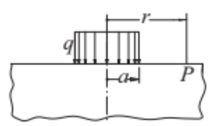
Badanie transformatora

Maja Dobrowolska 289557

2023R

Numerical Methods in Engineering with Python 3, Jaan Kiusalaas
Zad 12/213

12. ■



The figure shows an elastic half-space that carries uniform loading of intensity q over a circular area of radius a. The vertical displacement of the surface at point P can be shown to be

$$w(r) = w_0 \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2\theta}{\sqrt{(r/a)^2 - \sin^2\theta}} d\theta \qquad r \geq a$$

where w_0 is the displacement at $r = a$. Use numerical integration to determine w/w_0 at $r = 2a$.

Wyrażenie z zadania można uprocić jako że poszukiwany wynik jest zdeterminowany przez dane takie jak $r = 2a$ oraz to, że nie zukamy $w(r)$ tylko w/w_0. Po uproszczeniu wyrażenia otrzymujemy:

$$\frac{w}{w_0} = \int \frac{\cos^2 x}{\sqrt{4 - \sin^2 x}} dx \tag{1}$$

Z tego powodu w kodzie zotała umieszczona uproszczona wersja wzoru.

```
def wzor_pomocniczy_z_zad(x):
    return (math.cos(x) * math.cos(x))/math.sqrt(4 - math.sin(x)*math.sin(x))

```

Zadanie zotało obliczone dwoma metodami: metodą trapezów oraz metodą Simpsona.

1 Metoda trapezów

Wzór trapezów jest jedną z metod numerycznego całkowania. Na danym przedziale $[a, b]$ przybliża się całkę za pomocą trapezów.
Obszar pod wykresem będzie przybliżany wzorem na pole trapezu:

$$P = \frac{1}{2} \cdot (b - a) \cdot (f(a) + f(b)) \tag{2}$$

Gdzie:
$b - a$ jest długością przedziału dla którego przxybliżamy,
$f(a)$ jest wartością lewego końca przedziału, który przybliżamy,
$f(b)$ jest wartością prawego końca przybliżanego przedziału całkowania. Powyższy fragment

```python
def calka_metoda_trapezow(a, b):
    f_a = wzor_pomocniczy_z_zad(a)
    f_b = wzor_pomocniczy_z_zad(b)
    return 0.5 * (b - a)* (f_a + f_b)
```

reprezentuje wzór (2) w kodzie.
Jednak aby otrzymać lepsze przybliżenie całkę oznaczoną można przybliżyć za pomocą kilku trapezów. W tym celu został zatoowany poniższy fragment kodu:

```python
def zlozona_metoda_trapezow(a, b):
    wynik = 0
    i_poprzednie = a
    i = a + 0.01
    while i <= b:
        wynik = wynik + (calka_metoda_trapezow(i_poprzednie, i))
        i_poprzednie = i
        i = i + 0.01
    return wynik
```

2 Metoda Simpsona

Metoda korzysta ze wzoru Simpona:

$$\int f(x)dx \approx \frac{1}{6}(b-a)[f(a)+4f(\frac{a+b}{2})+f(b)] \tag{3}$$

Wzór Simpsona jest metodą numerycznego całkowania, która wykorzystuje parabolę do przybliżenia obszaru pod krzywą funkcji.
Dla gładkich funkcji metoda Simpsona daje większą dokładność niż metoda trapezów. Powyżej pokazany jest fragment kodu z implementacją wzoru. Jednak podobnie jak w

```
def wzor_simpsona (a, b):
    return 1/6 * (b-a) * (wzor_pomocniczy_z_zad(a)+ 4*wzor_pomocniczy_z_zad((a+b)/2) + wzor_pomocniczy_z_zad(b))
```

przypadku metody trapezów iteracja na przedziale da dokładniejszy wynik niż pojedyncze użycie wzoru i stąd fragment kodu widoczny poniżej.

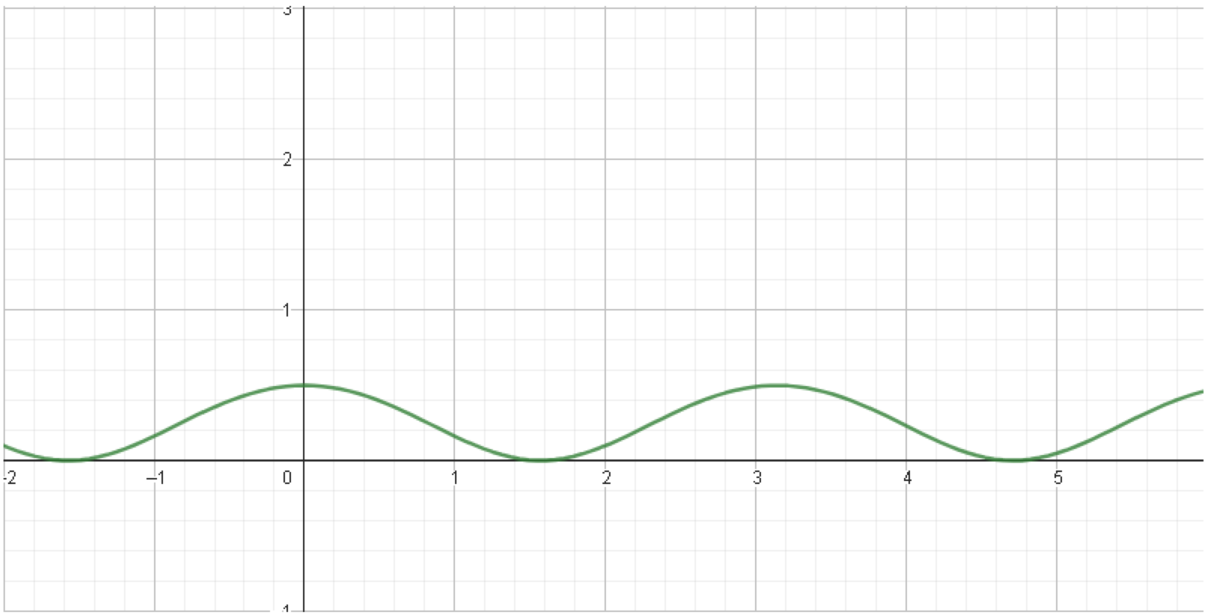
```
def metoda_simpsona(a, b):
    i_poprzednie = a
    wynik = 0
    i = a + 0.01
    while i <= b :
        wynik = wynik + wzor_simpsona(i_poprzednie, i)
        i_poprzednie = i
        i = i + 0.01
    return wynik
```

3 wyniki

Otrzymane wyniki: Wyniki są zbliżone i różnice między nimi widać dopiero na 7 miejscu

```
In [6]: runfile('C:/Users/dobro/untitled0.py', wdir='C:/Users/dobro')
0.4162220599314553
0.41622258843486404
```

po przecinku.
Bardziej dokładny jest raczej drugi wynik ponieważ funkcja przybliżana jest taką którą można z dużą dokładnością przybliżać parabolami.



Rysunek 1: Wykres funkcji całkowanej w zadaniu