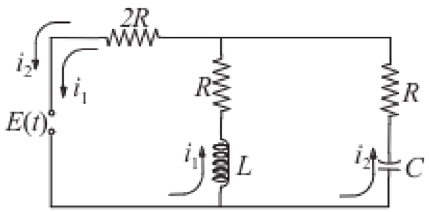
Agnieszka Cych, 252906, Fizyka II rok

SPRAWOZDANIE Z WYKONANEGO ZADANIA

<u>Spis treści:</u>

1. TREŚĆ ZADANIA (Zad. 21/267):

21. ■



Kirchoff's equations for the circuit shown are

$$L\frac{di_1}{dt} + Ri_1 + 2R(i_1 + i_2) = E(t) \tag{a}$$

$$\frac{q_2}{C} + Ri_2 + 2R(i_2 + i_1) = E(t) \tag{b}$$

where i_1 and i_2 are the loop currents, and q_2 is the charge of the condenser. Differentiating Eq. (b) and substituting the charge-current relationship $dq_2/dt = i_2$, we get

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{-3Ri_1 - 2Ri_2 + E(t)}{L} \tag{c}$$

$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{2}{3}\frac{di_1}{dt} - \frac{i_2}{3RC} + \frac{1}{3R}\frac{dE}{dt} \tag{d}$$

We could substitute di_1/dt from Eq. (c) into Eq. (d), so that the latter would assume the usual form $di_2/dt = f(t, i_1, i_2)$, but it is more convenient to leave the equations as they are. Assuming that the voltage source is turned on at time $t = 0$, plot the loop currents i_i and i_2 from $t = 0$ to 0.05 s. Use $E(t) = 240\sin(120\pi t)$ V, $R = 1.0\,\Omega$, $L = 0.2 \times 10^{-3}$ H, and $C = 3.5 \times 10^{-3}$ F.

2. METODA:

Celem zadania było stworzenie wykresu dla i_1 oraz i_2 w czasie $0 \leq t \leq 0.005$ s. Skorzystano z podstawowej metody Eulera – wartość natężeń prądów wyznaczono na podstawie zmiany ich wartości w kolejnych odstępach czasowych ze znajomością warunków początkowych. Jest to metoda bardzo łatwa w zastosowaniu i wystarczająca dla oreślonego w zadaniu problemu.

W tym celu przeształcono zadane równania c i d. Otrzymano:

$$di_1 = 1/L\left(-3Ri_1\,dt - 2Ri_2\,dt + E(t)\,dt\right) \quad \text{c')}$$

$$di_2 = \frac{-2}{3}di_1 - \frac{i_2}{RC}dt + \frac{1}{3R}dE \quad \text{d')}$$

Z nich wyznaczano wartości różniczek natężeń prądu w pętli 1 i 2 w kolejnych odcinkach czasu. Założono warunki początowe: i_1 (t=0)=0 oraz i_2 (t=0)=0, gdyż prąd nie płynie w obwodzie przed podłączeniem do nego źródła napięcia. Dla otrzymania wartości natężeń prądu w danym momencie do wartości popredniej dodano zmianę odpowiadnią dla t. Na podstawie informacji o wartości i_1 i i_2 w każdym wyznaczonym czasie na zadanym przedziale utworzono wykres i_1/i_2 (t).

Do wykonania obliczeń i wykresu stworzono program w języku Python na platformie colab.reaserch.google.com. Korzystano z bibliotek: math, numpy oraz mathplotlb.pyplot, które zaimportowano na początku programu.

W kolejnym kroku przypisano stałym ich wartość określoną w zadaniu. Te stałe to: R - wartość oporu na opornikach, L – inducyjność cewki oraz C – pojemność kondenstora. Określono ponadto dt. Za różniczkę czasu przyjęto 1/1000 podanego przedziału, czyli 5E-6 s. Obliczono zmianę dE0 – zmianę siły eletromotorycznej na początku przedziału (dla t=0). Wzór na dE wyznaczono poprzez zróżniczkowanie po t wzoru na E(t) i pomnożene przez różniczkę czasu.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(240\sin\left(120\pi t\right)\right) = 28800\pi\cos\left(120\pi t\right)$$

$$dE = 28800\pi\cos\left(120\pi t\right)dt$$

Zmiana prądu i_1 (di_1) dla t=0 wyniosła 0, zmiana prądu i_2 (di_2) dla t=0 wyniosła 1/(3R)*dE0.

