



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA FACULDADE DE ENGENHARIA DA
COMPUTAÇÃO E TELECOMUNICAÇÕES

AMANDA GABRIELLY PRESTES LOPES - 202207040043

ALGORITMO GENÉTICO

BELÉM - PA
2025

AMANDA GABRIELLY PRESTES LOPES - 202207040043

ALGORITMO GENÉTICO

Relatório da primeira atividade avaliativa da disciplina de Técnicas de Otimização ministrada pelo professor Roberto Limão para o curso de Engenharia de Telecomunicações do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará - Campus Belém.

BELÉM - PA

2025

Sumário

1	INTRODUÇÃO	3
1.1	Visão Geral	3
1.2	Objetivos	3
2	DESENVOLVIMENTO	4
2.1	Metodologia	4
3	Resultados	5
3.1	Parte 1	5
3.1.1	Explicação do Código	5
3.1.2	Análise	6
3.2	Parte 2	11
3.2.1	Explicação do Código	11
3.2.2	Análise	12
4	Conclusão	15
	Referências	16

1 INTRODUÇÃO

1.1 Visão Geral

Este trabalho foca na aplicação de um Algoritmo Genético (AG), uma meta-heurística bioinspirada, para resolver um problema de otimização contínua. A meta principal é encontrar o valor máximo de uma função matemática complexa, a função $F6(x,y)$, em um domínio de busca predefinido. A abordagem do AG, inspirada nos princípios de seleção natural e genética, permite a busca por soluções de forma adaptativa e probabilística, diferente dos métodos de otimização tradicionais (MITCHELL, 1996). O trabalho explora como os operadores genéticos, como seleção, cruzamento e mutação, interagem para guiar uma população de soluções candidatas em direção a um ótimo global (GOLDBERG, 1989; DAVIS, 1991).

Além da otimização, o cerne deste estudo é a análise visual e quantitativa do comportamento do AG. Isso inclui a avaliação do desempenho por meio de métricas como aptidão máxima, aptidão média e diversidade da população ao longo das gerações. O trabalho também demonstra, de forma prática, como a representação visual da paisagem de aptidão (com gráficos 3D e de curvas de nível) e da evolução da população pode fornecer insights valiosos sobre a dinâmica do algoritmo.

Código completo e imagens estarão disponíveis no repositório do Github abaixo:

<https://github.com/a-mand/algoritmoGenetico>

1.2 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são duplos, divididos em uma abordagem fundamental e uma avançada:

Avaliar o desempenho de um Algoritmo Genético Padrão:

- Implementar um AG com operadores genéticos clássicos (seleção por roleta, cruzamento de um ponto e mutação com taxa fixa de 1%).
- Monitorar a evolução da aptidão máxima e média da população para verificar a convergência do algoritmo.
- Calcular e analisar a diversidade da população (usando o desvio padrão da aptidão) para entender como a variabilidade genética se comporta durante o processo de otimização.
- Gerar gráficos detalhados que ilustram a aptidão, a diversidade e a superfície da função $F6(x, y)$ para uma análise abrangente.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Metodologia

A metodologia aplicada neste trabalho baseia-se na implementação e análise computacional de um Algoritmo Genético (AG) para otimizar a função de avaliação $F6(x,y)$, dada abaixo. A abordagem metodológica foi dividida em duas etapas principais, correspondentes aos objetivos propostos. A linguagem de programação Python foi utilizada para toda a implementação, com as bibliotecas NumPy para operações matemáticas eficientes e Matplotlib para a geração de gráficos.

$$F6(x, y) = 0.5 - \frac{\left[\sin \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right) \right]^2 - 0.5}{[1 + 0.001(x^2 + y^2)]^2}$$

1. Implementação e Análise do AG Padrão

A primeira fase consistiu na criação de um AG fundamental, cujos parâmetros e operadores foram configurados conforme a seguir:

- As variáveis de otimização contínuas, x e y , com domínio em $[-100, 100]$, foram codificadas em um cromossomo binário. Com uma precisão de 5 casas decimais, o número mínimo de bits para cada variável foi calculado em 25, resultando em um cromossomo total de 50 bits.
- A função $F6(x,y)$ foi diretamente utilizada como a função de aptidão (ou fitness). A aptidão de cada indivíduo da população foi avaliada decodificando seu cromossomo binário para os valores reais de x e y .
- Uma população de 100 indivíduos foi gerada aleatoriamente na primeira iteração. O processo foi executado por um total de 500 gerações. Para garantir a reprodutibilidade dos resultados, uma semente fixa (seed) foi utilizada para o gerador de números pseudoaleatórios.
- Os principais operadores de reprodução foram:
 - *Seleção por Roleta*: Indivíduos com maior aptidão tiveram uma probabilidade proporcionalmente maior de serem selecionados como pais para a próxima geração.
 - *Cruzamento de um Ponto*: Com uma taxa de cruzamento de 80%, os pais selecionados foram submetidos a um cruzamento de um ponto, onde um ponto de corte aleatório foi determinado para a troca de material genético.
 - *Mutação*: Uma taxa de mutação fixa de 1% foi aplicada a cada bit dos cromossomos gerados, garantindo a introdução de novas variações genéticas.

2. Implementação e Análise da Mutação Adaptativa

Na segunda etapa, a metodologia foi aprimorada para incorporar uma estratégia de mutação adaptativa, visando demonstrar como parâmetros dinâmicos podem influenciar o desempenho do AG. A taxa de mutação, anteriormente fixa, tornou-se variável, seguindo a seguinte lógica:

- A execução iniciou com uma taxa de mutação padrão de 1% (taxa inicial).
- A cada geração, a aptidão máxima da população foi monitorada.
- Quando a aptidão máxima atingiu um limiar de 0.99, a taxa de mutação foi aumentada para 5% (taxa adaptativa) e permaneceu nesse valor até o final da simulação. O momento exato dessa mudança foi registrado.

3 Resultados

3.1 Parte 1

O código-fonte para a Parte 1 implementa um Algoritmo Genético (AG) padrão, com o objetivo de otimizar a função $F6(x,y)$ utilizando um conjunto de operadores fixos. A estrutura do código é modular, com cada componente do AG representado por uma função específica, facilitando a compreensão e a análise.

3.1.1 Explicação do Código

Os parâmetros iniciais do algoritmo são definidos no início do script. Esta seção é crucial por estabelecer as condições-base da simulação, como o domínio do problema, o tamanho da população e, mais notavelmente, a taxa de mutação fixa em 1%. Esta taxa constante é uma característica fundamental do AG padrão, que será contrastada na Parte 2 do trabalho.

```

1 DOMAIN_MIN = -100
2 DOMAIN_MAX = 100
3 N_BITS = 25
4
5 POPULATION_SIZE = 100
6 CROSSOVER_RATE = 0.8
7 MUTATION_RATE = 0.01
8 MAX_GENERATIONS = 500

```

Funções Essenciais

A conexão entre a representação do AG (cromossomos binários) e o problema real de otimização é feita por duas funções-chave:

- `fitness_function(x, y)`: Implementa a função $F6(x,y)$ e é o critério de avaliação da aptidão de cada solução.
- `decode_chromosome(chromosome)`: Converte a representação binária de 50 bits em valores contínuos para as variáveis x e y , permitindo a avaliação pela função de aptidão.

Operadores Genéticos

O ciclo de evolução é impulsionado por operadores que agem sobre a população. No código, cada operador é implementado em uma função separada:

- `selection()`: Seleciona os pais para reprodução usando o método da roleta.
- `crossover()`: Combina os genes dos pais para criar novos descendentes, com uma taxa de 80
- `mutation()`: Introduce pequenas mudanças aleatórias nos cromossomos dos filhos. Nesta primeira parte, a função opera com a taxa fixa de 1
- `elitism()`: Garante que o melhor indivíduo de cada geração seja preservado na próxima, o que acelera a convergência e impede a perda da melhor solução.

O Ciclo Principal

A função `run_full_analysis()` é o motor do algoritmo. Ela orquestra o ciclo de 500 gerações, onde a população é avaliada, os pais são selecionados, novos descendentes são gerados e a nova população é formada. É dentro deste ciclo que também ocorre a coleta de dados de desempenho, como a aptidão máxima, para a geração dos gráficos de análise. Adicionalmente, este código inclui a lógica para a criação de um GIF, que visualiza a dispersão da população a cada geração, e para a plotagem da superfície 3D da função, fornecendo uma visão completa da paisagem de otimização.

3.1.2 Análise

Com a implementação do Algoritmo Genético concluída, esta seção se dedica à análise detalhada de seu desempenho e comportamento. A interpretação dos resultados é guiada por uma série de gráficos gerados a partir dos dados coletados durante a execução. O objetivo é correlacionar as métricas de aptidão e as variações de parâmetros com a capacidade do algoritmo de convergir para a solução ótima da função $F6(x,y)$. A análise a seguir será dividida em duas partes, correspondentes às estratégias de mutação fixa e adaptativa.

