Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа № 2
"Преобразование Фурье"

по дисциплине Частотные методы

Выполнила: студентка гр. **R3238**

Нечаева А. А.

Преподаватель: *Перегудин Алексей Алексеевич*

Санкт-Петербург, 2024

В заданиях 1 и 2 используется унитарное преобразование Фурье к угловой частоте ω.

1 Задание. Вещественное.

Все функции ниже $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

1.1 Прямоугольная функция

$$f(t) = \begin{cases} a, & |t| \leq b, \\ 0, & |t| > b \end{cases} \tag{1}$$

1.1.1 Аналитическое выражение Фурье-образа

Фурье-образ функции $f(t)$ будем находить по формуле:

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \tag{2}$$

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-b}^{b} a e^{-i\omega t} dt = \frac{a(e^{-i\omega b} - e^{i\omega b})}{-i\omega\sqrt{2\pi}} \tag{3}$$

1.1.2 Построение графиков функции $f(t)$

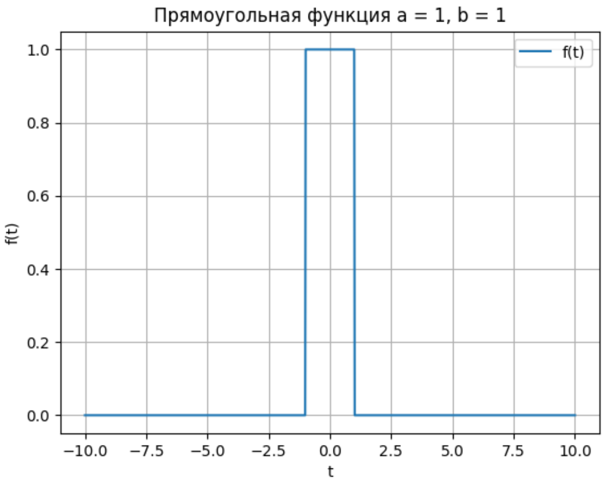

Рис. 1. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 1$.

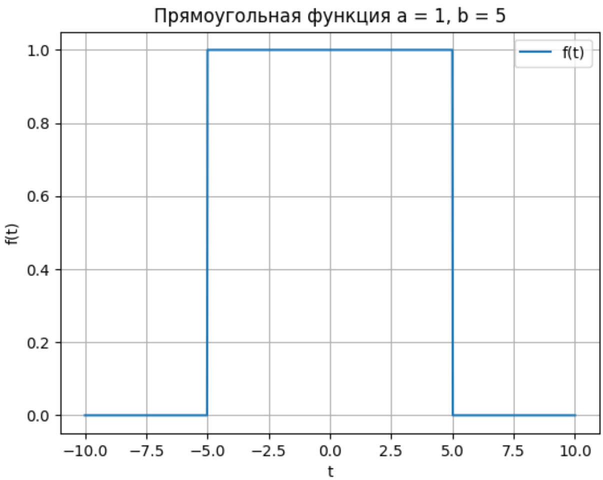

Рис. 2. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 5$.

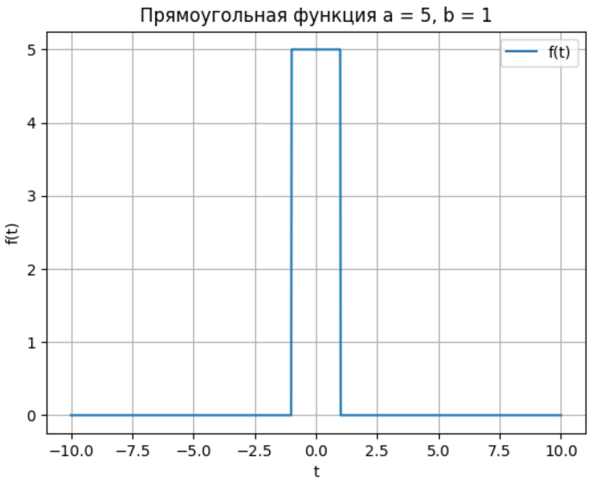

Рис. 3. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 1$.

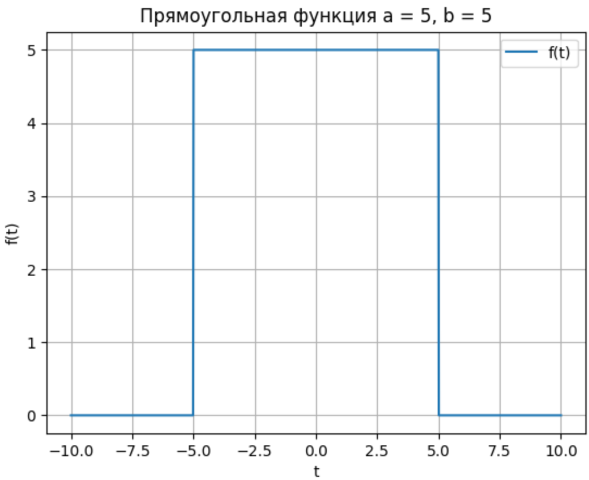

Рис. 4. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.1.3 Построение графиков Фурье-образа $\hat{f}(\omega)$

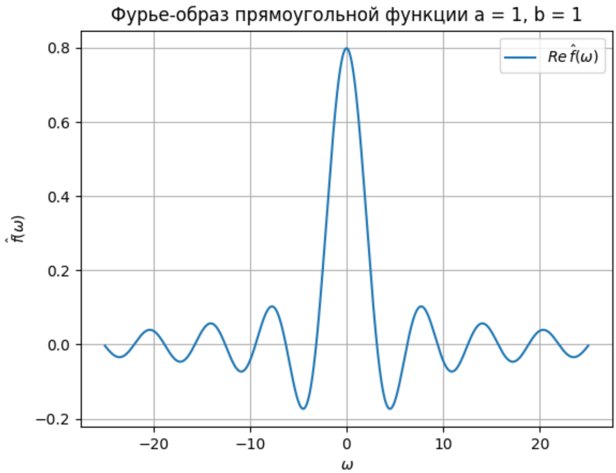

Рис. 5. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 1$.

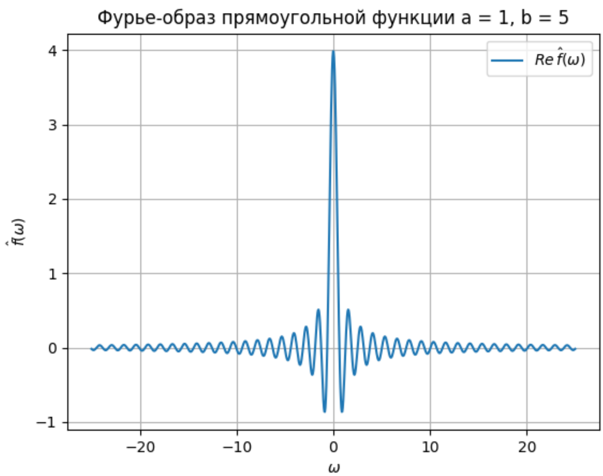

Рис. 6. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 5$.

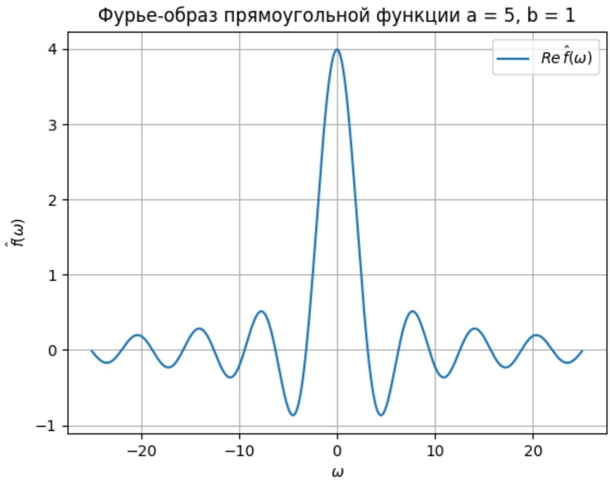

Рис. 7. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 1$.

