Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа № 4 "Линейная фильтрация"

по дисциплине Частотные методы

Выполнила: студентка гр. **R3238**

Нечаева А. А.

Преподаватель: *Перегудин Алексей Алексеевич*

Санкт-Петербург, 2024

1 Задание. Спектральное дифференцирование

1.1 Исходный график

Рассмотрим сигнал $y = \sin(t)$ на промежутке $[-100; 100]$ (рисунок 1).

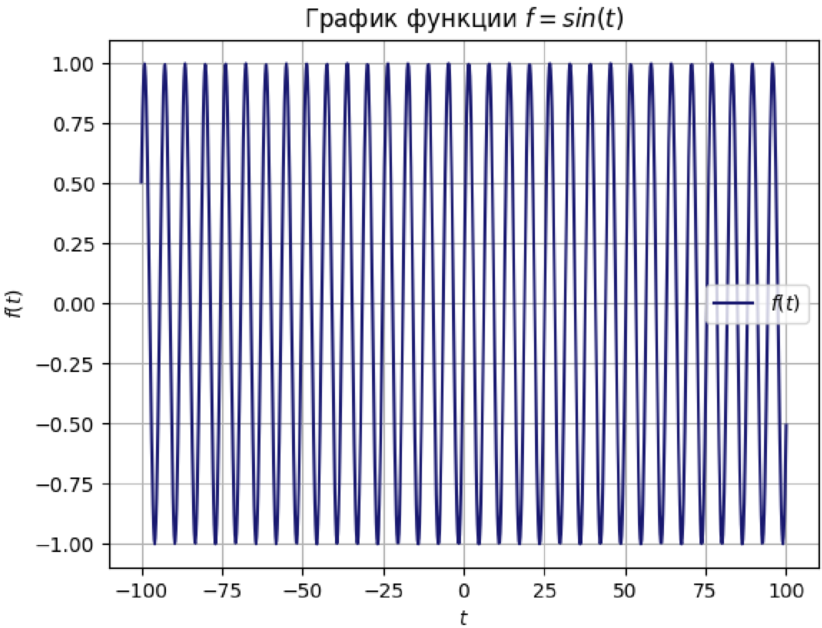

Рис. 1. Исходный график $f = \sin(t)$.

Будем также рассматривать часть исходного графика на промежутке $[-10; 10]$ (рисунок 2) для большей наглядности.

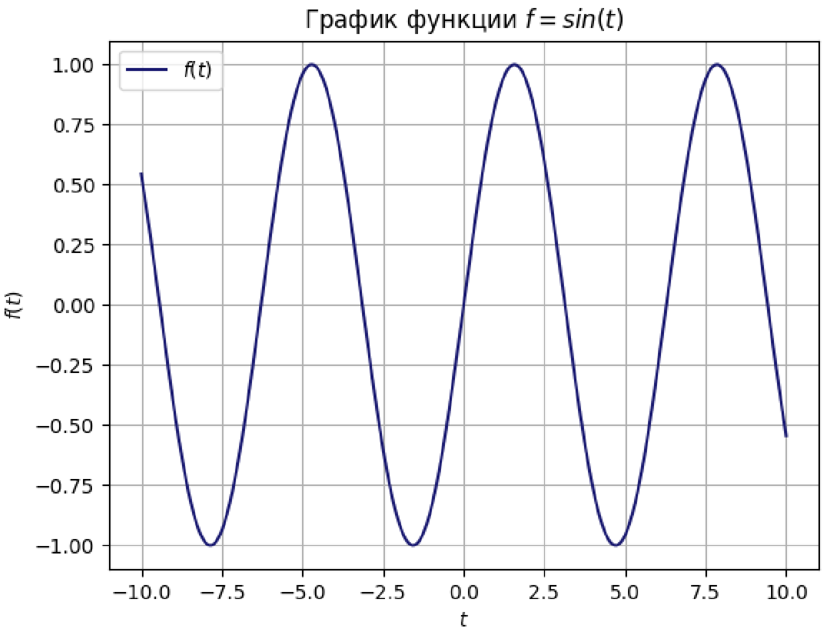

Рис. 2. Часть исходный график $f = \sin(t)$.