Utworzono tablicę natężeń prądu i_1 oraz i_2, uwzględniając warunki początkowe, czyli ich wartości w czasie t=0. Kolejne elementy do tablicy dodawano w pętli. Dla $1 \leq n \leq 1000$ aktualizowano wartość i_1 i i_2, a następnie obliczano kolejne różniczki.

W celu kontroli otrzymanych wyników wyświetlono na ekranie wartości i_1, i_2 ze stworzonych tablic (jest to element niekonieczny do poprawnego funkcjonowania programu). Na etapie tworzenia programu zapisywano w tablicy i kontrolowano także wartości di_1 i di_2, jednak do działania programu nie jest to konieczne, więc usunięto to z programu.

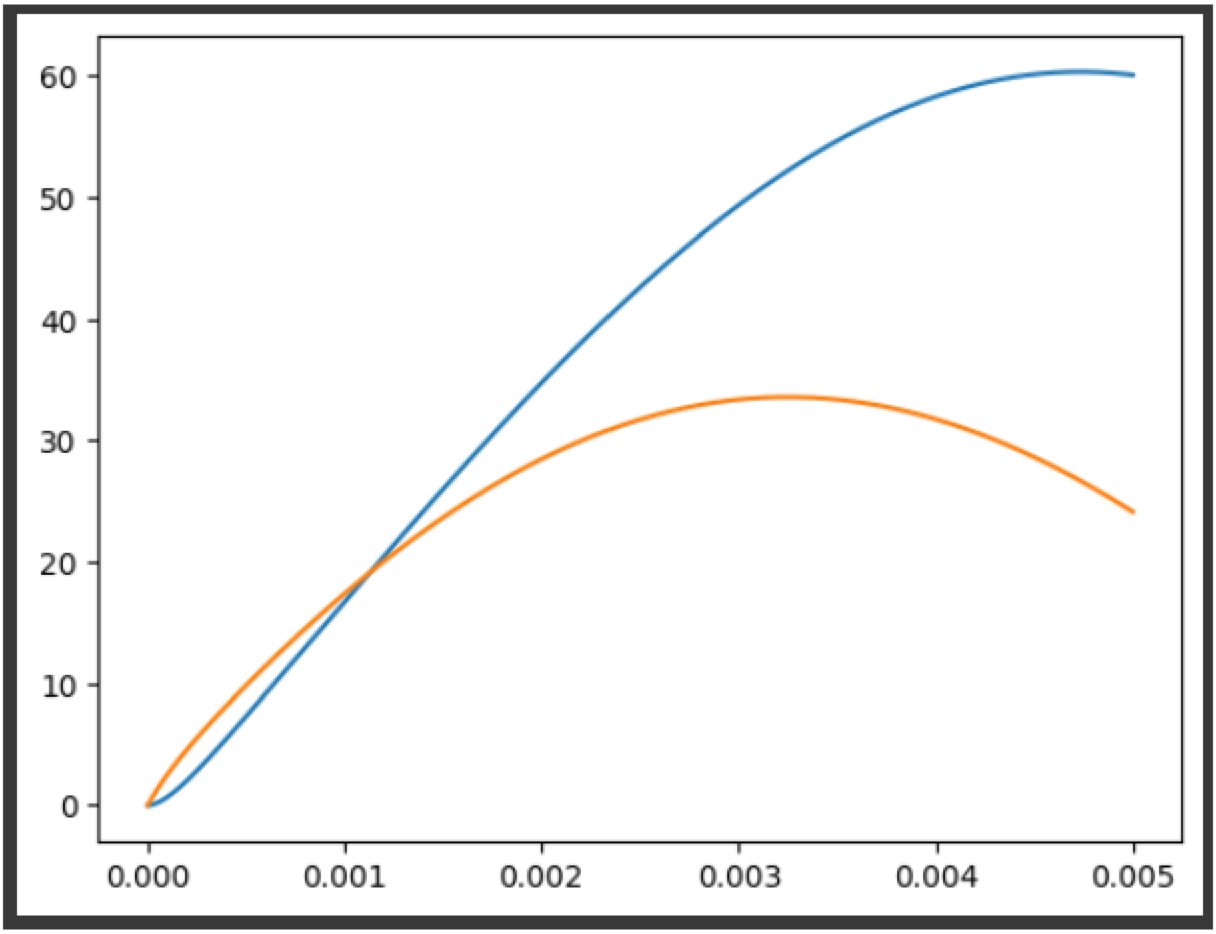
Druga część kodu skupiła się na stworzeniu wykresu na podstawie otrzymanych wyników. Utworzono oś x odpowiadającą upływowi czasu. Odcinek 0–0.005s podzielono na 1000 fragmentów równoodległych (pierwszy punkt w 0, ostatni w 0.005, pomiędzy 999 równoodalonych punktów – funkcja z biblioteki numpy: linspace). Osi y przypisano dwa zestawy wartości – dla i_1 (kolor niebieski), dla i_2 (kolor pomarańczowy). Wyświetlono wykres – plt.show().

