

Zadanie z metod numerycznych

dział 6 zadanie 4

Arina Krokhmaliuk

01.2024

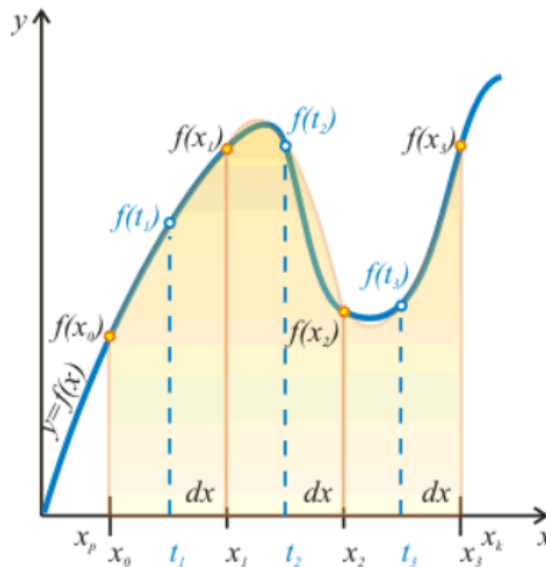
Streszczenie

Zadanie polegało na obliczeniu całki metoda Simpsona oraz kwadrata trapezów

1 Teoria

Całkowanie metoda Simpsona – jedna z metod przybliżania wartości całki oznaczonej funkcji rzeczywistej.

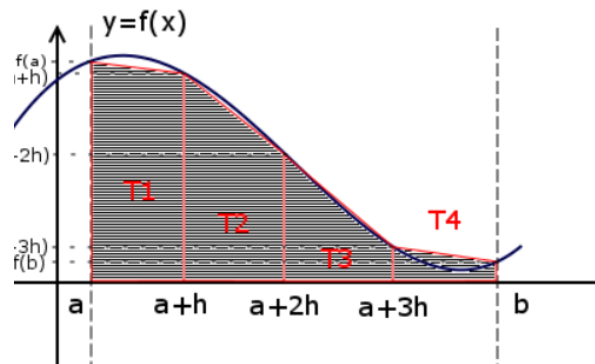
Metoda ma zastosowanie do funkcji stabilizowanych w nieparzystej liczbie równo odległych punktów (wliczając końce przedziału całkowania). Metoda opiera się na przybliżaniu funkcji całkowanej przez interpolację wielomianem drugiego stopnia.



Rysunek 1: Metoda Simpsona wzór

Metoda trapezów- metoda wyznaczania pola ograniczonego wykresem funkcji, osią OX oraz dwiema prostymi równoległymi do osi OY jest metoda trapezów. Nazwa tej metody wzięła się stąd, że dany obszar dzielimy na wiele trapezów prostokątnych.

$$P = \frac{|f(a)| + |f(a+h)|}{2} \cdot h + \frac{|f(a+h)| + |f(a+2 \cdot h)|}{2} \cdot h + \dots + \frac{|f(a+(n-1) \cdot h)| + |f(a+n \cdot h)|}{2} \cdot h \quad (1)$$



Rysunek 2: Metoda trapezów

2 Zadanie

Napisać program obliczający całkę:

$$\int_1^{\infty} (1+x^4)^{-1} dx \quad (2)$$

korzystając z metody Simpsona i kwadratów trapezów oraz porównać te metody.

3 Rozwiązanie:

Najpierw rozwiązano stosując metodę Simpsona (rys. 1).

```
C: > Users > a_ > Desktop > zadanie z calka.py > metoda_simpsona
1  import numpy as np
2  def integral(x):
3      return 1 / (1 + x**4)
4
5  def metoda_simpsona(f, a, b, n):
6      h = (b - a) / n
7      x_values = [a + i * h for i in range(n + 1)]
8      suma = f(a) + f(b)
9      for i in range(1, n, 2):
10         suma += 4 * f(x_values[i])
11     for i in range(2, n-1, 2):
12         suma += 2 * f(x_values[i])
13     integral_przyblizenie = (h / 3) * suma
14     return integral_przyblizenie
15
16 def przyblizony_integral(f, a, n):
17     b = 10000000
18     rezultat = metoda_simpsona(f, a, b, n)
19
20     return rezultat
21 granica_golna = 1
22 interval = 100000000 # przedzialy
23
24 rezultat = przyblizony_integral(integral, granica_golna, interval)
25 print(f"Integral przyblizony metoda Simpsona: {rezultat}")

PROBLEMS 73 OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL PORTS
Integral przyblizony metoda Simpsona: 0.24374442644520475
```

Rysunek 3: Metoda Simpsona

Szerokość każdego podprzedziału h określana przez podzielenie różnicy między górną granicą (b) a

dolna granica (a) przez liczbę podprzedziałów (n).

Najpierw wykonano początkowe przybliżenie całki sumą wartości funkcji na dolnej granicy (a) i górnej granicy (b).

Stworzono petle iterujące po współczynnikach 4 i 2.

Otrzymano wartość całki przybliżonej 0,2437442644.

Następnie skorzystano z metody kwadratów trapezów dla obliczenia całki.

```
C: > Users > a > Desktop > zadanie_calka.py > metoda_trapezoida
1  import numpy as np
2
3  def integral(x):
4      return 1 / (1 + x**4)
5
6  def metoda_trapezoida(f, a, b, n):
7      h = (b - a) / n
8      x_values = [a + i * h for i in range(n + 1)]
9      suma = f(a) + f(b)
10     for i in range(1, n):
11         suma += 2 * f(x_values[i])
12     integral_przyblizenie = (h / 2) * suma
13     return integral_przyblizenie
14
15 def przyblizony_integral(f, a, n):
16     b = 10000000
17     rezultat = metoda_trapezoida(f, a, b, n)
18     return rezultat
19 granica_dolna = 1
20 interval = 10000000
21 rezultat = przyblizony_integral(integral, granica_dolna, interval)
22
23 print(f"Integral przyblizony metoda kwadratow trapezowych: {rezultat}")

PROBLEMS 73 OUTPUT DEBUG CONSOLE TERMINAL PORTS
Integral przyblizony metoda kwadratow trapezowych: 0.24458191356819922
```

Rysunek 4: Metoda trapezow

Gdzie f wejściowa funkcja, a dolna granice, b górna granice oraz h liczba podprzedziałów n . Zmienna h to szerokość każdego podprzedziału, x_values lista współrzędnych x punktów, w których obliczana jest funkcja.

Otrzymano wartość całki przybliżonej 0,2445819135.

4 Porównanie metod oraz wnioski

Metoda Simpsona(wykorzystuje wielomiany kwadratowe do przybliżenia funkcji) jest dokładniejsza metoda dla przybliżenia całek oznaczonych w porównaniu z metoda trapezów kwadratów(wykorzystuje odcinki).

Metoda Simpsona szybsze osiągnęła dokładność w porównaniu z metoda trapezowa.

"Dokładna"całka 0,24375 jest bliżej wyliczonej za pomocą metody Simpsona wartości 0,24374 niż wartości 0,24458 wyliczonej z metody trapezów.

Dla większej dokładności lepiej skorzystać się z metody Simpsona.