План (в последствии - содержаниие)

Введение (что и зачем)

1. Афинные преобразования
2. Детектор углов
3. Детектор граней
4. Реализация

4.1. …

Заключение (мы получили бла-бла-бла)

Введение

Потом)

1. Аффинные преобразования

Для того, чтобы отобразить трёхмерное облако точек на экране, воспользуемся Аффинными преобразованиями.

*Аффинное* преобразование (от [лат.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA)*affinis* — соприкасающийся, близкий, смежный) — отображение плоскости или пространства в себя, при котором параллельные прямые переходят в параллельные прямые, пересекающиеся в пересекающиеся, скрещивающиеся в скрещивающиеся.

Аффинное преобразование *f: Rn →Rn* есть преобразование вида

где ~M — [обратимая матрица](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BC%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%86%D0%B0) (неособенный [аффинор](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%84%D1%84%D0%B8%D0%BD%D0%BE%D1%80)) и .

Иначе говоря, преобразование называется аффинным, если его можно получить следующим образом:

1. Выбрать «новый» [базис](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%B7%D0%B8%D1%81) пространства с «новым» [началом координат](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%87%D0%B0%D0%BB%D0%BE_%D0%BA%D0%BE%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82) *v*
2. Каждой точке xпространства поставить в соответствие точку f(x), имеющую те же координаты относительно «новой» системы координат, что и xв «старой».

Свойства аффинного преобразования:

1. При аффинном преобразовании прямая переходит в прямую.
   1. Если размерность пространства *n* ≥ 2, то любое преобразование пространства (то есть [биекция](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B8%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F) пространства на себя), которое переводит прямые в прямые, является аффинным. Это определение используется в [аксиоматическом](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BE%D0%BC%D0%B0) построении [аффинной геометрии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%84%D1%84%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F)
2. Аффинные преобразования образуют [группу](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D1%83%D0%BF%D0%BF%D0%B0_%28%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%29) относительно [композиции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D0%BE%D0%B7%D0%B8%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B9).
3. Любые три точки, не лежащие на одной прямой и их образы соответственно (не лежащие на одной прямой) однозначно задают аффинное преобразование плоскости.

Аффинное преобразование можно представить как матрицу перехода в однородных координатах.

В декартовых координатах любое аффинное преобразование будет иметь вид:

На практике удобно задавать аффинное преобразование одной матрицей. При этом используются однородные координаты:

Заметим, что первые три значения последней строки равны в матрице преобразования 0. Это **необходимое** **условие** того, что преобразование будет аффинным. В общем случае произвольная матрица размера 4x4 задает проективное преобразование. Такие преобразования используются для проецирования трехмерной сцены.

Частным случаем аффинных преобразований являются просто движения (без какого-либо сжатия или растяжения). Движения — это такие преобразования, которые сохраняют расстояние между любыми двумя точками неизменным, а именно параллельные переносы, повороты, различные симметрии и их комбинации.

Параллельный перенос – преобразование, при котором все точки пространства перемещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние. Матрица такого преобразования имеет вид:

Поворот – преобразование, при котором пространство точек поворачивается вокруг некоторой прямой на угол α.

Матрица поворота вокруг оси OX:

Матрица поворота вокруг оси OY:

Матрица поворота вокруг оси OZ:

Другой случай аффинных преобразований — это растяжения и сжатия относительно прямой.

Есть еще важный класс аффинных преобразований — это сжатия и растяжения относительно точки. Они называются преобразованиями подобия или гомотетиями. Подобное преобразование получается путём комбинирования преобразований растяжения относительно перпендикулярных прямых, пересекающихся в данной точке.

В общем виде матрица преобразования растяжения имеет вид:

где sx, sy, sz – коэффициенты растяжения по осям OX, OY, OZ соответственно.

Перечисленные выше преобразования (параллельный перенос, поворот, растяжение) являются элементарными аффинными преобразованиями. Сложные аффинные преобразования всегда можно представить как комбинацию элементарных.