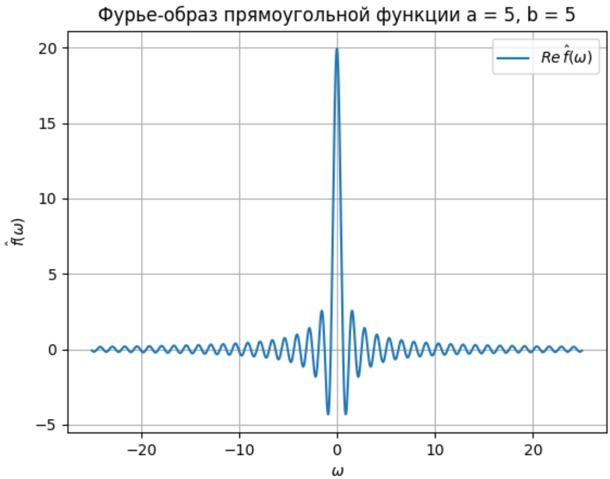

Рис. 8. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.1.4 Проверка равенства Парсеваля

Таблица 1. Равенство Парсеваля для прямоугольной функции.

n	a	b	$\|f\|^2 = \int_{-d}^{d} \|f(t)\|^2 dt$	$\|\hat{f}\|^2 = \int_{-d}^{d} \|\hat{f}(\omega)\|^2 d\omega$
1	1	1	2.000	2.018
2	1	5	10.000	10.001
3	5	1	50.000	50.445
4	5	5	250.000	250.037

Для вычисления квадратов норм функции и ее образа интегрирование велось от -100 до 100, то есть константа $d = 100$ из таблицы 1. Заметим, что с точностью до целых равенства Парсеваля выполнены для всех рассматриваемых значений параметров a и b.

1.1.5 Анализ результатов

Параметр a влияет на максимум функции, при $a = 1$ максимальное значение функции 1, при $a = 5$ – аналогично, максимум равен 5. Параметр b влияет на ширину "прямоугольной"области графика исходной функции, при $b = 1$ максимальное значение функция принимает на отрезке $[-1; 1]$, при $b = 5$ – аналогично, максимум будет на отрезке $[-5; 5]$.

На графиках Фурье-образа заметно, что параметр b влияет на частоту колебаний функции и на ширину центрального всплеска: при $b = 1$ частота ниже и ширина больше, чем при $b = 5$. Вместе параметры a и b влияют на амплитуду колебаний функции, при увеличении суммы a и b амплитуда возрастает, причем для двух разных наборов $a = 1$, $b = 5$ и $a = 5$, $b = 1$ амплитуда одинакова.

Принцип неопределенности Гейзенберга о том, что невозможно одновременно точно определить координату и импульс электрона в атоме, здесь заключается в том, графикам исходной функции с наименьшими промежутками максимума соответствуют Фурье-образы с наименьшей частотой колебаний.

1.2 Треугольная функция

$$f(t) = \begin{cases} a - |at/b|, & |t| \le b, \\ 0, & |t| > b \end{cases} \tag{4}$$

1.2.1 Аналитическое выражение Фурье-образа

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-b}^{b} (a - |at/b|) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-b}^{b} a e^{-i\omega t} dt -$$

$$- \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-b}^{b} |at/b| e^{-i\omega t} dt = \frac{a(e^{-i\omega b} - e^{i\omega b})}{-i\omega\sqrt{2\pi}} + \frac{a}{b\sqrt{2\pi}} \left(\int\limits_{-b}^{0} t e^{-i\omega t} dt - \int\limits_{0}^{b} t e^{-i\omega t} dt \right) \boxed{=}$$

Отдельно вычислим неопределенный интеграл:

$$\int t e^{-i\omega t} dt = ||\, u = t,\ dv = e^{-i\omega t} dt, du = dt, v = -\frac{e^{-i\omega t}}{i\omega} \,|| =$$

$$= -\frac{t e^{-i\omega t}}{i\omega} + \int \frac{e^{-i\omega t}}{i\omega} dt = -\frac{t e^{-i\omega t}}{i\omega} + \frac{e^{-i\omega t}}{\omega^2} + C = \frac{1 + i\omega t}{\omega^2 e^{i\omega t}} + C \tag{5}$$

И два соотвествующих определенных интеграла:

$$\int\limits_{-b}^{0} t e^{-i\omega t} dt = \left. \frac{1 + i\omega t}{\omega^2 e^{i\omega t}} \right|_{-b}^{0} = \frac{1}{\omega^2} - \frac{1 - i\omega b}{\omega^2 e^{-i\omega b}} \tag{6}$$

$$\int\limits_{0}^{b} t e^{-i\omega t} dt = \left. \frac{1 + i\omega t}{\omega^2 e^{i\omega t}} \right|_{0}^{b} = \frac{1 + i\omega b}{\omega^2 e^{i\omega b}} - \frac{1}{\omega^2} \tag{7}$$

$$\int\limits_{-b}^{0} t e^{-i\omega t} dt - \int\limits_{0}^{b} t e^{-i\omega t} dt = \frac{2}{\omega^2} - \frac{1 - i\omega b}{\omega^2 e^{-i\omega b}} - \frac{1 + i\omega b}{\omega^2 e^{i\omega b}} \tag{8}$$

$$\boxed{=}\frac{a(e^{-i\omega b}-e^{i\omega b})}{-i\omega\sqrt{2\pi}}+\frac{a}{b\sqrt{2\pi}}\left(\frac{2}{\omega^2}-\frac{1-i\omega b}{\omega^2 e^{-i\omega b}}-\frac{1+i\omega b}{\omega^2 e^{i\omega b}}\right)=$$
$$=\frac{a}{b\omega^2\sqrt{2\pi}}\left(i\omega b(e^{-i\omega b}-e^{i\omega b})+2-e^{i\omega b}+i\omega b e^{i\omega b}-e^{-i\omega b}-i\omega b e^{-i\omega b}\right)=$$
$$=\frac{a}{b\omega^2\sqrt{2\pi}}\left(i\omega b e^{-i\omega b}-i\omega b e^{i\omega b}+2-e^{i\omega b}+i\omega b e^{i\omega b}-e^{-i\omega b}-i\omega b e^{-i\omega b}\right)=$$
$$=\frac{a}{b\omega^2\sqrt{2\pi}}\left(2-e^{i\omega b}-e^{-i\omega b}\right) \quad (9)$$

1.2.2 Построение графиков функции $f(t)$

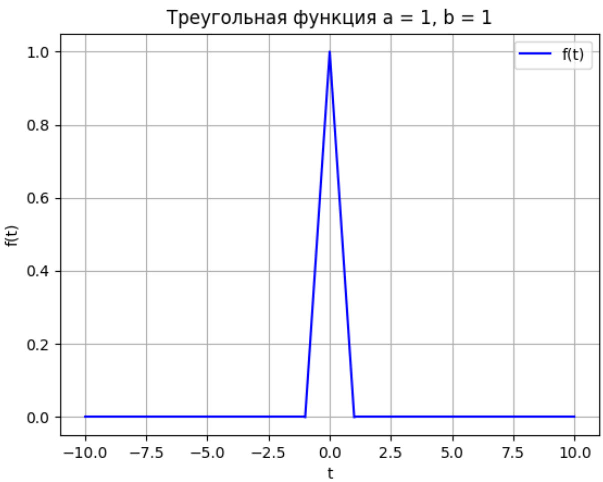

Рис. 9. График $f(t)$ при $a=1$, $b=1$.

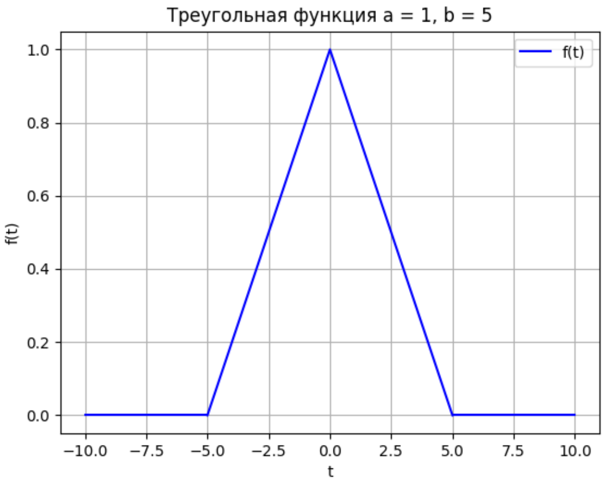

Рис. 10. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 5$.

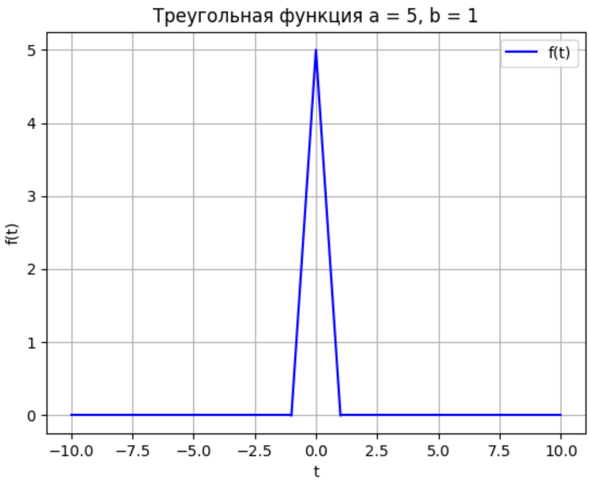

Рис. 11. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 1$.