1.2 Добавление шума

Добавим к исходному графику функции небольшой шум вида

$$a \cdot (rand(size(t)) - 0.5)$$

результат представлен на рисунках 4 и 5.

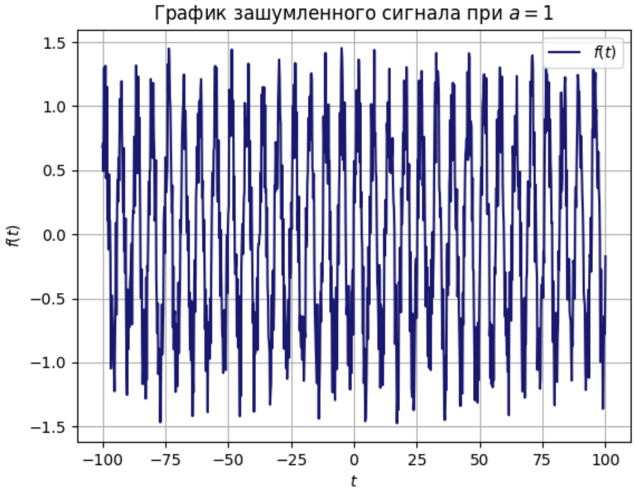

Рис. 3. Зашумленный график.

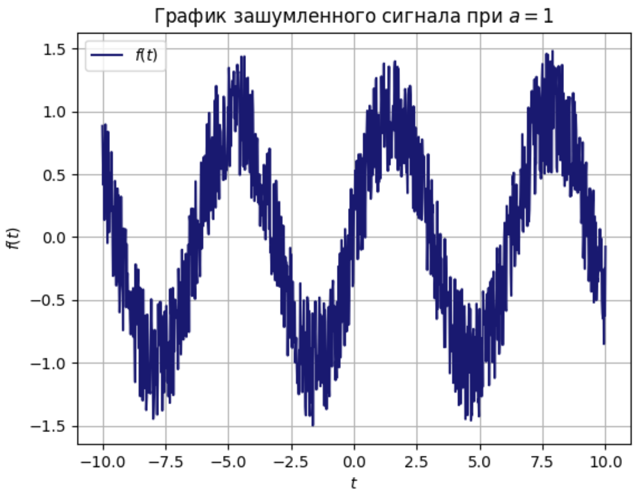

Рис. 4. Часть зашумленного графика.

1.3 Численная производная

Найдем *численную производную* от зашумленного сигнала, используя формулу поэлементного дифференцирования