A Figura 1 apresenta o comportamento fundamental do Algoritmo Genético em sua configuração padrão. O gráfico de linha exibe a evolução da aptidão máxima da população ao longo de 500 gerações. A linha sólida azul demonstra uma trajetória clara de convergência:

- Nas gerações iniciais, a aptidão máxima aumenta rapidamente, indicando que o algoritmo está explorando eficientemente o espaço de busca e identificando soluções promissoras.
- A partir de aproximadamente 100 gerações, a aptidão máxima atinge o valor de 1,0, que corresponde ao máximo global da função $F6(x, y)$, conforme indicado pela linha tracejada vermelha.

O gráfico mostra que o AG é capaz de encontrar a solução ótima em um número relativamente baixo de gerações e de mantê-la de forma estável.

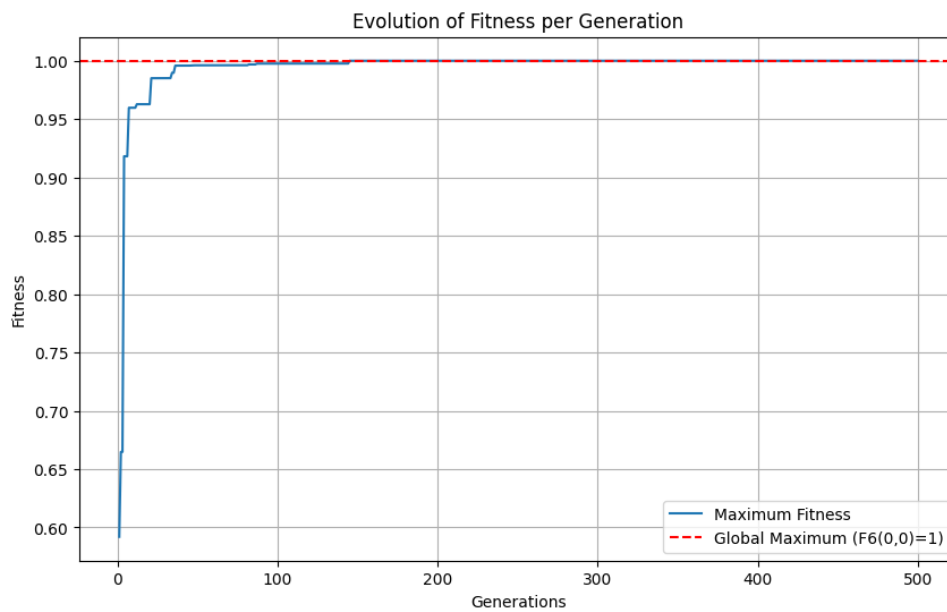
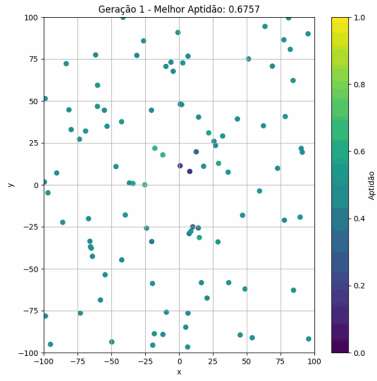
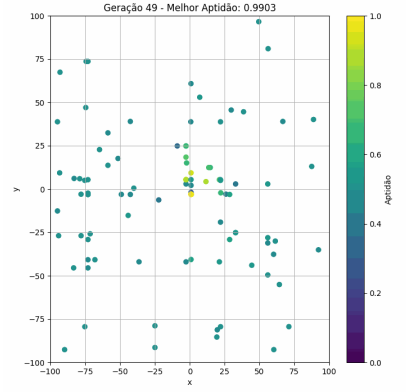


Figura 1: Gráfico de Aptidão por Gerações

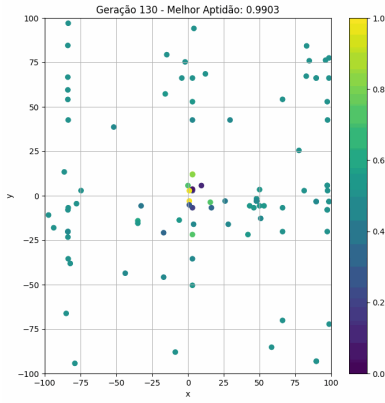
A Figura 2, alguns quadros extraídos de um GIF, oferece uma visualização dinâmica e detalhada do processo de busca do Algoritmo Genético no espaço de otimização. Cada ponto no gráfico representa um indivíduo da população, com suas coordenadas (x,y) mapeadas para o domínio do problema. A cor de cada ponto indica sua aptidão, conforme a barra de cores à direita.



