1º Exercício Avaliativo
Planejamento de experimentos

Ariane Hayana Thomé de Farias
João Claudio da Silva Araujo Lobato

01/10/2021

////// Questão 1) A estrutura financeira de uma empresa se refere ao modo como os ativos fixos são divididos em valor líquido e débito, e a alavancagem financeira se refere à porcentagem do ativo fixo por débito. Em um tabalho chamado *The Effect of Financial Leverage on Return* (O efeito da alavancagem financeira nos retorno), Tai Ma, do Instituto Politécnico e Universidade Estadual da Virgínia, afirma que a alavancagem financeira pode ser usada para aumentar o retorno no valor líquido. Em outras palavras, os acionistas podem receber retornos mais altos com a mesma quantia de investimentos por meio do uso de alavancagem. Os dados a seguir mostram os índices de retorno no valor líquido usando três níveis diferentes de alavancagem financeira e um nível de controle (débito zero para 24 empresas selecionadas aleatoriamente.

Alavancagem financeira

Controle	Baixo	Médio	Alto
2.1	6.2	9.6	10.3
5.6	4.0	8.0	6.9
3.0	8.4	5.5	7.8
7.8	2.8	12.6	5.8
5.2	4.2	7.0	7.2
2.6	5.0	7.8	12.0

////// (a) Faça uma análise de variância no nível de significância de 0,05.

Resposta:

> Estatística Descritiva

Para o entendimento das principais medidas descritivas do problema em estudo, faz-se uma breve análise descritiva dos dados:

Alavancagem	Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
Controle	2.10	2.70	4.10	4.38	5.50	7.80
Baixo	2.80	4.05	4.60	5.10	5.90	8.40
Médio	5.50	7.20	7.90	8.41	9.20	12.60
Alto	5.80	6.98	7.50	8.33	9.68	12.00

Note que as maiores médias podem ser observadas nos níveis `Médio` e `Alto`, com valores iguais a `8,41` e `8,33`, assim como as maiores medianas podem ser encontradas nestes. O menor intervalo interquartil pode ser observado no nível `Baixo`, com amplitude de 1,85.

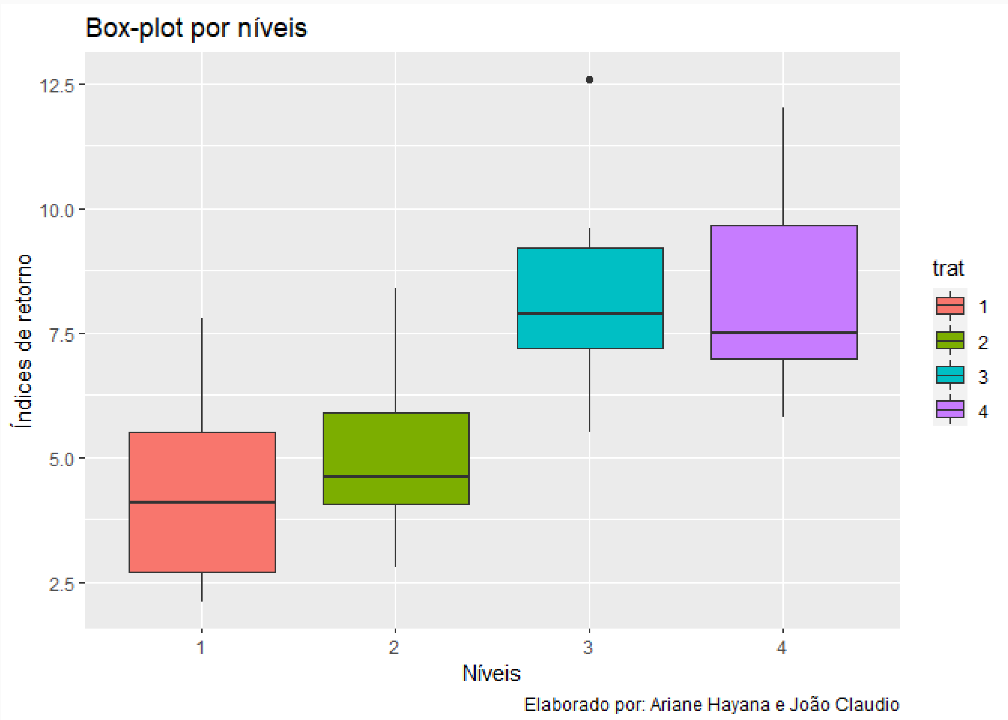
Coeficiente de variação

O coeficiente de variação (CV) é a razão entre o desvio padrão e a média amostral expresso em porcentagem. Assim, quanto menor for o coeficiente de variação, mais homogêneo será o grupo analisado, o que implica em uma menor dispersão em torno da média. Desta forma, considerando cada tratamento analisado, seus respectivos CV serão:

Alavancagem	CV	Classificação
Controle	50.1157	Muito alto (CV >= 30%)
Baixo	38.6429	Muito alto (CV >= 30%)
Médio	29.0875	Alto (20% <= CV < 30%)
Alto	28.0673	Alto (20% <= CV < 30%)

De acordo com os resultados obtidos, observa-se que o nível `Controle` é o que apresenta a maior dispersão em comparação aos demais, se enquadrando na classificação "Muito alto" com 50,11%, ou seja, este apresenta a maior dispersão relativa em torno da média, sendo portanto, o mais heterogêneo entre os níveis, seguido do nível `Baixo`, com 38,64%. As demais variáveis enquadram-se na classificação de "Alto" CV, com resultados próximos de 30%.

Representação gráfica



A comparação gráfica entre os diagramas em caixa (*box-plot*) apresenta um resumo das principais medidas descritivas abordadas anteriormente. Pode-se notar, por exemplo, que o `nível 3` (*Médio*) de alavancagem financeira apresenta um ponto atípico. Quanto à posição, os dados destas variáveis possuem uma mediana nos valores de `4,10`, `4,60`, `7,9` e `7,5`, representadas pelas linhas centrais de cada box-plot. No que se refere a dispersão dos dados, nota-se que as maiores distâncias interquartis (diferença entre o terceiro quartil e o primeiro quartil, ou seja, o tamanho da caixa plotada) são representadas pelo `nível 1` (*Controle*) e `nível 4` (*Alto*).

> Delineamento inteiramente ao acaso

Nesta questão é possível verificar que existem 4 níveis de tratamento (`Controle`, `Baixo`, `Médio` e `Alto`), portanto, $a = 4$ e $n = 6$.

Antes de realizarmos a análise de variância, checaremos alguns **pressupostos** importantes para a continuidade das nossas análises, tais como:

- Normalidade dos Resíduos

Para o teste de *Normalidade dos Resíduos*, utilizamos a função `shapiro.test()`, a qual testaremos a hipótese de normalidade dos resíduos. Caso o valor-p seja maior que 0,05, aceitaremos a hipótese nula de que os resíduos seguem uma distribuição normal.

```
## 
##  Shapiro-Wilk normality test
## 
## data:  resid(fit)
## W = 0.92144, p-value = 0.06286
```

- Homogeneidade de Variância

Para o teste de *Homogeneidade de Variâncias*, utilizamos a função `leveneTest()`. Caso o valor-p seja maior que 0,05, aceitaremos a hipótese nula de que os dados em estudo apresentam homogeneidade de variância.

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##       Df F value Pr(>F)
## group  3  0.0721 0.9742
##       20
```

- Independência

Para verificar se existe algum tipo de correlação (autocorrelação) nos resíduos utiliza-se o `Teste de Durbin-Watson`. Caso o valor-p seja maior que 0,05, aceitaremos a hipótese nula de que nos dados não existe autocorrelação, portanto, podemos afirmar que os resíduos não são autocorrelacionados.

```
## 
##  Durbin-Watson test
## 
## data:  fit
## DW = 2.6069, p-value = 0.8228
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Note que, em todos os testes apresentados *aceitamos* H_0, ou seja, os nossos dados apresentam homogeneidade de variância, os resíduos não são autocorrelacionados e possuem distribuição normal.

