Projekt nr. 1

Michał Piątkowski Fizyka 2 rok

1 grudnia 2023

1 Wstęp teoretyczny

- Metoda bisekcji: jest to metoda rozwiazywania równań nieliniowych oparta na twierdzieniu Darboux. Aby metoda zadziałała musi ona spełniać dwa warunki:
  - 1. Funkcja f(x) jest ciągła w przedziale domkniętym [a,b]
  - 2. Funkcja przyjmuje różne znaki na końcach przedziału f(a)f(b)¡0

  [1,4]
- Moduł Math: Pozwala na wykonanie prostych działań matematycznych za pomocą funkcji.[2]
- Moduł NumPy: wykorzystywany jest do obliczeń numerycznych oraz naukowych.[3]

2 Treść zadania

Cylindryczny zbiornik oleju o promieniu r i długości L jest napełniony do głębokości h. Wynikowa objętość oleju w zbiorniku wynosi

$$V = r^2 * L[\phi - (1 - \frac{h}{r}) * sin(\phi)] \tag{1}$$

gdzie:

$$\phi = cos^-1(1 - \frac{h}{r}) \tag{2}$$

Jeżeli zbiornik jest napełniony do $\frac{3}{4}$ objętości znajdź $\frac{h}{r}$

3 Pierwsze obliczenia

Do wzoru (1) podstawiamy wzór na objętość cylindra, po przkształceniu bedzie on wyglądał następująco:

$$r^2 * L[\phi - (1 - \frac{h}{r}) * sin(\phi)] = \frac{3}{4} * \Pi * r^2 * L \tag{3}$$

Skracamy r^2 oraz L a następnie przenosimy lewą strone na prawą. Teraz nasze równanie wygląda następująco:

$$\phi - (1 - \frac{h}{r})sin(\phi) - \frac{3}{4}\pi = 0 \tag{4}$$

4 Programowanie

Posiadając gotowy wzór możemy zabrać się za napisanie programu pozwalającego obliczyć miejsce zerowe fuknkcji (4) Na początku zdefiniujmy naszą funkcje oraz podstawmy $x = \frac{h}{r}$ Wzór wygląda teraz w następujący sposób:

$$\phi - (1 - x)sin(\phi) - \frac{3}{4} * x * \pi = 0 \tag{5}$$

gdzie:

$$\phi = cos^-1(1 - x) \tag{6}$$

Po zdefiniowaniu naszej funkcji zabieramy sie za metode bisekcji. Algorytm przebiega w następujący sposób:

- 1. Sprawdzamy, czy pierwiastkiem równania jest punkt $x_1 = \frac{a+b}{2}$. Jeżeli tak, nasz algorytm kończy działanie, a punkt x_1 jest szukanym miejscem zerowym.
- 2. W przeciwnym razie, dopóki nie osiągniemy żądanej dokładności, czyli dopóki $|a - b| > \epsilon$
  - 1. Zgodnie ze wzorem punktu pierwszego ponownie wyznaczene jest x_1 dzieląc przedział [a,b] na dwa mniejsze przedziały: $[a, x_1]$ i $[x_1, b]$
  - 2. Wybierany jest koniec przedziału którego, wartość funkcji posiada znak przeciwny do $f(x_1)$ i odpowiednio górny albo dolny krancie przedziału (b albo a) przyjmuje wartość x_1, tj.
    - 1. Jeżeli f(a)f(x_1)$<$ 0, to b=x_1
    - 2. Jeżeli f(x_1)f(b)$<$ 0, to a=x_1
- 3. Po osiągnięciu żądanej dokładności algorytm kończy działanie, a szukany pierwiastek równania wynosi $\frac{a+b}{2}$ Dla ułatwienia bisekcji należy użyć w przedziale od 0 do 2.

5 Gotowy program

```python
import math
import numpy as np

epsilon=1.0e-28
delta=1.0e-28

a=0.
b=2.
m=53

def f(x):
    fi=math.acos(1-x)
    f=fi-(1-x)*math.sin(fi)-(3/4*math.pi)
    return f


u=f(a)
v=f(b)
e=b-a

print("u =",u," v =",v," e =",e)

if np.sign(u)==np.sign(v):
    print("błąd")
else:
    print("uv < 0, warunek spełniony")
    for i in range(0, m):
        e=e/2
        c=a+e
        w=f(c)
        print("i =",i,"c =",c,"e =",e, "f(c) =",w)
        if abs(e)<delta or abs(w)<epsilon:
            break
        if np.sign(w)!= np.sign(u):
            b=c
            v=w
        else:
            a=c
            u=w
```

Literatura

[1] Piotr Krzyżanowski i Leszek Plaskota, Równania nieliniowe. Metoda bisekcji, kurs „Metody numeryczne”.

[2] https://docs.python.org/3/library/math.html

[3] https://wiki.python.org/moin/NumPy

[4] Jaan Kiusalaas ”Numerical Methods in Engineering with Python 3”