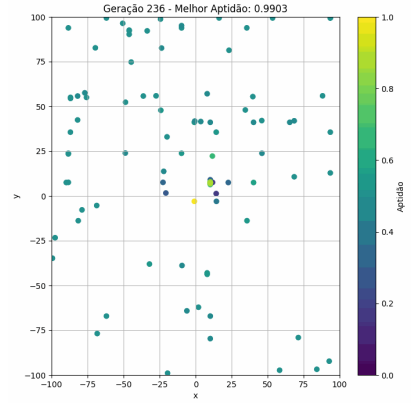
(a) Geração 1



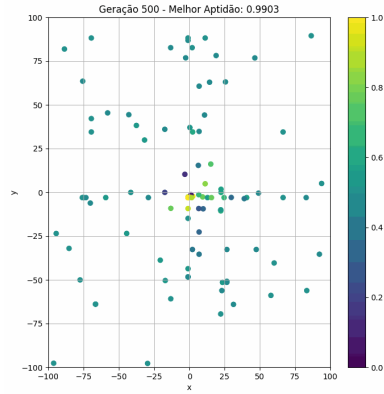
(b) Geração 50



(c) Geração 130



(d) Geração 230



(e) Geração 500

Figura 2: Frames selecionados da evolução da população no espaço de busca.

Os frames do GIF mostra a evolução da população ao longo das gerações. Inicialmente, os indivíduos estão distribuídos aleatoriamente por todo o domínio, refletindo a alta diversidade da população inicial. Com o avanço das gerações, o processo de seleção e reprodução guia os indivíduos em direção às áreas de maior aptidão. A população, visivelmente, se aglomera no centro do domínio, em torno do ponto $(0,0)$, que corresponde ao máximo global da função. A cor predominante da aglomeração de pontos se torna amarela, indicando que a aptidão dos indivíduos convergiu para o valor máximo.

- **Geração 1 (a):** A população é gerada aleatoriamente, com os indivíduos dispersos por todo o domínio $[-100, 100]$. A aptidão dos indivíduos é baixa, refletida pelas cores em tons de azul e verde, o que é característico de um estágio inicial de alta diversidade e baixa convergência.
- **Geração 50 (b) e Geração 130 (c):** Nestas gerações intermediárias, observa-se a pressão da seleção natural em ação. Os indivíduos começam a se aglomerar na região central, onde a aptidão é mais alta. A diversidade da população diminui visivelmente, e as cores dos pontos se tornam predominantemente amarelas e verdes, indicando uma melhoria significativa na aptidão.
- **Geração 230 (d) e Geração 500 (e):** Nestes estágios finais, a população já convergiu para a solução ótima. Os indivíduos estão fortemente concentrados em torno do ponto $(0,0)$, que corresponde ao máximo global da função. A aptidão de todos os indivíduos se aproxima de 1,0, como demonstrado pelas cores em tons de amarelo vibrante. O estado da população na Geração 500 é similar ao da Geração 230, confirmando que o algoritmo alcançou e estabilizou a melhor solução disponível.

O desempenho de um Algoritmo Genético está intrinsecamente ligado à topografia da função de aptidão que ele explora. A Figura 3 e 4 oferece uma visualização tridimensional da função $F6(x,y)$, revelando o ambiente de busca no qual o AG operou.

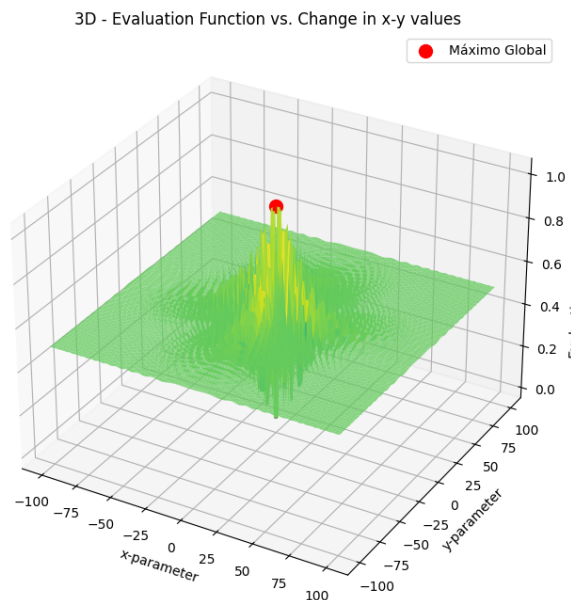


Figura 3: Visualização da superfície da função de aptidão $F6(x,y)$.

