RELAZIONE LABORATORIO 1

Laboratorio eseguito da (in ordine alfabetico):

-Cuneo Giulio: s4516855
-Magno Alessandro: s4478234

ES.1 :

Per la realizzazione di questo esercizio è stata utilizzata la matricola s4516855 (1°stud. in ordine alfabetico).

Una volta mandato in esecuzione il codice, si nota come due semplici operazioni algebriche, se eseguite da una macchina, possano dare due risultati estremamente differenti (quando in realtà dovrebbero essere perfettamente coincidenti).

Di seguito si riportano i risultati ottenuti:

-Operazione uno--> (a+b)+c --->

variabile a con i=0 :6
variabile b --> 6e+20
risultato op.1 --> (a+b)+c --> 0
risultato op.2 --> a+(b+c) --> 6

variabile a con i=1 :60
variabile b --> 6e+20
risultato op.1 --> (a+b)+c --> 0
risultato op.2 --> a+(b+c) --> 60

variabile a con i=2 :600
variabile b --> 6e+20
risultato op.1 --> (a+b)+c --> 0
risultato op.2 --> a+(b+c) --> 600

variabile a con i=3 :6000
variabile b --> 6e+20
risultato op.1 --> (a+b)+c --> 0
risultato op.2 --> a+(b+c) --> 6000

variabile a con i=4 :60000
variabile b --> 6e+20
risultato op.1 --> (a+b)+c --> 0
risultato op.2 --> a+(b+c) --> 60000

variabile a con i=5 :600000
variabile b --> 6e+20
risultato op.1 --> (a+b)+c --> 655360
risultato op.2 --> a+(b+c) --> 600000

variabile a con i=6 :6e+06
variabile b --> 6e+20
risultato op.1 --> (a+b)+c --> 6.02931e+06
risultato op.2 --> a+(b+c) --> 6e+06

Concentriamoci ora sui primi 5 risultati, in particolare prestiamo attenzione alla prima operazione: i risultati ottenuti sono tutti zeri.

MOTIVAZIONE:
la variabile b ha una dimensione sufficientemente grande per far si che i bit di a risultino troppo piccoli per essere memorizzati in un double.
Nella mantissa troveremo infatti solamente i bit più significativi, il resto verrà troncato per carenza di spazio.

Supponiamo per esempio di disporre una mantissa di 4 bit e l'operazione a+b:

a=1.1111
b=0.11111

Quando sommiamo a+b verranno mantenuti soltanto i primi 4 bit di b, la stessa cosa accade nel nostro esperimento quando proviamo a sommare 6 a 6e+20.
NB: Formula per calcolare numeri in doppia precisione :

$(-1)^S \times (1 + \text{mantissa}) \times 2^{E-1023}$.

Una volta che il numero sarà diventato sufficientemente grande per essere parte della mantissa (i=5 in poi), allora il numero inizierà ad assumere valori veritieri.
Per quanto riguarda invece la seconda operazione, si ha che se sottraiamo ad una certa quantità la medesima quantità, otteniamo sempre 0.
Di conseguenza, risulta che tutte le volte sommiamo ad a il valore 0, ottenendo il valore di a come risultato.

ES.2 :

Di seguito i risultati ottenuti:

Calcolo con Algoritmo 1:

Valore X=0.5

```
*************************************************

CALCOLO CON X=0.5 E N=3

Approssimato: 1.64583
Calcolato con exp: 1.64872
Errore assoluto: 0.00288794
Errore relativo: 0.00175162

*******************************************************

CALCOLO CON X=0.5 E N=10

Approssimato: 1.64872
Calcolato con exp: 1.64872
Errore assoluto: 1.27627e-11
Errore relativo: 7.74096e-12

*******************************************************

CALCOLO CON X=0.5 E N=50

Approssimato: 1.64872
Calcolato con exp: 1.64872
Errore assoluto: 4.44089e-16
Errore relativo: 2.69354e-16

*******************************************************

CALCOLO CON X=0.5 E N=100

Approssimato: 1.64872
Calcolato con exp: 1.64872
Errore assoluto: 4.44089e-16
Errore relativo: 2.69354e-16

*******************************************************

CALCOLO CON X=0.5 E N=150
```

Approssimato: 1.64872
Calcolato con exp: 1.64872
Errore assoluto: 4.44089e-16
Errore relativo: 2.69354e-16

****

Valore X=30

****

CALCOLO CON X=30 E N=3

Approssimato: 4981
Calcolato con exp: 1.06865e+13
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: 1

****

CALCOLO CON X=30 E N=10

Approssimato: 2.3883e+08
Calcolato con exp: 1.06865e+13
Errore assoluto: 1.06862e+13
Errore relativo: 0.999978

****

CALCOLO CON X=30 E N=50

Approssimato: 1.06833e+13
Calcolato con exp: 1.06865e+13
Errore assoluto: 3.18471e+09
Errore relativo: 0.000298013

****

CALCOLO CON X=30 E N=100

Approssimato: 1.06865e+13
Calcolato con exp: 1.06865e+13
Errore assoluto: 0.00390625
Errore relativo: 3.65532e-16

