Électronique Analogique

Notes de cours

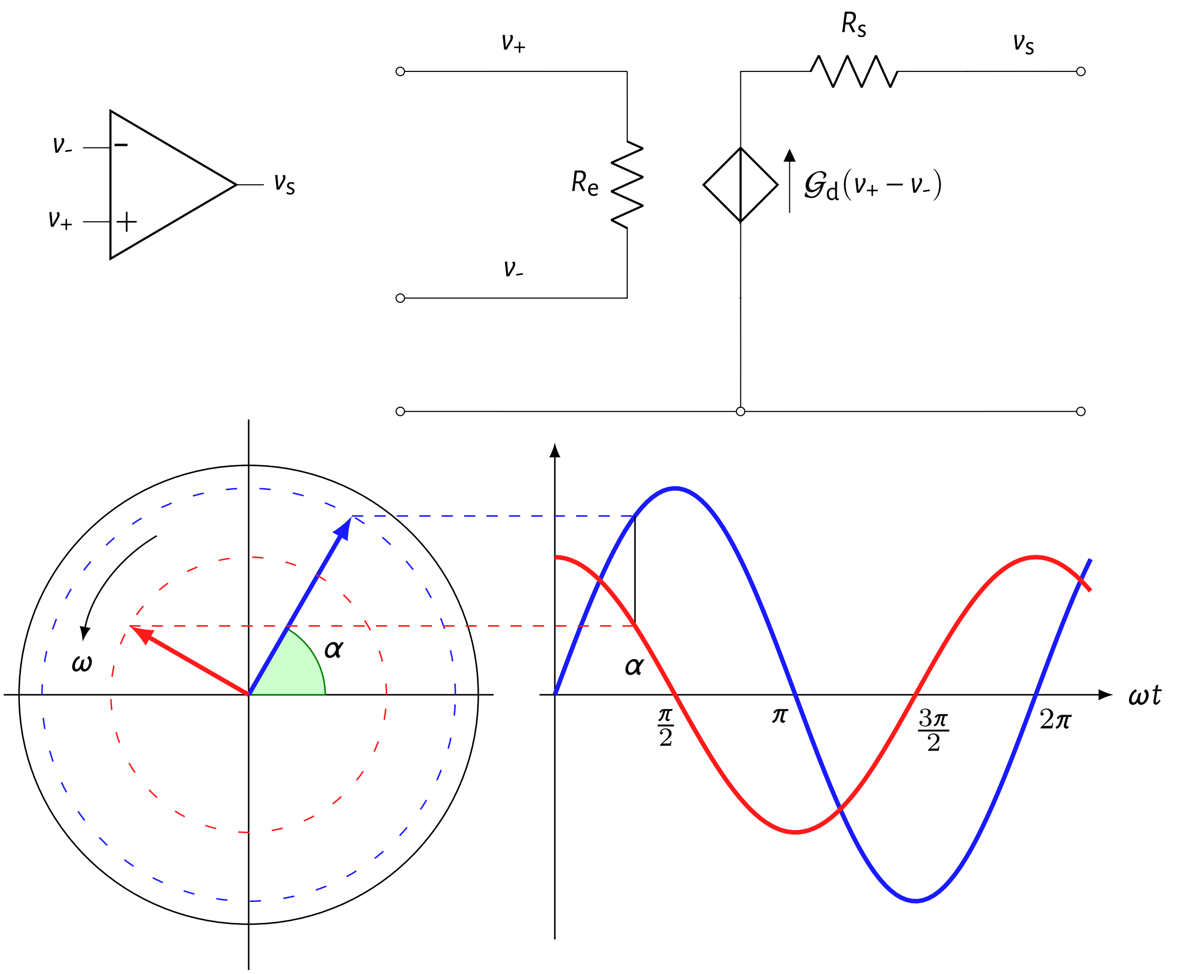
Parcours : LAGE-EI

2019-2020

Semestre : 3

Abdelbacet Mhamdi

Dr.-Ing. en GE – Technologue en GE



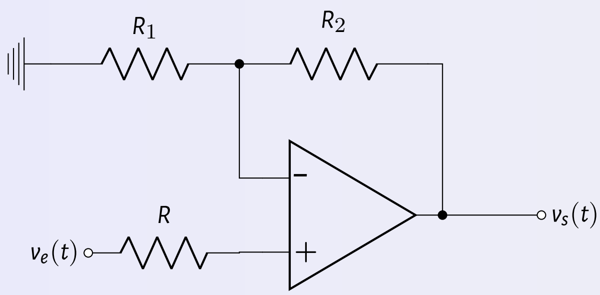
Dépt. GE - Institut Supérieur des Études Technologiques de Bizerte

1 Mise en situation

2 AOp en régime linéaire

Montage #1

Amplificateur non inverseur



$\boxed{v_+ \;=\; v_e(t)}$ $\qquad$ $\boxed{v_- \;=\; \dfrac{R_1}{R_1+R_2}\,v_s(t)}$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ \;=\; v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

