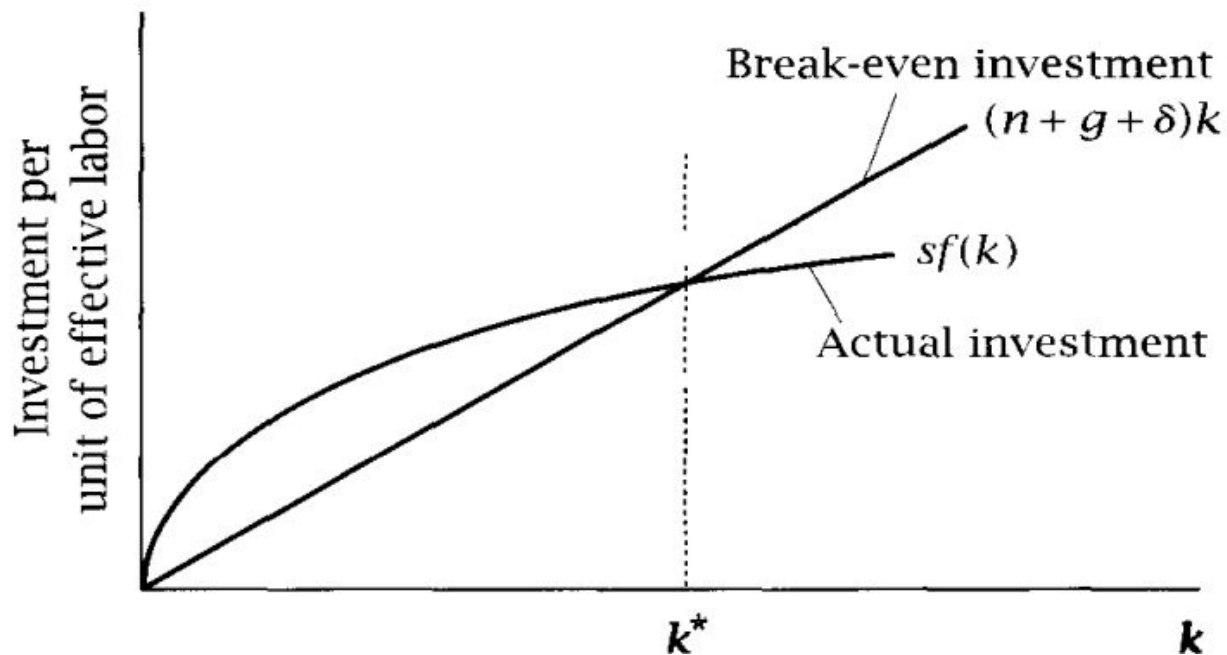
Reemplazo según definiciones anteriores y despejo de \dot{k}

$$\dot{k} = sf(k) - (n + g + \delta)k$$

Inversión por unidad de trabajo efectivo

“pérdidas” a compensar

El modelo de Solow (1956)



$$sf(k^*) = (n + g + \delta)k^*$$

El modelo de Solow (1956)

$$\dot{k} = sf(k) - (n + g + \delta)k$$

$$sf(k^*) \text{ ? } (n + g + \delta)k^* \longrightarrow \dot{k} \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases}$$

$sf(k) > (n + g + \delta)k \rightarrow$ la inversión neta es positiva $\rightarrow k$ crece.

$sf(k) < (n + g + \delta)k \rightarrow$ inversión insuficiente $\rightarrow k$ cae.

El modelo de Solow (1956)

$$\dot{k} = 0 \quad \Rightarrow \quad sf(k^*) = (n + g + \delta)k^*.$$

Estado estacionario \rightarrow k^* es el nivel de capital **por trabajador efectivo** que se mantiene constante

En el el steady state:

\rightarrow **no hay crecimiento (medido por trabajador efectivo) en**

El modelo de Solow (1956)

Por Rendimientos constantes a escala...

Si se multiplica **todos los factores de producción** por el mismo número λ , el producto se multiplica por λ también

$$F(\lambda K, \lambda AL) = \lambda F(K, AL), \quad \forall \lambda > 0.$$

asumimos que $\lambda = 1/AL \cdot L$

$$F\left(\frac{1}{AL}K, \frac{1}{AL} \cdot AL\right) = \frac{1}{AL} F(K, AL)$$

$$F(K, AL) = AL \cdot F\left(\frac{K}{AL}, 1\right)$$

= Y

El modelo de Solow (1956)

$$Y = F(K, AL) = AL \cdot F\left(\frac{K}{AL}, 1\right)$$

en su forma intensiva...

Producto por
trabajador

$$\frac{Y}{AL} = f\left(\frac{K}{AL}\right)$$

Es función del stock de
capital normalizado por
el trabajo ajustado por
productividad (k)

$$y(t) = f(k^*) = y^*$$

El modelo de Solow (1956)

Producto Por trabajador (SIN ajustar por tecnología): el crecimiento depende del progreso técnico:

$$\frac{Y}{L} = y^* \cdot A(t)$$

Crecimiento efectivo del producto:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{d}{dt} \ln Y = \frac{d}{dt} (\ln y^* + \ln A + \ln L) = \underbrace{\frac{d}{dt} \ln y^*}_{=0} + \left(\frac{\dot{A}}{A} \right) + \left(\frac{\dot{L}}{L} \right)$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = g + n$$

El modelo de Solow (1956)

- La principal conclusión es la acumulación de capital fijo (la tasa de ahorro) no explica el crecimiento **en equilibrio**, que depende de la tasa de incremento de la oferta de trabajo y su eficiencia (productividad).
- La inestabilidad de Harrod se resuelve ex-ante ($I=S$)
- Esas son variables exógenas al modelo por lo que el modelo de crecimiento queda explicado... por variables ajenas al modelo de crecimiento.
- El ahorro termina siendo trivial para explicar el crecimiento, esto es un resultado paradójico