École Supérieure PRivée d'Ingénierie & de Technologies

AU : 2021-2022 | 1CEM1 (Session principale)

Examen | Systèmes Asservis Linéaires Continus | **Enseignant : A. Mhamdi**

16/05/22 (18 : 30→20 : 00) | **Durée : 1½ h**

Ce document comporte **7** pages numérotées de **1/7** à **7/7**. Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Les **4** exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre qui vous convient. Les règles suivantes s'appliquent :

❶ **Aucun document** n'est autorisé.

❷ **L'usage** de tout matériel électronique, sauf calculatrice, est strictement interdit.

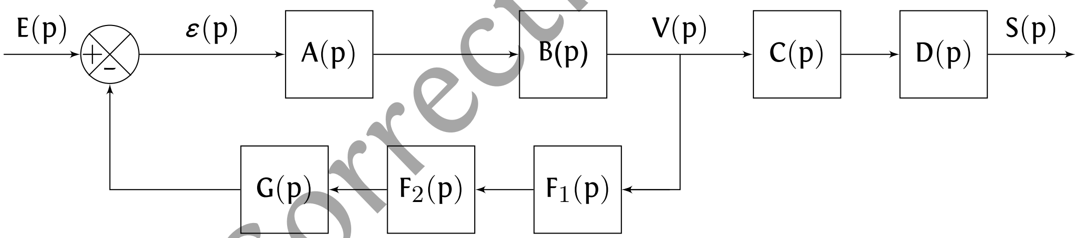
❸ **La rigueur** de la rédaction entrera pour une part importante dans la notation.

Exercice N°1

⌛ 15mn | (4 points)

Simplifiez les schémas blocs suivants, et donnez $\frac{S(p)}{E(p)}$ dans chaque cas :

(a) (2 points)

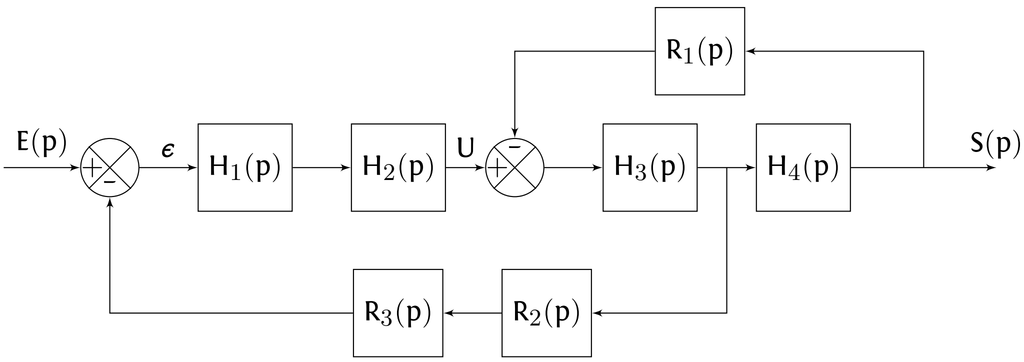


$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{AB}{1 + ABGF_1F_2} \times C \times D$$

Soit encore :

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{ABCD}{1 + ABGF_1F_2}$$

(b) (2 points)



$$\frac{S(p)}{U(p)} = \frac{H_3H_4}{1+H_3H_4R_1}$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_1H_2\dfrac{H_3H_4}{1+H_3H_4R_1}}{1+H_1H_2\dfrac{H_3H_4}{1+H_3H_4R_1}R_2R_3\dfrac{1}{H_4}}$$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_1H_2H_3H_4}{1+H_1H_2H_3R_2R_3+H_3H_4R_1}$$

Exercice N°2 ⌛ 15mn | (4 points)

Soit le système d'entrée $u(t)$, de sortie $y(t)$ et de transmittance :

$$\mathcal{H}(p) = \frac{3}{1+p}$$

Calculez sa réponse à un échelon d'amplitude 2 en partant de la condition initiale $y(t=0) = y_0 = -1$.