$$v_s(t) \;=\; \frac{R_1+R_2}{R_1}v_e(t) \tag{1}$$

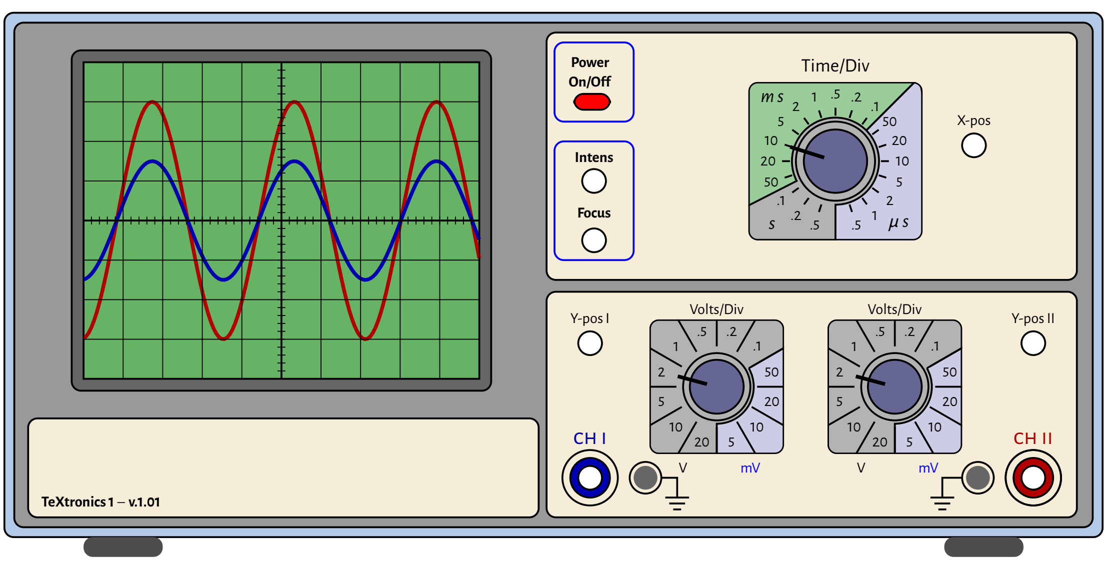
On pose $R_1 \;=\; R_2$, l'expression de la sortie se ramène à la forme suivante

$$v_s(t) \;=\; 2v_e(t) \tag{2}$$

Pour une tension d'alimentation symétrique de ± 10 volts et une entrée

$$v_e(t) \;=\; -1 + 1.5\sin\left(\right), \tag{3}$$

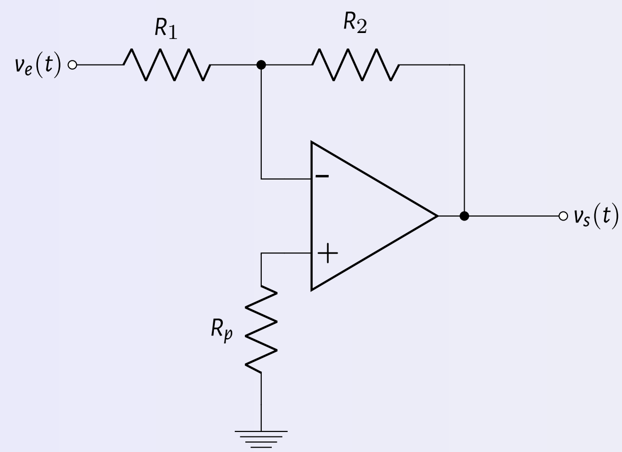
les courbes d'évolution de l'entrée v_e et de la sortie v_s sont affichées sur l'écran de l'oscilloscope ci-dessous



***

Montage #2

Amplificateur inverseur

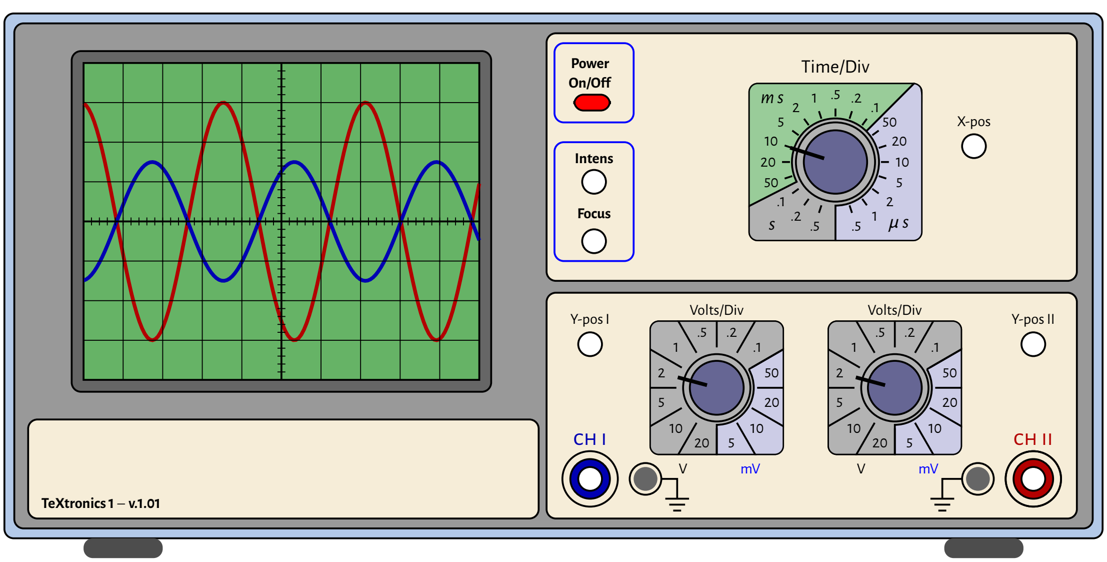


$\boxed{v_+ = 0}$

$$\boxed{v_- = \frac{\frac{v_e}{R_1} + \frac{v_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

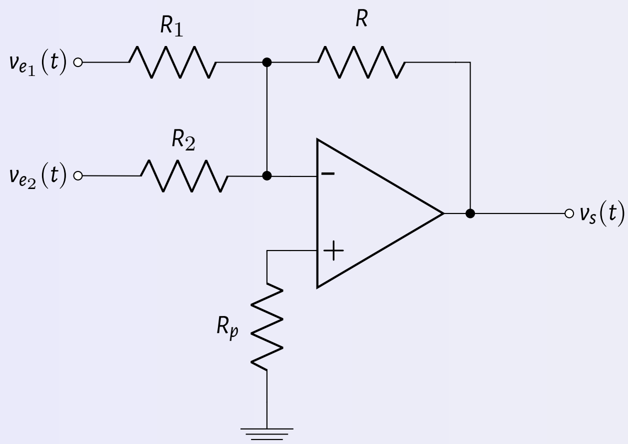
$$v_s(t) = -\frac{R_2}{R_1} v_e(t) \tag{4}$$



