Zadanie z metod numerycznych
dzial 4 zadanie 16

Arina Krokhmaliuk

11.2023

Streszczenie

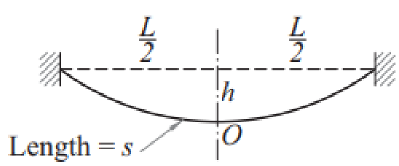
Zadanie polegało na znalezieniu długości s kabla

1 Teoria

Metoda Newtona, znana także jako metoda Newtona-Raphsona, służy do znajdowania pierwiastków różniczkowalnej funkcji F, czyli wartości x, dla których $F(x) = 0$.
Może również być stosowana do pochodnej funkcji f' w celu znalezienia punktów krytycznych f', czyli rozwiazań dla równania $f'(x) = 0$.
Metoda ta jest szczególnie przydatna w optymalizacji, gdzie poszukujemy globalnych minimów funkcji f.
Proces rozpoczyna sie od poczatkowego przybliżenia x, które jest bliskie prawdziwemu pierwiastkowi. Nastepnie korzystamy z linii stycznej w punkcie x, aby znaleźć kolejny punkt, który jest jeszcze bliżej pierwiastka. Kontynuujemy ten proces, aż osiagniemy dostatecznie precyzyjne przybliżenie. Metoda Newtona opiera sie na liniowej aproksymacji, co oznacza, że zakładamy, że pewien zakres punktów wokół pierwiastka może być przybliżony za pomoca prostej linii. Wykorzystujac ja, możemy iteracyjnie zbliżać sie do pierwiastka funkcji.

2 Treść zadania

Lina jest zawieszona w sposób pokazany na rysunku(rys.1).
Jego długość s i odległość h sa w zależności do długości L przez wzory:



Rysunek 1: Zawieszona lina

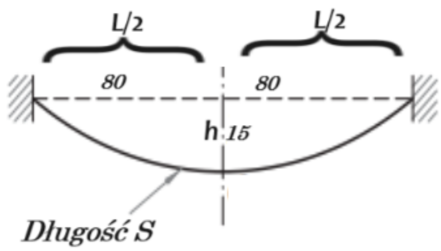
$$s = \frac{1}{\lambda} sinh \frac{\lambda L}{2} \tag{1}$$

$$h = \frac{1}{\lambda}(cosh \frac{\lambda L}{2} - 1) \tag{2}$$

gdzie $\lambda = \frac{\omega_0}{T_0}$, ω_0- masa kabla na jednostke długości ,T_0-naprezenie liny w punkcie O.
Oblicz s dla $L = 160[m]$ i $h = 15[m]$.

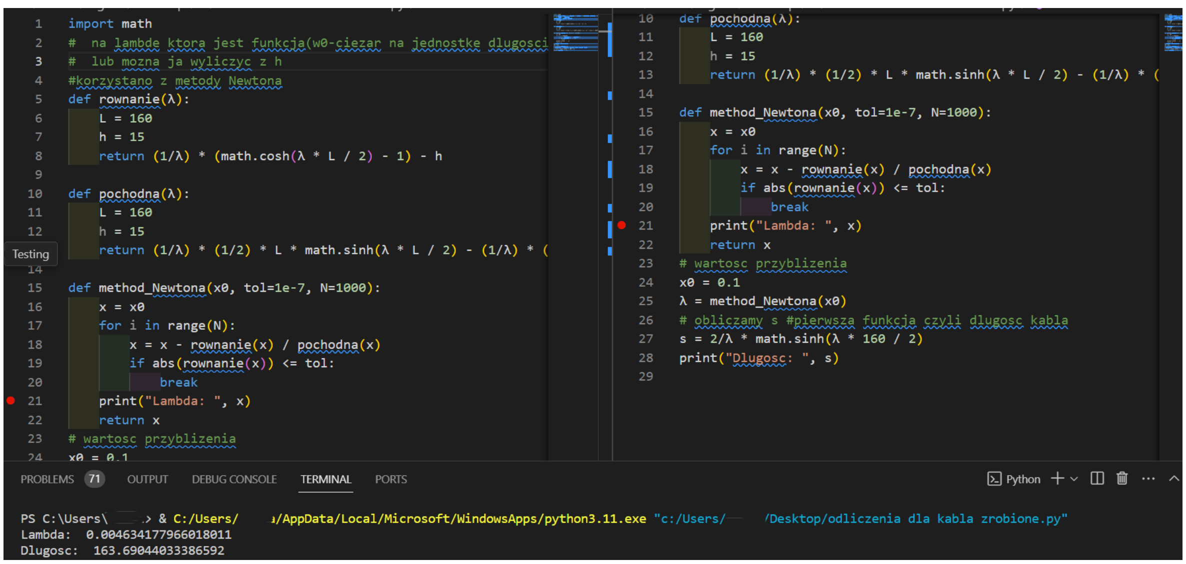
3 Rozwiazanie:

Najpierw narysowano rysunek(rys. 2) z danymi.



Rysunek 2: Kabel

Dalej zaczeto samo rozwiazanie.
Skorzystano z metody Newtona do obliczeń.
Kolejny rysunek(rys. 3) pokazuje screenshot z napisanego programu.
Ten program wykorzystuje metode Newtona do znalezienia pierwiastka równania $h = \frac{1}{\lambda}(cosh\frac{\lambda L}{2} - 1)$,



Rysunek 3: Bezpośrednie obliczenia

gdzie $L = 160$ i $h = 15$.

Najpierw obliczona wartość λ z wartości h.(rys. 4)
Metoda Newtona poprawia oszacowanie pierwiastka przy użyciu pochodnej równania.
Iteracja jest kontynuowana, dopóki oszacowany pierwiastek nie spełni warunku zatrzymania, czyli gdy wartość równania przy pierwiastku jest wystarczajaco mała.

```
#  na lambde ktora jest funkcja(w0-ciezar na jednostke dlugosci, T0-napiecie w punkcie 0)
#  lub mozna ja wyliczyc z h
#korzystano z metody Newtona
def rownanie(λ):
    L = 160
    h = 15
    return (1/λ) * (math.cosh(λ * L / 2) - 1) - h

def pochodna(λ):
    L = 160
    h = 15
    return (1/λ) * (1/2) * L * math.sinh(λ * L / 2) - (1/λ) * (math.cosh(λ * L / 2) - 1)

def method_Newtona(x0, tol=1e-7, N=1000):
    x = x0
    for i in range(N):
        x = x - rownanie(x) / pochodna(x)
        if abs(rownanie(x)) <= tol:
            break
    print("Lambda: ", x)
    return x
# wartosc przyblizenia
x0 = 0.1
λ = method_Newtona(x0)
```

Rysunek 4: Wyliczenie λ

Nastepnie oblicza s za pomoca wzoru $s = \frac{2}{\lambda} sinh \frac{\lambda L}{2}$. (rys. 5)

```
# obliczamy s #pierwsza funkcja czyli dlugosc kabla
s = 2/λ * math.sinh(λ * 160 / 2)
print("Dlugosc: ", s)
```

Rysunek 5: Długość s

I w wyniku s kabla wynosi $163,690440$. (rys. 6)

```
Lambda:  0.004634177966018011
Dlugosc:  163.69044033386592
```

Rysunek 6: Rozwiazanie

Bład rozwiazania zależy od uwarunkowania problemu i szybkości zbieżności metody.
Aby oszacować bład, można obliczyć wartość bezwzgledna różnicy miedzy dwoma kolejnymi przybliżeniami i porównać ja z tolerancja. Jeśli różnica bezwzgledna jest mniejsza niż tolerancja, oznacza to, że dwa przybliżenia sa wystarczajaco bliskie i pierwiastek został znaleziony.
Jest w tej metodzie niewielki bo liczy sie z wzoru .

$$Blad \leq \frac{1}{2} \cdot tolerancja \cdot \frac{f'^2}{(f' - \frac{f''}{2 \cdot f'})^2} \tag{3}$$

Czyli ta metoda wydaje wyniki w ramkach malego odchylenia i jest wydajna.