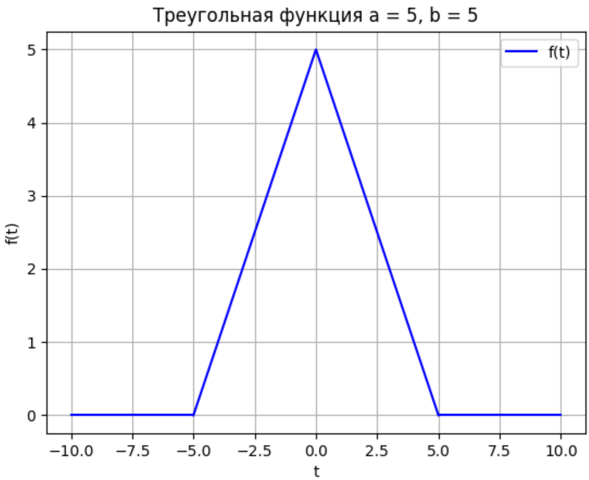

Рис. 12. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.2.3 Построение графиков Фурье-образа $\hat{f}(\omega)$

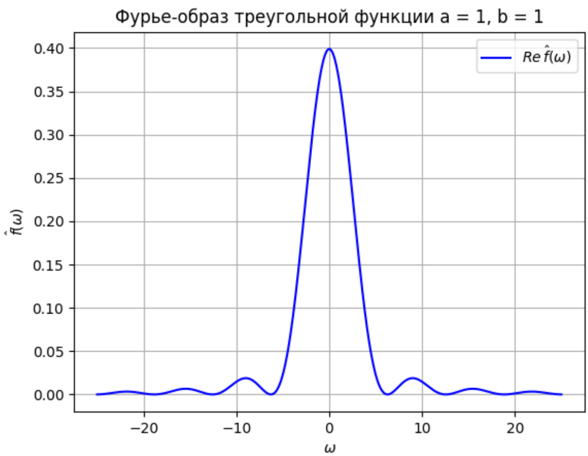

Рис. 13. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 1$.

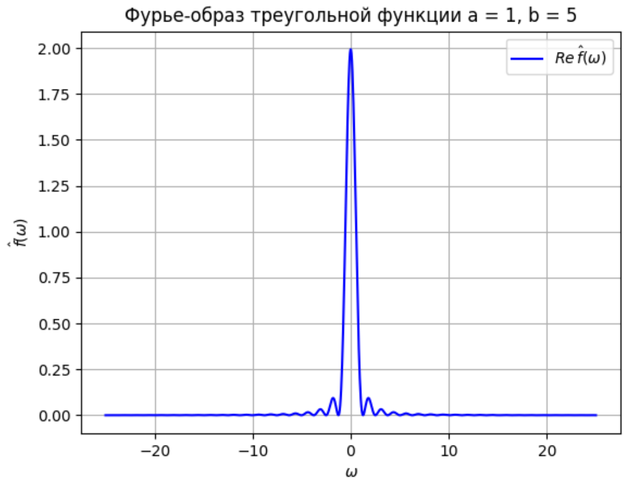

Рис. 14. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 5$.

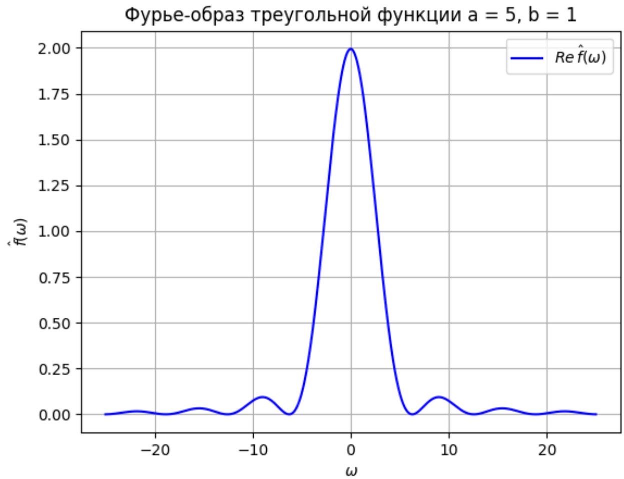

Рис. 15. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 1$.

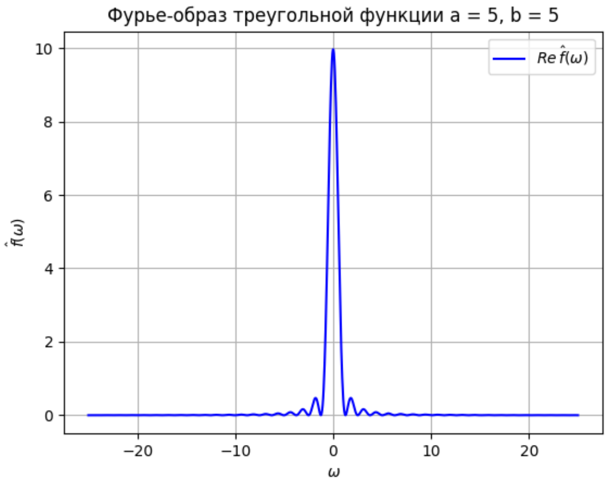

Рис. 16. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.2.4 Проверка равенства Парсеваля

Таблица 2. Равенство Парсеваля для треугольной функции.

n	a	b	$\|f\|^2 = \int_{-d}^{d} \|f(t)\|^2 dt$	$\|\hat{f}\|^2 = \int_{-d}^{d} \|\hat{f}(\omega)\|^2 d\omega$
1	1	1	0.6659	0.6641
2	1	5	3.329	3.323
3	5	1	16.65	16.60
4	5	5	83.25	83.08

Заметим, что числа так же сходятся с точностью до целых, для небольших значений, с точностью до сотых (см. наборы $(1, 1)$, $(1, 5)$ вида (a, b) в таблице 2).

1.2.5 Анализ результатов

Параметр b соотвествует отрезку, на котором расположено основание треугольника, образованного функцией: при $b = 1$ основание $[-1; 1]$, при $b = 5$ – аналогично $[-5; 5]$. Параметр a отвечает за максимум функции: при $a = 1$ – максимум 1, при $a = 5$, соотвественно, в 5.

Для графика Фурье-образа параметр b определяет частоту колебаний графика, при $b = 1$ частота ниже, чем при $b = 5$. Вместе параметры a и b влияют на амплитуду колебаний функции, при увеличении суммы a и b амплитуда возрастает, причем для двух разных наборов $a = 1$, $b = 5$ и $a = 5$, $b = 1$ амплитуда одинакова.

Принцип неопределенности Гейзенберга о том, что невозможно одновременно точно определить координату и импульс электрона в атоме, здесь заключается в том, графикам исходной функции с наименьшими промежутками максимума соответствуют Фурье-образы с наименьшей частотой колебаний.

1.3 Кардинальный синус

$$f(t) = asinc(bt) \tag{10}$$

1.3.1 Аналитическое выражение Фурье-образа

Результат получен с помощью калькулятора $Wolfram$.

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} asinc(bt)e^{-i\omega t}dt = \frac{a}{|b|}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \begin{cases} 0, & \left(\frac{b}{\omega}\right)^2 \leq 1 \\ 1 & (otherwise) \end{cases} \tag{11}$$

1.3.2 Построение графиков функции $f(t)$

Рис. 17. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 1$.

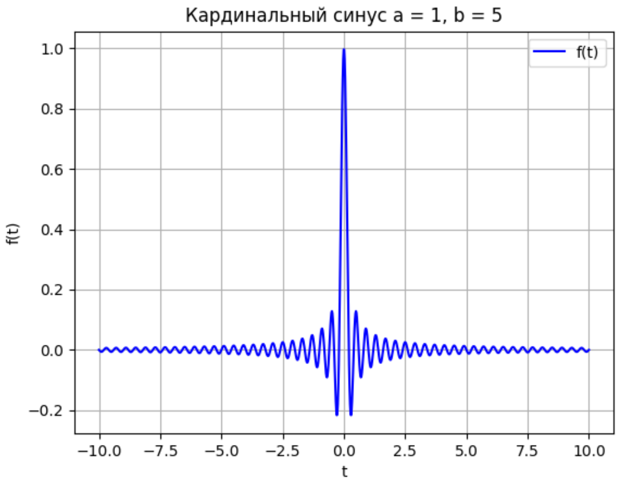

Рис. 18. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 5$.

