

# 密码学第八次实验报告

## 椭圆曲线相关算法

### 原理

椭圆曲线是定义在射影平面中的一种曲线. 在密码学中能够应用的椭圆曲线的方程形式为

$$y^2 = x^3 + ax + b \quad (4a^3 + 27b^2 \neq 0)$$

这种曲线原来是定义在  $\mathbb{R}$  上的, 但是也可以扩充到有限域  $F$  上. 这样更适合密码学应用.

由于椭圆曲线定义在射影平面上, 在普通平面上表示会丢失射影平面上的无穷远点, 所以还要定义一个无穷远点  $P_\infty$ .

定义椭圆曲线在同一条直线上的三个点之和为  $P_\infty$ . 可以证明出椭圆曲线上所有点关于这种加法形成一个 Abel 群, 加法单位元为  $P_\infty$ . 同时, 可以定义  $2P$  为过点  $P$  的切线与椭圆曲线的另一个交点. 若无交点, 定义  $2P$  为  $P_\infty$ . 这样, 就可以定义椭圆曲线上点的数乘.

椭圆曲线上点的加法可以推导出公式. 同样的, 求某个点左乘 2 也可以推导出公式. 这样, 椭圆曲线上点的加法和数乘都可以推导出公式, 这就把几何操作转化成了代数运算.

椭圆曲线有以下困难问题: 已知  $P$  和  $kP (k \in \mathbb{Z})$ , 求  $k$ . 该问题被称作椭圆曲线上的离散对数问题, 可以用来构造椭圆曲线上的公钥密码体制.

## 伪代码

---

### 算法 1: 椭圆曲线上点的加法算法

---

**输入:** 椭圆曲线上的两个点  $A$  和  $B$

**输出:** 椭圆曲线上的点  $C$

**数据:** 椭圆曲线参数  $a, b$

**if**  $A = P_\infty$  **and**  $B = P_\infty$  **then**  
| **return**  $P_\infty$

**end**

**if**  $A = P_\infty$  **then**  
| **return**  $B$

**end**

**if**  $B = P_\infty$  **then**  
| **return**  $A$

**end**

**if**  $x_A \neq x_B$  **then**

$$\delta = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$x_C = \delta^2 - x_A - x_B$$

$$y_C = -y_A + \delta(x_A - x_C)$$

| **return**  $C$

**else**

| **if**  $y_A = y_B$  **then**

$$\delta = \frac{3x_A^2 + a}{2y_A}$$

$$x_C = \delta^2 - 2x_A$$

$$y_C = -y_A + \delta(x_A - x_C)$$

| | **return**  $C$

| **else**

| | **return**  $P_\infty$

| **end**

**end**

---

---

**算法 2:** 椭圆曲线上点的数乘运算

---

**输入:** 整数  $n$ , 椭圆曲线上的点  $P$

**输出:** 结果  $R$

**数据:** 椭圆曲线参数  $a, b$

**if**  $n < 0$  **then**

    | 抛出参数错误

**end**

**if**  $n = 0$  **then**

    | **return**  $P_{\infty}$

**end**

**if**  $n = 1$  **then**

    | **return**  $P$

**end**

**if**  $n = 2$  **then**

    | **return**  $P + P$

**end**

$\text{curr\_factor} \leftarrow \text{null}$  **for**  $n$  从低到高的每个二进制位 **do**

**if**  $\text{curr\_factor} = \text{null}$  **then**

        |  $\text{curr\_factor} \leftarrow \text{self}$

**else**

        |  $\text{curr\_factor} \leftarrow 2 * \text{curr\_factor}$

**end**

**if** 该位为 1 **then**

        |  $\text{result} \leftarrow \text{result} + \text{curr\_factor}$

**end**

**end**

---

## 分析

### 点的加法

很显然, 对点的加法的各种情况, 时空复杂度为  $O(1)$ .

## 点的数乘运算

设要乘的数为  $n$ .

由于要遍历  $n$  的每一位, 所以易知时间复杂度为  $O(\log n)$ . 每步之间没有数据关联, 所以空间复杂度为  $O(1)$ .

## 优化

### 点的加法

实际上, 可能可以通过对点的加法的代数性质, 对点的加法进行优化. 我在网络上也找到了 NIST 的一种优化方法.

