

非手続き型言語12回目課題 解答例

June 5, 2020

1 演習問題 3.2.3

問題:

fun f(a:int, b, c, d, e) = ...

の本体が以下のそれぞれであったときに b,c,d,e の型についてどんなことが推論できるかを述べよ.

- a) if a<b+c then d else e.
int 型である a と比較しているので b,c は int 型.
d, e はそれぞれ then, else の後の式なので同じ型.
- b) if a<b then c else d.
b は a と比較しているので int 型.
c,d は同じ型.
- c) if a<b then b+c else d+e.
b は a と比較しているので int 型.
c は b と演算しているので int 型.
d+e は b+c と同じ方でなければならないので d, e は int 型.
- d) if a<b then b<c else d.
b は a と比較しているので int 型.
c は b と比較しているので int 型.
d は b<c と同じ型なので bool 型.
- e) if b<c then a else c+d.
c+d は a と同じ型なので c, d は int 型.
b は int 型である c と比較しているので int 型.
- f) if b<c then d else e.
b と c は比較しているので同じ型. ML の処理系ではこのようなときはデフォルトで int 型と推論される.
d と e は同じ型.
- g) if b<c then d+e else d*e.
b と c は比較しているので同じ型. ML の処理系ではこのようなときはデフォルトで int 型と推論される.
d と e は加算・乗算を行なっているので int 型もしくは real 型. ML の処理系ではこのようなときはデフォルトで int 型と推論される.

2 MLOO 問 3.3 の 2

問題: `fn x => twice id x` ただし, `fun twice f x = f (f x); fun id x = x;`

解答例: 関数 `twice` の型が $('a \rightarrow 'a) \rightarrow 'a \rightarrow 'a$ であることは問 3.4 で示したのでそれを使う. また関数 `id` の型が $'a \rightarrow 'a$ であることも容易にわかるのでそれを用いる.

`twice id x` は `twice` の第一引数 $('a \rightarrow 'a)$ に関数 `id` $'a \rightarrow 'a$ を, 第二引数 `'a` に `x` を入れたものであるので `x` の型は `'a`.

`twice id x` の結果の型は `'a`.

よって `fn x => twice id x` の型は $'a \rightarrow 'a$.

3 MLOO 問 3.3 の 3

問題: `fun thrice f x = f (f (f x)).`

解答例:

`thrice` : τ_1 , `f` : τ_2 , `x` : τ_3 , `f x` : τ_4 , `(f (f x))` : τ_5 , `f (f (f x))` : τ_6 とする. すると

$$\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3 \rightarrow \tau_6$$

関数 `f` の引数がすべて同じ型でなければならないことから

$$\tau_3 = \tau_4 = \tau_5$$

関数 `f` の結果がすべて同じ型でなければならないことから

$$\tau_4 = \tau_5 = \tau_6$$

関数 `f` の引数と結果の関係から

$$\tau_2 = \tau_3 \rightarrow \tau_4$$

これを最初の式にいれると

$$\tau_1 = (\tau_3 \rightarrow \tau_4) \rightarrow \tau_3 \rightarrow \tau_6$$

$\tau_3, \tau_4, \tau_5, \tau_6$ はすべての同じ型であるからこれを τ_3 で表して

$$\tau_1 = (\tau_3 \rightarrow \tau_3) \rightarrow \tau_3 \rightarrow \tau_3$$

つまり $('a \rightarrow 'a) \rightarrow 'a \rightarrow 'a$.

4 演習問題 5.1 の 1

問題: `S x y z = (x z) (y z)` の型、

解答例:

`S` : τ_1 , `x` : τ_2 , `y` : τ_3 , `z` : τ_4 , `(x z)` : τ_5 , `(y z)` : τ_6 , `(x z) (y z)` : τ_7 とする. すると

$$\tau_1 = \tau_2 \rightarrow \tau_3 \rightarrow \tau_4 \rightarrow \tau_7$$

関数 x の形から

$$\tau_2 = \tau_4 \rightarrow \tau_5$$

関数 y の形から

$$\tau_3 = \tau_4 \rightarrow \tau_6$$

関数 $(x\ z)$ の形から

$$\tau_5 = \tau_6 \rightarrow \tau_7$$

τ_2, τ_3 の式を最初の式に入れる.

$$\tau_1 = (\tau_4 \rightarrow \tau_5) \rightarrow (\tau_4 \rightarrow \tau_6) \rightarrow \tau_4 \rightarrow \tau_7$$

τ_5 の式をこれに入れる.

$$\tau_1 = (\tau_4 \rightarrow \tau_6 \rightarrow \tau_7) \rightarrow (\tau_4 \rightarrow \tau_6) \rightarrow \tau_4 \rightarrow \tau_7$$

これ以上簡単にならないので $\tau_4 : 'a$, $\tau_6 : 'b$, $\tau_7 : 'c$ とすると

$('a \rightarrow 'b \rightarrow 'c) \rightarrow ('a \rightarrow 'b) \rightarrow 'a \rightarrow 'c$.