Рис. 19. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 1$.

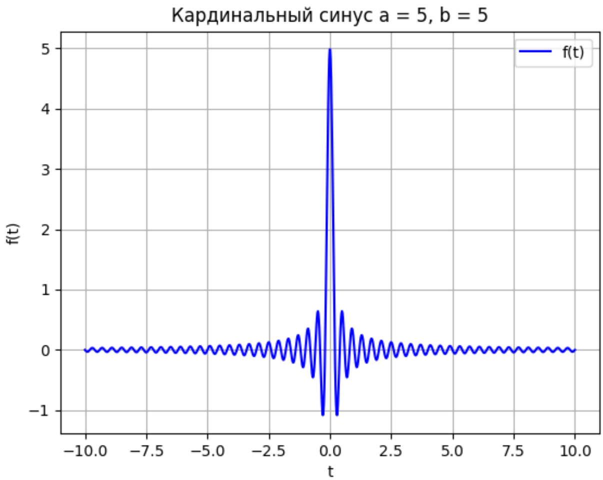

Рис. 20. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.3.3 Построение графиков Фурье-образа $\hat{f}(\omega)$

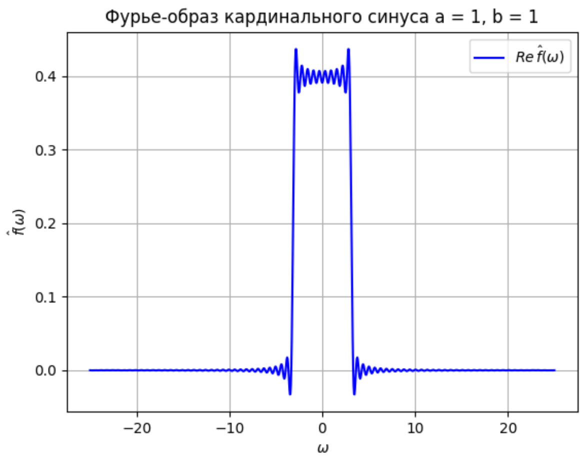

Рис. 21. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 1$.

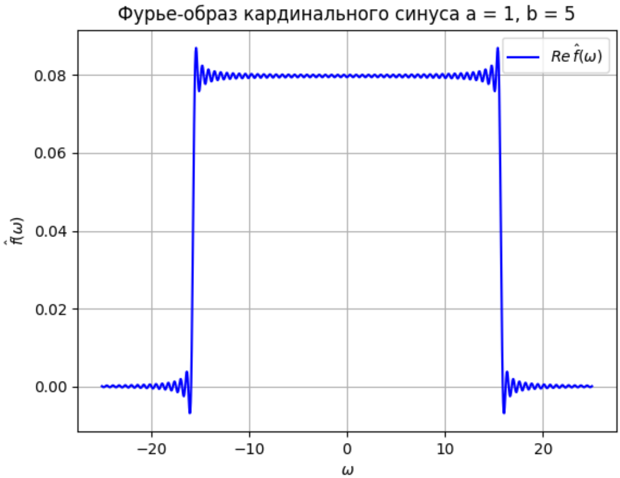

Рис. 22. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 5$.

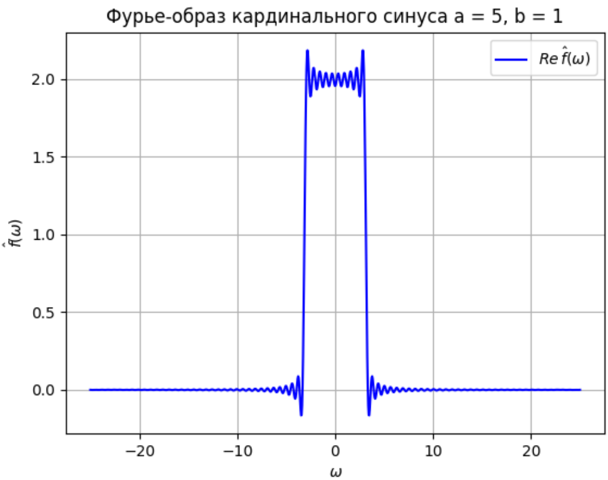

Рис. 23. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 1$.

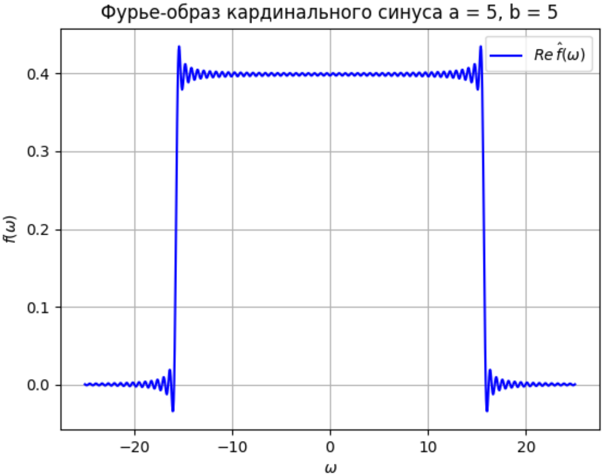

Рис. 24. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.3.4 Проверка равенства Парсеваля

Таблица 3. Равенство Парсеваля для кардинального синуса.

n	a	b	$\|f\|^2 = \int_{-d}^{d} \|f(t)\|^2 dt$	$\|\hat{f}\|^2 = \int_{-d}^{d} \|\hat{f}(\omega)\|^2 d\omega$
1	1	1	0.9979	0.9896
2	1	5	0.1994	0.1989
3	5	1	24.94	24.74
4	5	5	4.984	4.973

С точностью до целых значения совпадают, более малые – с точностью до десятых или сотых. Равенство Парсеваля выполнено для всех рассматриваемых наборов (a, b).

1.3.5 Анализ результатов

Параметр a влияет на максимум исходной функции: при $a = 1$ максимум 1, при $a = 5$ – аналогично 5. Влияние параметра b сказывается на частоте колебаний графика исходной функции: при $b = 1$ частота ниже, чем в случае $b = 5$.

Параметр b влияет на ширину скачка графика Фурье-образа: при $b = 1$ она меньше, чем при $b = 5$. Соотношение параметров a и b влияют на высоту скачка на графике Фурье-образа, заметим, что при $a = 1$, $b = 1$ и $a = 5$, $b = 5$ высота одинакова и равна примерно 0.4 (см. рисунки 21 и 24), если b больше a (рисунок 22), то высота ~ 0.08, в обратном случае, (рисунок 23), ~ 2.

Принцип неопределенности Гейзенберга о том, что невозможно одновременно точно определить координату и импульс электрона в атоме, здесь заключается в том, графикам исходной функции с наименьшей частотой колебаний соответствуют Фурье-образы с наименьшими промежутками максимума.

1.4 Функция Гаусса

$$f(t) = ae^{-bt^2} \tag{12}$$

1.4.1 Аналитическое выражение Фурье-образа

Результат получен с помощью калькулятора $Wolfram$.

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} ae^{-bt^2} e^{-i\omega t} dt = \frac{a}{\sqrt{2b}} e^{-\frac{\omega^2}{4b}} \tag{13}$$

1.4.2 Построение графиков функции $f(t)$

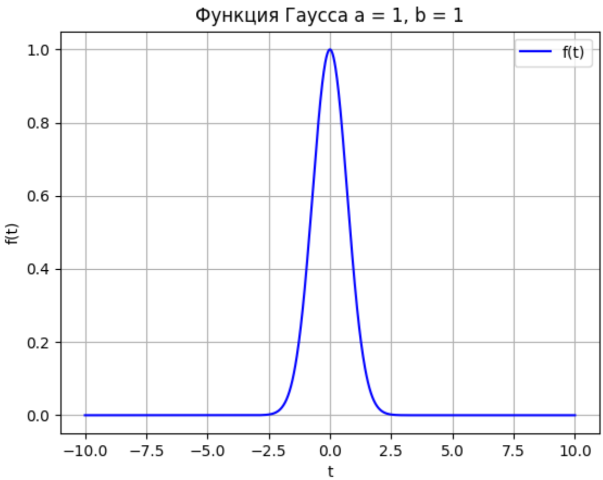

Рис. 25. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 1$.

