Électronique Analogique

Notes de cours [a]

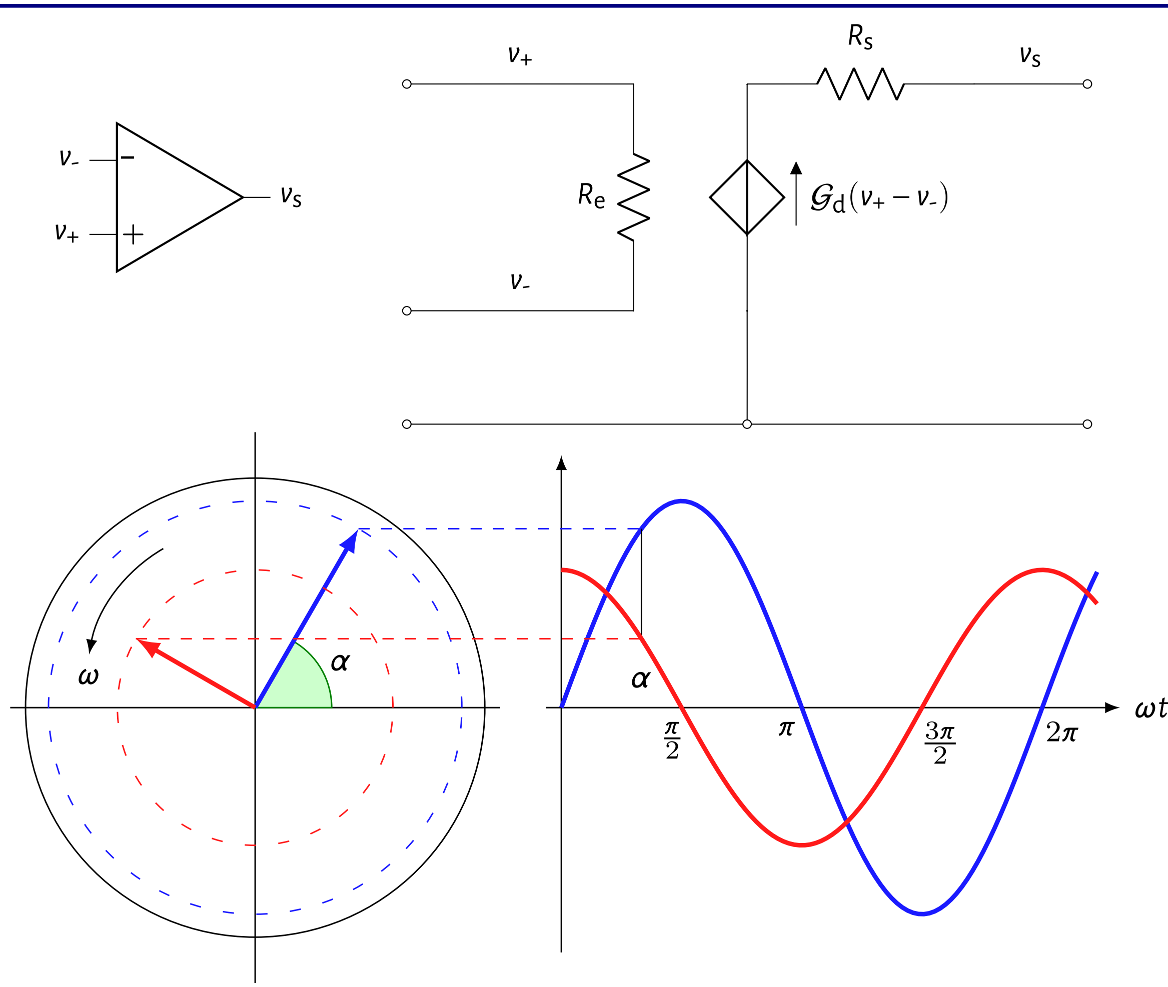
Parcours : LAGE-EI

2019-2020

Semestre : 3

Abdelbacet Mhamdi

Dr.-Ing. en GE – Technologue en GE



Dépt. GE - Institut Supérieur des Études Technologiques de Bizerte

a. https ://github.com/a-mhamdi/ iset-bizerte/raw/master/elect-ana/tb-elect-ana.pdf

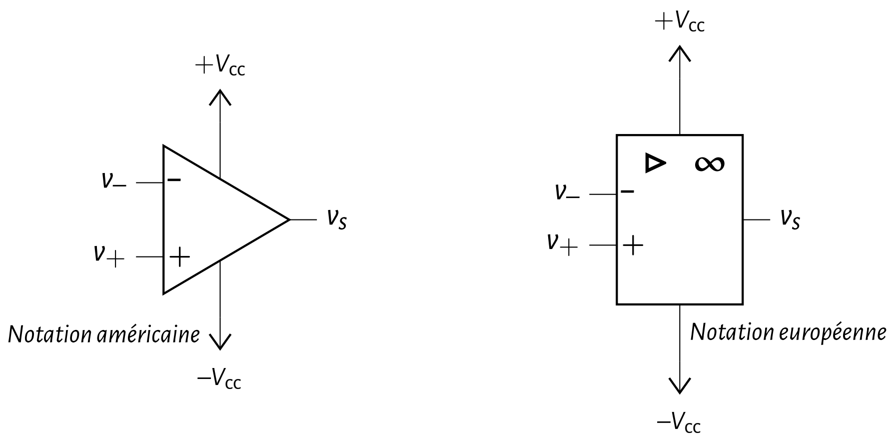
1 Mise en situation

Les amplificateurs opérationnels ont été conçus initialement pour le câblage des fonctions mathématiques (addition, soustraction, dérivation, intégration et d'autres) dans les calculateurs analogiques.

Nous étudions ici la famille $\mu A\ 741$. C'est un amplificateur à usage courant. Il a beaucoup d'applications réelles, on en cite principalement :

- adaptation d'impédance ;
- sommation, intégration, etc ;
- génération de fonctions ;
- filtrage actif.

Un amplificateur opérationnel est souvent représenté schématiquement par l'un des symboles ci-dessous



Il possède deux bornes dites inverseuse et non inverseuse. Elles sont designées par v_- et v_+. Une seule sortie v_s est disponible. Elle est donnée par la relation suivante :

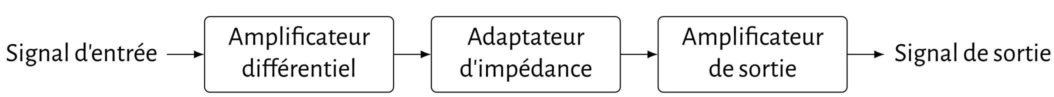
$$v_s(t) \quad = \quad \mathcal{G}_d\left(v_+ - v_-\right) + \mathcal{G}_c\left(\frac{v_+ + v_-}{2}\right), \tag{1}$$

où $\mathcal{G}_d$ et $\mathcal{G}_c$ dénotent respectivement le gain différentiel et le gain en mode commun.

Les tensions d'alimentation peuvent être symétriques ou asymétriques. Elles seront souvent omises dans le reste de ce manuel.

La tension de sortie v_s ne dépasse pas les deux valeurs limites $\pm V_{cc}$.

Ce composant regroupe un amplificateur différentiel en entrée, suivi d'un adaptateur d'impédance. La sortie est amplifié grâce à un étage "push-pull" qui fonctionne en classe **B**.