1. Локальные дескрипторы

Особые дескрипторы (в разных источниках – **features/characteristic points/local feature points/interest point/локальные особенности**) –хорошо различимые фрагменты изображения. Это точки (пиксели) с характерной (особой) окрестностью – т.е. отличающиеся своей окрестностью от всех соседних точек.

Классический пример локальной особенности – вершина угла. Описываются вектором признаков вычисляемых на основе интенсивности/градиентов или других характеристик точек окрестности. Используя особые точки можно  анализировать как изображения целиком, так и объекты на них. Хорошие характерные точки позволяют справиться с изменением масштаба, ракурса и перекрытиями сцены или объекта.

Требования к локальным дескрипторам:

1. Повторимость (Особенность находится в одном и том же месте объекта, в независимости от масштаба, поворота, положения объекта и освещения)
2. Локальность (Особенность занимает малую область объекта, в следствии чего работа с ней не чувствительна к перекрытию)
3. Значимость (Каждая особенность имеет уникальное описание)
4. Компактность и эффективность (Количество особенностей должно быть много меньше количества пикселей в изображении)

Существует несколько методов поиска локальных дескрипторов:

1. Детектор Харриса ([Harris)](http://en.wikipedia.org/wiki/Corner_detection" \l "The_Harris_.26_Stephens_.2F_Plessey_corner_detection_algorithm" \t "_blank)
2. Детектор Харриса-Лапласа ([Harris-Laplace](http://en.wikipedia.org/wiki/Harris_affine_region_detector" \l "Harris.E2.80.93Laplace_detector_.28initial_region_points.29" \t "_blank))
3. детектор на основе лапласиана гауссианов ([LoG, Laplacian of Gaussian)](http://en.wikipedia.org/wiki/Blob_detection" \l "The_Laplacian_of_Gaussian" \t "_blank)
4. детектор на основе дифференциалов гауссианов ([DoG, Difference of Gaussian)](http://en.wikipedia.org/wiki/Difference_of_Gaussians)

**Лапласиан** – сумма вторых частных производных функции в точке. **Гауссиан** – это просто [гауссова функция](http://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_function) – которой обрабатывают изображение. Соответственно лапласиан гауссиана – представление функции-изображения после применения оператора Гаусса, через сумму частных производных (его трехмерный график, при некоторой доле воображения, напоминает мексиканскую шляпку или сомбреро).

* 1. Детектор углов

Одним из наиболее распространенных типов особых точек являются углы на изображении , т.к. в отличие от ребер углы на паре изображений можно однозначно сопоставить. Расположение углов можно определить, используя локальные детекторы. Входом локальных детекторов является черно-белое изображение. На выходе формируется матрица с элементами, значения которых определяют степень правдоподобности нахождения угла в соответствующих пикселях изображения. Далее выполняется отсечение пикселей со степенью правдоподобности, меньшей некоторого порога. Для оставшихся точек принимается, что они являются особыми.

Детектор Харриса – наиболее распространённый детектор локальных особенностей. Его часто называют детектором углов Харриса. Этот алгоритм основан на алгоритме обнаружения углов Моравека.

Алгоритм Моравека является одним из первых алгоритмов нахождения углов. Он проверяет каждый пиксель в изображении, чтобы определить является ли тот углом, рассматривая участки в области пикселя. Сходство определяется путем принятия суммы квадратов разностей между двумя участками. Меньшее число указывает на большее сходство.

Идея состоит в том, что если пиксель в области равномерной интенсивностью, то близлежащие участки будут выглядеть примерно одинаково. Если пиксель находится на краю, тогда соседние участки в направлении, перпендикулярном к краю будет выглядеть совершенно разными, но соседние участки в направлении, параллельном краю изменяются незначительно. Если пиксель на особенности с изменением во всех направлениях, то ни один из близлежащих участков не будет выглядеть примерно также.

Сила угла определяется как наименьшая сумма квадратов разностей между участком и его соседями (по горизонтали, вертикали и двум диагоналям). Если это число локально максимально, то особенность присутствует.

