Lógica Y Programación

Problemas de λ-Calculus y Lógica Combinatoria

UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Universidad de Granada
Lógica Y Programación

Curso
5to curso

Docente
Francisco Miguel García Olmedo

Autores

Alejandro Egea López
Nicolás Ramírez Rodiles

A fecha de
17 de noviembre de 2025

Índice

Ejercicio 1 (Notación de de Bruijn). *1. Exponga y desarrolle justificadamente el tema de la "Notación de de Bruijn".*
Pistas: *Defina índices de de Bruijn, explique la conversión de variables ligadas a índices (y viceversa), muestre reglas para renombrado (alpha-conversion) y ejemplos resueltos. Discuta ventajas (eliminación del conflicto de nombres) y limitaciones.*

Solución 1.

Ejercicio 2 (Relación entre términos y combinadores K,S)**.** *Demuestre que para todo λ-término N, $\lambda x.x\, K\, N \vdash \lambda x.x\, S\, N$.*
(Nota: recuerde que $S \equiv \lambda xyz.xz(yz)$ y $K \equiv \lambda xy.x$.)

Solución 2.

Ejercicio 3 (Grafo de un término)**.** *Dibuje razonadamente el grafo* $G(WWW)$, *donde* $W \equiv \lambda xy.xyy$.

Solución 3.

Ejercicio 4 (Construcción de término por grafo)**.** *Encuentre razonadamente un λ-término M tal que $G(M)$ sea exactamente:*

Solución 4.

Ejercicio 5 (Punto fijo y combinadores). *Sea el λ-término:*

$$G \equiv \lambda yx : x(yx) \qquad y \qquad M \equiv (\lambda xy : y(xxy))(\lambda xy : y(xxy)).$$

Demostrar:

1. *Demuestre que M es un punto fijo de G.*
2. *Demuestre que si el combinador N es un punto fijo de G, entonces N es un operador de punto fijo.*
3. *Demuestre que M es un combinador de punto fijo.*
4. *Demuestre que si M es un combinador de punto fijo, entonces $M = GM$.*

Solución 5.

Ejercicio 6 (Combinador Y)**.** *Considere el combinador:*

$$Y \equiv \lambda y : (\lambda x : y(xx))(\lambda x : y(xx))$$

y demuestre que $GY = Y$.

Solución 6.

Ejercicio 7 (Sucesión de combinadores). *Considere la sucesión de combinadores $\{Y_n\}_n$ definida para todo número natural n como sigue:*

$$Y_n = \begin{cases} Y, & \textit{si } n = 0, \\ Y_{n-1}G, & \textit{si } n > 0. \end{cases}$$

Demuestre que para todo $n \geq 0$, Y_n es un combinador (o la propiedad que desee demostrar — complete la afirmación según el enunciado original).

Solución 7.

Ejercicio 8 (CL-término)**.** *Encuentre razonadamente el CL-término* $(\lambda xy : xyy)_{CL}$.

Solución 8.

Ejercicio 9 (Relación entre sistemas). *Esquematice la relación entre el sistema λ y la lógica combinatoria.*

Solución 9.