Les caractéristiques de l'amplificateur opérationnel $\mu A\ 741$ de "*Texas Instruments*" par exemple sont accessibles à l'adresse suivante : https ://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/96584/TI/UA741.html

electrical characteristics at specified free-air temperature, $V_{CC\pm} = \pm 15$ V (unless otherwise noted)

PARAMETER		TEST CONDITIONS	T_A†	µA741C			µA741I, µA741M			UNIT
				MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
V_{IO}	Input offset voltage	$V_O = 0$	25°C		1	6		1	5	mV
			Full range			7.5			6	
$\Delta V_{IO(adj)}$	Offset voltage adjust range	$V_O = 0$	25°C		±15			±15		mV
I_{IO}	Input offset current	$V_O = 0$	25°C		20	200		20	200	nA
			Full range			300			500	
I_{IB}	Input bias current	$V_O = 0$	25°C		80	500		80	500	nA
			Full range			800			1500	
V_{ICR}	Common-mode input voltage range		25°C	±12	±13		±12	±13		V
			Full range	±12			±12			
V_{OM}	Maximum peak output voltage swing	$R_L = 10$ kΩ	25°C	±12	±14		±12	±14		V
		$R_L \geq 10$ kΩ	Full range	±12			±12			
		$R_L = 2$ kΩ	25°C	±10	±13		±10	±13		
		$R_L \geq 2$ kΩ	Full range	±10			±10			
A_{VD}	Large-signal differential voltage amplification	$R_L \geq 2$ kΩ	25°C	20	200		50	200		V/mV
		$V_O = \pm 10$ V	Full range	15			25			
r_i	Input resistance		25°C	0.3	2		0.3	2		MΩ
r_o	Output resistance	$V_O = 0$, See Note 5	25°C		75			75		Ω
C_i	Input capacitance		25°C		1.4			1.4		pF
CMRR	Common-mode rejection ratio	$V_{IC} = V_{ICR}min$	25°C	70	90		70	90		dB
			Full range	70			70			
k_{SVS}	Supply voltage sensitivity ($\Delta V_{IO}/\Delta V_{CC}$)	$V_{CC} = \pm 9$ V to ±15 V	25°C		30	150		30	150	µV/V
			Full range			150			150	
I_{OS}	Short-circuit output current		25°C		±25	±40		±25	±40	mA
I_{CC}	Supply current	$V_O = 0$, No load	25°C		1.7	2.8		1.7	2.8	mA
			Full range			3.3			3.3	
P_D	Total power dissipation	$V_O = 0$, No load	25°C		50	85		50	85	mW
			Full range			100			100	

† All characteristics are measured under open-loop conditions with zero common-mode input voltage unless otherwise specified. Full range for the µA741C is 0°C to 70°C, the µA741I is –40°C to 85°C, and the µA741M is –55°C to 125°C.

NOTE 5: This typical value applies only at frequencies above a few hundred hertz because of the effects of drift and thermal feedback.

operating characteristics, $V_{CC\pm} = \pm 15$ V, $T_A = 25$°C

PARAMETER		TEST CONDITIONS	µA741C			µA741I, µA741M			UNIT
			MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
t_r	Rise time	$V_I = 20$ mV, $R_L = 2$ kΩ, $C_L = 100$ pF, See Figure 1		0.3			0.3		µs
	Overshoot factor			5%			5%		
SR	Slew rate at unity gain	$V_I = 10$ V, $R_L = 2$ kΩ, $C_L = 100$ pF, See Figure 1		0.5			0.5		V/µs

TYPICAL CHARACTERISTICS

MAXIMUM PEAK OUTPUT VOLTAGE vs FREQUENCY

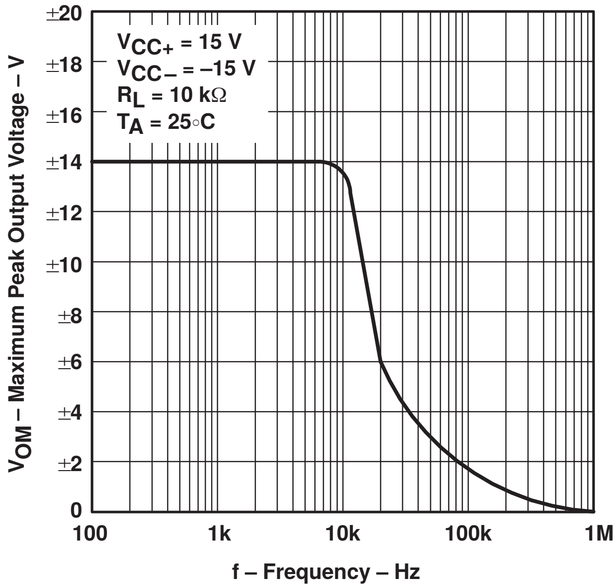


Figure 6

OPEN-LOOP SIGNAL DIFFERENTIAL VOLTAGE AMPLIFICATION vs SUPPLY VOLTAGE

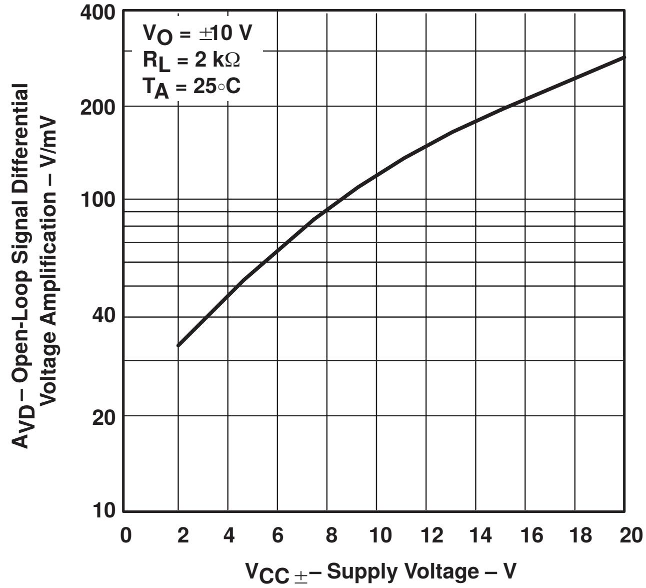
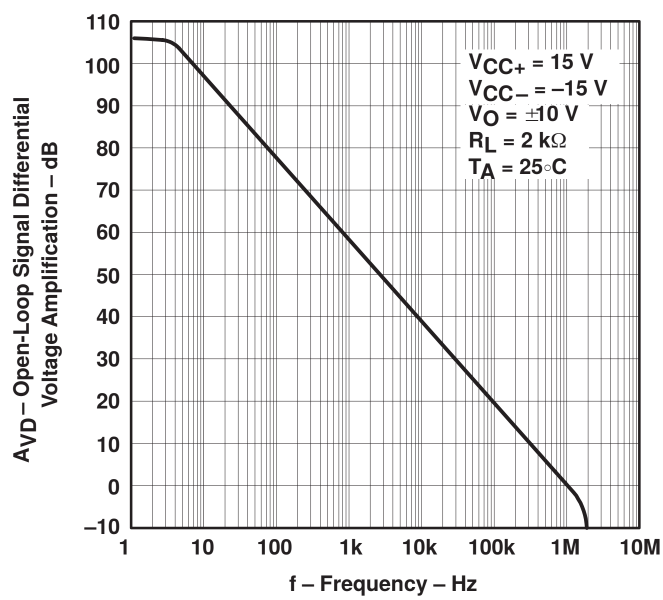


Figure 7

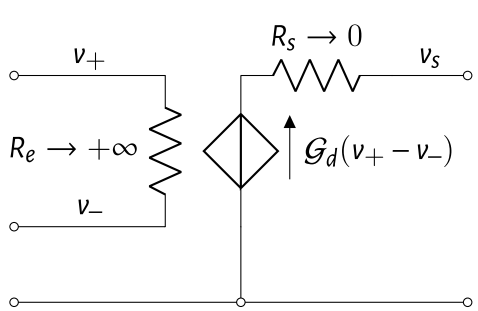
OPEN-LOOP LARGE-SIGNAL DIFFERENTIAL VOLTAGE AMPLIFICATION vs FREQUENCY

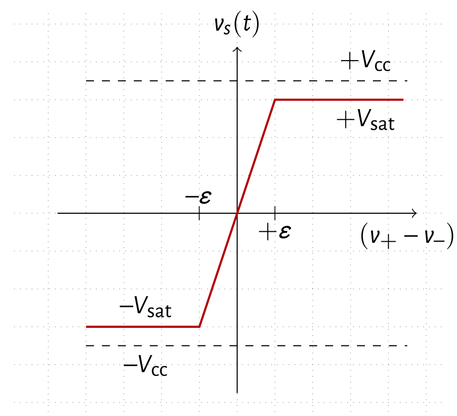


En résumé, nous pouvons dresser la table suivante

Paramètre	**Désignation**	$\mu A\,741$
R_e	Résistance d'entrée	$2\,\mathrm{M}\Omega$
i_e	Courant d'entrée	80 nA
R_s	Résistance de sortie	$75\,\Omega$
$\mathcal{G}_d$	Gain en mode différentiel	200000
CMPR	Taux de rejection du mode commun	90 dB
SR	Slew-Rate (gain unitaire)	0.5 V/μsec
Gain-BP	Fréquence (gain unitaire)	1 Mhz

Le modèle équivalent simplifié résultant de l'amplificateur différentiel est donné par ce circuit





Les tensions de saturation $\pm V_{sat}$ sont légérement inférieures aux tensions d'alimentation $\pm V_{cc}$.

