

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки**

Лабораторна робота №1

з дисципліни

«Інтелектуальні вбудовані системи»

на тему

«Дослідження і розробка моделей випадкових
сигналів. аналіз їх характеристик»

Виконав:

студент групи ІП-83

Кухаренко Олександр Олександрович
номер залікової книжки: 8312

Перевірів:

ас. Регіда П. Г.

Київ 2020

Основні теоретичні відомості:

СРЧ обов'язково пов'язані з деякою зовнішнім середовищем. СРЧ забезпечує контроль за зміною параметрів зовнішнього середовища і в ряді випадків забезпечує управління параметрами середовища через деякі впливу на неї. Параметри середовища представляються деякою зміною фізичного середовища. При вимірах фізичного параметра ми отримуємо певний електричний сигнал на вході вимірювального датчика. Для подання такого електричного сигналу можна використовувати різні моделі. Найкращою моделлю досліджуваного сигналу є відповідна математична інтерпретація випадкового процесу. Випадковий сигнал або процес завжди представляється деякою функцією часу $x(t)$, значення якої не можна передбачити з точністю засобів вимірювання або обчислень, які б кошти моделі ми не використовували.

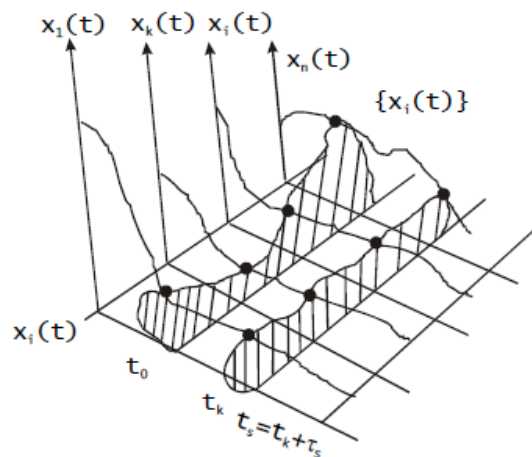
Для випадкового процесу його значення можна передбачити лише основні його характеристики: математичне сподівання $M_x(t)$, дисперсію $D_x(t)$, автокореляційну функцію $R_{xx}(t, \tau), R_{xy}(t, \tau)$.

Ці характеристики для випадкового нестационарного процесу теж є функціями часу, але вони детерміновані. Для оцінки цих характеристик використовуються СРВ, які повинні обробити значну кількість інформації; для отримання їх при нестационарному процесі необхідно мати безліч реалізацій цього процесу.

При наявності такого ансамблю реалізації можуть бути обчислені значення $M_x(t)$ та інші для кожного конкретного часу t_k

Математичне сподівання $M_x(t)$ для конкретного часу t_k визначається першим початковим моментом, випадкової величини $x(t_k)$, ка називається перерізом випадкового процесу, її значення представлені у відповідному перерізі, усереднення проводиться по ансамблю:

$$M_x(t_k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i(t_k)$$



Аналогічним способом обчислюється і дисперсія $D_x(t)$, у якій конкретне t_k оцінюється 2-м центральним моментом у відповідності з $x(t_k)$.

Властивість ергодичності стаціонарного випадкового процесу

Багато досліджуваних випадкових процесів та сигналів є стаціонарними, тобто вони з плином часу не згасають і не розгойдуються, тобто можна виділити x_{\max} і x_{\min} , що є детермінантами. Випадковий процес $x(t)$ називається стаціонарним, якщо його основні характеристики $M_x(t)$, $D_x(t)$, $R_{xx}(t, \tau)$ не залежать від часу їх зміни.

Для стаціонарного випадкового процесу $M_x = \text{const}$, $D_x = \text{const}$, а $R_{xx}(\tau)$ - залежить тільки від τ . Для доказу того, що процес є стаціонарним зазвичай використовується вимірювання автокореляційної функції. Вона має вигляд:

$$R_{xx}(0) = D_x$$

Якщо $R_x(\tau) \rightarrow 0$, то це свідчить про те, що процес стаціонарний, має властивість ергодичності (інваріантності) або збереження енергії по відношенню до схеми обчислення його характеристик, тобто для стаціонарного сигналу можемо перейти при обчисленні характеристик від усереднення по ансамблю до усереднення за часом.