***

Montage #3

Amplificateur sommateur inverseur

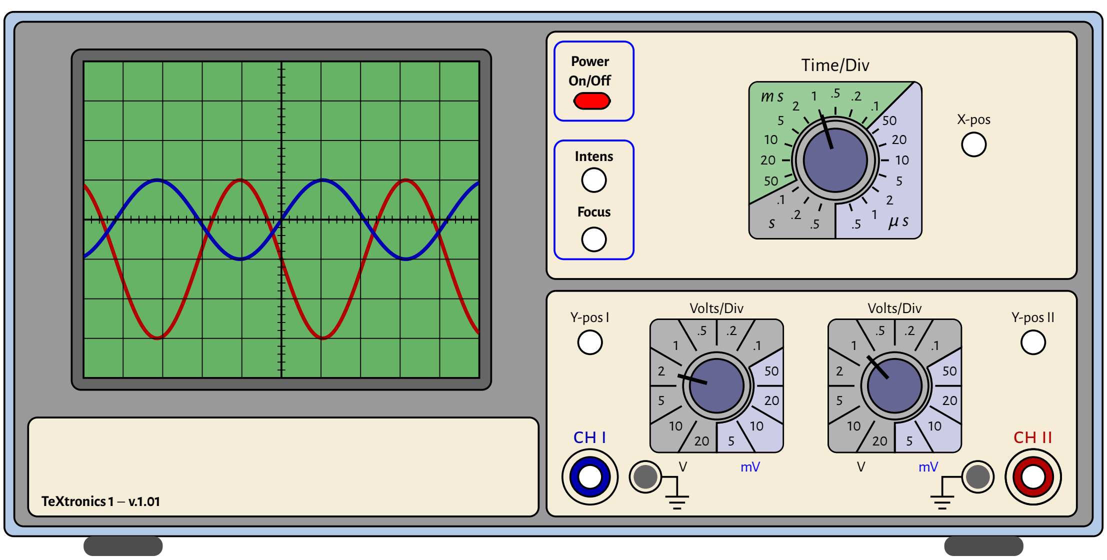


$\boxed{v_+ = 0}$

$$\boxed{v_- = \frac{\dfrac{v_{e_1}}{R_1} + \dfrac{v_{e_2}}{R_2} + \dfrac{v_s}{R}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R}}}$$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

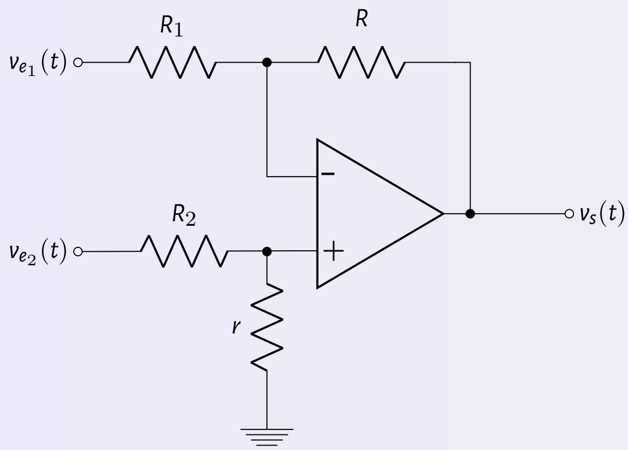
$$v_s(t) = -R\left(\frac{1}{R_1}v_{e_1}(t) + \frac{1}{R_2}v_{e_2}(t)\right) \quad (5)$$



v_{e_1} $==0.5$ volt

Montage #4

Amplificateur soustracteur



$$v_+ = \frac{r}{r+R_2} v_{e_2}$$

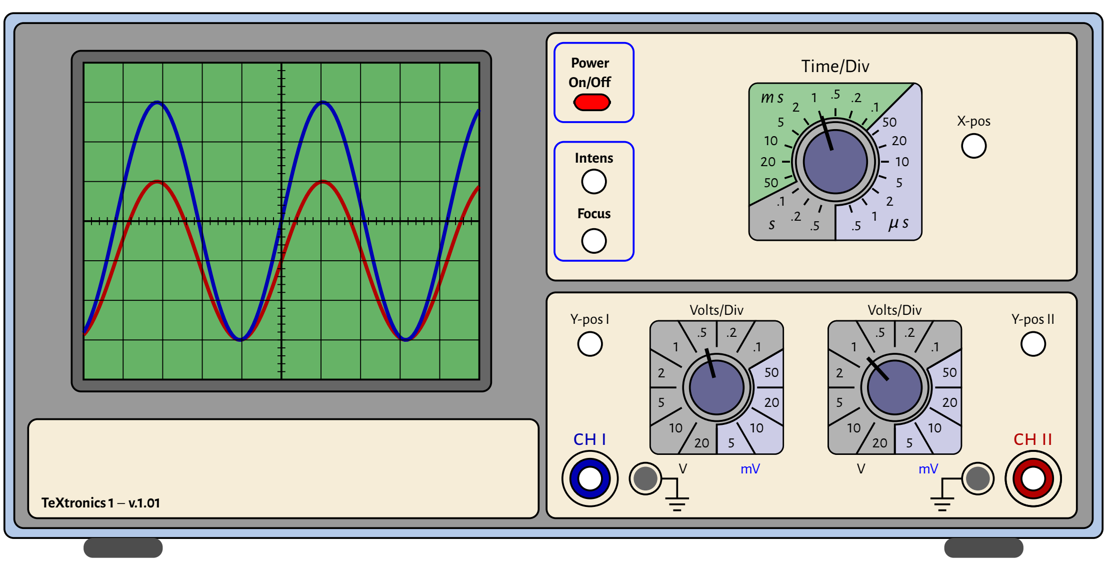
$$v_- = \frac{\dfrac{v_{e_1}}{R_1} + \dfrac{v_s}{R}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R}}$$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

$$v_s(t) = \frac{R_1+R}{R_1}\left(\frac{r}{r+R_2} v_{e_2}(t) - \frac{R}{R+R_1} v_{e_1}(t)\right) \tag{6}$$