Amplificateur & contre-réaction

La contre-réaction de la sortie sur l'entrée inverseuse rend le gain en tension de l'AOp indépendant des caractéristiques de l'amplificateur. Ce dernier ne dépend que du gain de la boucle de rétroaction.

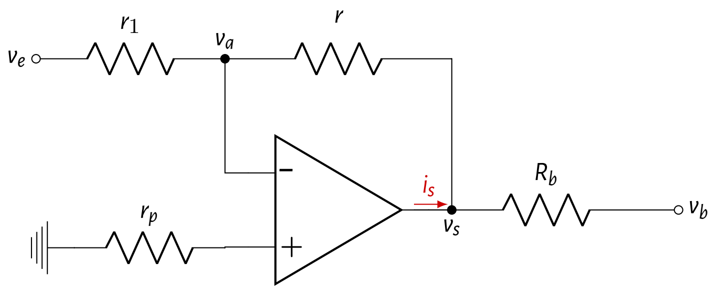
Amplificateur idéal

Un amplificateur idéal en régime linéaire est caractérisé par : $\begin{cases} v_+ = v_-, \\ i_+ = i_- = 0. \end{cases}$

2 AOp en régime linéaire

Avant de se pencher sur l'analyse d'un circuit, il faut savoir appliquer correctement le théorème de MILLMAN. L'application par exemple de ce théorème à la sortie d'un AOp ne donnera aucune information utile en général car le courant de sortie lui-même est inconnu à priori.

AOp & théorème de Millman

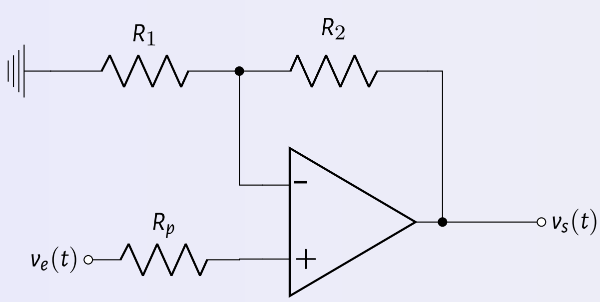


Potentiel v_a On peut appliquer directement le théorème de Millman $\rightarrow$ $\boxed{v_a = \dfrac{\dfrac{v_e}{r_1} + \dfrac{v_s}{r}}{\dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r}}}$

Potentiel v_s Il faut tenir compte du courant de sortie i_s $\rightarrow$ $\boxed{v_s = \dfrac{\dfrac{v_a}{r} + \dfrac{v_b}{R_b} + i_s}{\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{R_b}}}$

Montage #1

Amplificateur non inverseur



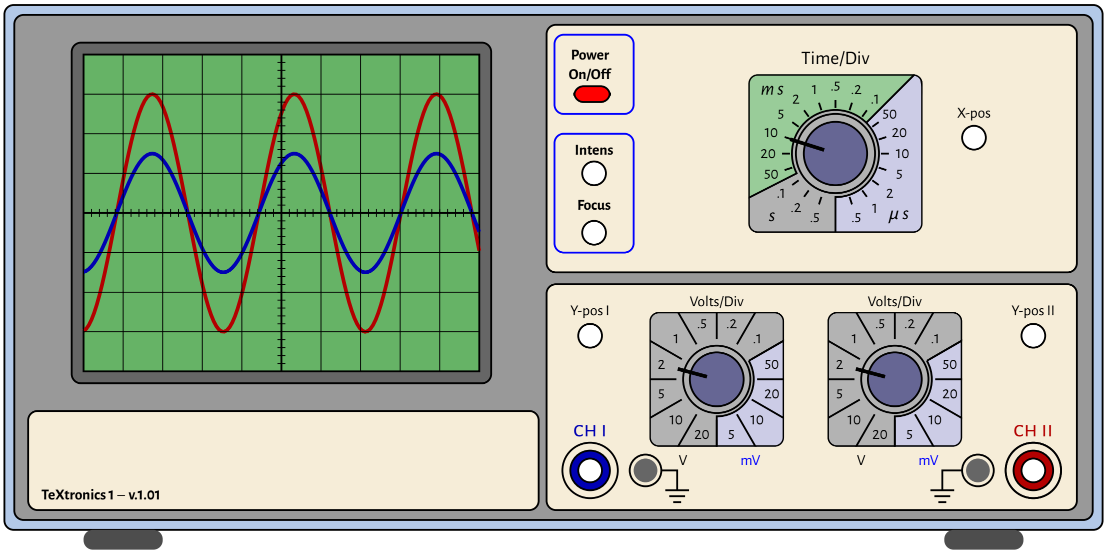
$\boxed{v_+ = v_e(t)}$ $\boxed{v_- = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} v_s(t)}$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

$$v_s(t) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_e(t) \tag{2}$$

Pour une tension d'alimentation symétrique de ± 10 volts, les courbes d'évolution de l'entrée v_e et de la sortie v_s sont affichées sur l'écran de l'oscilloscope ci-dessous [1]

1. La tension v_e (resp. v_s) est connectée au canal CH I (resp. CH II).



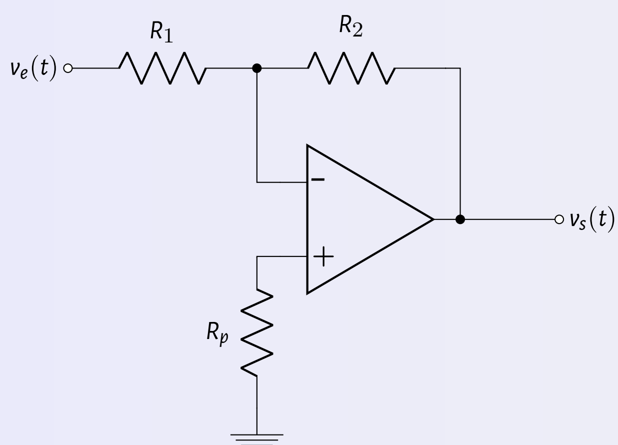
Déterminer les expressions des signaux v_e et v_s. En déduire le gain d'amplification qu'on note $g = \frac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}}$.

$$\boxed{v_e(t) = V_{e_{\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)} \quad \& \quad \boxed{v_s(t) = V_{s_{\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)} \quad \text{avec :} \left\{ \begin{array}{lcl} V_{e_{\max}} & = & 3 \text{ volts} \\ V_{s_{\max}} & = & 6 \text{ volts} \\ T & = & 18 \text{ msec} \\ \varphi_0 & \approx & 1 \text{ rad} \end{array} \right.$$

$$\boxed{g = 2}$$

Montage #2

Amplificateur inverseur

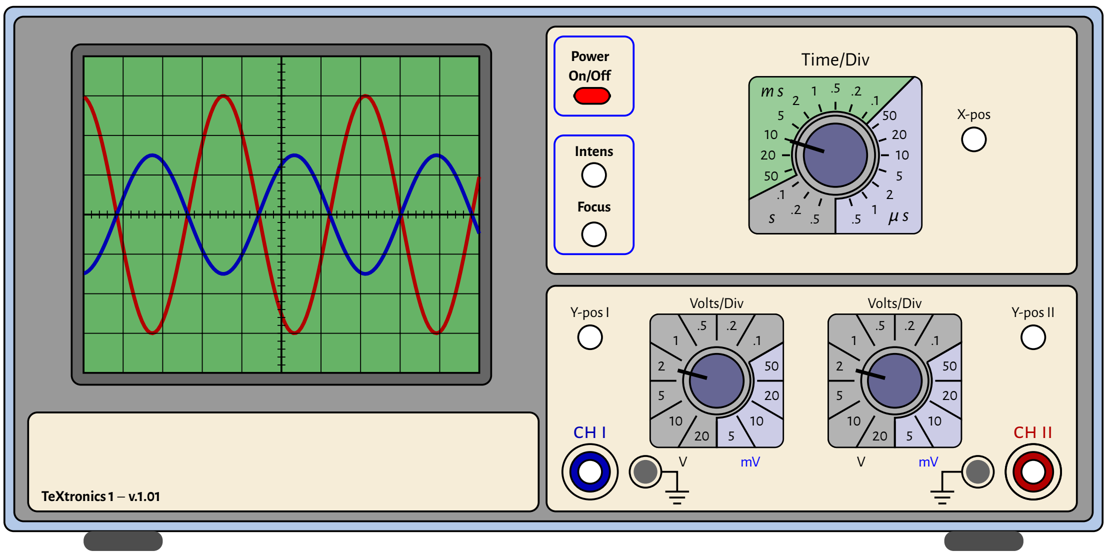


$$\boxed{v_+ \;=\; 0} \qquad\qquad \boxed{v_- \;=\; \dfrac{\dfrac{v_e}{R_1} + \dfrac{v_s}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}}$$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ \;=\; v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

$$v_s(t) \;=\; -\frac{R_2}{R_1} v_e(t) \tag{3}$$

Pour une tension d'alimentation symétrique de ± 10 volts, les courbes d'évolution de l'entrée v_e et de la sortie v_s sont affichées sur l'écran de l'oscilloscope suivant [2]



Déterminer les expressions des signaux v_e et v_s. En déduire le gain d'amplification qu'on note $g \;=\; \dfrac{V_{s_{\max}}}{V_{e_{\max}}}$.