$$M_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i(t_k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^n x_i(t_k)$$

для $x(t_k)$ перетину (одного перетину)

в межах $x_i(t)$

(однієї i -тої реалізації)

$$D_x = \lim_{N \rightarrow 0} \cdot \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i(t_k) - M_x)^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=0}^n (x_i(t_k) - M_x)^2 \geq 0$$

в межах перетину $x(t_k)$

для однієї $x_i(t)$ реалізації

Завдання:

Заліковка 8312

Варіант 12

Число гармонік в сигналі $n = 8$

Гранична частота, $\omega_{\text{гр}} = 1200$

Кількість дискретних відліків, $N = 1024$

Лістинг програми:

1) Програма для генерації сигналу, розрахунку мат очікування та дисперсії

```
#include "signal.h"
```

```
#include <algorithm>
```

```
#include <bits/c++config.h>
```

```
#include <random>
```

```
std::vector<double>
```

```
generate_signal(ulong harm, ulong freq, ulong inter, double dt) {
```

```
    std::random_device r;
```

```
    std::default_random_engine rng(r());
```

```
    std::uniform_real_distribution<double> dist;
```

```
    std::vector<double> signal(inter, 0.0);
```

```
    const auto dw = static_cast<double>(freq) / static_cast<double>(harm);
```

```
    auto w = dw;
```

```
    for (ulong h = 0; h < harm; h++) {
```

```
        const auto a = dist(rng);
```

```
        const auto phi = dist(rng);
```

```
        for (ulong t = 0; t < inter; t++) {
```

```
            const auto x = a * std::sin(w * static_cast<double>(t) * dt + phi);
```

```
            signal[t] += x;
```

```
        }
```

```
        w += dw;
```

```
    }
```

```
    return signal;
```

```
}
```

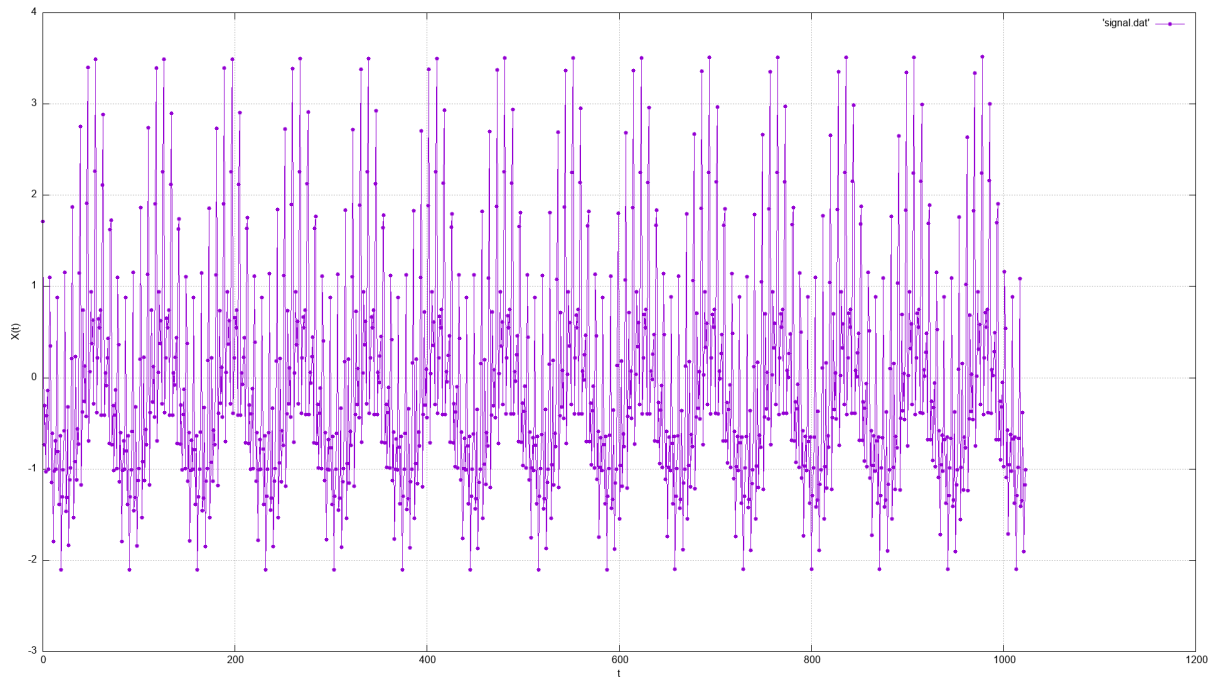
```

static double average(std::span<const double> a) {
    return std::accumulate(a.begin(), a.end(), 0.0) / a.size();
}

double correlation(std::span<const double> a, std::span<const double> b) {
    auto ma = average(a);
    auto mb = average(b);
    double sum = 0.0;
    for (std::size_t i = 0; i < a.size(); i++) {
        sum += (a[i] - ma) * (b[i] - mb);
    }
    return sum / a.size();
}