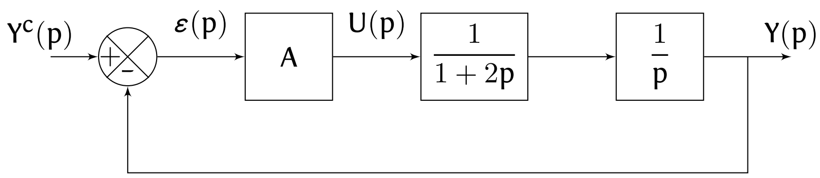
$$\begin{aligned}
\mathcal{Y}(p) &= \underbrace{\frac{3}{1+p}\mathcal{U}(p)}_{\text{Régime forcé}} + \underbrace{\frac{3}{1+p}y_0}_{\text{Régime libre}} \\
&= \frac{3}{1+p}\times\frac{2}{p} - \frac{3}{1+p} \\
&= \frac{6}{p(1+p)} - \frac{3}{1+p}
\end{aligned}$$

Dans le domaine temporel, y sera donné par :

$$\begin{aligned}
y(t) &= 6\left(1-e^{-t}\right) - 3e^{-t} \\
&= 6 - 9e^{-t} \qquad \forall t \geq 0
\end{aligned}$$

Exercice N°3 ⌛ 30mn | (8 points)

On considère la boucle de régulation suivante :



(a) (1 point) Écrivez la fonction de transfert en boucle fermée du système.

$$\frac{Y(p)}{Y^c(p)} = \frac{A \times \frac{1}{1+2p}\frac{1}{p}}{1 + A \times \frac{1}{1+2p}\frac{1}{p}} = \frac{A}{2p^2 + p + A}$$

(b) (1 point) Pour quelles valeurs de A ce système est stable.

Le système est stable ssi $A > 0$. En effet, le système en BF admet deux pôles p_1 et p_2, avec :

$$\begin{cases} \sum = p_1 + p_2 = -1/2 \\ \prod = p_1 \times p_2 = A/2 \end{cases}$$

Le système est stable ssi $\Re(p_1) < 0$ et $\Re(p_2) < 0$, c.-à-d. $\sum < 0$ et $\prod > 0$.

(c) (1 point) Ce système est-il précis ?

Le système en BF est précis car :

$$\left.\frac{Y(p)}{Y^c(p)}\right|_{p=0} = \frac{A}{A} = 1$$

(d) (2 points) Pour quelles valeurs de A la fonction de transfert en boucle fermée représente un système de second ordre apériodique.

La forme normalisé de la FTBF devient alors :

$$\frac{Y(p)}{Y^c(p)} = \frac{\overbrace{k\omega_n^2}^{A/2}}{p^2 + \underbrace{1/2}_{2\zeta\omega_n}\ p + \underbrace{A/2}_{\omega_n^2}}$$

Il en résulte le système d'équations :

$$\begin{cases} k = 1 \\ \omega_n = \sqrt{\frac{A}{2}} \\ \zeta = \frac{1}{\sqrt{8A}} \end{cases}$$

Régime apériodique ssi $\zeta > 1$, c.-à-d., $A < \frac{1}{8}$.

(e) (2 points) Déterminez la valeur de A pour la quelle la réponse indicielle de ce système présente un premier dépassement $\mathcal{D}_1$ égal à 10%.

Le dépassement est donné par :

$$\mathcal{D}_1 = \frac{y_{max} - y_\infty}{y_\infty} = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.1$$

$$\zeta = \frac{\ln 10}{\sqrt{\pi^2 + \ln(10)^2}} \approx 0.59 \qquad \Longrightarrow \quad A \approx 0.36$$

(f) (1 point) Calculez le temps du premier pic t_p correspondant.

$$\omega_n = 0.42 \text{ rad/sec}$$

et

$$\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 0.34 \text{ rad/sec}$$

Le temps de pic se calcule comme suit :

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_p}$$

Exercice N°4 ⌛ 30mn | (4 points)

Les courbes des figures suivantes correspondent à des réponses indicielles unitaires de systèmes d'ordre inférieur à 3. Identifiez, en justifiant, le système correspondant.

(a) (1 point)

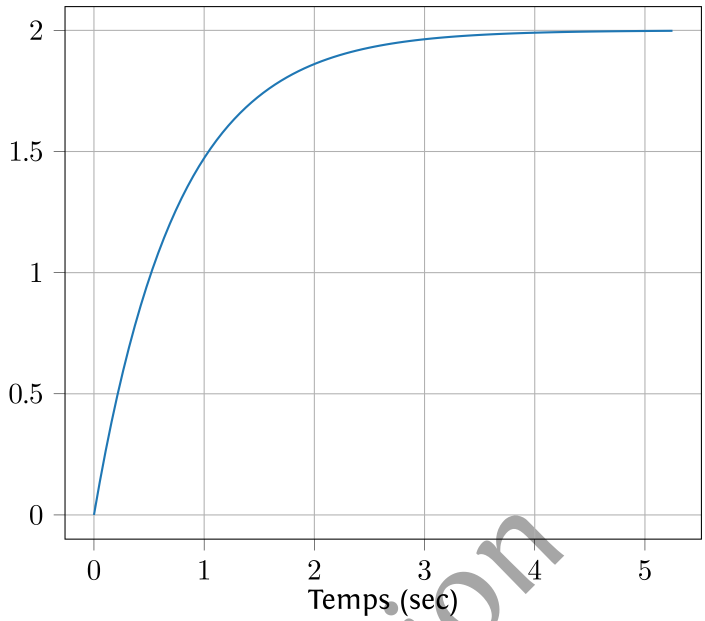


Fig. 1

K, tau = 2, .75 ;