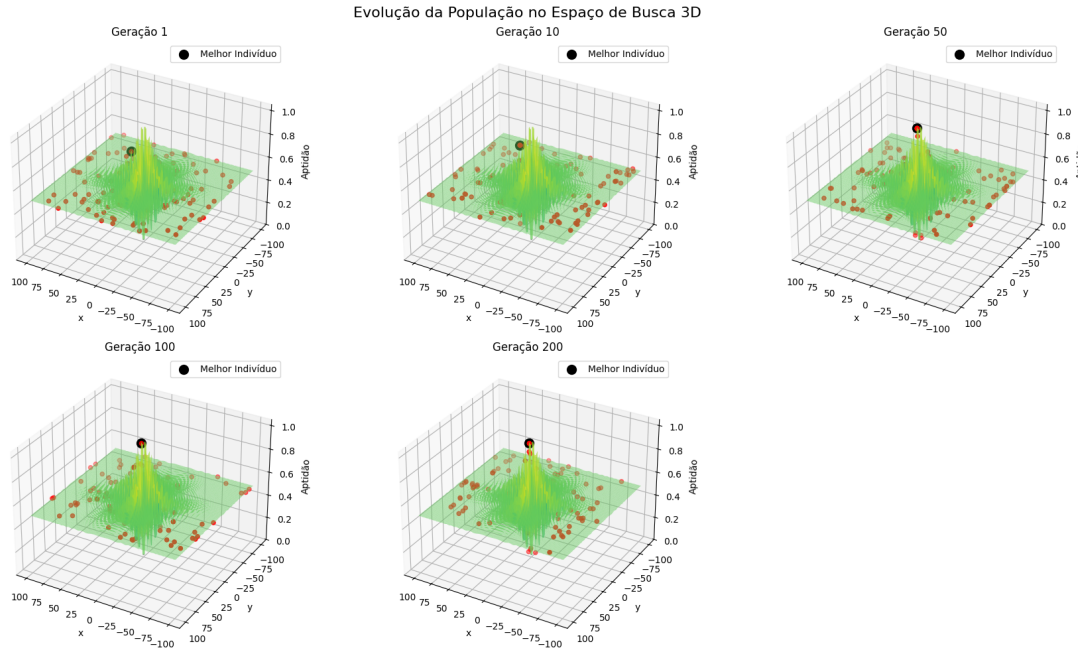


Figura 4: Visualizações da superfície da função de aptidão $F6(x,y)$.

A Figura 4 oferece uma visualização poderosa e multi-geracional do processo de busca do Algoritmo Genético. Cada subplot representa um "frame" da população em diferentes momentos da simulação, permitindo uma análise clara da transição de um estado de exploração para um de exploração.

- **Geração 1:** O gráfico inicial mostra a população de 100 indivíduos dispersa aleatoriamente por todo o espaço de busca. A aptidão dos indivíduos (pontos vermelhos) é variada, mas geralmente baixa, refletindo a natureza aleatória da população inicial. O "Melhor Indivíduo" (ponto preto) já se encontra em uma região de aptidão ligeiramente superior.
- **Geração 10 e Geração 50:** Nestas gerações intermediárias, a pressão da seleção natural começa a guiar a população. Os indivíduos migram em direção à região do pico central, onde a aptidão é mais alta. Observa-se um claro agrupamento dos pontos vermelhos nessa área, e o "Melhor Indivíduo" já está bem posicionado no topo de um dos picos.
- **Geração 100 e Geração 200:** Nestes estágios finais, a população já convergiu. Os indivíduos estão fortemente concentrados em torno do pico global da função. A aptidão de quase toda a população é alta, e o "Melhor Indivíduo" está firmemente estabelecido no topo da montanha de aptidão, indicando que o algoritmo encontrou a solução ótima. A semelhança entre as gerações 100 e 200 demonstra que a população alcançou a estabilidade.