Si on prend $r = R_1 = R_2 = R$, la sortie se simplifie à la forme suivante

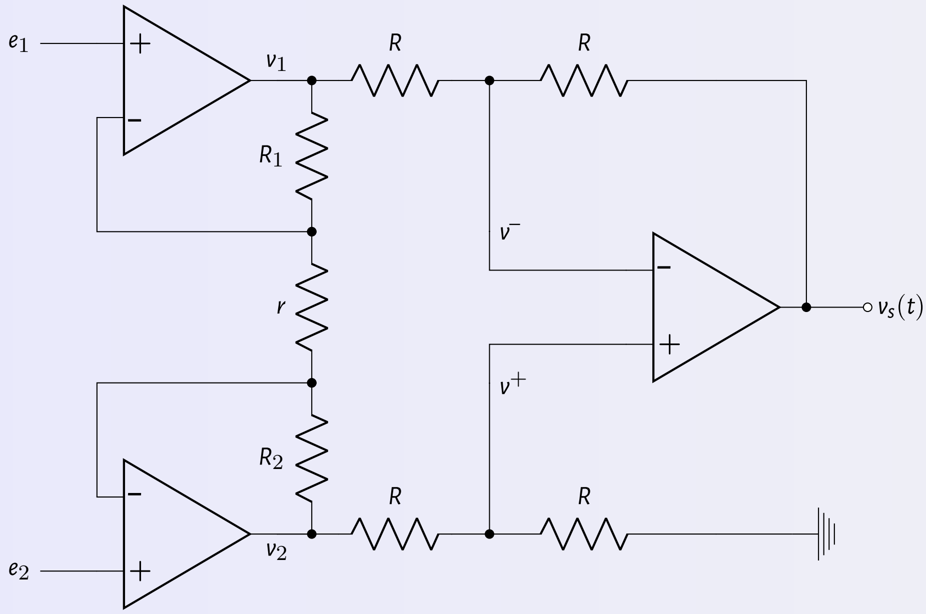
$$v_s(t) = v_{e_2}(t) - v_{e_1}(t) \tag{7}$$



***

Montage #5

Amplificateur différentiel d'instrumentation



$$\boxed{v^+ \;=\; \frac{1}{2}v_2}\qquad \boxed{v^- \;=\; \frac{1}{2}\left(v_1 + v_s\right)}$$

$$\boxed{v_1 \;=\; e_1 + \frac{R_1}{r}\left(e_1 - e_2\right)}\qquad \boxed{v_2 \;=\; e_2 - \frac{R_2}{r}\left(e_1 - e_2\right)}$$

La relation $v^+ \;=\; v^-$ conduit à

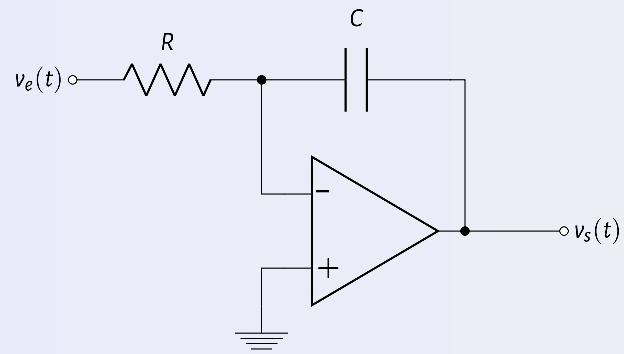
$$v_s(t) \;=\; v_2 - v_1 \tag{8}$$

$$= \underbrace{e_2 - \frac{R_2}{r}\left(e_1 - e_2\right)}_{v_2} - \left(\underbrace{e_1 + \frac{R_1}{r}\left(e_1 - e_2\right)}_{v_1}\right) \tag{9}$$

$$= \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{r}\right)\left(e_2 - e_1\right) \tag{10}$$

Montage #6

Amplificateur intégrateur



$$\boxed{\frac{v_e}{R} = -C\frac{dv_s}{dt}}$$

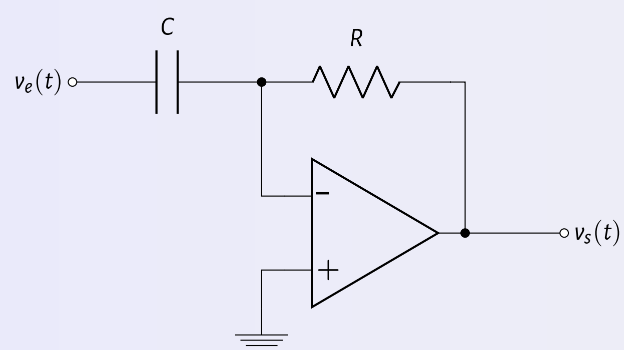
On en déduit que

$$v_s(t) = -\frac{1}{RC}\int v_e(\varsigma)d\varsigma \tag{11}$$

***

Montage #7

Amplificateur dérivateur



$$\boxed{C\frac{dv_e}{dt} = -\frac{v_s}{R}}$$

Il en résulte que

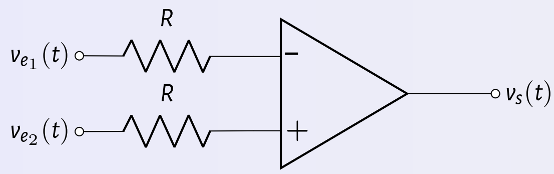
$$v_s(t) = -RC\frac{dv_e(t)}{dt} \tag{12}$$