- Teste de hipóteses

Agora, testaremos a hipótese de que, ao nível de significância de 0,05, a média dos índices de retorno é a mesma para todos os 4 níveis ou existe uma diferença entre elas. Isto implica que queremos testar se:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

$$H_1 : \text{Pelo menos duas das médias são diferentes}$$

O passo seguinte consiste em realizar a análise de variância e, para tanto, será necessário inicialmente encontrar os valores da Soma de Quadrado de Tratamento (SQTrat), Soma de Quadrado de Resíduo (SQRes) e Soma de Quadrado Total (SQTot) e seus respectivos graus de liberdade. Posteriormente, calcula-se o Quadrado Médio dos Tratamentos (QMTrat), Quadrado Médio dos Resíduos (QMR) e o Quadrado Médio Total (QMT). Na etapa final, calcula-se o valor da estatística F e o valor-p para que possamos testar as hipóteses.

Para calcular as Somas de Quadrados (Total, Tratamento e Resíduos), é preciso conhecer os resultados das médias dos tratamentos, bem como a média geral de todos os níveis. Nesta etapa, utilizou-se o software estatístico `R` e obteve-se os seguintes resultados:

$$\bar{y}_1. = 4,383333$$

$$\bar{y}_2. = 5,100000$$

$$\bar{y}_3. = 8,416667$$

$$\bar{y}_4. = 8,333333$$

$$\bar{y}.. = 6,558333$$

Na etapa seguinte, utilizando a função `aov` do `R`, obtemos os seguintes resultados para a análise de variância (ANOVA):

```
##             Df Sum Sq Mean Sq F value  Pr(>F)   
## trat         3  80.77  26.923   5.338 0.00726 **
## Residuals   20 100.87   5.044                   
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Onde:

> Soma de Quadrado de Tratamento (SQTrat)

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_i. - \bar{y}..)^2$$

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}(\bar{y}_i. - 6,558333)^2 = 80,77$$

Com $Gl_{trat} = a - 1$, obtemos o grau de liberdade para os tratamentos igual a $Gl_{trat} = 4 - 1$, portanto, $Gl_{trat} = 3$.

> Soma de Quadrado de Resíduo (SQRes)

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \bar{y}_i.)^2$$

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}(y_{ij}-\bar{y}_{i\cdot})^2=100,87$$

Com $Gl_{res}=a(n-1)$, obtemos o grau de liberdade para os resíduos igual a $Gl_{res}=4(6-1)$, portanto, $Gl_{res}=20$.

> Soma de Quadrado Total (SQTot)

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij}-\bar{y}_{\cdot\cdot})^2$$

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{6}(y_{ij}-6,558333)^2=181,64$$

Com $Gl_{trat}=3$ e $Gl_{res}=20$, obtemos o grau de liberdade total igual a $Gl_{total}=Gl_{trat}+Gl_{res}$, portanto, $Gl_{total}=3+20$, que será $Gl_{total}=23$.

> Quadrado Médio dos Tratamentos (QMTrat)

$$QMTrat=\frac{SQTrat}{(a-1)}\Rightarrow\frac{80.77}{(4-1)}\Rightarrow 26.923$$

> Quadrado Médio dos Resíduos (QMR)

$$QMR=\frac{SQRes}{a(n-1)}\Rightarrow\frac{100.87}{4(6-1)}\Rightarrow 5.044$$

> Quadrado Médio Total (QMT)

$$QMT=QMTrat+QMR\Rightarrow 31.967$$

> Estatística F_0

$$F_0=\frac{QMTrat}{QMR}\Rightarrow 5.338$$

> $Valor-p$

Este resultado foi obtido no `R` utilizando a seguinte função:

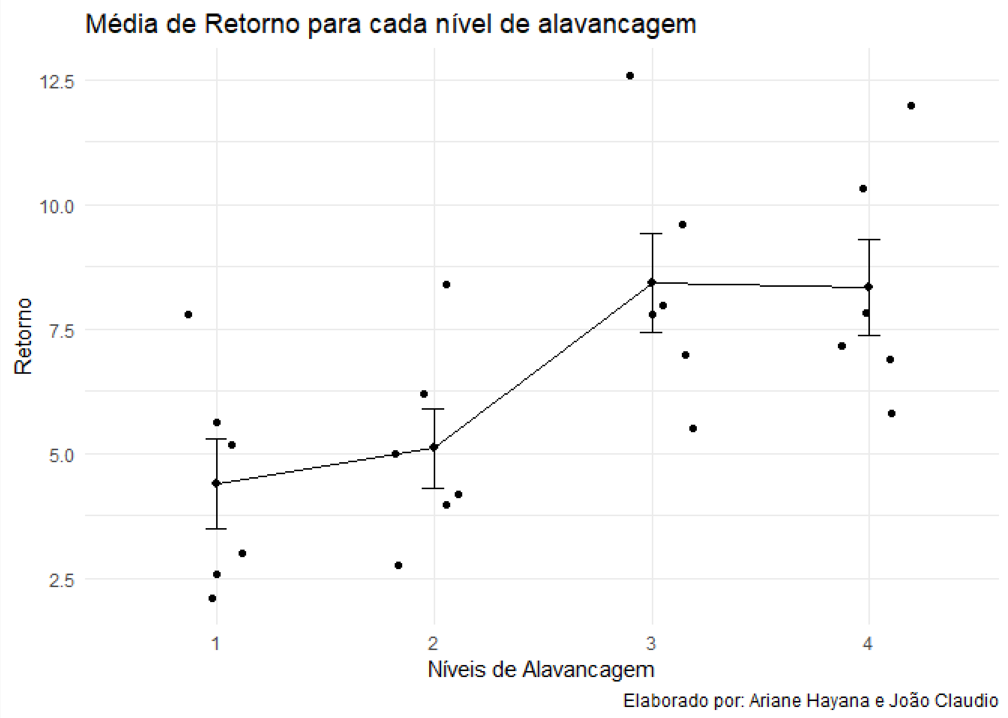
```
round(pf(5.338,3,20,lower.tail = F),5)
```