3.2 Parte 2

A segunda parte deste trabalho tem um objetivo duplo e complementar: (1) implementar uma estratégia de mutação adaptativa, onde a taxa de mutação do AG é alterada dinamicamente, e (2) analisar o impacto dessa mudança na evolução da aptidão e da diversidade da população. A principal métrica de análise para esta seção é a diversidade, calculada como o desvio padrão da aptidão da população a cada geração.

3.2.1 Explicação do Código

1. Parâmetros e Variáveis de Controle

Esta seção do código define os parâmetros que regem o comportamento adaptativo do AG. As variáveis de controle são essenciais para gerenciar a mudança de estado do algoritmo.

- `INITIAL_MUTATION_RATE`: A taxa de mutação inicial (0.01), utilizada na fase de exploração.
- `ADAPTIVE_MUTATION_RATE_HIGH`: A nova taxa de mutação (0.05) que será ativada.
- `APTITUDE_THRESHOLD_HIGH`: O limiar de aptidão (0.99) que, quando alcançado pela melhor solução, aciona a mudança na taxa de mutação.
- `current_mutation_rate`: Uma variável dinâmica que armazena a taxa de mutação atual.
- `mutation_applied_generation`: Registra a geração em que a mutação foi ativada.

2. Lógica de Ativação da Mutação

O coração da estratégia adaptativa reside na lógica condicional inserida no ciclo principal do algoritmo. A cada geração, o AG verifica se a melhor aptidão da população (`'current_best_fitness'`) atingiu o limiar (`'APTITUDE_THRESHOLD_HIGH'`). A condição `'mutation_applied_generation is None'` garante que a mudança seja um evento único.

```

1 current_mutation_rate = INITIAL_MUTATION_RATE
2 mutation_applied_generation = None
3
4 # Trecho do loop principal
5 if current_best_fitness >= APTITUDE_THRESHOLD_HIGH and
   ↳ mutation_applied_generation is None:
6     current_mutation_rate = ADAPTIVE_MUTATION_RATE_HIGH
7     mutation_applied_generation = generation
8     print(f"Geração {generation}: Melhor aptidão atingiu...")

```

3. Operador de Mutação Dinâmico

Para que a lógica de ativação tenha efeito, o operador de mutação é projetado para ser dinâmico. A função ‘mutation()’ aceita um parâmetro de taxa, ‘rate’, que é o valor de ‘current_mutation_rate’. Desta forma, a taxa de mutação usada para gerar os filhos é sempre a taxa atual do algoritmo, permitindo que a mudança ocorra de forma fluida.

```

1 def mutation(chromosome, rate):
2     for i in range(len(chromosome)):
3         if np.random.rand() < rate:
4             chromosome[i] = 1 - chromosome[i]
5     return chromosome
6
7 # Chamada no ciclo principal
8 child1 = mutation(child1, current_mutation_rate)
9 child2 = mutation(child2, current_mutation_rate)

```

3.2.2 Análise

A Figura 5 ilustra o principal resultado da segunda parte do trabalho: a evolução da aptidão e da diversidade da população sob uma estratégia de mutação adaptativa. O gráfico plota os valores de aptidão e diversidade em uma escala normalizada, o que permite a comparação direta entre as métricas.