```

Отриманий графік:



2) Програма для вимірювання складності обчислень в залежності від часу (кількості дискретних відліків)

```

#include "signal.h"

#include <iostream>

constexpr ulong harm_low = 2;
constexpr ulong harm_hi = 2 << 18;

```

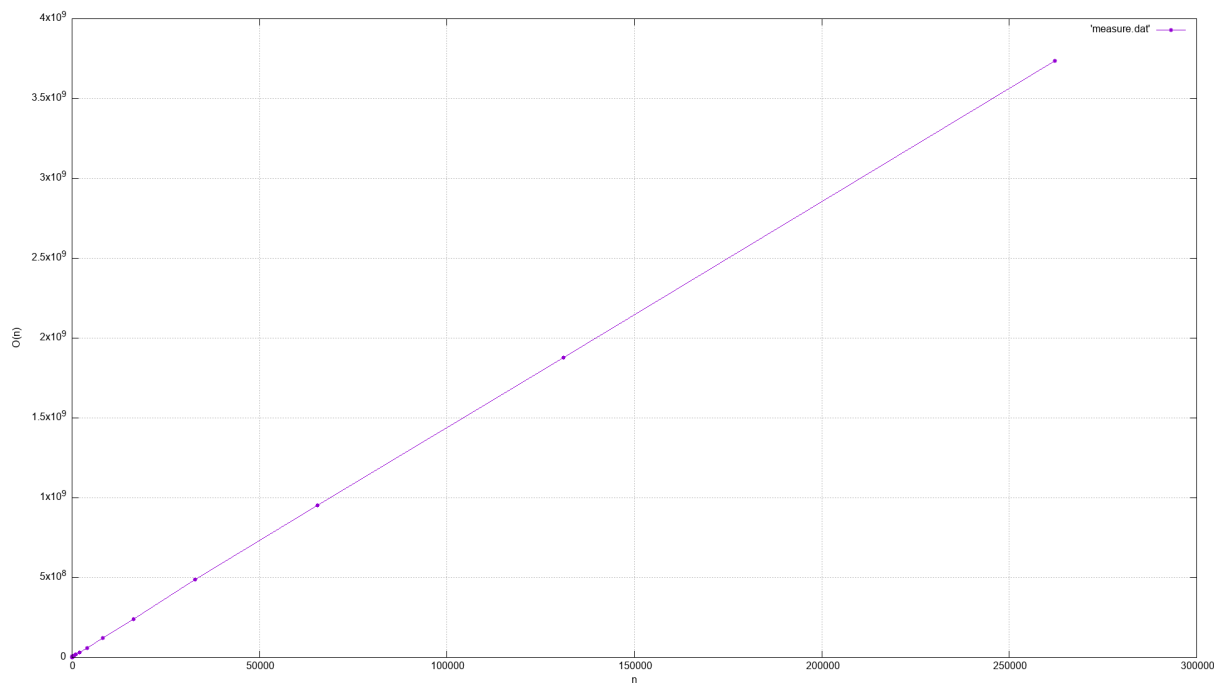
```

constexpr ulong harm_step = 2;

int main() {
    std::cout << "# n\tO(n)\n";
    for (auto harm = harm_low; harm < harm_hi; harm *= harm_step) {
        auto dur = measure([harm]) {
            generate_signal(harm, params::freq, params::inter, params::dt);
        };
        std::cout << harm << '\t' << dur << '\n';
    }
}

```

Результати вимірювань:



Графік демонструє складність, наближену до теоретичної $O(N)$.