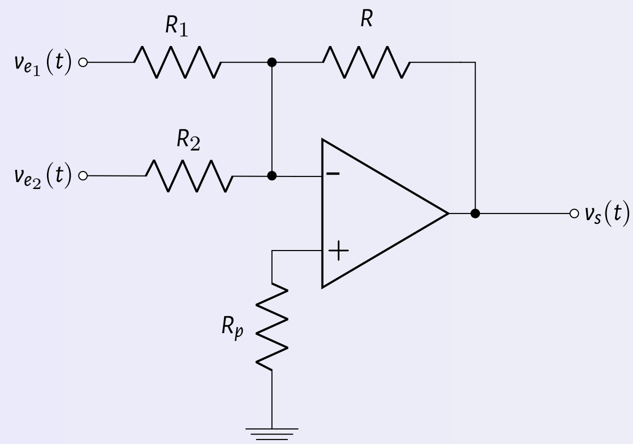
$$\boxed{v_e(t) \;=\; V_{e_{\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)} \quad \& \quad \boxed{v_s(t) \;=\; -V_{s_{\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)} \quad \text{avec :} \left\{ \begin{array}{lcl} V_{e_{\max}} & = & 3 \text{ volts} \\ V_{s_{\max}} & = & 6 \text{ volts} \\ T & = & 18 \text{ msec} \\ \varphi_0 & \approx & 1 \text{ rad} \end{array} \right.$$

$$\boxed{g \;=\; 2}$$

2. La tension v_e (resp. v_s) est connectée au canal CH I (resp. CH II).

Montage #3

Amplificateur sommateur inverseur

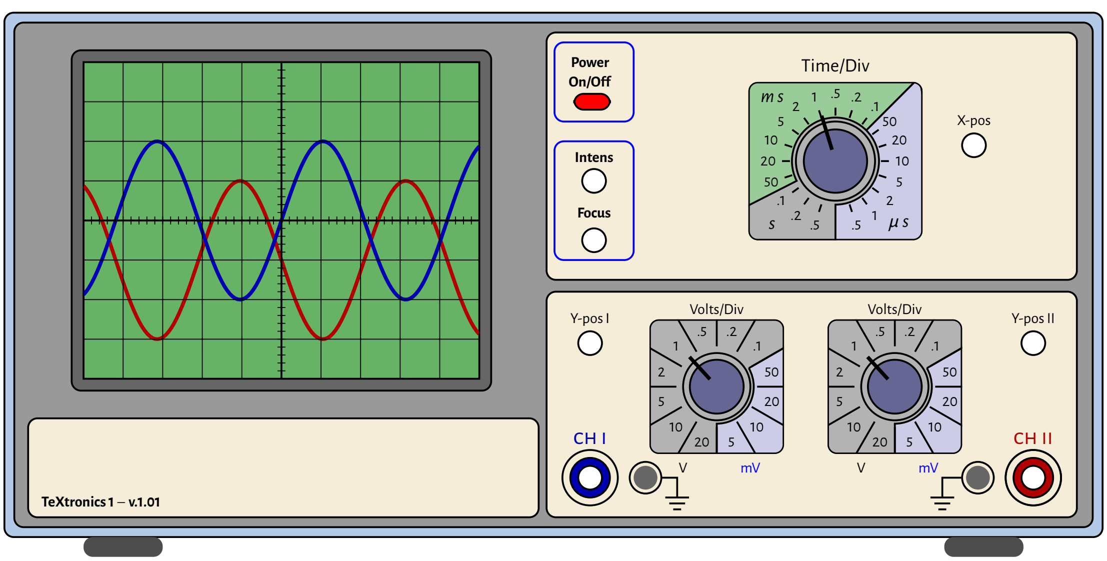


$\boxed{v_+ = 0}$ $\boxed{v_- = \dfrac{\dfrac{v_{e_1}}{R_1} + \dfrac{v_{e_2}}{R_2} + \dfrac{v_s}{R}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R}}}$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

$$v_s(t) = -R\left(\frac{1}{R_1}v_{e_1}(t) + \frac{1}{R_2}v_{e_2}(t)\right) \tag{4}$$

Soit $v_{e_1} = 1$ V. Pour une tension d'alimentation symétrique de ± 10 volts, les courbes d'évolution de l'entrée v_{e_2} et de la sortie v_s sont affichées sur l'écran de l'oscilloscope ci-dessous [3]



Déterminer les expressions des signaux v_{e_2} et v_s. En déduire un jeu de résistances qui permet d'avoir la sortie v_s.

3. La tension v_{e_2} (resp. v_s) est connectée au canal CH I (resp. CH II).

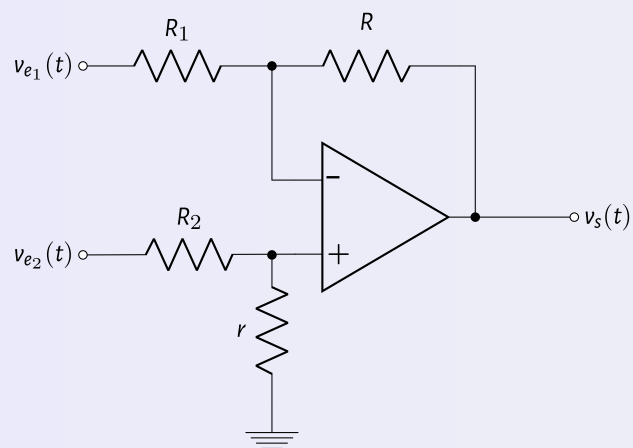
$$\boxed{v_e(t) \;=\; V_{e_{2\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)} \quad \& \quad \boxed{v_s(t) \;=\; V_{\text{offset}} - V_{s_{\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)} \text{ avec : } \begin{cases} V_{e_{2\max}} & = & 2 \text{ volts} \\ V_{\text{offset}} & = & -1 \text{ volt} \\ V_{s_{\max}} & = & 2 \text{ volts} \\ T & = & 2.1 \text{ msec} \\ \varphi_0 & = & 0 \text{ rad} \end{cases}$$

Si $R_1 = R_2 = R$, la sortie v_s devient simplement

$$v_s(t) \;=\; -\left(v_{e_1} + v_{e_2}\right)$$

Montage #4

Amplificateur soustracteur



$$\boxed{v_+ \;=\; \frac{r}{r+R_2} v_{e_2}}$$

$$\boxed{v_- \;=\; \frac{\dfrac{v_{e_1}}{R_1} + \dfrac{v_s}{R}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R}}}$$

AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$. La tension de sortie v_s s'écrit alors :