***

3 AOp en régime non linéaire

Montage #8

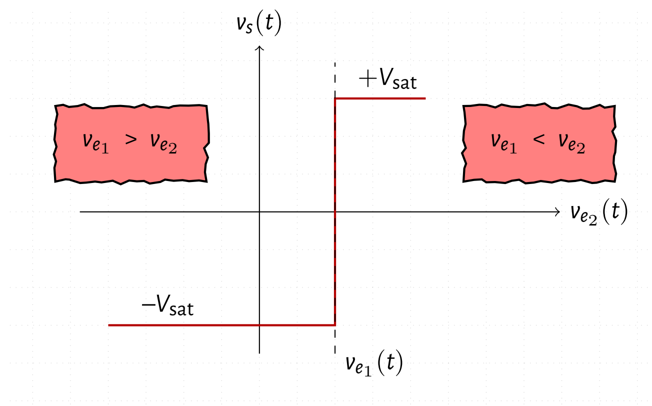
Comparateur simple



$\boxed{v_+ = v_{e_2}}$ $\boxed{v_- = v_{e_1}}$

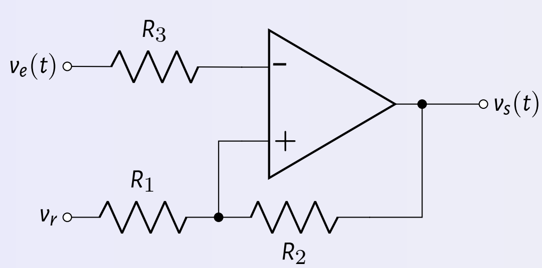
Il n'y a pas une contre-réaction. L'amplificateur fonctionne alors en régime de saturation. La sortie v_s prend uniquement les deux valeurs de saturation $\pm V_{\text{sat}}$.

$$v_s(t) = \begin{cases} -V_{\text{sat}} & \text{si} \quad \underbrace{v_- > v_+}_{v_{e_1} > v_{e_2}} \\ \\ +V_{\text{sat}} & \text{si} \quad \overbrace{v_- < v_+}^{v_{e_1} < v_{e_2}} \end{cases}$$



Montage #9

Comparateur à hystérésis - Trigger de Schmitt



$$\boxed{v_+ = \frac{\frac{v_r}{R_1} + \frac{v_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}} \qquad \boxed{v_- = v_e}$$

$$v_+ = \frac{R_2 v_r + R_1 v_s}{R_1 + R_2} \tag{13}$$

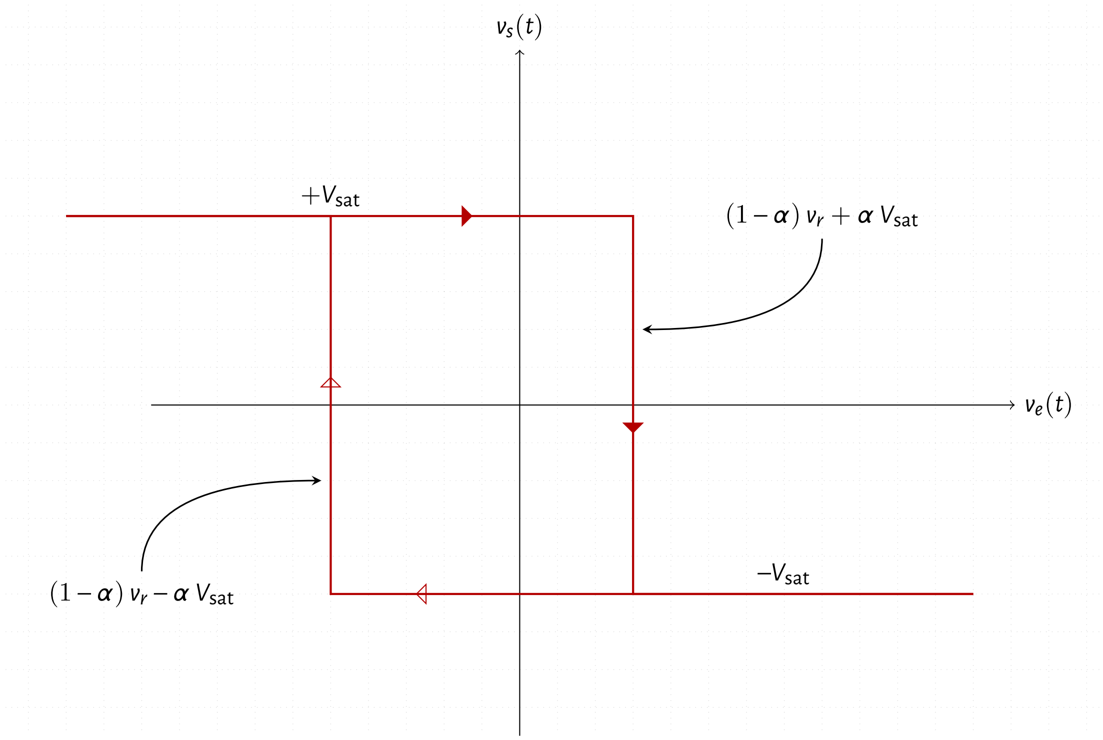
Soit $\alpha = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$. Eq. (13) se transforme ainsi en

$$v_+ = \alpha\, v_r + (1-\alpha)\, v_s$$

La contre-réaction est positive, la sortie de l'amplificateur ne peut prendre que les deux valeurs limites de saturation $\pm V_{\text{sat}}$. L'expression du potentiel de la borne positive devient

$$v_+ = \alpha\, v_r \pm (1-\alpha)\, V_{\text{sat}}$$

Si v_e est très négatif, le potentiel v_+ est supérieur à v_-. La sortie est à $+V_{\text{sat}}$. La valeur de v_+ est $\alpha\, v_r + (1-\alpha)\, V_{\text{sat}}$. Quand la tension d'entrée dépasse cette valeur, v_s passe à $-V_{\text{sat}}$ et v_+ devient égal à $\alpha\, v_r - (1-\alpha)\, V_{\text{sat}}$. Le circuit présente deux seuils de basculements.

