3º Exercício Avaliativo
Planejamento de experimentos

Ariane Hayana Thomé de Farias
João Claudio da Silva Araujo Lobato

09/11/2021

Questão 1) Quatro fatores influenciam o sabor de um refrigerante: tipo de adoçante (A), razão de xarope e água (B), nível de carbonatação (C) e temperatura (D). Cada fator pode ser corrido em dois níveis, produzindo um planejamento 2^4. Em cada corrida do planejamento, amostras de refrigerante são dadas a 20 pessoas para testar. Cada pessoa atribui uma pontuação de 1 a 10 ao refrigerante. A pontuação total é a variável de resposta e o objetivo é encontrar uma formulação que maximize a pontuação total. Duas réplicas desse planejamento são corridas e os resultados são mostrados aqui. Analise os dados e tires as conclusões. Use $\alpha = 0,05$ nos testes estatísticos.

Diante dos dados disponíveis para elaboração da questão, o primeiro passo consiste em organizar os dados, colocando todos os pontos experimentais e suas respectivas repetições. Note que, neste exercício serão estudados $k = 4$ fatores, cada um deles com 2 níveis, totalizando $p = 16$ pontos experimentais. Para organizar as informações em tabela, utiliza-se a nomenclatura alfabética, considerando todas as combinações possíveis. Desta forma, a matriz do modelo com o vetor de resposta será:

n	I	A	B	C	D	A.B	A.C	B.C	A.D	B.D	C.D	A.B.C	A.B.D	A.C.D	B.C.D	A.B.C.D	resposta
0000	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	159
1000	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	168
0100	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	158
1100	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	166
0010	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	175
1010	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	179
0110	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	173
1110	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	179
0001	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	164
1001	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	187
0101	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	163
1101	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	185
0011	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	168
1011	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	197
0111	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	170
1111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	194
0000	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	163
1000	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	175
0100	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	163
1100	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	168
0010	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	178
1010	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	183

n	I	A	B	C	D	A.B	A.C	B.C	A.D	B.D	C.D	A.B.C	A.B.D	A.C.D	B.C.D	A.B.C.D	resposta
0110	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	168
1110	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	182
0001	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	159
1001	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	189
0101	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	159
1101	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	191
0011	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	174
1011	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	199
0111	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	174
1111	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	198

Para realizarmos a análise de variância, precisamos calcular a Soma dos Quadrados, Quadrado Médio e a estatística F. As somas de quadrados, $SQ_A, SQ_B \ldots$, podem ser obtidas por meio da soma de quadrados de contraste. A fórmula utilizada será:

$$SQ_c = \frac{C^2}{n\sum_i c_i^2}$$

Desta forma, com o auxílio computacional do `R`, temos os seguintes resultados para cada contraste:

	A	B	C	A.B	A.C	B.C	A.D	B.D	C.D	A.B.C	A.B.D	A.C.D	B.C.D	A.B.C.D	Resíduos
SQ	2312	21.12	946.13	0.13	3.13	0.50	666.12	12.50	12.50	4.50	2	0	0.13	21.13	153

E com a Soma de Quadrados Totais e Soma de resíduos obtidas desta forma:

Soma de Quadrados Totais:

$$\sum_{i=1}\sum_{j=1}\sum_{k=1} y_{ijk\cdot}^2 - \frac{y\ldots^2}{abn}$$

com $abn - 1$ Graus de Liberdade

Soma de Resíduos:

$$SQ_{Ress} = SQ_{TOTAL} - SQ_A - SQ_B - SQ_C - SQ_D - SQ_{AB}\ldots - SQ_{ABCD}$$

com $ab(n-1)$

Substituindo os totais das combinações nas somas de quadrados, os graus de liberdade e quadrado médio temos:

```
##            g.l       SQ       QM      F0
## A            1 2312.000 2312.000 241.841
## B            1   21.125   21.125    2.21
## C            1  946.125  946.125  98.967
## D            1  561.125  561.125  58.695
## A:B          1    0.125    0.125   0.013
## A:C          1    3.125    3.125   0.327
## B:C          1    0.500    0.500   0.052
## A:D          1  666.125  666.125  69.678
## B:D          1   12.500   12.500   1.308
## C:D          1   12.500   12.500   1.308
## A:B:C        1    4.500    4.500   0.471
## A:B:D        1    2.000    2.000   0.209
## A:C:D        1    0.000    0.000       0
## B:C:D        1    0.125    0.125   0.013
## A:B:C:D      1   21.125   21.125    2.21
## Resíduos    16  153.000    9.560      NA
```

Para o nosso teste, as hipóteses de interesses são as seguintes:
$H_0 : \tau_i = 0$ vs $H_1 : \tau_i \neq 0$

$H_0 : \beta_j = 0$ vs $H_1 : \beta_i \neq 0$

$H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0$ vs $H_1 : (\tau\beta)_{ij} \neq 0$

Agora através da Anova(), temos os seguintes resultados:

```
anova(a2k)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: resposta
##           Df  Sum Sq Mean Sq  F value    Pr(>F)    
## A          1 2312.00 2312.00 241.7778 4.451e-11 ***
## B          1   21.12   21.12   2.2092    0.1566    
## C          1  946.13  946.13  98.9412 2.958e-08 ***
## D          1  561.13  561.13  58.6797 9.692e-07 ***
## A:B        1    0.13    0.13   0.0131    0.9104    
## A:C        1    3.13    3.13   0.3268    0.5755    
## B:C        1    0.50    0.50   0.0523    0.8220    
## A:D        1  666.12  666.12  69.6601 3.187e-07 ***
## B:D        1   12.50   12.50   1.3072    0.2697    
## C:D        1   12.50   12.50   1.3072    0.2697    
## A:B:C      1    4.50    4.50   0.4706    0.5025    
## A:B:D      1    2.00    2.00   0.2092    0.6536    
## A:C:D      1    0.00    0.00   0.0000    1.0000    
## B:C:D      1    0.13    0.13   0.0131    0.9104    
## A:B:C:D    1   21.13   21.13   2.2092    0.1566    
## Residuals 16  153.00    9.56                      
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Com base nos resultados acima, vemos que para o tipo de adoçante (A), nível de carbonatação (C) e temperatura (D) rejeitamos H_0 pois temos um valor p abaixo do nosso nível de significância.