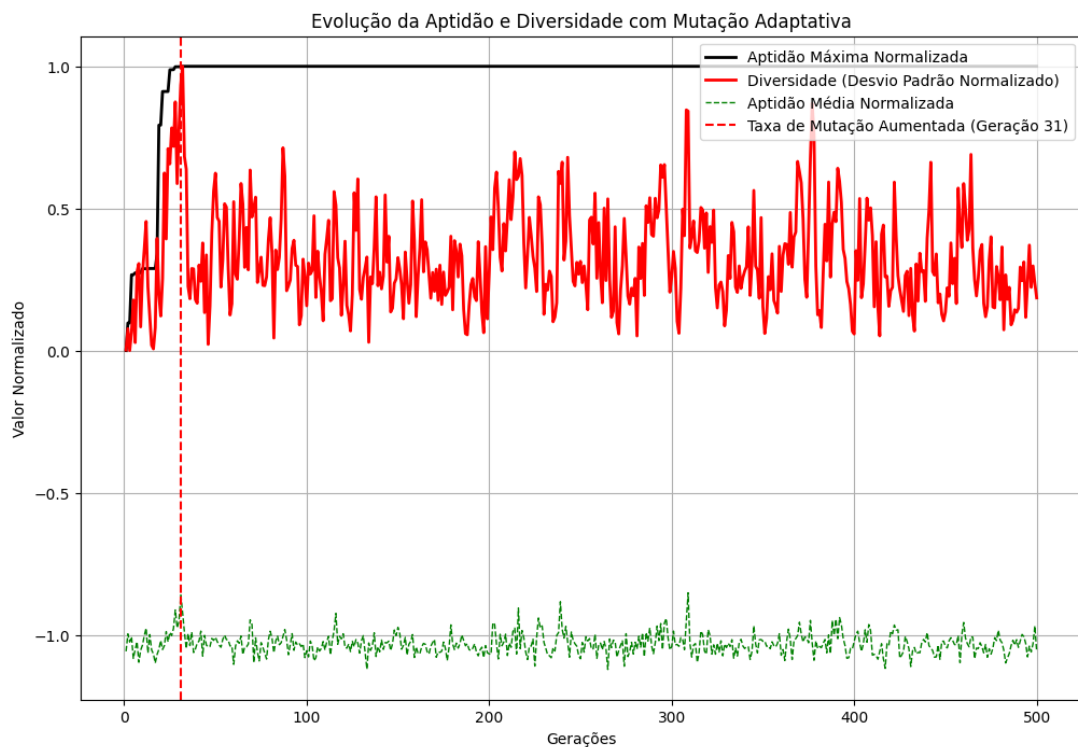


Figura 5: Evolução da Aptidão e Diversidade com Mutação Adaptativa.

A análise do gráfico revela a dinâmica da estratégia aplicada:

- **Convergência da Aptidão (Linha Preta):** A curva da aptidão máxima normalizada ('Aptidão Máxima Normalizada') demonstra uma rápida convergência para o valor 1,0, alcançando este platô por volta da Geração 31. Este comportamento confirma que a fase de exploração inicial do AG foi bem-sucedida, com o algoritmo encontrando a solução de alta qualidade em poucas gerações.
- **Comportamento da Diversidade (Linha Vermelha):** A curva de diversidade ('Diversidade Normalizada'), medida pelo desvio padrão da aptidão, mostra um padrão inicial de decaimento, o que é esperado à medida que a população se torna mais homogênea em torno das melhores soluções.
- **O Impacto da Mutação Adaptativa:** O ponto de virada na simulação é marcado pela linha vertical tracejada na Geração 31. Este é o momento em que a aptidão máxima atingiu o limiar de 0.99, ativando a lógica de mutação adaptativa. Como resultado direto, observa-se um pico imediato e acentuado na diversidade da população, que salta para um nível elevado e continua a flutuar significativamente durante o restante das gerações.
- **Aptidão Média (Linha Verde):** A aptidão média da população também é exibida. Ela segue a aptidão máxima, mas se estabiliza em um valor mais baixo na escala normalizada, o que é esperado, pois ela representa a média de todos os indivíduos, e não apenas o melhor.

A Figura 6 oferece uma visão ampliada e focada no momento crucial em que a taxa de mutação adaptativa é ativada. O gráfico de "zoom" cobre as gerações de 20 a 55, permitindo uma análise minuciosa da causa e efeito da intervenção do algoritmo.

A interpretação do gráfico se divide em três fases:

- **Fase de Convergência (Gerações 20-31):** Neste período, a aptidão máxima (Aptidão Máxima Normalizada) sobe rapidamente e atinge o platô de 1,0, que é o máximo global da função. Simultaneamente, a diversidade (Diversidade Normalizada) começa a decair, indicando que a população está se tornando homogênea ao se aglomerar em torno da solução ótima. A convergência da aptidão é o gatilho para a próxima fase.
- **O Evento da Mutação (Geração 31):** O momento exato da aplicação da mutação adaptativa é marcado pela linha vertical tracejada. O algoritmo detectou que a aptidão máxima atingiu o limiar de 0.99, e, conforme a lógica programada, a taxa de mutação foi aumentada. O impacto dessa mudança é imediatamente visível na curva de diversidade.