## 点的数乘运算

对点的数乘运算, 由于前后数据相关性较大, 没有很好的优化方法. 但是可以借用模平方乘算法的优化方式 (如加法链) 来优化.

## 椭圆曲线上的 Diffie-Hellman 密钥交换协议

### 原理

Diffie-Hellman 密钥交换协议是基于离散对数问题求解困难性的. 椭圆曲线上的 Diffie-Hellman 密钥交换协议是基于椭圆曲线上离散对数问题求解困难性的.

密钥交换双方首先生成  $X_A, X_B$  作为私钥, 然后生成公钥  $Y_A = X_AP, Y_B = X_BP$ , 其中  $P$  为椭圆曲线上规定好的基点. 收到对方的公钥时, 能够得到最终的密钥  $Y = X_BY_AP = X_AY_BP$ , 完成密钥交换.

## 伪代码

### 密钥生成算法

---

**算法 3:** Diffie-Hallman 密钥交换协议密钥生成算法

---

**输入:** 无

**输出:** 有限域上的数  $n$ , 椭圆曲线上的点  $p$

**数据:** 椭圆曲线的参数  $a, b$ , 它的一个生成元 (同时也是系统公开参数)  $G$

$n \leftarrow (1, n)$  上的随机整数  $p \leftarrow n * G$  **return**  $n, p$

---

### 密钥获取算法

---

**算法 4:** Diffie-Hallman 密钥交换协议密钥获取算法

---

**输入:** 己方私钥  $x$ , 获取到的数据  $P$

**输出:** 椭圆曲线上的点  $P'$

$P' \leftarrow xP$

**return**  $P'$

---

## 分析

由于所有算法中数据的上界已经给定, 且各子算法的时空复杂度已知, 所以两个算法的时空复杂度都是  $O(1)$ .

## 测试

测试模块为 `diffie_hellman.py`. 主要的测试功能是测试密钥生成和接收算法及其正确性, 能够测试通过.

## 优化

实际上, 两种算法比较简单, 我看不出明显的优化空间. 但是, 可以通过对子算法的优化, 来间接地优化两种算法.

# 椭圆曲线上的 ElGamal 公钥密码体制

## 原理

椭圆曲线上的 ElGamal 公钥加密算法也是基于椭圆曲线上的离散对数问题, 并且与常规的 ElGamal 公钥密码体制类似.

首先约定一条  $F_p$  上的椭圆曲线  $E_p(a, b)$ , 它的一个生成元  $G$ , 以及一个不超过  $p$  的数  $n$ .

## 密钥生成算法

Alice 首先选择  $(1, p)$  上的一个随机数  $d$ , 把  $d$  作为私钥,  $Q = dP$  作为公钥.

## 加密算法

Bob 把满足  $1 \leq m \leq n$  的消息  $m$  表示成  $F_p$  上的元素, 使用的字母不变. 然后他在  $[1, n - 1]$  内选择一个随机数  $k$ , 计算  $C_1 = kP$ . 然后计算  $(x_2, y_2) = kQ$ , 若  $x_2 = 0$ , 则重新生成  $k$ , 重新计算. 然后计算  $C_2 = mx_2$ , 并传送密文  $(C_1, C_2)$  给 Alice.

## 解密算法

Alice 使用私钥  $d$ , 计算  $D = dC_1$ , 再计算  $F_p$  中  $D$  的横坐标  $x_2$  的逆元  $x_2^{-1}$ . 然后通过  $m = C_2x_2^{-1}$  恢复出明文  $m$ .