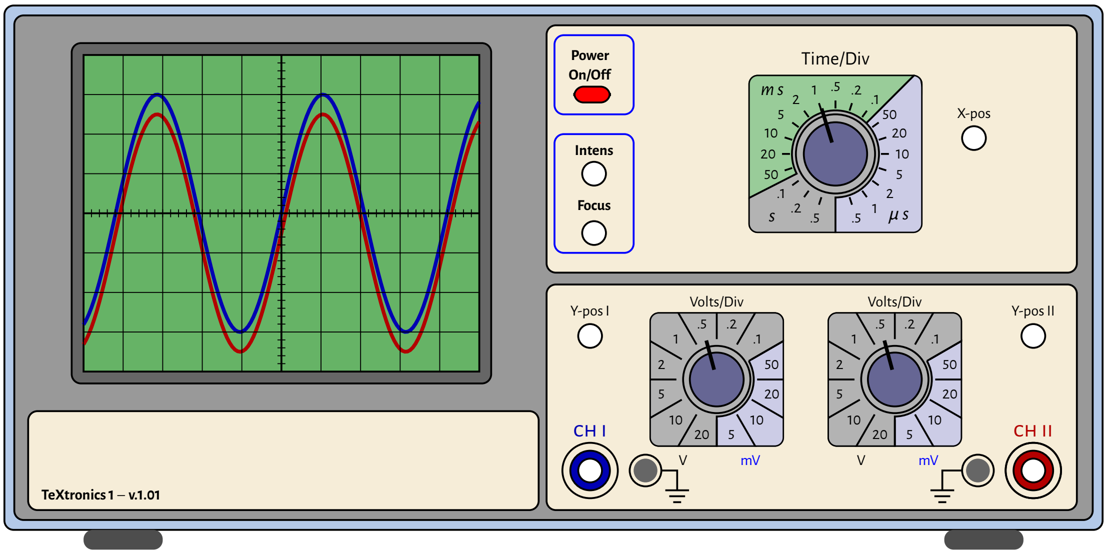
$$v_s(t) \;=\; \frac{R_1+R}{R_1}\left(\frac{r}{r+R_2} v_{e_2}(t) - \frac{R}{R+R_1} v_{e_1}(t)\right) \tag{5}$$

Si on prend $r = R_1 = R_2 = R$, la sortie se simplifie à la forme suivante

$$v_s(t) \;=\; v_{e_2}(t) - v_{e_1}(t) \tag{6}$$

Soit $v_{e_1} = 0.25$ V. Pour une tension d'alimentation symétrique de ± 10 volts, les courbes d'évolution de l'entrée v_{e_2} et de la sortie v_s sont affichées sur l'écran de l'oscilloscope ci-dessous [4]

4. La tension v_{e_2} (resp. v_s) est connectée au canal CH I (resp. CH II).

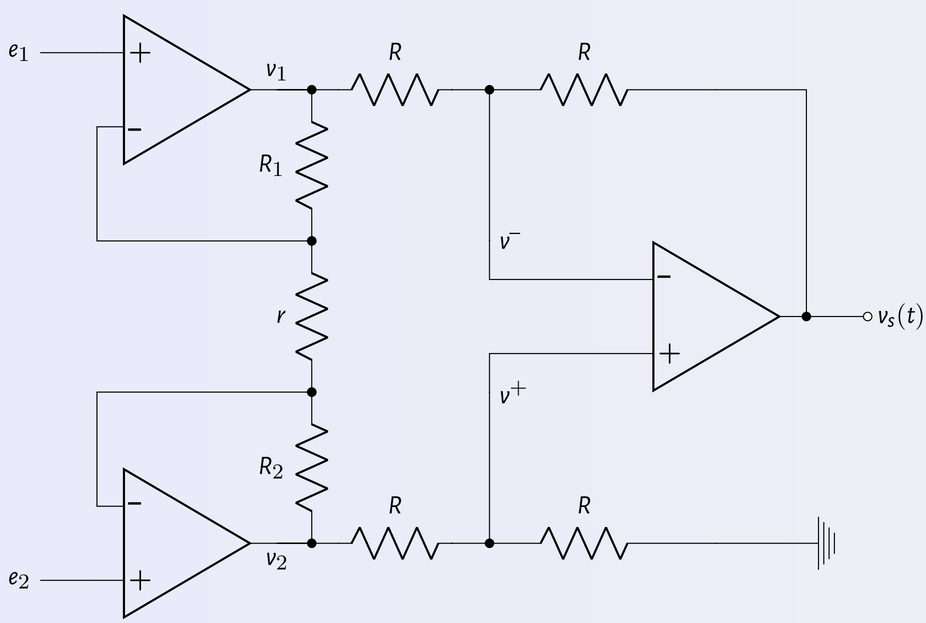


Déterminer les expressions des signaux v_{e_2} et v_s.

$$\boxed{v_e(t) \;=\; V_{e_{2\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)} \;\&\; \boxed{v_s(t) \;=\; V_{\text{offset}} + V_{s_{\max}} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)} \quad \text{avec :} \left\{\begin{array}{lcl} V_{e_{2\max}} & = & 1.5 \text{ volts} \\ V_{\text{offset}} & = & -0.25 \text{ volt} \\ V_{s_{\max}} & = & 1.5 \text{ volts} \\ T & = & 2.1 \text{ msec} \\ \varphi_0 & = & 0 \text{ rad} \end{array}\right.$$

Montage #5

Amplificateur différentiel d'instrumentation



$$\boxed{v^+ = \frac{1}{2}v_2} \qquad \boxed{v^- = \frac{1}{2}(v_1 + v_s)}$$

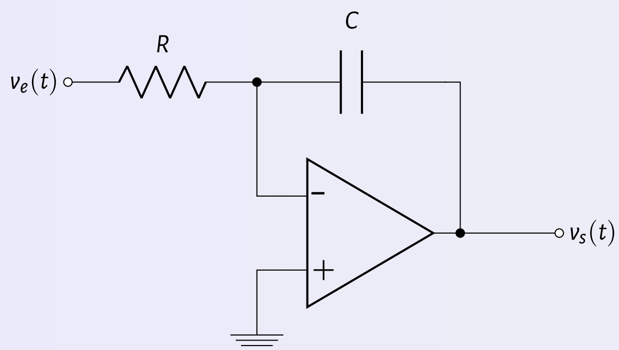
$$\boxed{v_1 = e_1 + \frac{R_1}{r}(e_1 - e_2)} \qquad \boxed{v_2 = e_2 - \frac{R_2}{r}(e_1 - e_2)}$$

La relation $v^+ = v^-$ conduit à

$$\begin{aligned}
v_s(t) &= v_2 - v_1 && (7)\\
&= \underbrace{e_2 - \frac{R_2}{r}(e_1 - e_2)}_{v_2} - \left(\underbrace{e_1 + \frac{R_1}{r}(e_1 - e_2)}_{v_1}\right) && (8)\\
&= \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{r}\right)(e_2 - e_1) && (9)
\end{aligned}$$

Montage #6

Amplificateur intégrateur [a]



$$\boxed{\frac{v_e}{R} = -C\frac{dv_s}{dt}}$$

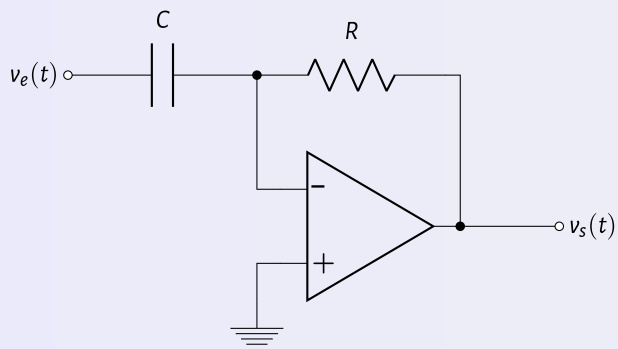
a. En pratique, on insère un résistance $10R$ en // à C.

On en déduit que

$$v_s(t) = -\frac{1}{RC}\int v_e(\varsigma)d\varsigma \tag{10}$$

Montage #7

Amplificateur dérivateur [a]



$$\boxed{C\frac{dv_e}{dt} = -\frac{v_s}{R}}$$

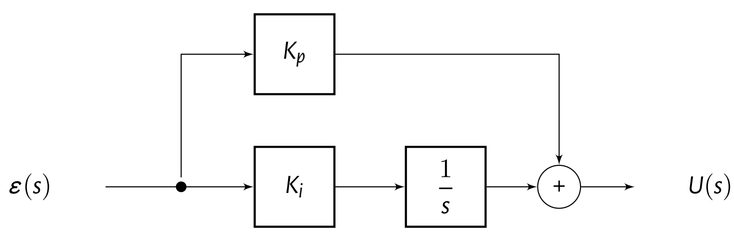
a. En pratique, on insère un résistance $0.1R$ en série avec C.