3. KOD I WYNIKI

```python
import math
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

R = 1
L = 0.2 * 10**(-3)
C = 3.5 * 10**(-3)
dt = 0.005 / 1000
dE0 = 120 * math.pi * 240 * math.cos(0) * dt

di_1 = 0 # zmiana pradu i1 w t=0
di_2 = 1 / (3 * R) * dE0 # zmiana pradu i2 w t=0
i_1 = [0]
i_2 = [0]

for n in range(1, 1001):
    i_1.append(i_1[n-1] + di_1)
    i_2.append(i_2[n-1] + di_2)

    t = dt * n
    E = 240 * math.sin(120 * math.pi * t)
    dE = 28800 * math.pi * math.cos(120 * math.pi * t) * dt
    di_1 = 1/L * (-3 * R * i_1[n-1] * dt - 2 * R * i_2[n-1] * dt + E * dt)
    di_2 = (-(2/3) * di_1 - i_2[n-1] / (3 * R * C ) * dt + 1 / (3 * R) * dE)

print(i_1)
print(i_2)
```

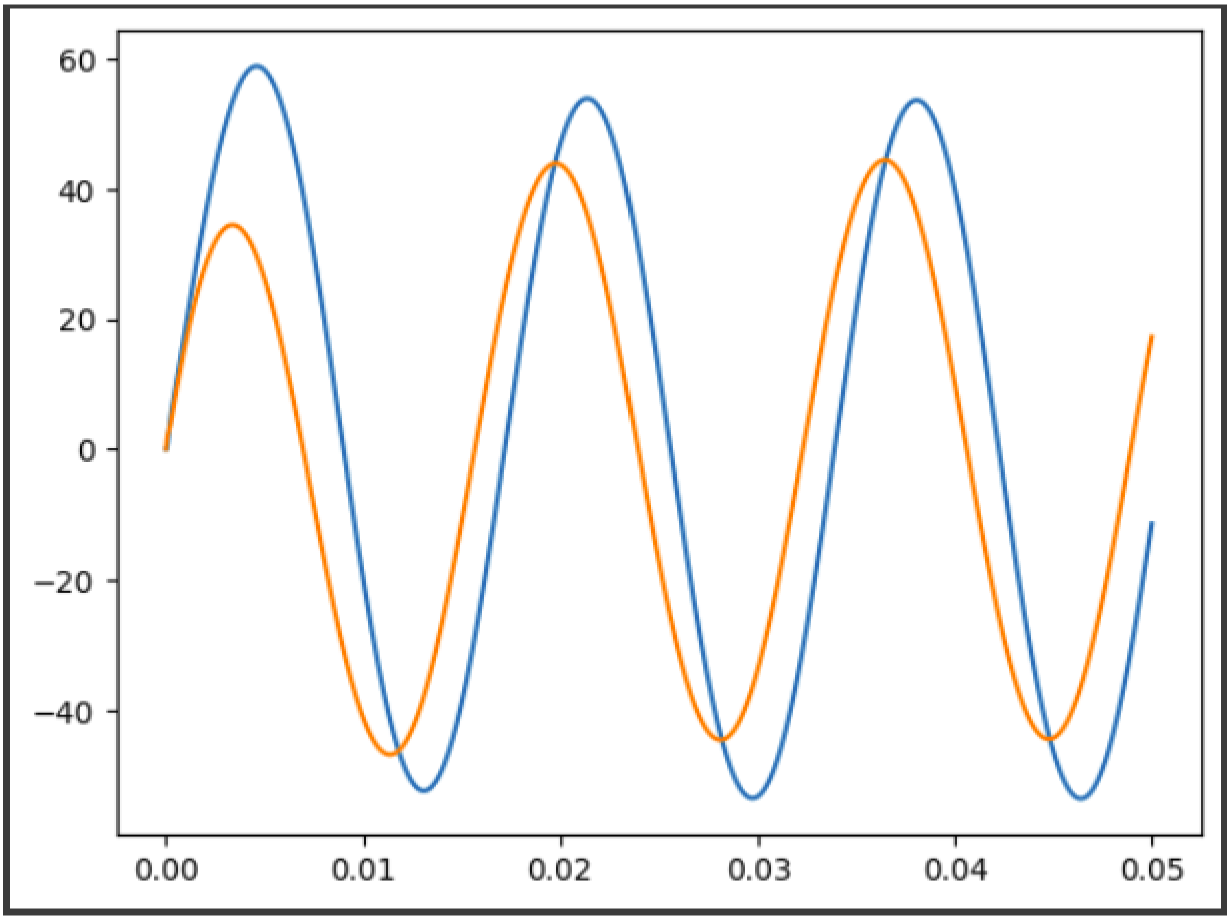
```
[0, 0, 0.011309726855568683, 0.026389318013991657, 0.04476746788293948, 0.06629060880708017, 0.09082461794422572, 0.1182416961428478, 0.148419565
[0, 0.15079644737231007, 0.2940528089467565, 0.4347233161390496, 0.5731252274099605, 0.7093616167758712, 0.8435224439756058, 0.9756934038799174,
```

```
x_axis=np.linspace(0.0, 0.005, 1001)
y_axis1=i_1
y_axis2=i_2