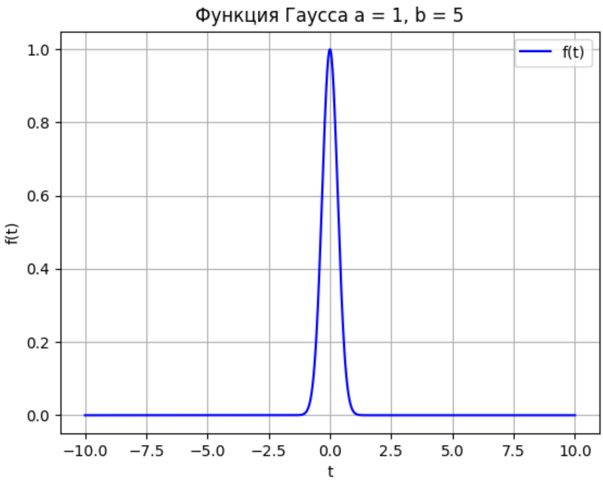

Рис. 26. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 5$.

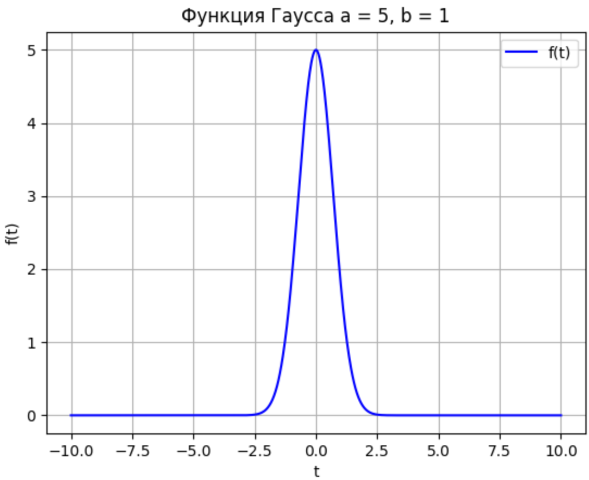

Рис. 27. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 1$.

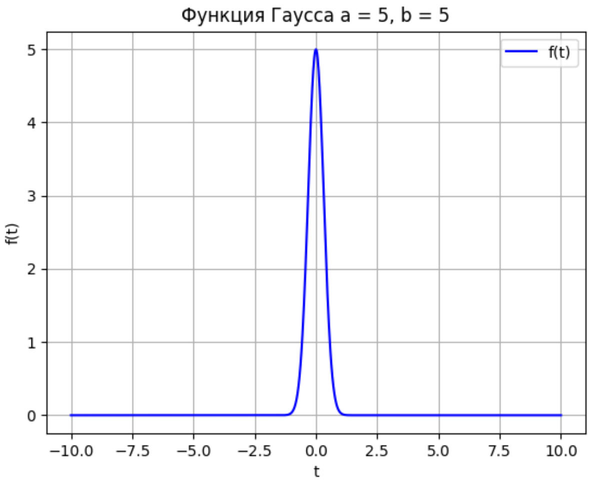

Рис. 28. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.4.3 Построение графиков Фурье-образа $\hat{f}(\omega)$

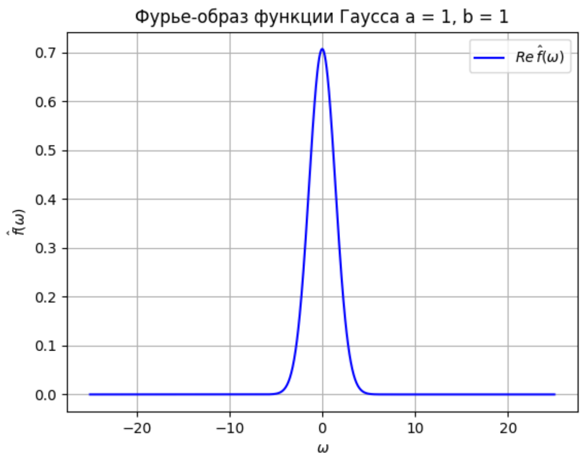

Рис. 29. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 1$.

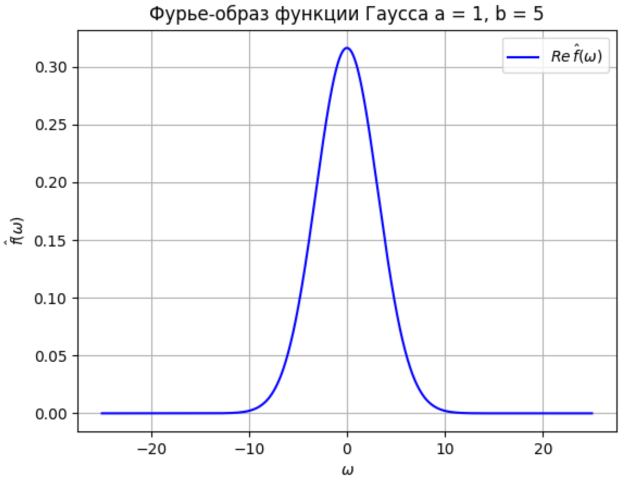

Рис. 30. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 5$.

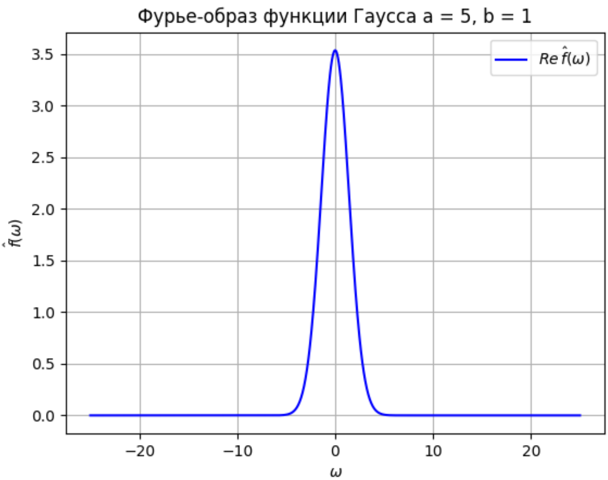

Рис. 31. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 1$.

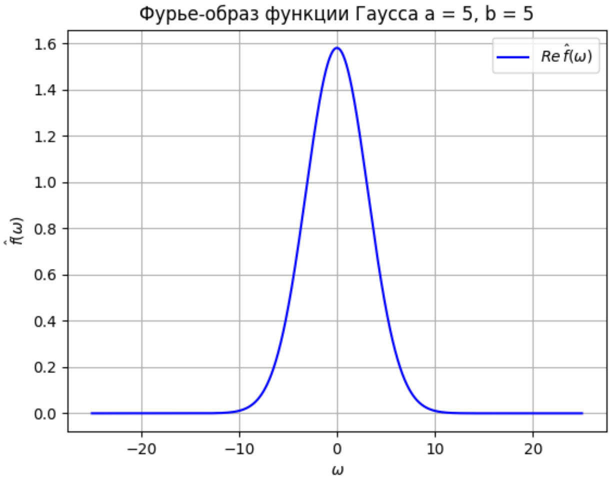

Рис. 32. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.4.4 Проверка равенства Парсеваля

Таблица 4. Равенство Парсеваля для функции Гаусса.

n	a	b	$\|f\|^2 = \int_{-d}^{d} \|f(t)\|^2 dt$	$\|\hat{f}\|^2 = \int_{-d}^{d} \|\hat{f}(\omega)\|^2 d\omega$
1	1	1	1.252	1.250
2	1	5	0.5599	0.5588
3	5	1	31.30	31.24
4	5	5	13.99	13.97

Равенство Парсеваля выполнено с высокой степенью точности.

1.4.5 Анализ результатов

Параметр b влияет на ширину области всплеска графика исходной функции: при $b = 1$ ширина больше, чем при $b = 5$. Параметр a в точности соотвествует значению максимума исходной функции.

В случае с Фурье-образом параметр b также влияет на ширину всплеска, но при $b = 1$ ширина меньше, чем при $b = 5$. Параметы a и b вместе влияют на максимум графика Фурье-образа.

Принцип неопределенности Гейзенберга о том, что невозможно одновременно точно определить координату и импульс электрона в атоме, здесь заключается в том, графикам исходной функции с наименьшей шириной всплеска соответствуют Фурье-образы с наибольшей шириной всплеска.

