

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Индивидуальное домашнее задание №1

Вариант 3

по дисциплине Дифференциальные уравнения

Выполнила: студентка гр. R3238

Нечаева А. А.

Преподаватель: *Бойцев Антон Александрович*

Санкт-Петербург, 2023-2024

Трудность решения в какой-то мере входит в само понятие задачи: там, где нет трудности, нет и задачи.

Д. Поля

1

Привести заменой $x = z^m$ уравнение

$$(xy^2 + 1)yx' + 2x = 0, \quad x > 0, \quad y > 0$$

к однородному и решить его. Записать ответ в виде $F(x, y) = C$.

Решение:

Пусть $x = z^m$, тогда $x' = mz'z^{m-1}$, запишем получившееся уравнение:

$$(z^m y^2 + 1)ymz'z^{m-1} + 2z^m = 0, \quad z^m > 0, \quad y > 0$$

$$mz'z^{2m-1}y^3 + ymz'z^{m-1} + 2z^m = 0$$

Ответ:

2

Решить линейное уравнение методом вариации произвольных постоянных (методом Лагранжа). Пользуясь формулой общего решения линейного уравнения, проверьте полученный ответ.

Записать ответ в виде $y = f(x, C)$.

$$y' = \frac{2y}{x \ln x} + \frac{1}{x}, x > 1$$

Решение:

Ответ:

3

Привести уравнение Риккати к линейному. решить полученное линейное уравнение, используя метод интегрирующего множителя.

Записать ответ в виде $F(x, y) = C$.

$$xy' = x^3 + (1 - 2x^2)y + xy^2$$

Решение:

Ответ:

4

Решить уравнение в дифференциалах, подобрав интегрирующий множитель в виде $\mu(x, y) = (x + y^2)^\alpha$.

Записать ответ в виде $F(x, y) = C$.

$$2y(x + y^2 - 1)dy + (x^2y^2 + x^3 - 1)dx = 0$$

Решение:

Ответ:

5

Решить уравнение методом введения параметра.

Записать ответ в виде $x = f(y, C)$.

Исследовать на наличие особых решений. Построить на одной координатной плоскости графики нескольких интегральных кривых и, при наличии, особых решений.

$$2x = \frac{y}{y'} + \ln(yy'), y > 0$$

Решение:

Ответ:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x - \frac{1}{x^2 y}$$