```
## [1] 0.00726
```

Desta forma, com os resultados obtidos é possível criar a tabela ANOVA:

Causas de variação	Gl	SQ	QM	F_0	Valor-p
Tratamento	3	80,77	26,923	5,338	0,00726
Resíduos	20	100,87	5,044		
Total	23	181,64	31,967		

Portanto, considerando um $\alpha = 0,05$ e o valor-p obtido de $0,00726$, podemos concluir que $valor - p < \alpha$, portanto, **rejeitamos a hipótese nula**, o que implica dizer que há evidências de que pelo menos uma média difere das demais nos diferentes níveis de alavancagem.



Alavancagem:	Controle	Baixo	Médio	Alto
Média:	4,38	5,10	8,41	8,33

Com o teste ANOVA realizado e, com os gráficos e tabelas acima, é possivel notar que as alavancagens `Controle` e `Baixo` apresentam retornos menores que os demais níveis, com a alavancagem no nível `Baixo`, trazendo um pouco mais de retorno que a `Controle`. Já as alavancagens `Média` e `Alta` apresentam um retorno similar entre si. Em suma, podemos ver que, quanto maior o nível de alavancagem, maior é o retorno, mas quando olhamos para o nível de alavancagem médio e alto, ambos não aparentam possuir grande diferença entre os seus retornos.

(b) Use o teste de Dunnett no nível de significância de 0,01, para determinar se a média das taxas de retorno no valor líquido, nos níveis baixo, médio e alto de alavancagem financeira, é maior do que o nível de controle.

Respostas:

Utilizando o teste de Dunnett, considerando que o `tratamento 1` é um controle, temos que $a = 4$, $a - 1 = 3$, $f = 20$, $n_i = n = 6$. Considerando um $\alpha = 0,01$, assim, $d_{0,01}(3,20) = 3,29$ (valor consultado no Apêndice - Tabela VI). Então, testaremos as hipóteses:

$$H_0 : \mu_i = \mu_a$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_a$$

Assim,

$$d_{0,01}(3,20)\sqrt{\frac{2 \times QMR}{n}} = 3,29\sqrt{\frac{2 \times (5,044)}{6}} = 4,266019$$

Implementado no `R`:

```
QMR <- 5.044
n <- 6
result <- sqrt((2*QMR)/n)
3.29*result
```

```
## [1] 4.266019
```

Utilizando a função `glht` do pacote `multcomp`, obtemos as diferenças $d_i = |\bar{y_i} - \bar{y_a}|$, conforme resultados abaixo:

```
summary(glht(fit, linfct = mcp(trat = "Dunnett")))
```

```
##
##   Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses
##
## Multiple Comparisons of Means: Dunnett Contrasts
##
##
## Fit: aov(formula = resp ~ trat, data = dados)
##
## Linear Hypotheses:
##            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## 2 - 1 == 0   0.7167     1.2966   0.553   0.9017
## 3 - 1 == 0   4.0333     1.2966   3.111   0.0147 *
## 4 - 1 == 0   3.9500     1.2966   3.046   0.0171 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## (Adjusted p values reported -- single-step method)
```

Portanto,

$$d_1 = 2 \text{ vs } 1 \Rightarrow 0,553$$

$$d_2 = 3 \text{ vs } 1 \Rightarrow 3,111$$

$$d_3 = 4 \text{ vs } 1 \Rightarrow 3,046$$

Assim, considerando que todos os valores de $d_i < 4,266019$, **não rejeitamos** H_0, ao nível de significância de $\alpha = 0,01$, portanto, podemos concluir que média das taxas de retorno no valor líquido, nos níveis baixo, médio e alto de alavancagem financeira **não** são significativamente maiores que o nível de controle.

////// **Questão 2) Os dados da tabela a seguir representam o número de horas de alívio para cinco marcas diferentes de comprimidos para dor de cabeça, administrados em 25 indivíduos com febre de 38 °C ou mais. Faça uma análise de variância e teste a hipótese, no nível de significância de 0,05, de que a média do número de horas de alívio fornecidas pelos comprimidos é a mesma para todas as cinco marcas. Discuta os resultados.**

$$Comprimido$$

A	B	C	D	E
5.2	9.1	3.2	2.4	7.1
4.7	7.1	5.8	3.4	6.6
8.1	8.2	2.2	4.1	9.3
6.2	6.0	3.1	1.0	4.2
3.0	9.1	7.2	4.0	7.6

Resposta:

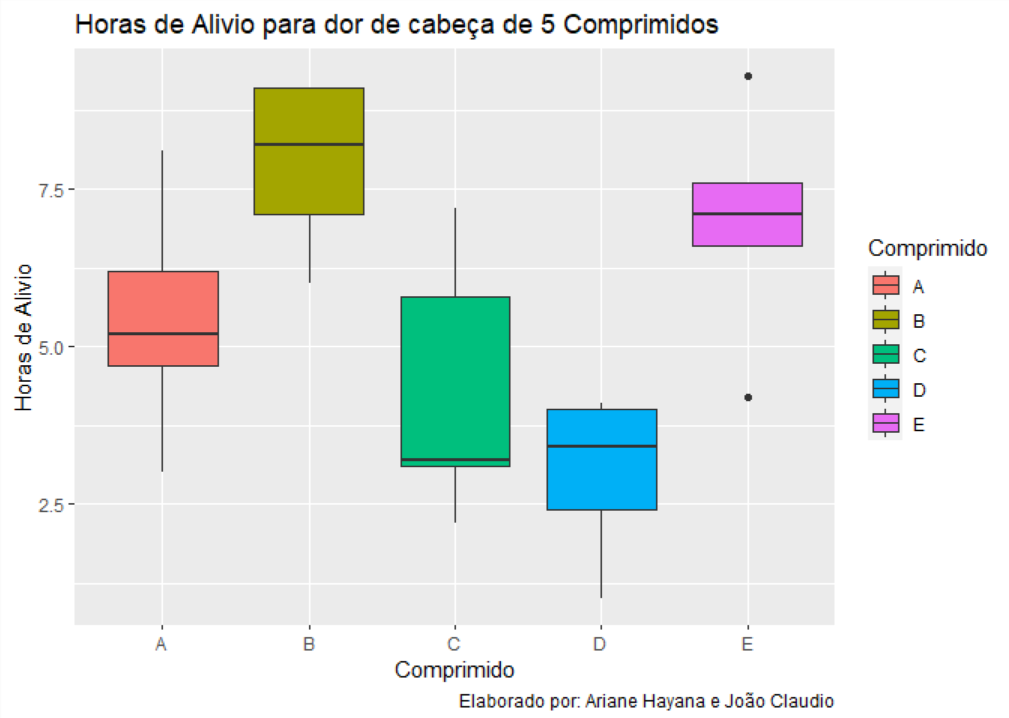
> Estatística Descritiva

Antes de tudo, vamos dar uma rápida explorada nos nossos dados:

Comprimido	Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
A	3.00	4.70	5.20	5.44	6.20	8.10
B	6.0	7.1	8.2	7.9	9.1	9.1
C	2.2	3.1	3.2	4.3	5.8	7.2
D	1.00	2.40	3.40	2.98	4.00	4.10
E	4.20	6.60	7.10	6.96	7.60	9.30

É possível perceber que as maiores médias podem ser observadas nos comprimidos `B` e `E`, com valores iguais a `7,9` e `6,96`, assim como as maiores medianas podem ser encontradas nestes. O menor intervalo interquartil pode ser observado no comprimido `E`, com amplitude igual a 1.

> Representação gráfica



Através das medidas de resumo e a representação gráfica com o Box-plot, podemos observar que o `Comprimido D` detém o valor mínimo global enquanto o `Comprimido E` possui o valor máximo global. Todos os comprimidos apresentam valores relativamente distantes para a sua mediana, com exceção dos `Comprimidos C e D`, que estão mais próximos. O `Comprimido E` revela a presença de duas observações atípicas.

> Delineamento inteiramente ao acaso

Agora, testaremos a hipótese, ao nível de significância de 5%, de que a média do número de horas de alívio fornecida pelos comprimidos é a mesma para todas as 5 marcas. No entanto, antes de aplicarmos a ANOVA, checaremos alguns **pressupostos** importantes para a continuidade das nossas análises, tais como:

- Normalidade dos Resíduos

Para o teste de *Normalidade dos Resíduos*, utilizamos a função `shapiro.test()`, a qual testaremos a hipótese de normalidade dos resíduos. Caso o valor-p seja maior que 0,05, aceitaremos a hipótese nula de que os resíduos seguem uma distribuição normal.

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  resid(fit)
## W = 0.97455, p-value = 0.7606
```

