AU : 2021-2022 | **1CEM1 (Session de rattrapage)**
Examen | Systèmes Asservis Linéaires Continus | **Enseignant : A. Mhamdi**
Mai 2022 (18 : 30→20 : 00) | **Durée : $1\frac{1}{2}$ h**

Ce document comporte **3** pages numérotées de **1/3** à **3/3**. Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Les **4** exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre qui vous convient. Les règles suivantes s'appliquent :

❶ **Aucun document** n'est autorisé ;

❷ **L'usage** de tout matériel électronique, sauf calculatrice, est strictement interdit ;

❸ **La rigueur** de la rédaction entrera pour une part importante dans la notation.

Exercice N°1

⌛ 20mn | (5 points)

On se propose de résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\tau_1\tau_2\ddot{y}(t) + (\tau_1 + \tau_2)\,\dot{y}(t) + y(t) \quad = \quad u_0\Gamma(t) \tag{1}$$

avec :

$$\begin{cases} y_0 & = & 0 \\ \dot{y}_0 & = & 0 \\ \tau_1 & \neq & \tau_2 \end{cases}$$

(a) (2 points) Appliquer la transformée de **Laplace** et donner $Y(p) = \mathcal{L}\{y(t)\}$.

(b) (2 points) En déduire l'expression de $y(t)$.

(c) (1 point) Tracer l'allure de $y(t)$.

Exercice N°2

⌛ 15mn | (4 points)

Soit un système de fonction de transfert en boucle ouverte :

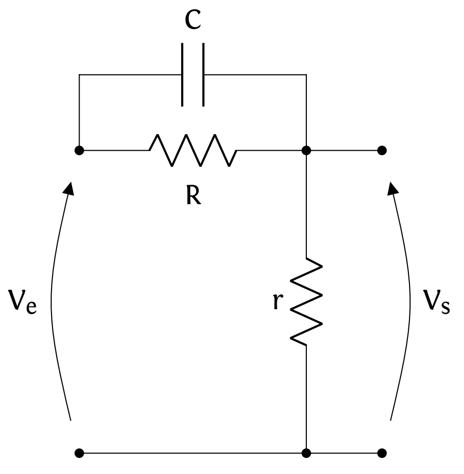
$$\mathcal{G}(p) \quad = \quad \frac{G_0}{(p+1)(p+2)(p+3)} \qquad \text{avec} \quad G_0 > 0 \tag{2}$$

Déterminer à l'aide du critère de **Routh** les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée lorsqu'il est placé dans une boucle d'asservissement à retour unitaire.

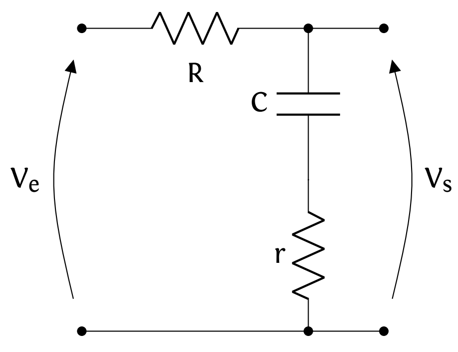
Exercice N°3

⌛ 25mn | (5 points)

On considère les deux montages de la page suivante :



Montage #1



Montage #2

On dénote par :

$$\mathcal{H}(p) \;=\; \frac{\mathcal{L}\{v_s(t)\}}{\mathcal{L}\{v_e(t)\}}$$

(a) (2 points) Mettre leurs fonctions de transfert sous la forme suivante :

$$\mathcal{H}(p) \;=\; K\frac{1+\tau_1 p}{1+\tau_2 p} \tag{3}$$

(b) (1 point) Identifier dans chaque cas le triplet $(K,\ \tau_1,\ \tau_2)$

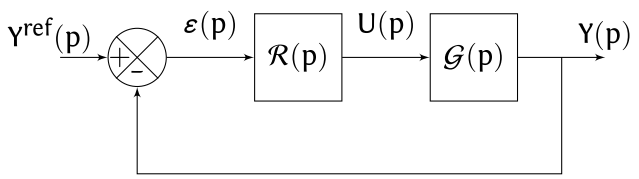
(c) (2 points) Calculer pour chaque montage le ratio $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ et en déduire la nature du filtre.

Exercice N°4 ⌛ 30mn | (6 points)

Un processus physique est modélisé par une fonction de transfert du 2nd ordre :

$$\mathcal{G}(p) \;=\; \frac{G_0}{(1+\tau_1 p)\,(1+\tau_2 p)} \qquad G_0 = 1, \tau_1 = 10 \text{ sec et } \tau_2 = 2 \text{ sec.} \tag{4}$$

Ce processus est inséré dans une boucle d'asservissement contenant un régulateur proportionnel : $\mathcal{R}(p) = R_0$. On donne la boucle de régulation :



(a) (1 point) Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée et la mettre sous la forme canonique :

$$\mathcal{H}(p) \;=\; \frac{K}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} \tag{5}$$

En déduire les expressions des paramètres K, ω_n et ζ en fonction de τ_1, τ_2, G_0 et R_0.

(b) (1 point) Calculer R_0 pour obtenir $\zeta = 0.7$.

(c) (1 point) Dans la suite, la consigne est fixée à 1. R_0 est réglé tel que $\zeta = 0.7$. On se place en régime permanent, déterminer l'expression de $y(+\infty)$ et calculer sa valeur.

(d) (1 point) Exprimer $\varepsilon(+\infty) = y^{ref}(+\infty) - y(+\infty)$, la calculer.

(e) (1 point) Représenter l'allure de $y(t)$.

(f) (1 point) Proposer une solution qui permet à y de rejoindre y^{ref} quand $t \to +\infty$.

Annexe

Table des Transformées de **Laplace**.

Fonction	**Transformée de Laplace**
$\delta(t)$	1
$\Gamma(t)$	$\frac{1}{p}$
$e^{-\alpha t}\Gamma(t)$	$\frac{1}{p+\alpha}$

On donne pour un système de second ordre :

Si $\zeta > 1 \implies y(t) = K\left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1}\, e^{-t/\tau_1} - \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1}\, e^{-t/\tau_2}\right) \cdot \Gamma(t)$

Si $\zeta < 1 \implies y(t) = K\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\; t + \arccos\zeta\right)\right] \cdot \Gamma(t)$

Pour $\zeta < 1$, l'instant du premier dépassement $\mathcal{D}_1$, s'appelle temps de pic (t_p). Il vient :

$$\mathcal{D}_1 = \frac{y_{max} - y_\infty}{y_\infty} = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \qquad t_p = \frac{\pi}{\omega_p} \quad \text{et} \quad \omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$