Il en résulte que

$$v_s(t) = -RC\frac{dv_e(t)}{dt} \tag{11}$$

Exercice

Proposer une structure à base d'amplificateurs pour réaliser le correcteur PI suivant

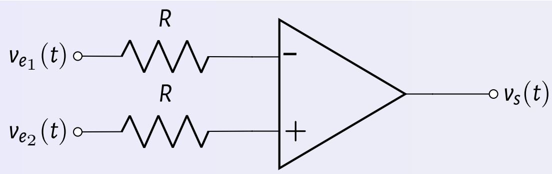


3 AOp en régime non linéaire

Un AOp idéal avec une réaction négative fonctionne en régime linéaire. Les deux potentiels v_+ et v_- sont alors égals. Si on l'utilise en boucle ouverte ou avec une réaction positive, il fonctionne en régime de saturation. Les potentiels des entrées peuvent être différents.

Montage #8

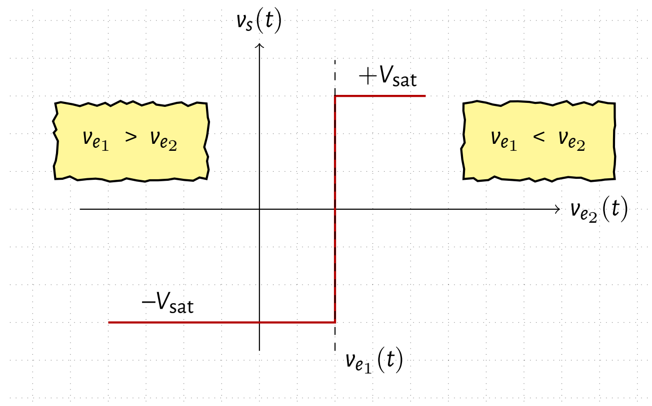
Comparateur simple



$\boxed{v_+ = v_{e_2}}$ $\boxed{v_- = v_{e_1}}$

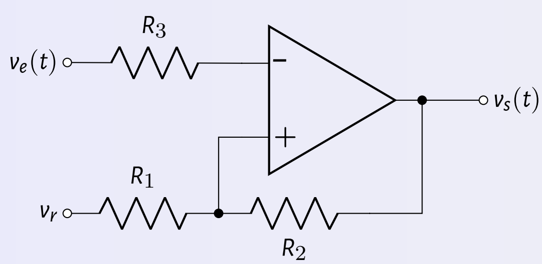
Il n'y a pas une contre-réaction. L'amplificateur fonctionne alors en régime de saturation. La sortie v_s prend uniquement les deux valeurs de saturation $\pm V_{\text{sat}}$.

$$v_s(t) = \begin{cases} -V_{\text{sat}} & \text{si } \underbrace{v_- > v_+}_{v_{e_1} > v_{e_2}} \\ \\ +V_{\text{sat}} & \text{si } \overbrace{v_- < v_+}^{v_{e_1} < v_{e_2}} \end{cases}$$



Montage #9

Comparateur à hystérésis - Trigger de Schmitt



$$\boxed{v_+ = \frac{\dfrac{v_r}{R_1} + \dfrac{v_s}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}} \qquad \boxed{v_- = v_e}$$

La contre-réaction est positive, la sortie de l'amplificateur ne peut prendre que les deux valeurs limites de saturation $\pm V_{\text{sat}}$. L'expression du potentiel de la borne positive est

$$v_+ = \frac{R_2 v_r + R_1 v_s}{R_1 + R_2} \tag{12}$$

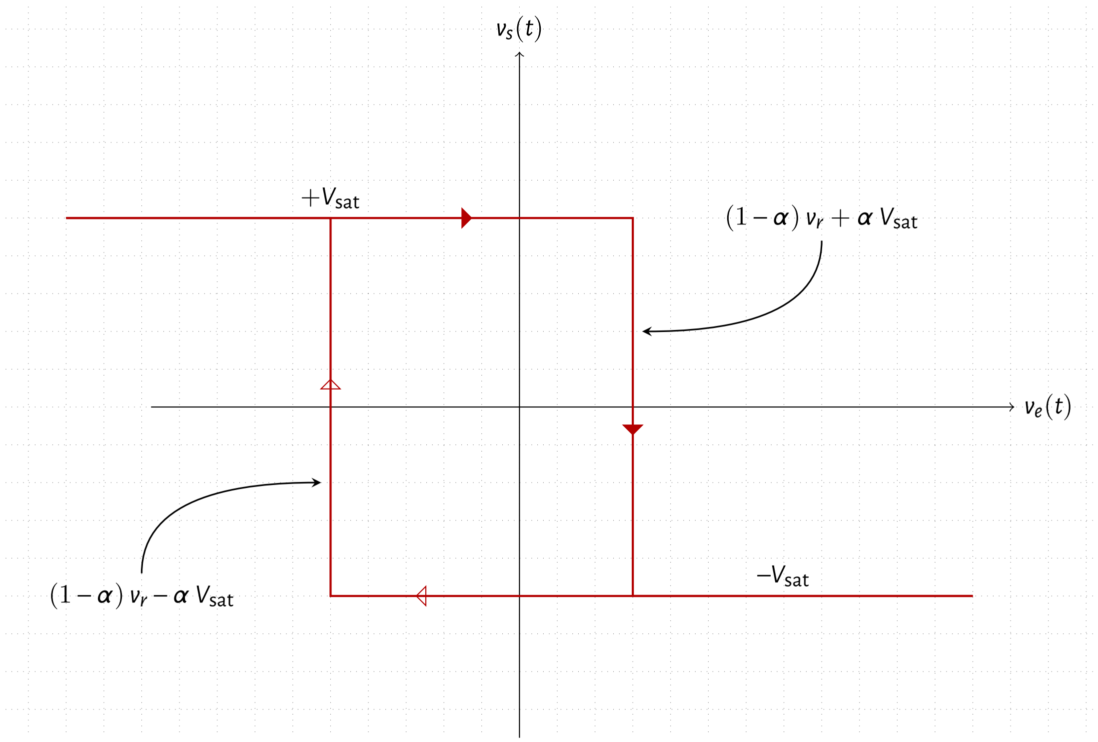
Soit $\alpha = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$. Eq. (12) se transforme ainsi en

$$v_+ = (1 - \alpha)\, v_r + \alpha\, v_s$$

ou encore

$$v_+ \quad = \quad (1-\alpha)\, v_r \pm \alpha\, V_{\text{sat}}$$

Si v_e est très négatif, le potentiel v_+ est supérieur à v_-. La sortie est à $+V_{\text{sat}}$. La valeur de v_+ est $(1-\alpha)\, v_r + \alpha\, V_{\text{sat}}$. Quand la tension d'entrée dépasse cette valeur, v_s passe à $-V_{\text{sat}}$ et v_+ devient égal à $(1-\alpha)\, v_r - \alpha\, V_{\text{sat}}$. Le circuit présente deux seuils de basculements.

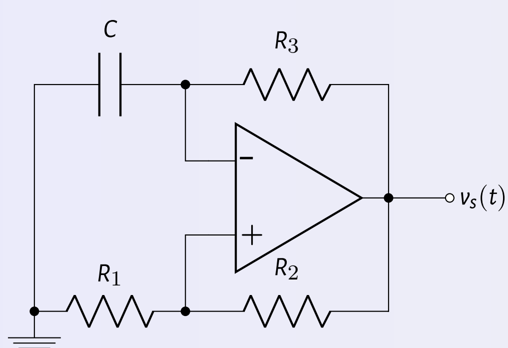


4 Générateur de fonctions

Un multivibrateur astable produit un signal carré à sa sortie. Il ne nécessite aucune entrée externe.