## 伪代码

---

### 算法 5: ElGamal 公钥密码体制密钥生成算法

---

**输入:** 无

**输出:** 私钥  $n$ , 公钥  $P$

**数据:** 椭圆曲线的参数  $a, b$ , 它的一个生成元  $G$

$n \leftarrow (1, n)$  中的随机数

$P \leftarrow nG$

**return**  $n, P$

---

### 算法 6: ElGamal 公钥密码体制加密算法

---

**输入:** 整数形式的消息  $m$ , 公钥  $P$

**输出:** 椭圆曲线上的点  $x_1$ , 整数  $c$

**数据:** 椭圆曲线的参数  $a, b$ , 它的一个生成元  $G$

**if**  $p \geq n$  **or**  $p < 0$  **then**

    | 抛出参数错误

**end**

**while true do**

    |  $k \leftarrow [1, n - 1]$  中的随机数

    |  $x_1 \leftarrow kG$

    |  $x_2 \leftarrow kP$

    | **if**  $x_2$  的横坐标 = 0 **then**

        | **continue**

    | **end**

**end**

$c \leftarrow px_2$  的横坐标

**return**  $x_1, c$

---

---

**算法 7: ElGamal 公钥密码体制解密算法**

---

**输入:** 密文对  $(x_1, c)$ , 私钥  $n$

**输出:** 椭圆曲线上的点  $x_1$ , 整数  $c$

**数据:** 椭圆曲线的参数  $a, b$ , 它的一个生成元  $G$

**if**  $c \geq n$  **or**  $c < 0$  **then**

    | 抛出解密出错

**end**

$x_2 = nx_1$

$x'_2 \leftarrow x_2$  的横坐标

$m = cx'_2$

**return**  $m$

---



## 分析

由于数据的上界已知, 各子算法的时空复杂度也已知, 所以时空复杂度为  $O(1)$ .

## 测试

由于测试要求使用文件, 所以采用了文件加解密方式进行测试. 经过测试, 恢复的明文文件和原明文文件相同. 测试模块为 `elgamal_test.py`.

## 优化

### 主要算法

其实对主要算法, 我也没想出很好的方式来优化. 但是实际上同样也可以通过优化子算法来优化算法的效率.

### 文件加解密算法

对文件加解密算法, 可以利用处理器的并行性来优化, 也可以提前算出需要的中间值.

## SM2 公钥密码体制

### 原理

SM2 公钥密码体制也是基于椭圆曲线上的离散对数问题的。但是，它有两点非常独特，一个是通过一个密钥生成函数（KDF）来生成密钥，另一个是它通过哈希函数实现了消息鉴别功能，提高了敌手伪造消息的成本。

SM2 算法需要使用国家密码管理局批准的哈希算法，这里使用的是 SM3 算法。事实上，SM2 密码体制支持多种有限域及多种点的表示，这里只实现了  $F_p$  域上点的未压缩表示。

## 伪代码

---

**算法 8: SM2 公钥密码体制密钥生成算法**

---

**输入:** 无

**输出:** 有限域上的点 (私钥)  $d$ , 椭圆曲线上的点 (公钥)  $P$

**数据:** 椭圆曲线的参数  $a, b$ , 它的生成元  $G$

$d \leftarrow [1, n - 2]$  中的随机数

$P \leftarrow dG$

**return**  $d, P$

---

---

**算法 9: SM2 公钥密码体制密钥派生函数 (KDF)**

---

**输入:** 字节串  $Z$ , 密钥长度  $kLen$

**输出:** 密钥字节串  $K$

**数据:** 哈希函数的输出位长度  $v$

$ct$  为一个 32 位的计数器变量

$ct \leftarrow 0x00000001$

**for**  $i = 1 \dots \lceil kLen/v \rceil$  **do**

$Ha_i \leftarrow Hash(Z \parallel ct)$

$ct \leftarrow ct + 1$

**end**

**if**  $kLen \bmod v = 0$  **then**

$Ha_{\lceil kLen/v \rceil} \leftarrow Ha_{\lceil kLen/v \rceil}$  最左边的  $kLen - (v \lfloor kLen/v \rfloor)$  位

**end**

$K \leftarrow Ha_1 \parallel Ha_2 \parallel \dots \parallel Ha_{\lceil kLen/v \rceil}$