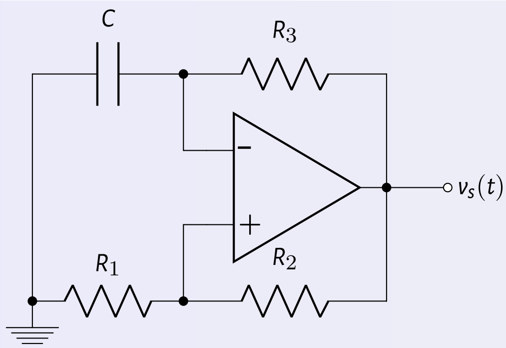


4 Générateur de fonctions

Un multivibrateur astable produit un signal carré à sa sortie. Il ne nécessite aucune entrée externe.

Montage #10

Multivibrateur astable



$\boxed{v_+ = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_s}$ $\boxed{v_- = v_c \quad \textit{(Tension capacitive)}}$

On suppose que le retour positif emporte sur la contre-réaction négative. L'AOp fonctionne alors en régime de saturation.

$$v_s(t) = \begin{cases} +V_{\text{sat}} & \text{si} \quad v_+ > v_- = v_c \\ -V_{\text{sat}} & \text{si} \quad v_+ < v_- = v_c \end{cases}$$

Soient $\alpha = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$ et $\tau = R_3C$. Le problème se ramène à la formulation suivante

1^{e} **cas :** ***(C se charge à travers** R_3**)***

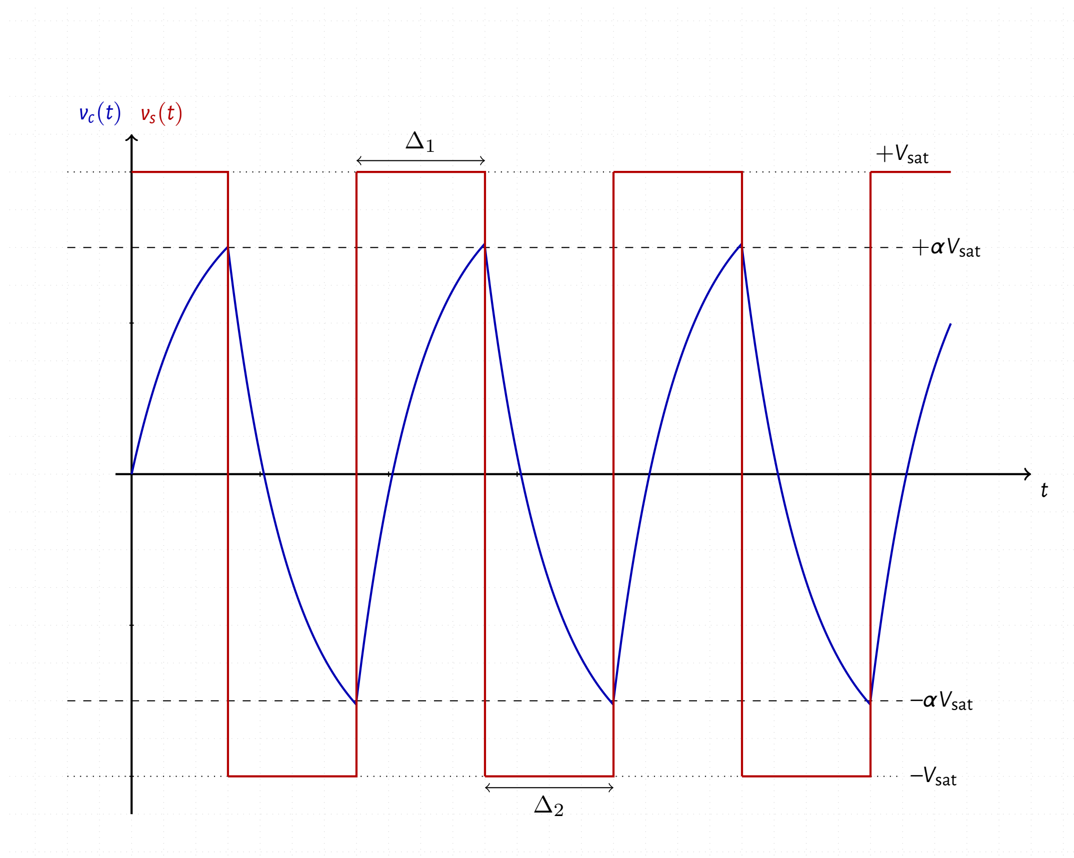
$$\text{si} \quad v_s = +V_{\text{sat}} \implies v_+ = +\alpha V_{\text{sat}} \implies v_c = v_{i_1} \mathrm{e}^{-\dfrac{t-t_1}{\tau}} + V_{\text{sat}} \left(1 - \mathrm{e}^{-\dfrac{t-t_1}{\tau}}\right)$$

2^{d} **cas :** ***(C se décharge à travers** R_3**)***

$$\text{si} \quad v_s = -V_{\text{sat}} \implies v_+ = -\alpha V_{\text{sat}} \implies v_c = v_{i_2} \mathrm{e}^{-\dfrac{t-t_2}{\tau}} - V_{\text{sat}} \left(1 - \mathrm{e}^{-\dfrac{t-t_2}{\tau}}\right)$$

Tracer, sur la même figure, les allures des signaux $v_c(t)$ et $v_s(t)$.

On suppose la tension de sortie à cet instant $t = 0$. La borne non inverseuse est portée alors au potentiel $+\alpha\, V_{\text{sat}}$. À l'origine du temps, le condensateur initialement déchargé se met à se charger jusqu'à la valeur $+\alpha\, V_{\text{sat}}$. À ce stade, l'amplificateur voit sa borne inverseuse est portée à un potentiel supérieur à la borne positive. La sortie v_s change d'état en conséquence. Le condensateur se décharge ainsi à travers la résistance R_3 jusqu'à atteindre $-\alpha\, V_{sat}$. La tension v_s bascule de nouveau vers $+V_{\text{sat}}$. Les courbes de la tension capacitive et de la tension de sortie sont présentées par la figure ci-dessous.



Déterminer les durées Δ_1 et Δ_2. En déduire la valeur de la période T.