Montage #10

Multivibrateur astable



$$\boxed{v_+ = \frac{R_1}{R_1+R_2}v_s} \qquad \boxed{v_- = v_c \quad (\textit{Tension capacitive})}$$

On suppose que le retour positif emporte sur la contre-réaction négative. L'AOp fonctionne alors en régime de saturation.

$$v_s(t) = \begin{cases} +V_{\text{sat}} & \text{si} \quad v_+ > v_- = v_c \\ -V_{\text{sat}} & \text{si} \quad v_+ < v_- = v_c \end{cases}$$

Soient $\alpha = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}$ et $\tau = R_3C$. Le problème se ramène à la formulation suivante

1^{e} **cas : (*C se charge à travers* R_3)**

$$\text{si} \quad v_s = +V_{\text{sat}} \quad \Longrightarrow \quad v_+ = +\alpha V_{\text{sat}} \quad \Longrightarrow \quad v_c = v_{i_1}\mathrm{e}^{-\frac{t-t_1}{\tau}} + V_{\text{sat}}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t-t_1}{\tau}}\right)$$

2^{d} **cas : (*C se décharge à travers* R_3)**

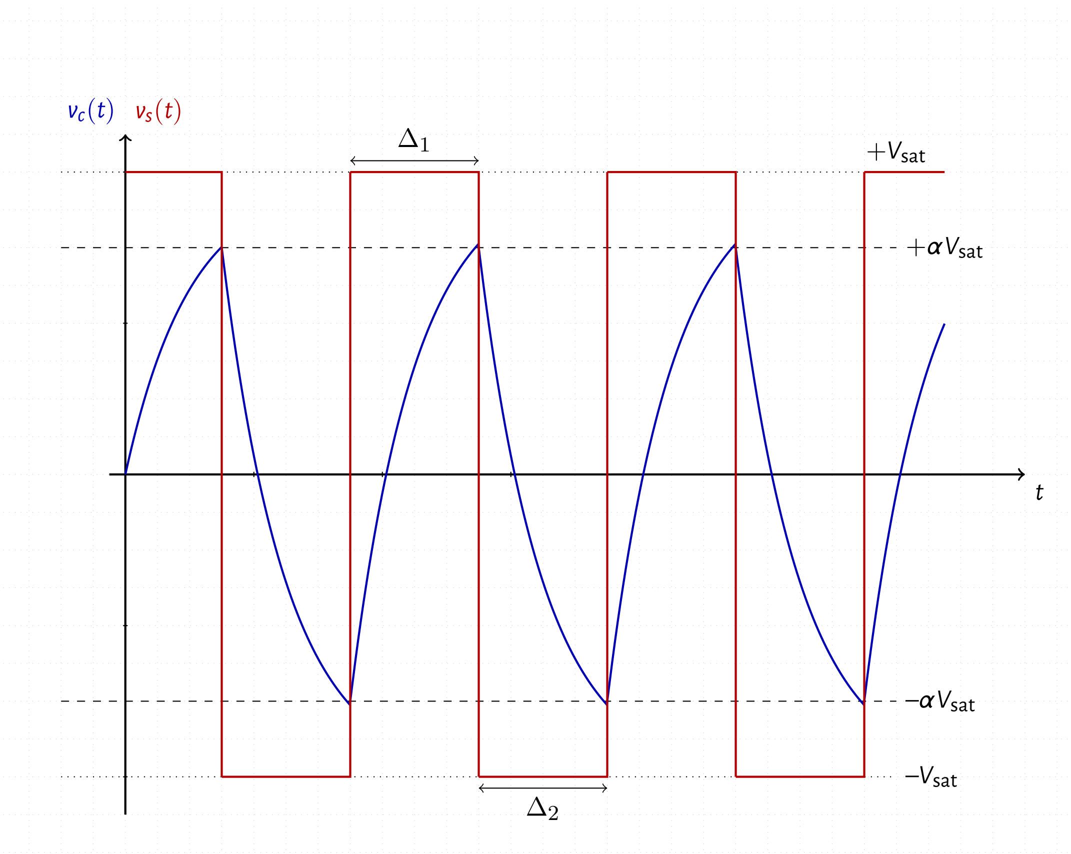
$$\text{si} \quad v_s = -V_{\text{sat}} \quad \Longrightarrow \quad v_+ = -\alpha V_{\text{sat}} \quad \Longrightarrow \quad v_c = v_{i_2}\mathrm{e}^{-\frac{t-t_2}{\tau}} - V_{\text{sat}}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{t-t_2}{\tau}}\right)$$

Exercice

1. Tracer, sur la même figure, les allures des signaux $v_c(t)$ et $v_s(t)$;
2. Déterminer les durées Δ_1 et Δ_2. En déduire la valeur de la période T.

Correction

① On suppose que la tension de sortie à l'origine du temps $t = 0$. La borne non inverseuse est portée alors au potentiel $+\alpha\, V_{\text{sat}}$. À l'origine du temps, le condensateur initialement déchargé se met à se charger jusqu'à la valeur $+\alpha\, V_{\text{sat}}$. À ce stade, l'amplificateur voit sa borne inverseuse portée à un potentiel supérieur à la borne positive. La sortie v_s change d'état en conséquence. Le condensateur se décharge ainsi à travers la résistance R_3 jusqu'à atteindre $-\alpha\, V_{\text{sat}}$. La tension v_s bascule de nouveau vers $+V_{\text{sat}}$. Les courbes de la tension capacitive et de la tension de sortie sont présentées par la figure ci-dessous.



② Durant la charge du condensateur C, la tension à ses bornes s'écrit sous la forme suivante [5] :

$$v_c(t) = -\alpha V_{sat} e^{-\frac{t}{\tau}} + V_{sat}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

On peut établir la relation

$$+\alpha V_{sat} = -\alpha V_{sat} e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}} + V_{sat}\left(1 - e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}}\right)$$

Soit encore

$$\begin{aligned} \alpha &= -\alpha e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}} + \left(1 - e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}}\right) \\ 1-\alpha &= e^{-\frac{\Delta_1}{\tau}}(1+\alpha) \end{aligned}$$

Il en résulte que $\boxed{\Delta_1 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right).}$ De même, on démontre que $\boxed{\Delta_2 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right).}$

En effet, durant la décharge du condensateur, la tension v_c obéit à l'expression

$$v_c(t) = \alpha V_{sat} e^{-\frac{t}{\tau}} - V_{sat}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

5. Moyennant un changement d'échelle

Pour $t = \Delta_2$,

$$-\alpha V_{\text{sat}} = \alpha V_{\text{sat}} \mathrm{e}^{-\frac{\Delta_2}{\tau}} - V_{\text{sat}}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{\Delta_2}{\tau}}\right)$$

Après simplification par V_{sat}, on obtient

$$\begin{aligned} -\alpha &= \alpha \mathrm{e}^{-\frac{\Delta_1}{\tau}} - \left(1-\mathrm{e}^{-\frac{\Delta_2}{\tau}}\right) \\ 1-\alpha &= \mathrm{e}^{-\frac{\Delta_2}{\tau}}(1+\alpha) \end{aligned}$$

D'où

$$\Delta_2 = \tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)$$

La période d'oscillation de la sortie est égale la somme de Δ_1 et de Δ_2

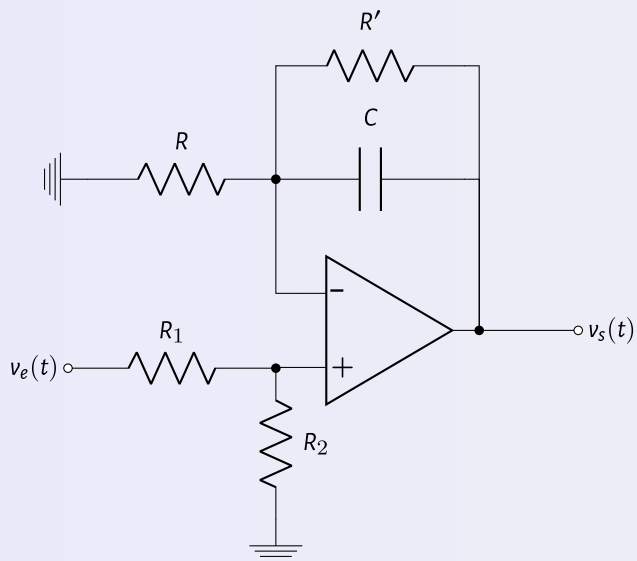
$$\begin{aligned} T &= \Delta_1 + \Delta_2 \\ &= 2\,\tau \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right), \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{R_1}{R_1+R_2} \\ &= 2\,\tau \ln\left(\frac{2R_1+R_2}{R_2}\right) \\ &= 2\,\tau \ln\left(1+2\frac{R_1}{R_2}\right) \end{aligned} \tag{13}$$

5 Filtre actif

Un filtre actif est une forme de circuit analogique mettant en œuvre un filtre électronique utilisant des composants actifs, généralement un amplificateur.

Outre la possibilité de contrôler le gain d'amplification, la présence d'un amplificateur préserve les propriétés du filtre. Elle permet de maintenir les caractéristiques du circuit indépendamment de la charge.