plt.plot(x_axis, y_axis1)
plt.plot(x_axis,y_axis2)

plt.show()
```



4. KOMENTARZ

Kontrolnie sprawdzono wykres w dłużym przedziale czasowym. Otrzymany kształt prądu to sinusoidy przesunięte w fazie. Wynik ten zdaje się być poprawny dla zadanych w zadaniu warunków (obówd RLC).



Podstawowa metoda Eulera nie należy do najbardziej dokładnych metod, jednak jest ona wystarczająca do wykonania zadania. Sprawdzono zachowanie wykresu przy zwiększeniu ilości przedziałów czasu (tym samym dokładniejszych obliczeń), lecz nie zmienił się on w sposób zauważalny. Przyjęte przybliżenie jest więc wystarczająco dobre.

Należy jednak pamiętać, że wykonane obliczenia są obarczone pewnymi błędami. Wynikają one zarówno z arytmetyki zmiennoprzecinkowej w komputerze (błędy zaokrągleń), jak i z przybliżenia metody rozwiązywania równań (błędy obcięcia). Błędy lokalne związane z pojedynczym krokiem metody wpływają na kolejne wyniki i akumulują się. Przy zapotrzebowaniu na bardziej dokładny wynik możnaby zwiększyć ilość przedziałów (jak wspomniano wyżej) lub skorzystać z bardziej dokładnej metody.