****

CALCOLO CON X=30 E N=150

Approssimato: 1.06865e+13
Calcolato con exp: 1.06865e+13
Errore assoluto: 0.00390625
Errore relativo: 3.65532e-16

****

Valore X=-0.5

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=3

Approssimato: 0.604167
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 0.00236399
Errore relativo: 0.00389757

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=10

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.17416e-11
Errore relativo: 1.93586e-11

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=50

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.11022e-16
Errore relativo: 1.83045e-16

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=100

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.11022e-16
Errore relativo: 1.83045e-16

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=150

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.11022e-16
Errore relativo: 1.83045e-16

****

Valore X=-30

****

CALCOLO CON X=-30 E N=3

Approssimato: -4079
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 4079
Errore relativo: 4.35901e+16

****

CALCOLO CON X=-30 E N=10

Approssimato: 1.21255e+08
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 1.21255e+08

Errore relativo: 1.29579e+21

****

CALCOLO CON X=-30 E N=50

Approssimato: 8.78229e+08
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 8.78229e+08
Errore relativo: 9.38517e+21

****

CALCOLO CON X=-30 E N=100

Approssimato: -4.82085e-06
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 4.82085e-06
Errore relativo: 5.15179e+07

****

CALCOLO CON X=-30 E N=150

Approssimato: -4.82086e-06
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 4.82086e-06
Errore relativo: 5.1518e+07

****

##

Calcolo f(-0.5) e f(-30) con Algoritmo 2

Valore X=-30

****

CALCOLO CON X=-30 E N=3

Approssimato: 0.000200763
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 4981
Errore relativo: 5.32293e+16

****

CALCOLO CON X=-30 E N=10

Approssimato: 4.18709e-09
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 2.3883e+08
Errore relativo: 2.55225e+21

****

CALCOLO CON X=-30 E N=50

Approssimato: 9.36041e-14
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 1.06833e+13
Errore relativo: 1.14167e+26

****

CALCOLO CON X=-30 E N=100

Approssimato: 9.35762e-14
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: 1.14201e+26

****

CALCOLO CON X=-30 E N=150

Approssimato: 9.35762e-14
Calcolato con exp: 9.35762e-14
Errore assoluto: 1.06865e+13
Errore relativo: 1.14201e+26

****

Valore X=-0.5

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=3

Approssimato: 0.607595
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.0393
Errore relativo: 1.71352

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=10

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.04219
Errore relativo: 1.71828

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=50

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.04219
Errore relativo: 1.71828

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=100

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.04219
Errore relativo: 1.71828

****

CALCOLO CON X=-0.5 E N=150

Approssimato: 0.606531
Calcolato con exp: 0.606531
Errore assoluto: 1.04219
Errore relativo: 1.71828

****

Dai risultati ottenuti si evince che per quanto riguarda le misurazioni positive, il primo algoritmo si dimostra più efficiente, mentre per quanto riguarda valori negativi (-30 e -0.5) è necessario utilizzare il secondo.
Ciò si può spiegare in quanto, nel caso di numeri positivi, si ha una sommatoria di tutti numeri positivi (tutti i numeri positivi elevati ad un esponente pari o dispari danno infatti come risultato un numero positivo), mentre nel secondo caso, avendo una sommatoria mista (se un numero è negativo e viene elevato ad un esponente dispari mantiene segno negativo) si crea un annullamento che incide sul risultato.
Utilizzando il secondo algoritmo si aggira dunque l'operazione sopracitata, garantendo risultati corretti (N.B: per numeri negativi).

TAYLOR: L'approssimazione di taylor ha affetto se restiamo nell'intorno di 0, quindi con x molto piccole.
A tal proposito ci focalizziamo su x = 0.5 --> il risultato ottenuto è molto simile a quello che ci aspettavamo anche con N molto piccole (esatto con N>=10) .

Man mano che ci allontaniamo da 0, aumenta anche l'imprecisione: prendiamo per esempio x = 30 --> il risultato ottenuto sarà preciso soltanto con N >= 100.
Al fine di avere un'approssimazione precisa per x molto grandi si rende quindi necessario, come abbiamo appreso dall'esempio sopra, utilizzare N molto grandi.

ES.3 :

Di seguito i risultati ottenuti:

DOUBLE:: RISULTATO FINALE: 2.22045e-16

FLOAT:: RISULTATO FINALE: 1.19209e-07

I risultati ottenuti sono stati calcolati iterando a partire da 0, fino a quando la condizione $1+2^{(-d)}>1$ è rimasta vera.
Ciò ci ha consentito di elevare due alla massima potenza ospitabile in un numero di tipo double e float, per poi stamparne a video i valori.
Come possiamo osservare, la precisione sarà maggiore salvando il risultato in DOUBLE in quanto, come precedentemente spiegato nel primo esercizio, lo spazio a disposizione della mantissa è molto maggiore rispetto a quello che ci offre un numero di tipo FLOAT.