$$\frac{y(k+1) - y(k)}{dt} \tag{1}$$

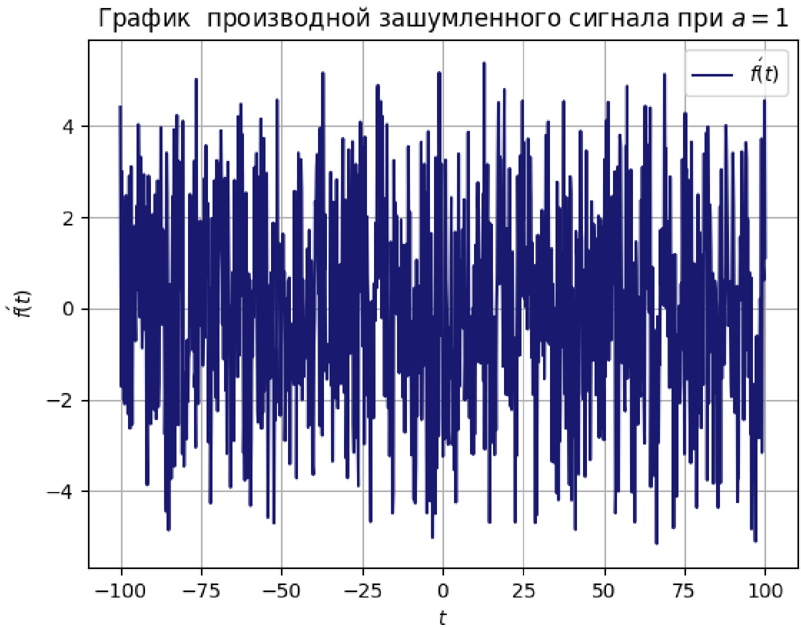

Рис. 5. Численная производная зашумленного графика функции при $a = 1$ *на полном промежутке* $[-100; 100]$.

Несмотря на то, что исходный график функции можно узнать при добавлении шума с коэффициентом $a = 1$, график численной производной в этом случае практически неузнаваем (рисунки 5-6), но при $a = 0.1$ очертания косинуса хорошо заметны и на графике численной производной (рисунок 7).

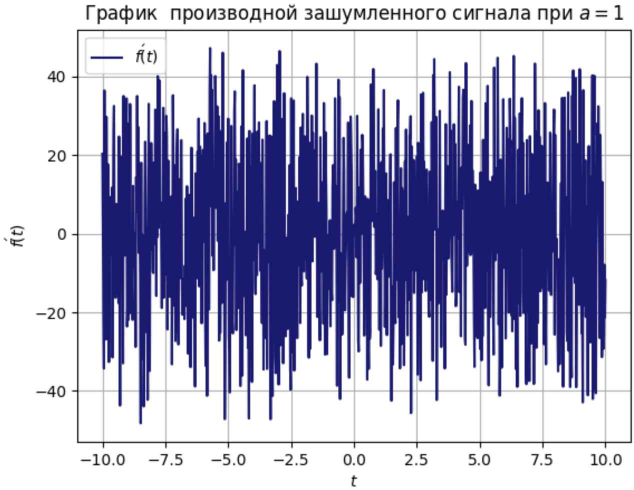

Рис. 6. Численная производная зашумленного графика функции при $a = 1$.

Рис. 7. Численная производная зашумленного графика функции при $a = 0.1$.

1.4 Спектральная производная

Найдем *спектральную производную* от зашумленного сигнала. Для этого с помощью численного интегрирования (*numpy.trapz*) найдем Фурье-образ сигнала и домножим его на ωi, так как $F\{f'(t)\} = \omega i F\{f(t)\}$, для того, чтобы получить Фурье-образ производной.
После чего выполним обратное преобразование Фурье для получения спектральной производной.

Рис. 8. Спектральная производная зашумленного графика функции при $a = 1$.

На промежутке $[-10; 10]$ графика заметно, что спектральная производная сильнее приближает точную производную $f'(t) = \cos(t)$ (рисунок 10) исходного графика функции по сравнению с численной производной. Причем как в случае $a = 1$, так и $a = 0.1$. Спектральная производная отличается меньщим количеством шумов, чем численная.
Вывод: применение Фурье-преобразования может помочь получить более точную производную функции зашумленного сигнала.

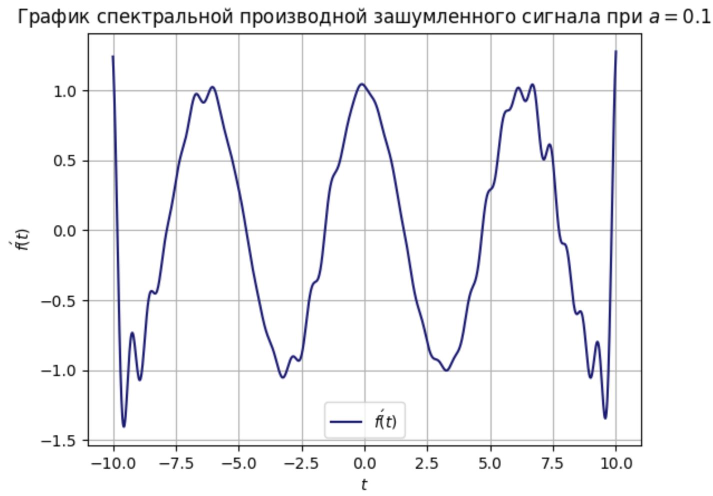

Рис. 9. Спектральная производная зашумленного графика функции при $a = 0.1$.