**return**  $K$

---

---

**算法 10: SM2 公钥密码体制加密算法**

---

**输入:** 明文  $m$ , 公钥  $P$

**输出:** 密文  $c$

**数据:** 椭圆曲线的生成元  $G$

**while true do**

$k \leftarrow [1, n - 1]$  中的随机数

$c_1 \leftarrow kG$

    把  $c_1$  转换为字节串

$h \leftarrow 1$

$s \leftarrow hP$

**if**  $s = P_\infty$  **then**

        | 抛出错误

**end**

$x_2, y_2 \leftarrow ks$  的横坐标和纵坐标

    把  $x_2, y_2$  转换为字节串

$kLen \leftarrow m$  的位长度

$t \leftarrow KDF(x_2 \parallel y_2, kLen)$

**if**  $t$  非全 0 的字节串 **then**

        | **break**

**end**

$c_2 \leftarrow m \oplus t$

$c_3 \leftarrow Hash(x_2 \parallel m \parallel y_2)$

**return**  $c_1 \parallel c_2 \parallel c_3$

**end**

---

---

**算法 11: SM2 公钥密码体制解密算法**

---

**输入:** 密文  $c$ , 私钥  $d$

**输出:** 明文  $m$

**数据:** 椭圆曲线参数  $a, b$ , 椭圆曲线的有限域  $F_p$  的模数  $p$

从  $c$  中提取  $c_1, c_2, c_3$

**if** 按照格式出现索引错误 **then**

    | 抛出错误

**end**

**if**  $c_1$  不在椭圆曲线上 **then**

    | 抛出错误

**end**

$x_2, y_2 \leftarrow dc_1$  的横坐标和纵坐标

把  $x_2, y_2$  转换成字节串

$kLen \leftarrow c_2$  的位长度

$t \leftarrow KDF(x_2 \parallel y_2, kLen)$

**if**  $t$  为全为 0 的字节串 **then**

    | 抛出错误

**end**

$m \leftarrow c_2 \oplus t$

$u \leftarrow Hash(x_2 \parallel m \parallel y_2)$

**if**  $u \neq c_3$  **then**

    | 抛出错误

**end**

**return**  $m$

---

## 分析

设消息的长度为  $m$ 。

### 密钥生成算法

该算法步骤恒定，因此时空复杂度都是  $O(1)$ 。

### 加密算法

要注意的一点是，实际上 KDF 是需要不停地保存中间值的，这些中间值的长度跟  $m$  成正比，计算它们的时间也是。同样地，计算哈希值也要考虑输入数据的长度。因此，算法的总时空复杂度分别是  $O(m)$  和  $O(m)$ 。

### 解密算法

类似地，算法的总时空复杂度分别是  $O(m)$  和  $O(m)$ 。

## 测试

采用自动化脚本进行测试，脚本文件名为 `sm2_test.py`。它可以测试加密和解密算法的正确性，以及自动加解密一个文件作为测试。经过测试，加密和解密算法互为逆，解密的文件也与加密的文件相同，因此算法正确。

## 优化

### 密钥派生函数

实际上，哈希函数的值可以并行计算，因为数据以来并不高。其实，结果  $K$  的值同样可以并行。这种并行对多核 CPU 更为有利，因为不同的  $ct$  值触发的代码执行路径一般是不相同的，在一个 CPU 上，分支预测器容易迷惑。而且，并行更有利于利用每个 CPU 的局部性。

## 加密算法和解密算法

这两个算法实际上可以优化数据结构，这样可以简化对点的转换。但是并行性不够好，算法的分支情况也不大好预测。不过局部性还是比较强的。其实可以用上比较新的 x86 指令集，这样能直接支持 256 位整数运算。

## SM9 公钥密码体制

### 原理

SM9 公钥密码体制是基于身份的密码体制，因此能够简化对用户的认证等过程。用户需要信任一个密钥分发中心 KDC，由 KDC 生成密钥。

SM9 系列密码算法的数学基础，是双线性对，这是一种建立在循环群  $G_1, G_2$  上的映射，并且映射到另一个循环群  $G_T$ 。双线性对  $e$  最基本的性质，是对任意自然数  $a, b$  和分别在  $G_1, G_2$  上的元素  $m_1, m_2$ ， $e(am_1, bm_2) = ab \cdot e(m_1, m_2)$ 。这里假定三个群都是加群。

在 SM9 中，双线性对的  $G_1$  是通常意义上椭圆曲线的一部分点构成的一个群，但  $G_2$  和  $G_T$  比较特殊，是首先得到  $F_{q^2}$  和  $F_{q^{12}}$ （其中  $q$  为大素数）这两个扩域，再基于  $F_{q^2}$  上定义的椭圆曲线上的点，这样来构成两个循环群。实际上，从  $F_q$  到  $F_{q^{12}}$  经历了三次扩张，这种方法也叫塔式扩张方法。为了保证  $G_1, G_2$  和  $G_T$  确实是循环群，需要让这三个群、椭圆曲线的一些参数和扩张方法满足一些性质。

由于  $F_{q^2}$  和  $F_{q^{12}}$  是扩域，且扩张用到的本原多项式已知，所以在实现时可以进行优化。大体的思路是借助多项式本身的结构，把这两个域上的元素表示成有序对的形式。然后，就可以在有序对上做计算了。表示成有序对形式，实际上就是表示成多项式形式，有序对的元素按一定顺序组成多项式的系数。这是符合抽象代数原理的。然后，根据标准的规定，让多项式高次项的系数放在有序对的前面。