Montage #11



$$v_+ = \frac{R_2}{R_1+R_2}\mathcal{V}_e$$

$$v_- = \frac{R}{R+R'//Z_c}\mathcal{V}_s, \quad \text{avec} \quad Z_c = \frac{1}{\jmath C\omega}$$

Exercice

1. Démontrer que la fonction de transfert harmonique s'écrit comme suit

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(\jmath\omega) &= \frac{\mathcal{V}_s(\jmath\omega)}{\mathcal{V}_e(\jmath\omega)} \\ &= \frac{R_2}{R_1+R_2}\,\frac{R+R'}{R}\,\frac{1+\jmath\dfrac{RR'C}{R+R'}\omega}{1+\jmath R'C\omega} \end{aligned} \tag{14}$$

2. Soit $R' = 10\times R$. Mettre l'expression de $\mathcal{H}$ comme indiquée par Eq. (15). Identifier ainsi K et τ.

$$\mathcal{H}(\jmath\omega) = K\frac{1+\dfrac{1}{11}\jmath\tau\omega}{1+\jmath\tau\omega}. \tag{15}$$

3. On pose $R_1 = R_2 = 2.2\,\mathrm{k}\Omega$, $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$, $R' = 100\,\mathrm{k}\Omega$ et $C = 10\,\mu\mathrm{F}$. Esquisser les diagrammes de Bode (Gain et phase). Nous rappelons les expressions suivantes :

$$\mathcal{G}_{|\mathrm{dB}} = 20\log_{10}\left\{\left|\mathcal{H}(\jmath\omega)\right|\right\} \qquad \text{et} \qquad \underline{/\mathcal{H}(\jmath\omega)} = \mathrm{atan}\left(\frac{1}{11}\tau\omega\right) - \mathrm{atan}\left(\tau\omega\right)$$

Correction

① AOp idéal en régime linéaire $\longrightarrow$ $v_+ = v_-$.

$$\begin{aligned} v_+ &= v_- \\ \frac{R_2}{R_1+R_2}\mathcal{V}_e &= \frac{R}{R+R'//Z_c}\mathcal{V}_s \end{aligned}$$

Le quotient $\mathcal{H}(\jmath\omega)$ s'écrit

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}(\jmath\omega) &= \frac{R_2}{R_1+R_2}\,\frac{R+\dfrac{R'Z_c}{R'+Z_c}}{R} \\
&= \frac{R_2}{R_1+R_2}\,\frac{R+\dfrac{R'}{1+\jmath R'C\omega}}{R} \\
\mathcal{H}(\jmath\omega) &= \frac{R_2}{R_1+R_2}\,\frac{R+R'}{R}\,\frac{1+\jmath\dfrac{RR'C}{R+R'}\omega}{1+\jmath R'C\omega}
\end{aligned}$$

② Dans le cas où $R' = 10\times R$, la fonction $\mathcal{H}$ se transforme en

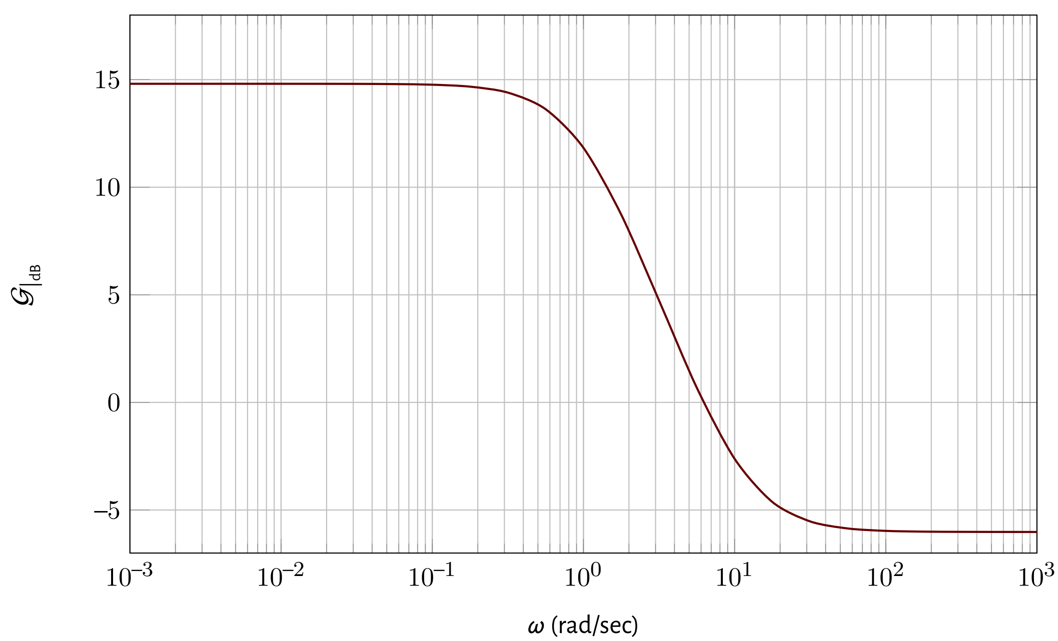
$$\begin{aligned}
\mathcal{H}(\jmath\omega) &= 11\,\frac{R_2}{R_1+R_2}\,\frac{1+\jmath\dfrac{1}{11}R'C\omega}{1+\jmath R'C\omega} \\
&= K\frac{1+\jmath\dfrac{1}{11}\tau\omega}{1+\jmath\tau\omega},
\end{aligned}$$

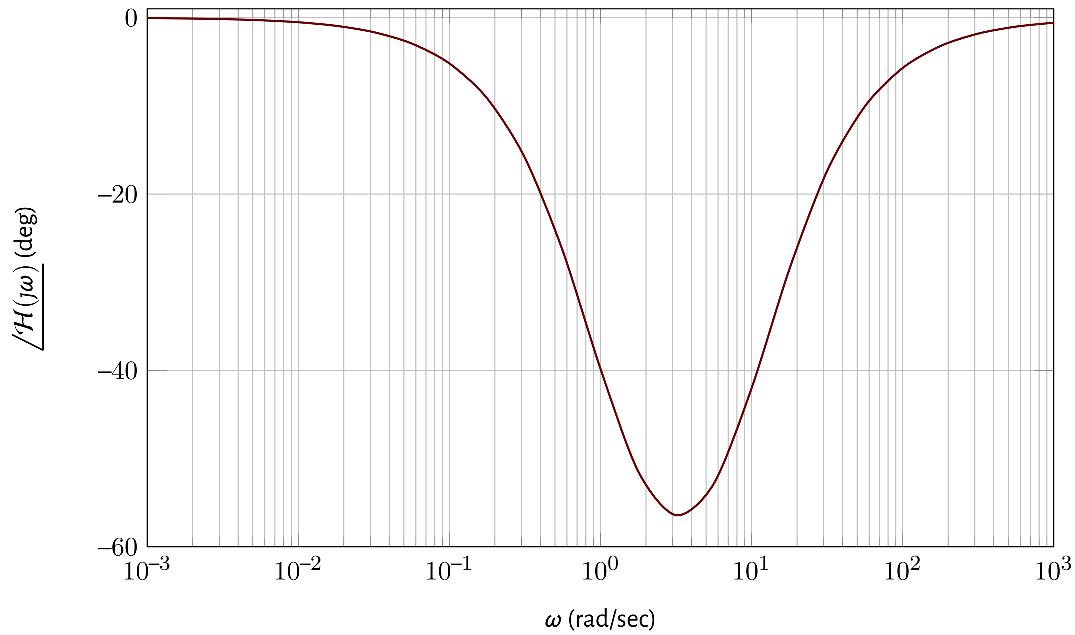
avec $$\boxed{K = 11\,\frac{R_2}{R_1+R_2} \qquad \text{et} \qquad \tau = R'C}$$

③ En mettant à jour les termes K et τ, on obtient

$$\boxed{K = 5.5 \qquad \text{et} \qquad \tau = 1\ \text{sec}}$$

Les diagrammes de Bode sont illustrés par les graphiques suivants





Références

[AB19] ABRAHAM, HENRI et BLOCH, EUGÈNE. "Mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence". Dans : *Journal de Physique Théorique et Appliquée* 9.1 (1919), pp. 211-222. DOI : 10.1051/jphystap:019190090021100.

[Cla13] G. B. CLAYTON. *Operational Amplifiers*. Butterworth-Heinemann, 2013.

[Lan75] D. E. LANCASTER. *Active-Filter Cookbook*. Macmillan Pub Co, 1975.

[Mah17] K. MAHER. *Electronique : Vol1 Amplificateur Opérationnel et Applications (PU Polytec Rom)*. PU Polytechniqu, 2017.

[Ras10] M. H. RASHID. *Microelectronic Circuits : Analysis & Design*. CL Engineering, 2010.