Также функция Гаусса может оказаться в точности равна своему Фурье-образу при определенных параметрах:

$$f(t) = \hat{f}(\omega) \to ae^{-bt^2} = \frac{a}{\sqrt{2b}}e^{-\frac{\omega^2}{4b}} \tag{14}$$

Параметр a может быть любым.

$$1 = \frac{e^{bt^2 - \frac{\omega^2}{4b}}}{\sqrt{2b}} \tag{15}$$

$$\begin{cases} e^{bt^2 - \frac{\omega^2}{4b}} = 1 \\ \sqrt{2b} = 1 \end{cases} \to b = \frac{1}{2} \tag{16}$$

Соответственно, функция Гаусса равна своему Фурье-образу при любом значении параметра a и при $b = \frac{1}{2}$.

1.5 Двустороннее затухание

$$f(t) = ae^{-b|t|} \tag{17}$$

1.5.1 Аналитическое выражение Фурье-образа

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} ae^{-b|t|} e^{-i\omega t} dt = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \left(\int\limits_{-\infty}^{0} e^{bt} e^{-i\omega t} dt + \int\limits_{0}^{\infty} e^{-bt} e^{-i\omega t} dt \right) =$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \left(\int\limits_{-\infty}^{0} e^{(b-i\omega)t} dt + \int\limits_{0}^{\infty} e^{-(b+i\omega)t} dt \right) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \left(\left. \frac{e^{(b-i\omega)t}}{b-i\omega} \right|_{-\infty}^{0} + \left. \frac{e^{-(b+i\omega)t}}{-(b+i\omega)} \right|_{0}^{\infty} \right) =$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{b-i\omega} + \frac{1}{b+i\omega} \right) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \frac{b+i\omega+b-i\omega}{b^2+\omega^2} = \frac{2ab}{\sqrt{2\pi}(b^2+\omega^2)} \tag{18}$$

1.5.2 Построение графиков функции $f(t)$

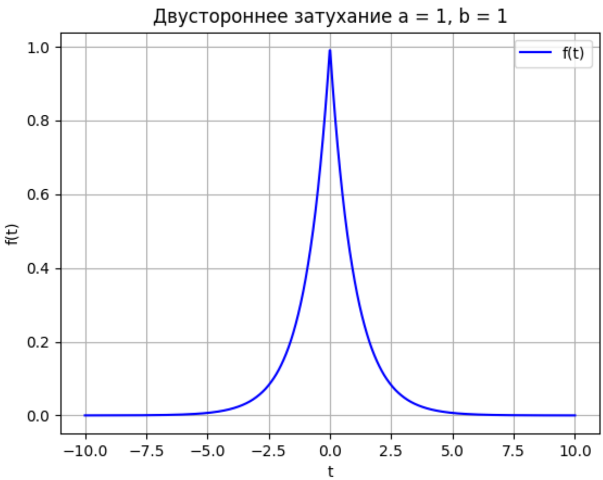

Рис. 33. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 1$.

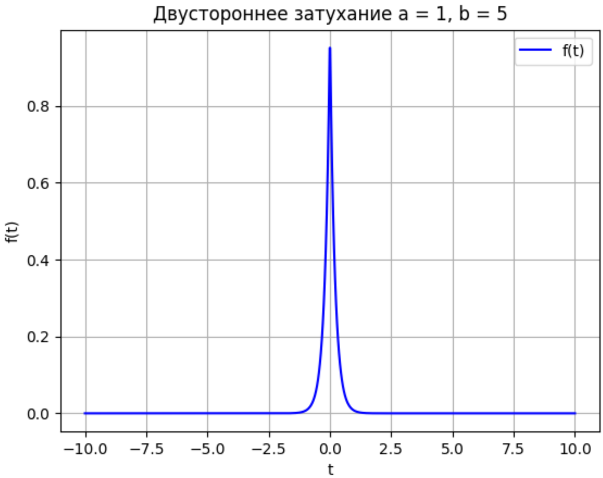

Рис. 34. График $f(t)$ при $a = 1$, $b = 5$.

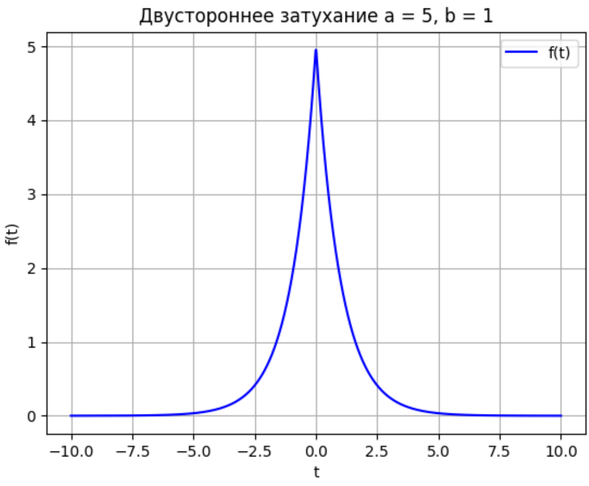

Рис. 35. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 1$.

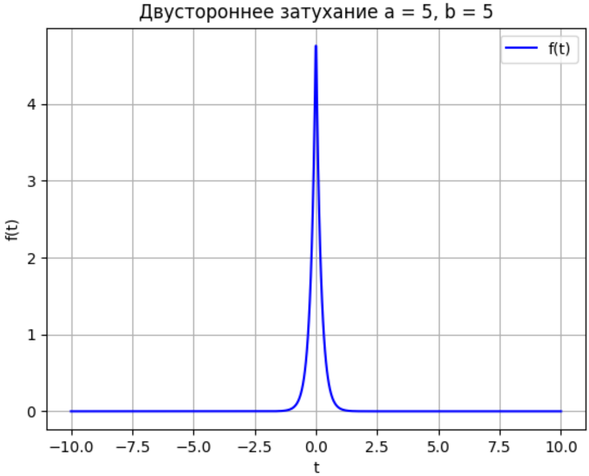

Рис. 36. График $f(t)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.5.3 Построение графиков Фурье-образа $\hat{f}(\omega)$

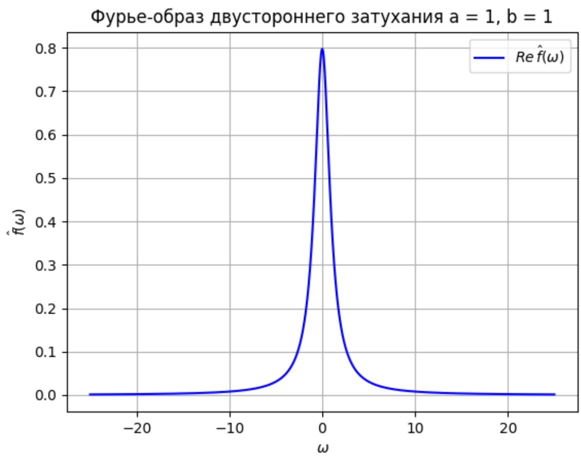

Рис. 37. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 1$.

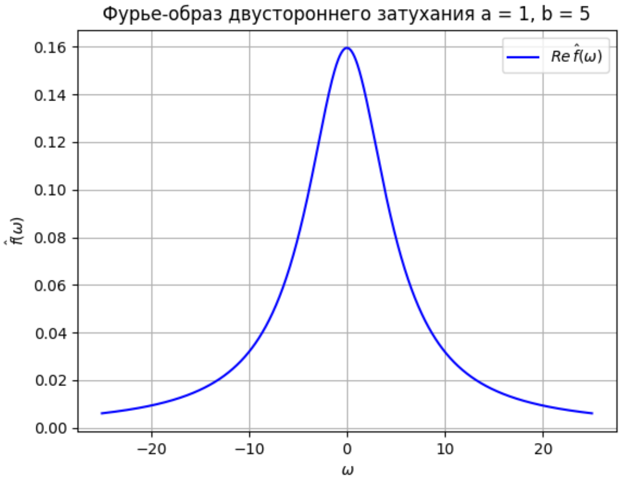

Рис. 38. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 1$, $b = 5$.

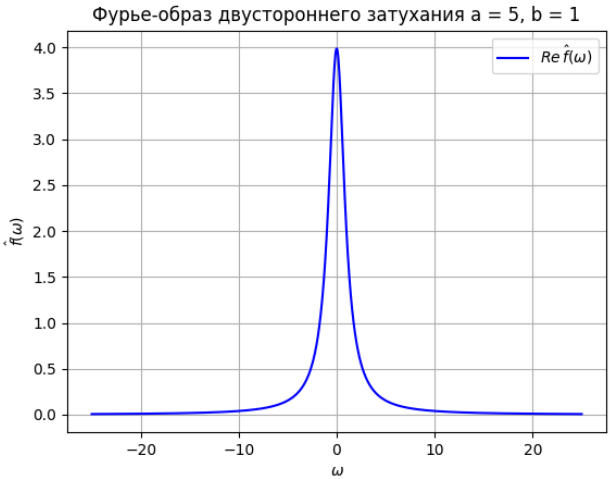

Рис. 39. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 1$.