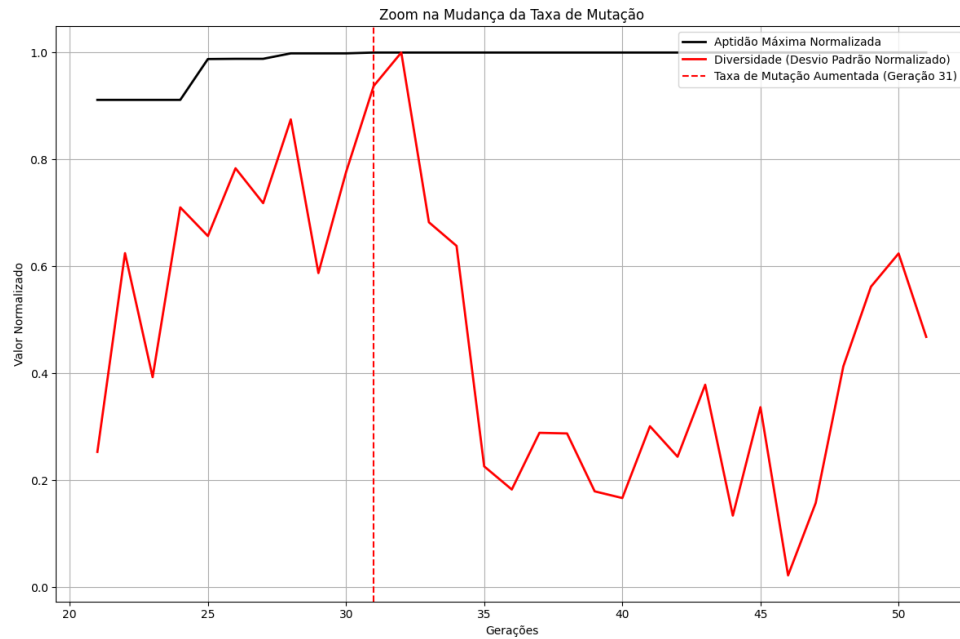


Figura 6: Gráfico ampliado, focado na região de aplicação da mutação adaptativa.

- Fase Pós-Mutação (Gerações 32-55):** Após a Geração 31, a aptidão máxima permanece estável no valor 1,0 (uma vez que o máximo já foi alcançado). No entanto, a curva de diversidade demonstra uma reação imediata e significativa, exibindo um pico acentuado. Este aumento é a prova direta de que a maior taxa de mutação reintroduziu variação genética na população. Embora a aptidão máxima não tenha mudado, o AG agora opera com um nível de diversidade renovado, mantendo a capacidade de explorar o espaço de busca de forma mais robusta e evitando uma estagnação completa.

4 Conclusão

O presente trabalho demonstrou com sucesso a aplicação e a análise aprofundada de um Algoritmo Genético para a otimização da função de avaliação $F6(x, y)$. As duas etapas do estudo forneceram *insights* valiosos sobre o comportamento do algoritmo, tanto em sua forma padrão quanto em uma configuração mais avançada.

Na primeira parte, a implementação de um AG com parâmetros fixos provou-se altamente eficaz. Os resultados gráficos da evolução da aptidão máxima confirmaram a rápida convergência do algoritmo, que localizou o máximo global da função em aproximadamente 100 gerações. A visualização da paisagem de aptidão em 3D validou a complexidade do problema e confirmou que a abordagem populacional do AG é bem-sucedida em navegar por terrenos com múltiplos picos e convergir para a solução ótima.

A segunda parte, focada na estratégia de mutação adaptativa, foi o ponto alto da análise. O principal objetivo era demonstrar o impacto de um parâmetro dinâmico na diversidade da população. O gráfico de "zoom" na região da Geração 31 evidenciou uma relação de causa e efeito clara: no momento em que a aptidão máxima alcançou o limiar de 0.99, o aumento na taxa de mutação causou um pico imediato e significativo na diversidade. Este resultado é a prova visual de que a estratégia adaptativa cumpriu seu papel de reintroduzir variação genética, mesmo após a convergência, prevenindo a estagnação e mantendo o potencial de exploração.

Em suma, este trabalho não se limitou a resolver um problema de otimização, mas serviu como um estudo de caso detalhado sobre a dinâmica dos Algoritmos Genéticos. Ele demonstra a importância de monitorar métricas como aptidão e diversidade e, mais ainda, ilustra como a manipulação inteligente de parâmetros pode aprimorar o comportamento do algoritmo, tornando-o mais robusto e versátil para problemas complexos.

Referências

- DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms**. [S.l.]: Van Nostrand Reinhold, 1991.
- GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989.
- MITCHELL, M. **An Introduction to Genetic Algorithms**. [S.l.]: MIT Press, 1996.