由于时间不够，所以实际上 SM9 公钥密码体制没写完，只写完了参数定义、 $F_{q^2}$  上元素的计算、KDC 生成两种加密密钥的部分、密码杂凑函数和密钥派生函数这几个部分。

SM9 公钥密码体制利用双线性对，不仅是基于椭圆曲线上求离散对数困难问题，还基于椭圆曲线上双线性对的几个困难问题，进一步增强了安全性，也增强了它的实用性。

## 伪代码

以下对数的四则运算，都是在  $F_q$  上进行的。

---

### 算法 12: $F_{q^2}$ 上元素的加法

---

**输入:**  $F_{q^2}$  上的两个元素  $a, b$

**输出:**  $F_{q^2}$  上的元素  $c$

把  $a$  和  $b$  分别表示成  $(a_1, a_2)$  和  $(b_1, b_2)$  的形式

$c_1, c_2 \leftarrow a_1 + a_2, b_1 + b_2$

根据  $(c_1, c_2)$  得到  $c$

**return**  $c$

---



---

### 算法 13: $F_{q^2}$ 上元素的减法

---

**输入:**  $F_{q^2}$  上的两个元素  $a, b$

**输出:**  $F_{q^2}$  上的元素  $c$

把  $a$  和  $b$  分别表示成  $(a_1, a_2)$  和  $(b_1, b_2)$  的形式

$c_1, c_2 \leftarrow a_1 - a_2, b_1 - b_2$

根据  $(c_1, c_2)$  得到  $c$

**return**  $c$

---



---

### 算法 14: $F_{q^2}$ 上元素的乘法

---

**输入:**  $F_{q^2}$  上的两个元素  $a, b$

**输出:**  $F_{q^2}$  上的元素  $c$

把  $a$  和  $b$  分别表示成  $(a_1, a_2)$  和  $(b_1, b_2)$  的形式

$c_1, c_2 \leftarrow a_2b_2 - 2a_1b_1, -2(a_1b_2 + a_2b_1)$

根据  $(c_1, c_2)$  得到  $c$

**return**  $c$

---

---

**算法 15:**  $F_{q^2}$  上元素求逆元

---

**输入:**  $F_{q^2}$  上的元素  $a$

**输出:**  $F_{q^2}$  上的元素  $c$

把  $a$  表示成  $(a_1, a_2)$  的形式

$$a_1, a_2 \leftarrow -\frac{a}{b^2+2a^2}, \frac{b}{b^2+2a^2}$$

根据  $(c_1, c_2)$  得到  $c$

**return**  $c$

---

---

**算法 16:**  $F_{q^2}$  上元素的除法

---

**输入:**  $F_{q^2}$  上的两个元素  $a, b$

**输出:**  $F_{q^2}$  上的元素  $c$

$c \leftarrow a \cdot b$  的逆元

**return**  $c$

---

---

**算法 17:** 系统加密主密钥生成算法

---

**输入:** 无

**输出:** 加密主私钥  $ke$ , 加密主公钥  $P_{pub-e}$ , 加密私钥生成函数识别符  $hid$

**数据:** 循环群  $G_1, G_2$  和  $G_T$  的阶  $N$ , 循环群  $G_1$  的生成元  $P_1$

$ke \leftarrow [1, N-1]$  中的随机数

$$P_{pub-e} \leftarrow ke \cdot P_1$$

选择并公开 1 个字节长的加密私钥生成函数识别符  $hid$

**return**  $ke, P_{pub-e}, hid$

---

SM9 公钥密码算法中用到的密钥派生函数 KDF 与 SM2 的基本一样, 因此省略了伪代码。



---

**算法 18: 用户加密密钥生成算法**

---

**输入:** 加密私钥生成函数识别符  $hid$ , 加密主私钥  $ke$ , 用户标识  $ID$

**输出:** 用户的加密私钥  $de$

**数据:** 循环群  $G_1, G_2$  和  $G_T$  的阶  $N$ , 循环群  $G_2$  的生成元  $P_2$

$t_1 \leftarrow H_1(ID \parallel hid, N) + ke$

**if**  $t_1 = 0$  **then**

    | 抛出错误

**end**

$t_2 \leftarrow ke \cdot t_1^{-1}$