- Homogeneidade de Variância

Para o teste de *Homogeneidade de Variâncias*, utilizamos a função `leveneTest()`. Caso o valor-p seja maior que 0,05, aceitaremos a hipótese nula de que os dados em estudo apresentam homogeneidade de variância.

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##       Df F value Pr(>F)
## group  4  0.1939 0.9387
##       20
```

- Independência

Para verificar se existe algum tipo de correlação (autocorrelação) nos resíduos utiliza-se o `Teste de Durbin-Watson`. Caso o valor-p seja maior que 0,05, aceitaremos a hipótese nula de que nos dados não existe autocorrelação, portanto, podemos afirmar que os resíduos não são autocorrelacionados.

```
## 
##  Durbin-Watson test
## 
## data:  fit
## DW = 3.0117, p-value = 0.9764
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Note que, em todos os testes apresentados *aceitamos* H_0, ou seja, os nossos dados apresentam homogeneidade de variância, os resíduos não são autocorrelacionados e possuem distribuição normal.

Na próxima etapa partiremos para a análise de variância (`ANOVA`), cujas hipóteses consideradas são as seguintes:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$

H_1 : Pelo menos uma das média é diferente

Através do cálculo de forma manual, obtemos o seguinte valor-p:

```
## [1] 0.001497104
```