Durant la charge du condensateur C, la tension à ses bornes s'écrit sous la forme suivante[1] :

$$v_c(t) = -\alpha V_{sat} e^{-\frac{t}{\tau}} + V_{sat}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

On peut établir la relation

$$+\alpha V_{sat} = -\alpha V_{sat} e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}} + V_{sat}\left(1 - e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}}\right)$$

Soit encore

$$\alpha = -\alpha e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}} + \left(1 - e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}}\right)$$

$$1 - \alpha = e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}}(1+\alpha)$$

Il en résulte que $\boxed{\Delta_1 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right).}$ De même, on démontre que $\boxed{\Delta_2 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right).}$

En effet, durant la décharge du condensateur, la tension v_c obéit à l'expression

$$v_c(t) = \alpha V_{sat} e^{-\frac{t}{\tau}} - V_{sat}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

1. Moyennant un changement d'échelle

Pour $t = \Delta_2$,

$$-\alpha V_{\text{sat}} = \alpha V_{\text{sat}} e^{-\frac{\Delta_2}{\tau}} - V_{\text{sat}}\left(1 - e^{-\frac{\Delta_2}{\tau}}\right)$$

Après simplification par V_{sat}, on obtient

$$\begin{aligned} -\alpha &= \alpha e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}} - \left(1 - e^{-\frac{\Delta_2}{\tau}}\right) \\ 1-\alpha &= e^{-\frac{\Delta_2}{\tau}}(1+\alpha) \end{aligned}$$

D'où

$$\Delta_2 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)$$

La période d'oscillation de la sortie est égale la somme de Δ_1 et de Δ_2

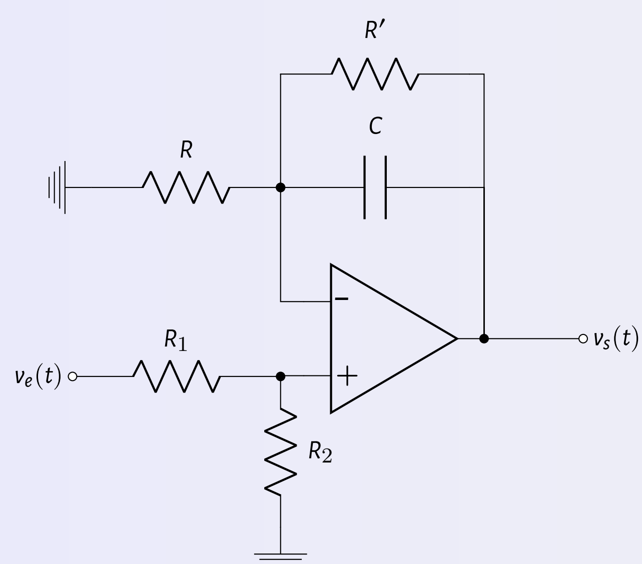
$$\begin{aligned} T &= \Delta_1 + \Delta_2 \\ &= 2\,\tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right), \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{R_1}{R_1+R_2} \\ &= 2\,\tau \ln\left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right) \\ &= 2\,\tau \ln\left(1 + 2\frac{R_1}{R_2}\right) \end{aligned} \tag{14}$$

5 Filtre actif

Un filtre actif est une forme de circuit analogique mettant en œuvre un filtre électronique utilisant des composants actifs, généralement un amplificateur.

Outre la possibilité de contrôler le gain d'amplification, la présence d'un amplificateur préserve les propriétés du filtre. Elle permet de maintenir les caractéristiques du circuit indépendamment de la charge.

Montage #11



$$v_+ = \frac{R_2}{R_1+R_2}\mathcal{V}_e \qquad v_- = \frac{R}{R+R'//Z_c}\mathcal{V}_s, \quad \text{avec} \quad Z_c = \frac{1}{\jmath C\omega}$$

Démontrer que la fonction de transfert harmonique s'écrit comme suit

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(\jmath\omega) &= \frac{\mathcal{V}_s(\jmath\omega)}{\mathcal{V}_e(\jmath\omega)} \\ &= \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{R+R'}{R}\frac{1+\jmath\dfrac{RR'C}{R+R'}\omega}{1+\jmath R'C\omega}\end{aligned} \tag{15}$$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$.

$$\begin{aligned}v_+ &= v_- \\ \frac{R_2}{R_1+R_2}\mathcal{V}_e &= \frac{R}{R+R'//Z_c}\mathcal{V}_s\end{aligned}$$

Le quotient $\mathcal{H}(\jmath\omega)$ s'écrit

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(\jmath\omega) &= \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{R+\dfrac{R'Z_c}{R'+Z_c}}{R} \\ &= \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{R+\dfrac{R'}{1+\jmath R'C\omega}}{R} \\ \mathcal{H}(\jmath\omega) &= \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{R+R'}{R}\frac{1+\jmath\dfrac{RR'C}{R+R'}\omega}{1+\jmath R'C\omega}\end{aligned}$$

Soit $R' = 10\times R$. Mettre l'expression de $\mathcal{H}$ comme indiquée par Eq. (16). Identifier ainsi K et τ.

$$\mathcal{H}(\jmath\omega) = K\frac{1+\dfrac{1}{11}\jmath\tau\omega}{1+\jmath\tau\omega}. \tag{16}$$