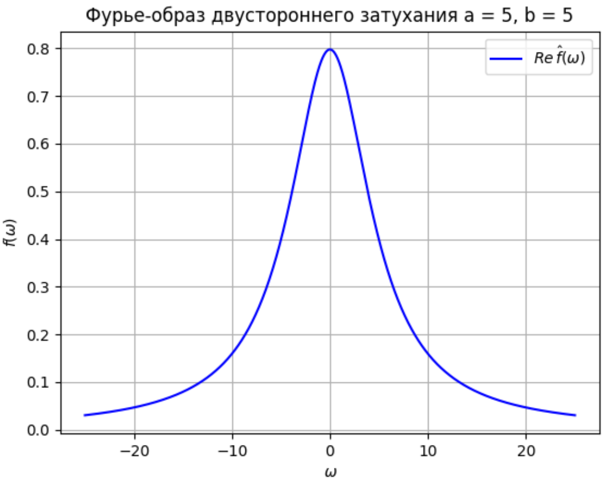

Рис. 40. График $\hat{f}(\omega)$ при $a = 5$, $b = 5$.

1.5.4 Проверка равенства Парсеваля

Таблица 5. Равенство Парсеваля для двустороннего затухания.

d	a	b	$\lVert f\rVert^2 = \int_{-d}^{d} \lvert f(t)\rvert^2 dt$	$\lVert \hat{f}\rVert^2 = \int_{-d}^{d} \lvert \hat{f}(\omega)\rvert^2 d\omega$
100	1	1	0.9924	0.9966
100	1	5	0.1700	0.1977
100	5	1	24.81	24.92
100	5	5	4.249	4.943

Как и в предыдущих случаях, значения норм оказались достаточно близки для того, чтобы считать равенство Парсеваля выполненным для всех рассматриваемых наборов значений параметров (a, b).

1.5.5 Анализ результатов

Параметр b отвечает за ширину всплеска у графика исходной функции: при $b = 1$ ширина больше, чем при $b = 5$. При $b = 1$ параметр a в точности соотвествует максимуму функции, в остальных случаях высота функции так же зависит от параметров a и b.

Параметр b влияет на ширину зоны всплеска графика фурье-образа: чем больше значение b, тем шире всплеск. Соотношение параметров a и b влияет на высоту всплеска: при $a = 5$, $b = 1$ она максимальная из рассматриваемых комбинаций, при $a = 1$, $b = 5$ – минимальная, наборы $a = 1$, $b = 1$ и $a = 5$, $b = 5$ показывают одинаковое значение высоты всплеска.

Принцип неопределенности проявляется в том, что при уменьшении ширины зоны всплеска на графике исходной функции, возрастает аналогичный параметр и на графике Фурье-образа и наоборот.

2 Задание. Комплексное.

Выберем функцию двустороннего затухания $f(t) = ae^{-b|t|}$, зафиксируем параметры $a = 1$, $b = 1$. Рассмотрим сдвинутую функцию $g(t) = f(t + c)$:

$$g(t) = e^{-|t+c|} \tag{19}$$

2.1 Аналитическое выражение для Фурье-образа

$$\hat{g}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-|t+c|} e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\int\limits_{-\infty}^{-c} e^{t+c-i\omega t} dt + \int\limits_{-c}^{\infty} e^{-t-c-i\omega t} dt \right) =$$

$$= \frac{e^{-c}}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{2c} \int\limits_{-\infty}^{-c} e^{t(1-i\omega)} dt + \int\limits_{-c}^{\infty} e^{-t(1+i\omega)} dt \right) =$$

$$= \frac{e^{-c}}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{2c} \left. \frac{e^{t(1-i\omega)}}{1-i\omega} \right|_{-\infty}^{-c} - \left. \frac{e^{-t(1+i\omega)}}{1+i\omega} \right|_{-c}^{\infty} \right) = \frac{e^{-c}}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{2c} \frac{e^{-c(1-i\omega)}}{1-i\omega} + \frac{e^{c(1+i\omega)}}{1+i\omega} \right) =$$

$$= \frac{e^{-c}}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{e^{c+ic\omega}}{1-i\omega} + \frac{e^{c+ic\omega}}{1+i\omega} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{e^{ic\omega}}{1-i\omega} + \frac{e^{ic\omega}}{1+i\omega} \right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{e^{ic\omega} + i\omega e^{ic\omega} + e^{ic\omega} - i\omega e^{ic\omega}}{1+\omega^2} \right) = \frac{2e^{ic\omega}}{\sqrt{2\pi}(1+\omega^2)} \tag{20}$$

2.2 Построение графика $g(t)$

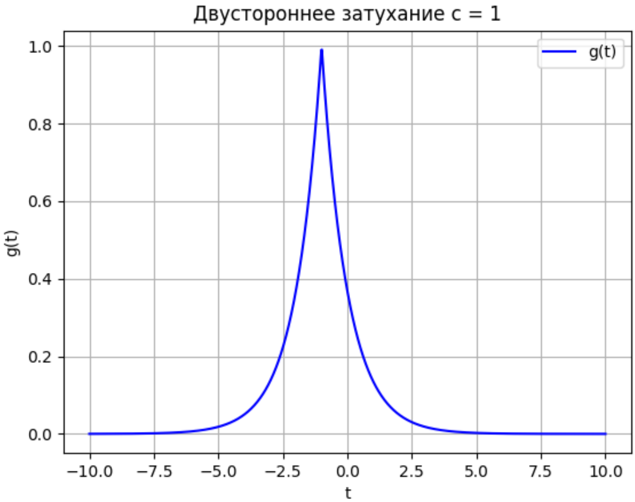

Рис. 41. График $g(t)$ при $c = 1$.

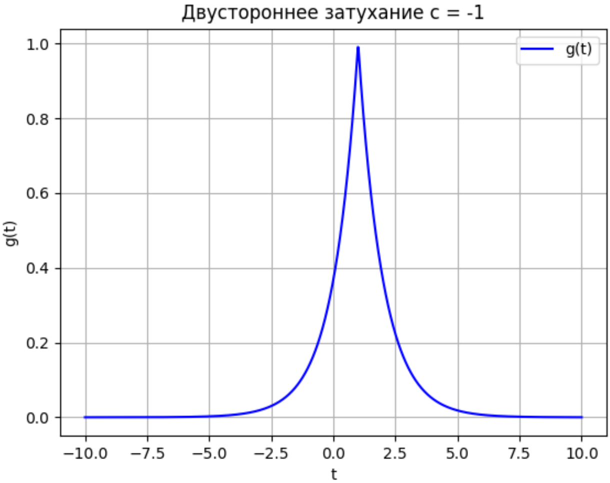

Рис. 42. График $g(t)$ при $c = -1$.

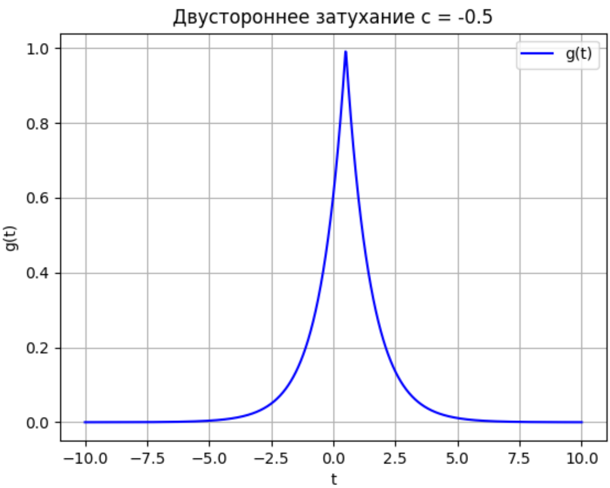

Рис. 43. График $g(t)$ при $c = -0.5$.