Fazendo através da função `aov` no `R`:

```
fit=aov(dados$Horas~dados$Comprimido)
summary(fit)
```

```
##                  Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)   
## dados$Comprimido  4  78.42  19.605   6.587 0.0015 **
## Residuals        20  59.53   2.977                  
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Como podemos observar, tanto no modelo feito de forma manual quanto usando a função `aov` no `R`, o nosso valor-p é menor que nosso nível de significância pré-estabelecido, $0,0015 < 0,05$, portanto, temos evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese nula e aceitar a hipótese alternativa, ou seja, podemos concluir que o número médio em horas de alívio fornecidas difere em pelo menos uma das 5 marcas de comprimidos.

Questão 3) Use um teste de Tukey, com nível de significância de 0,05, para analisar as médias das cinco marcas diferentes de comprimidos para dor de cabeça do exercício anterior.

Resposta:

Com base nos resultados apresentados anteriormente, os quais vimos que há uma diferença no número de horas de alívio entre os comprimidos, abordaremos nesta questão quais os comprimidos que diferem entre si utilizando o `teste de Tukey`.

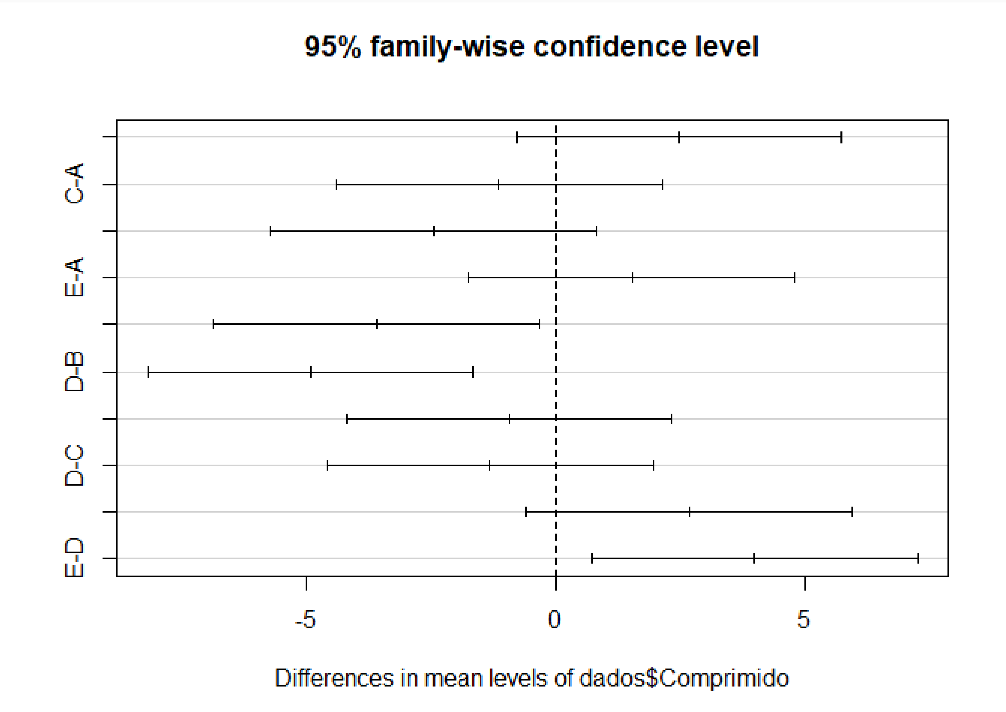
Para o teste supracitado são consideradas as seguintes hipóteses:

$H_0 : \mu_i = \mu_k$

H_1 : Pelo menos um par das médias é desigual

O resultado do teste utilizando a função `TukeyHSD()` é dado abaixo:

```
##   Tukey multiple comparisons of means
##     95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = dados$Horas ~ dados$Comprimido)
##
## $`dados$Comprimido`
##      diff        lwr        upr     p adj
## B-A  2.46 -0.8051729  5.7251729 0.2008969
## C-A -1.14 -4.4051729  2.1251729 0.8316288
## D-A -2.46 -5.7251729  0.8051729 0.2008969
## E-A  1.52 -1.7451729  4.7851729 0.6388660
## C-B -3.60 -6.8651729 -0.3348271 0.0263060
## D-B -4.92 -8.1851729 -1.6548271 0.0017871
## E-B -0.94 -4.2051729  2.3251729 0.9075147
## D-C -1.32 -4.5851729  1.9451729 0.7459521
## E-C  2.66 -0.6051729  5.9251729 0.1459720
## E-D  3.98  0.7148271  7.2451729 0.0123477
```



Comprimido:	A	B	C	D	E
Média	5,44	7,9	4,3	2,98	6,96

Através do Teste de Tukey e do valor-p fornecido para a comparação de cada um dos comprimidos e com os gráficos e tabela acima, podemos destacar as diferenças significativas entre:

- `Comprimido C` x `Comprimido B`, com o comprimido B oferecendo maiores horas de alívio.
- `Comprimido D` x `Comprimido B` , com o comprimido B oferecendo maiores horas de alívio.
- `Comprimido E` x `Comprimido D` , com o comprimido E oferecendo maiores horas de alívio.