Dans le cas où $R' = 10\times R$, la fonction $\mathcal{H}$ se transforme en

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(\jmath\omega) &= 11\,\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1+\jmath\dfrac{1}{11}R'C\omega}{1+\jmath R'C\omega} \\ &= K\frac{1+\jmath\dfrac{1}{11}\tau\omega}{1+\jmath\tau\omega},\end{aligned}$$

avec

$$\boxed{K = 11\,\frac{R_2}{R_1+R_2} \qquad \text{et} \qquad \tau = R'C}$$

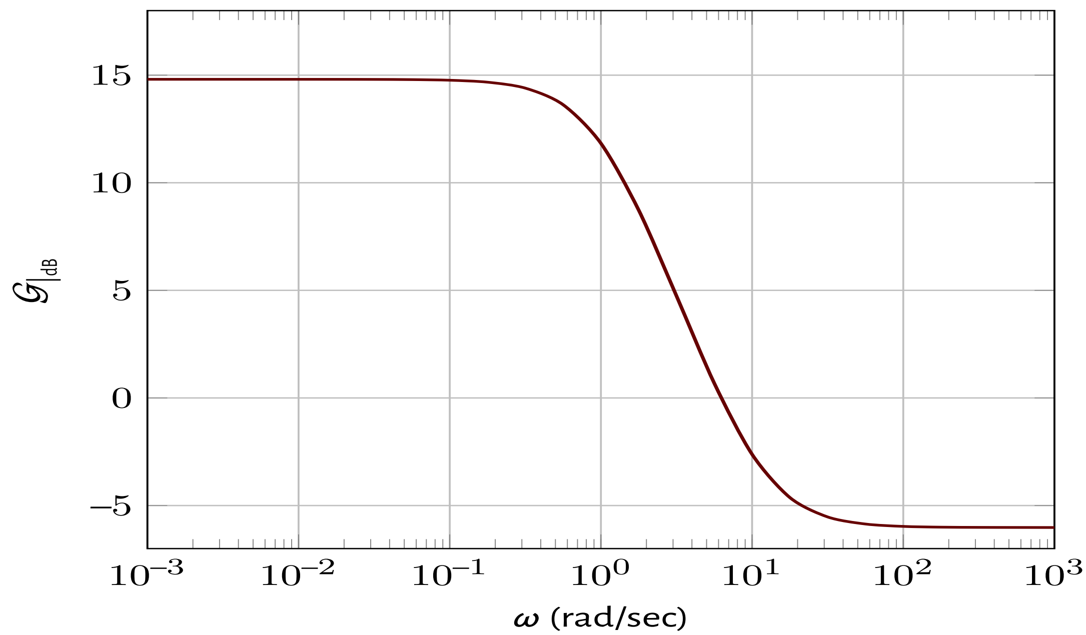
On pose $R_1 = R_2 = 2.2\,\mathrm{k}\Omega$, $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$, $R' = 100\,\mathrm{k}\Omega$ et $C = 10\,\mu\mathrm{F}$. Esquisser les diagrammes de Bode (Gain et phase). Nous rappelons les expressions suivantes :

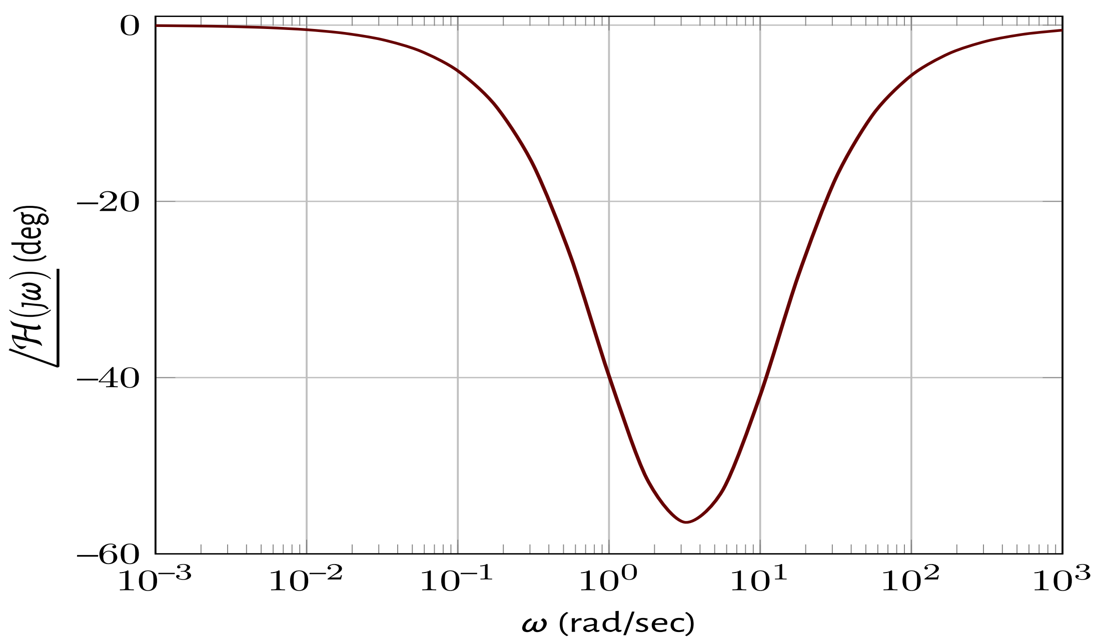
$$\mathcal{G}|_{\mathrm{dB}} = 20\log_{10}\{|\mathcal{H}(\jmath\omega)|\} \qquad \text{et} \qquad \underline{/\mathcal{H}(\jmath\omega)} = \mathrm{atan}\left(\frac{1}{11}\tau\omega\right) - \mathrm{atan}\,(\tau\omega)$$

En mettant à jour les termes K et τ, on obtient

$$\boxed{K = 5.5 \qquad \text{et} \qquad \tau = 1\,\text{sec}}$$

Les diagrammes de Bode sont illustrés par les graphiques ci-desous





Références

[AB19] Abraham, Henri et Bloch, Eugène. “Mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence”. Dans : *Journal de Physique Théorique et Appliquée* 9.1 (1919), pp. 211-222. doi : 10.1051/jphystap:019190090021100.

[Cla13] G. B. Clayton. *Operational Amplifiers*. Butterworth-Heinemann, 2013.

[Lan75] D. E. Lancaster. *Active-Filter Cookbook*. Macmillan Pub Co, 1975.

[Mah17] K. Maher. *Electronique : Vol1 Amplificateur Opérationnel et Applications (PU Polytec Rom)*. PU Polytechniqu, 2017.
[Ras10] M. H. Rashid. *Microelectronic Circuits : Analysis & Design*. CL Engineering, 2010.