$de \leftarrow t_2 P_2$

**return**  $de$

---

---

**算法 19: 密码函数  $H_1$** 

---

**输入:** 字节串  $Z$ , 整数  $n$

**输出:** 整数  $h_1$

**数据:** 哈希函数  $H_v(m)$ , 哈希函数的输出位长度  $v$

32 位大端序整数  $ct \leftarrow 0x00000001$

$hLen \leftarrow 8 \lceil \frac{5 \log_2 n}{32} \rceil$

**for**  $i = 1 \dots \lceil \frac{hLen}{v} \rceil$  **do**

    |  $Ha_i \leftarrow H_v(0x01 \parallel Z \parallel ct)$

    |  $ct \leftarrow ct + 1$

**end**

**if**  $\frac{hLen}{v}$  不是整数 **then**

    |  $Ha_{\lceil \frac{hLen}{v} \rceil} \leftarrow Ha_{\lceil \frac{hLen}{v} \rceil}$  最左边的  $\frac{hLen - v \lfloor \frac{hLen}{v} \rfloor}{8}$  字节

**end**

$Ha \leftarrow Ha_1 \parallel Ha_2 \parallel \dots \parallel Ha_{\lceil \frac{hLen}{v} \rceil - 1} \parallel Ha_{\lceil \frac{hLen}{v} \rceil}$

把  $Ha$  按大端序转换为整数

$h_1 \leftarrow (Ha \bmod (n - 1)) + 1$

**return**  $h_1$

---

密码函数  $H_2(Z, n)$  除了使用的常量从  $0x01$  变成了  $0x02$  以外, 其它地方都一样, 因此省略了伪代码。

## 分析

### 系统加密主密钥和用户加密密钥生成算法

易知算法的空间需求和计算量都是有上界的。因此算法的时空复杂度都是  $O(1)$ 。

### 密码函数 $H_1(Z, n)$ 和 $H_2(Z, n)$

设  $Z$  的长度为  $l$ 。

它们的结构完全一样，只是参数不同，因此可以一块分析。它们需要计算哈希函数的次数易知量级是  $O(l)$ ，需要的空间也是这个量级的，因为块数是这个量级的。因此，该算法的时空复杂度都是  $O(l)$ 。

## 优化

由于我把 SM9 公钥加密体制的文档看了一下，所以会有对我没有实现的算法的优化方案。

### 系统加密主密钥和用户加密密钥生成算法

该算法可以通过缓存随机数的方式进行优化。KDC 可以缓存几个随机数，然后提前生成密钥，等待新用户来时进行分配。但是，这样做的一个缺点就是提前生成的数据需要放在安全的地方。

还有一种方法是根据数学性质进行优化，提前缓存好  $P_1$  的 2 的各次幂倍，需要用到的时候再加起来。

### 密钥派生函数 KDF

基本上与 SM2 公钥加密算法一样，因此优化也类似。

## 密码函数 $H_1(Z, n)$ 和 $H_2(Z, n)$

该函数的哈希也是有前缀的，而且哈希重复计算。一般用到的哈希函数是分组链接结构的哈希函数，如 SM3，因此可以通过类似于 HMAC 算法的方式进行优化，也就是提前把新的初始向量  $iv'$  算出来。但是，这种方法需要注意好分块的细节。

另外一种方式就是并行计算，也就是每次计算多个  $ct$  的值。这样也能提高计算效率。

## 消息认证码函数

这里消息认证码函数不是标准的 HMAC，是对它的拼接，而且密钥放在后面，因此感觉比较难优化。不过，密钥放在后面可以提高安全性，因为这样攻击者没法通过穷举密钥来穷举相应的初始向量  $iv$ ，从而简化穷举攻击。

## 密钥封装算法

这里随机数  $r$  和  $C$  可以提前生成， $g$  也可以。这样能够简化需要时的计算量，但是也要注意  $r$  和  $C$  的保密。

## 密钥解封装算法

这个算法数据依赖性比较高，我感觉优化比较难，难以想出怎么优化。

## 加密算法和解密算法

感觉这两种算法和密钥封装和解封装算法的结构比较相似，因此也可以用优化它们的方法进行优化。

## 测试

因为我写完这一点的时候，提交快要截止了，因此测试缺少了。

## 总结

### 椭圆曲线相关算法

这些算法主要是对书上的公式的理解, 以及区分好各种特殊情况, 尤其是关于  $P_{\infty}$  的情况. 还有一种特殊情况值得注意: 自己与自己相加 (或者说乘以 2).