У этого алгоритма есть проблема связанная с тем, что он не изотропен: если угол не направлен в сторону соседей, то он не будет обнаружен, как точечная особенность.

Харрис и Стивенс улучшили детектор углов Моравека, рассматривая дифференциальную оценку угла по отношению к направлению непосредственно, вместо использования сдвинутых пятен. Эту оценку угла часто называют автокорреляционной, поскольку этот термин используется в том документе, в котором этот детектор описан. Однако с математической точки зрения используется метод суммы квадратов разностей.

Без потери общности будем считать, что используются полутоновые 2-мерные изображения. Пусть это изображение будет задано I. Рассмотрим вопрос о выделении области изображения (U, V) и перехода его по (х, у). Взвешенную сумму квадратов разностей между этими двумя областями, обозначим S, определяющуюся по формуле:

может быть аппроксимирована рядом Тейлора. Пусть *Ix* и *Iy* - будут частными производными от *I*, такими, что

Это приводит к следующему приближению:

Запишем в матричном виде:

где

Эта матрица - матрица Харриса, а угловые скобки означают усреднение (например, суммирование (U, V)). Если используется круглое окно (или округлые взвешенные окна, такие, как гауссовские), то ответ будет изотропным.

Угол (или, в общем, точечная особенность) характеризуется большим изменением S во всех направлениях вектора . На основе анализа собственных значений A, эта характеристика может быть выражена следующим образом: должно быть два "больших" собственных значения для точечных особенностей. На основании величины собственных значений , можно сделать следующие выводы на основе этих аргументов:

1. Если и то этот пиксель (х, у) не имеет особенности, представляющей интерес.
2. Если и λ2 имеет некоторое большое положительное значение, то обнаружен край.
3. Если λ1 и λ2 большие положительные значения, то угол найден.

Определение собственных значений вычислительно дорого, так как требует вычисления квадратного корня. Вместо этого используются следующие функции с M, где κ является настраиваемым параметром чувствительности:

Таким образом, алгоритм не имеет на самом деле вычисления собственного разложения матрицы, а вместо этого достаточно вычислить определитель и след от A чтобы найти углы, или, вернее, точки интереса в целом.

Детектор Харриса по сравнению с ранее рассмотренным детектором требует большего количества вычислений за счет необходимости построения сверток с Гауссовым ядром. При этом он достаточно восприимчив к шумам. Подавить шумы позволяет увеличение размера Гауссова окна, но это приводит к значительным вычислительным расходам, поэтому необходимо находить компромисс между качеством работы алгоритма и количеством выполняемых операций. Детектор Харриса обладает свойством анизотропии вдоль горизонтального и вертикального направлений, т.к. автокорреляционная матрица содержит первые производные только вдоль указанных направлений. По сравнению со своим предшественником данный детектор инвариантен относительно поворота, количество ошибок детектирования углов не велико за счет введения свертки с Гауссовыми весовыми коэффициентами. Результаты детектирования значительно меняются при масштабировании изображения. Впоследствии возникают модификации детектора Харриса, которые учитывают вторые производные функции интенсивности (например, детектор Харриса-Лапласа (Harris-Laplace) ).

* 1. Детектор граней

Иногда бывает недостаточно выделить углы объекта в изображении. Второй важной характеристикой являются грани. Методы поиска граней основаны на определении точек, в которых интенсивность резко меняется. Причиной этих изменений интенсивности может быть либо перепады в глубине, ориентации поверхности, изменении освещения и многих других факторов. В идеальном случае, результат применения детектора граней к изображению приводит к набору связанных линий, которые обозначают границы объектов.

Для детектирования граней часто применяют фильтр, построенный с помощью оператора Лапласа.

**Оператор Лапласа лапласиан** – это сумма вторых частных производных функции в точке:

Таким образом, для декартовых координат оператор Лапласа будет иметь вид:

1. Реализация
   1. Что-то по реализации