(b) (1½ points)

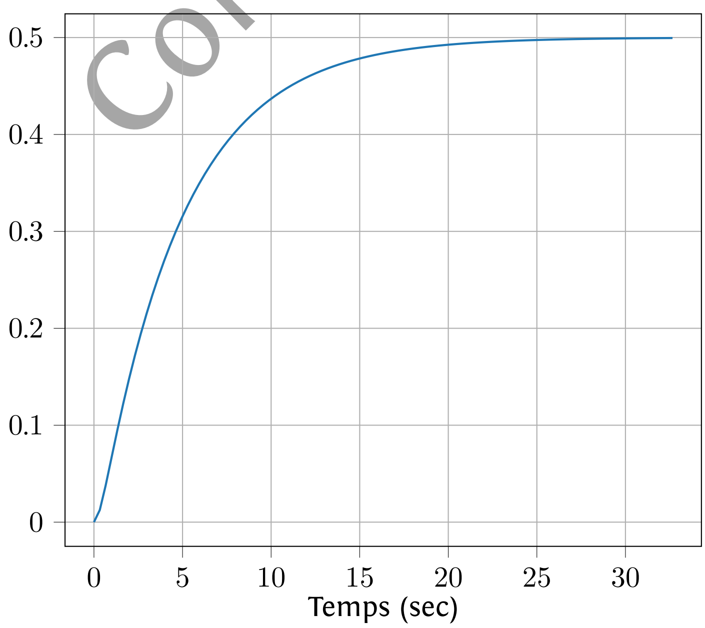


Fig. 2

```
K, o, zeta = .5, .8, 2;
```

(c) (1½ points)

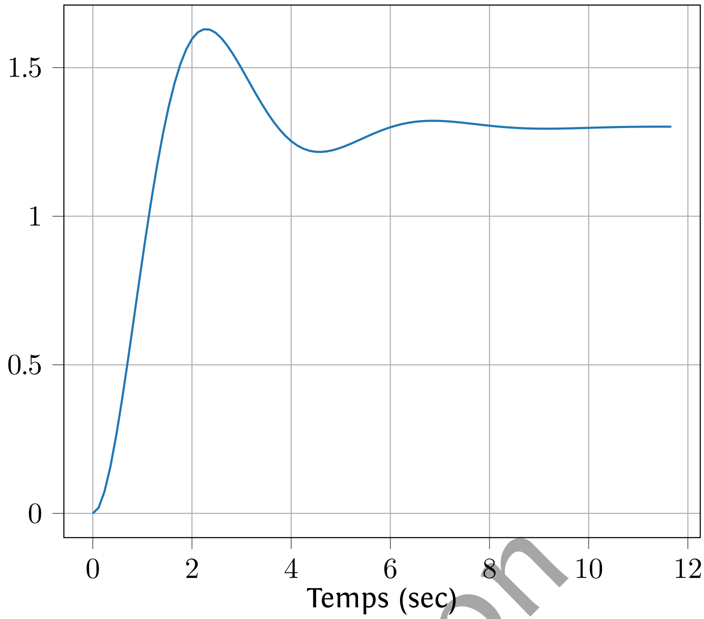


Fig. 3

```
K, o, zeta = 1.3, 1.5, .4;
```

Annexe

Table des Transformées de **Laplace**.

Fonction	Transformée de Laplace
$\delta(t)$	1
$\Gamma(t)$	$\dfrac{1}{p}$
$e^{-\alpha t}\Gamma(t)$	$\dfrac{1}{p+\alpha}$

On donne pour un système de second ordre :

Si $\zeta > 1 \implies y(t) = K\left(1 + \dfrac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1}\, e^{-t/\tau_1} - \dfrac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1}\, e^{-t/\tau_2}\right) \cdot \Gamma(t)$

Si $\zeta < 1 \implies y(t) = K\left[1 - \dfrac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_0 t} \sin\left(\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}\, t + \arccos\zeta\right)\right] \cdot \Gamma(t)$

Pour $\zeta < 1$, l'instant du premier dépassement $\mathcal{D}_1$, s'appelle temps de pic (t_p). Il vient :

$$\mathcal{D}_1 = \frac{y_{max} - y_\infty}{y_\infty} = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_p} \quad \text{et} \quad \omega_p = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$