### 椭圆曲线上的 Diffie-Hellman 密钥交换协议

这一部分也主要是对书上公式的理解. 但是这一部分主要是一个协议原语, 所以能实现的主要是一方, 但测试时要测试双方, 这一点要注意.

### SM2 公钥密码体制

这个公钥密码体制其实是椭圆曲线密码体制的更复杂的应用, 其实更有意思. SM2 公钥密码体制实际上更为实用, 因为它加上了消息鉴别的功能.

### 椭圆曲线上的 ElGamal 公钥密码体制

这部分其实是以 Diffie-Hellman 密钥交换协议作为基础的. 其实该密码体制最重要的是它的随机性和密文扩张, 所以在与文件配合时要注意, 保存的文件会更大, 而且具有随机性.

### SM9 公钥密码体制

这部分因为时间和复杂程度关系, 没有写完. 但是我感觉 SM9 公钥密码体制和国密算法中其它商用密码体制一样, 都有很高的实用性, 同时也保证了安全性. 它的一大特点, 是不仅有基于身份的加密, 而且有密钥封装和解封算法, 简化了密钥的分发, 这是十分实用的. 同时, 我感觉它的数学基础也比较先进. 而且, SM9 公钥密码体制不仅基于椭圆曲线上的离散对

数问题这个困难问题，还基于椭圆曲线上双线性对的几个困难问题，进一步增强了安全性。

## 算法评估与优化

对这次实验里的算法, 我其实没有想到太好的优化方法. 但是, 我感觉真正的优化应该去掉抽象, 把底层的椭圆曲线算法和顶层的算法结合起来, 虽然这只是一个直觉.

## 系统设计与维护

这次实验的完成, 实际上多少考验着系统设计能力. 椭圆曲线上点的算法, 实际上可以从点坐标所在的数域中抽象出来, 是点坐标的四则运算. 这时, 就可以使用运算符重载的方法, 来把对点坐标的运算抽象地写出来.

同时, 对于下层的  $F_p$  中的元素, 肯定要抽象成类. 把  $p$  固定, 会使得该类并不能可移植, 因此, 一种解决办法是给一个函数, 输入  $p$ , 返回表示  $F_p$  中元素的类. 这样就类似于元类 (实例是类的类), 不过这里是生成类的函数.

对于椭圆曲线的各种参数, 可以把参数都封装到一个单独的模块里. 这里当然也得在那个模块中声明椭圆曲线对应的  $F_p$ . 声明完以后, 关于椭圆曲线的密码学原语只要导入对应的模块, 就能使用相应的椭圆曲线了.

对文件的 ECB 模式加解密, 也可以考虑把负责 ECB 模式的代码抽象出来, 形成一个函数. 输入的时候把输入和输出文件名、分块加密或解密函数、加密或解密时相应分块的长度当做函数参数输入进去, 负责 ECB 模式的函数就可以执行对文件的加解密了. 这样能减小重复代码的量, 也有利于代码的可移植性, 更好地实现和测试其它加密算法.

最终, 负责加解密的上层代码基本上不超过 20 行, 而且跟课件上的说明差不多是一致的. 这样极大地方便了开发, 也明显降低了 bug 发生的概率. 感觉这个实验其实比较需要总体的系统设计, 因为我想了两个小时, 才把大致的系统构架图想明白, 之后才开始编程.

## 对课程的建议

感觉这次密码学实验课程终于回到正轨了, 不再出难死人的大整数题了……这次我感觉思路比较正, 就是考对课上内容的理解和熟练应用, 以及系统的合理设计, 其实并没有什么太刁钻或太细节的地方. 感觉以后密码学实验其实应该把系统设计的良好程度放入总评, 这样也对得起我们想出良好的系统结构的努力.

## 总结

这次实验感觉路子比较正, 也很能考验系统设计能力. 当然, 我也感觉很有意思. 但是, 我感觉非常可惜的一点, 是我白白花了两个小时却找不到合适的资料. 所以希望以后老师或者助教学长们能帮我们找一下, 哪怕找最必需的也好.