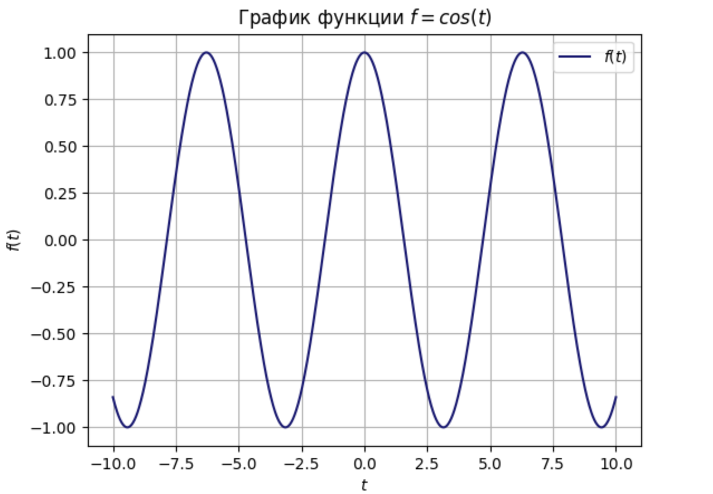

Рис. 10. График истинной производной.

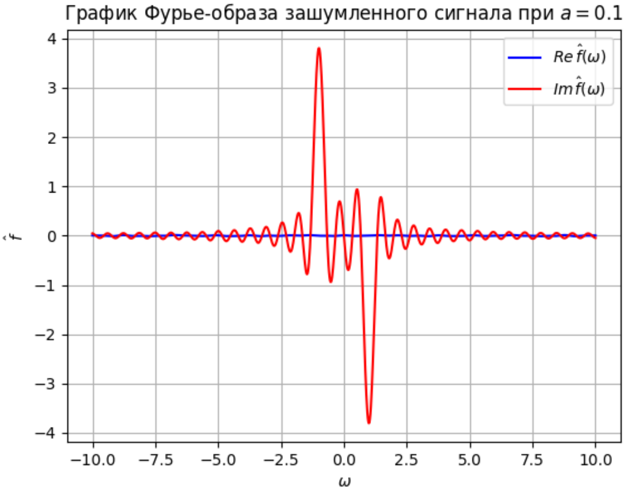

Рис. 11. График Фурье-образа зашумленной функции при $a = 0.1$.

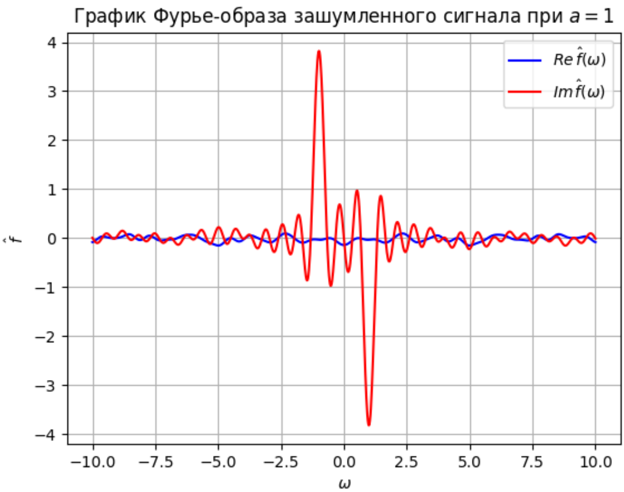

Рис. 12. График Фурье-образа зашумленной функции при $a = 1$.

2 Задание. Линейные фильтры.

3 Задание. Сглаживание биржевых линий.

Для визуализации был написан код на языке *Python*.
Код расположен на **GitHub**.