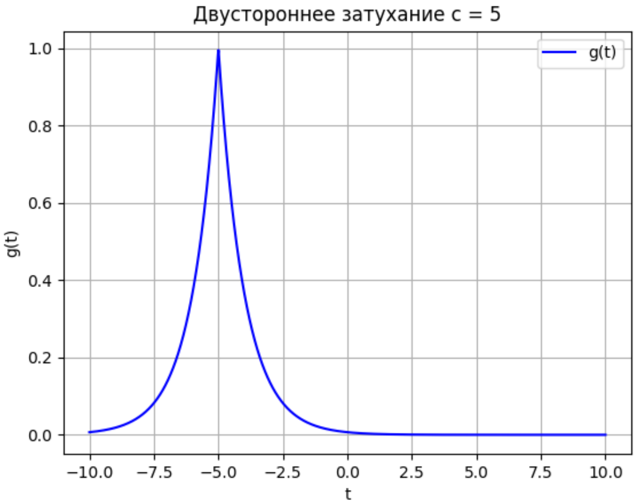

Рис. 44. График $g(t)$ при $c = 5$.

2.3 Построение Фурье-образа и его модуля

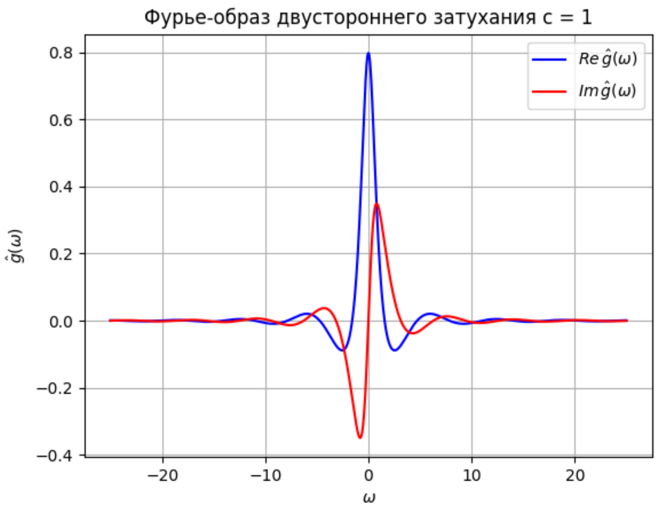

Рис. 45. График $\hat{g}(\omega)$ при $c = 1$.

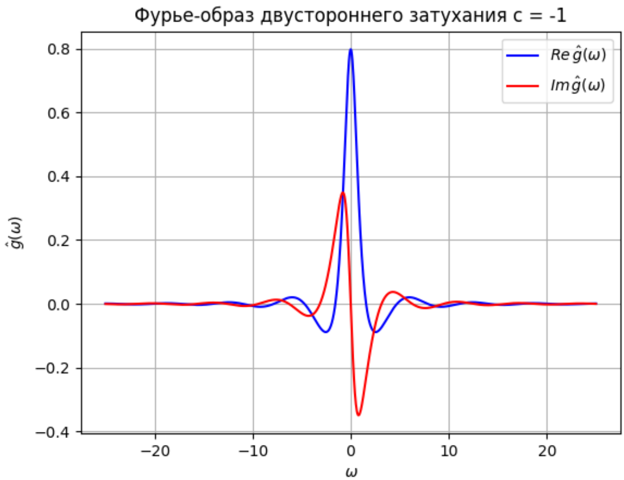

Рис. 46. График $\hat{g}(\omega)$ при $c = -1$.

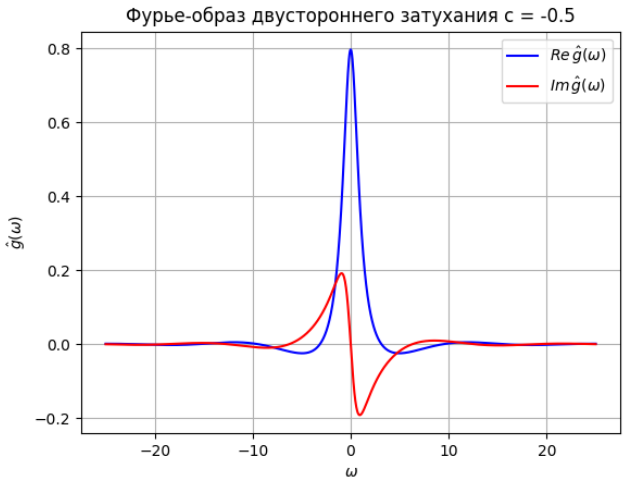

Рис. 47. График $\hat{g}(\omega)$ при $c = -0.5$.

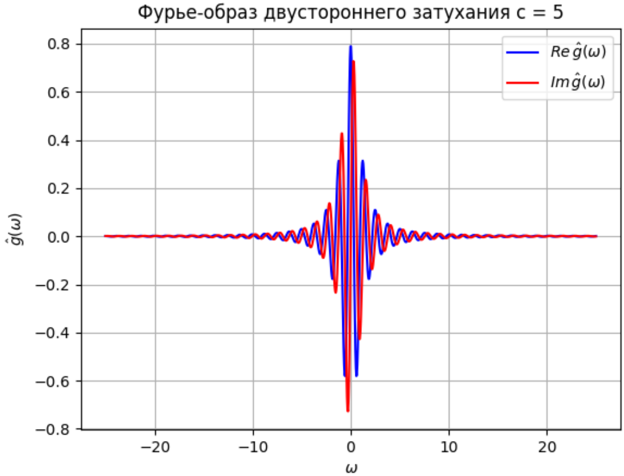

Рис. 48. График $\hat{g}(\omega)$ при $c = 5$.

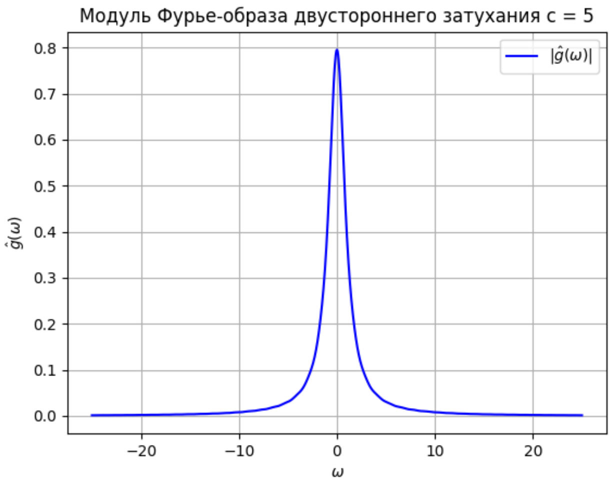

Рис. 49. График $|\hat{g}(\omega)|$ при $c = 5$.

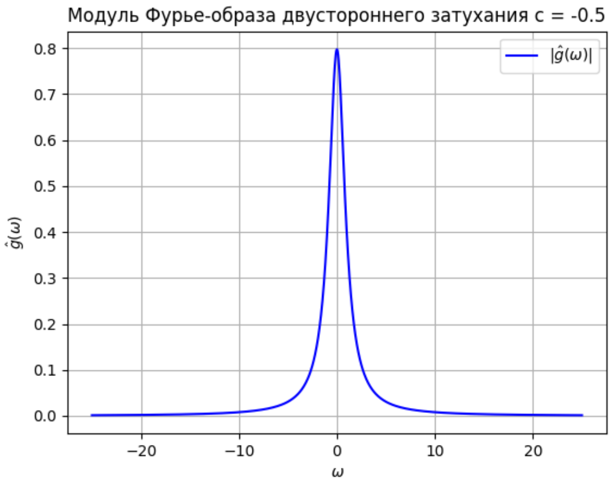

Рис. 50. График $|\hat{g}(\omega)|$ *при* $c = -0.5$.

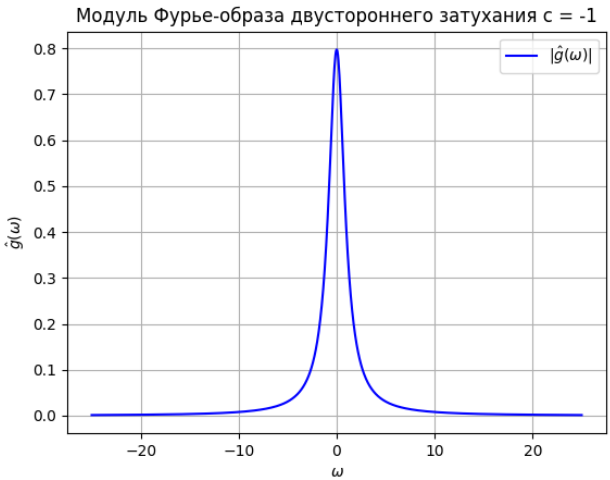

Рис. 51. График $|\hat{g}(\omega)|$ *при* $c = -1$.

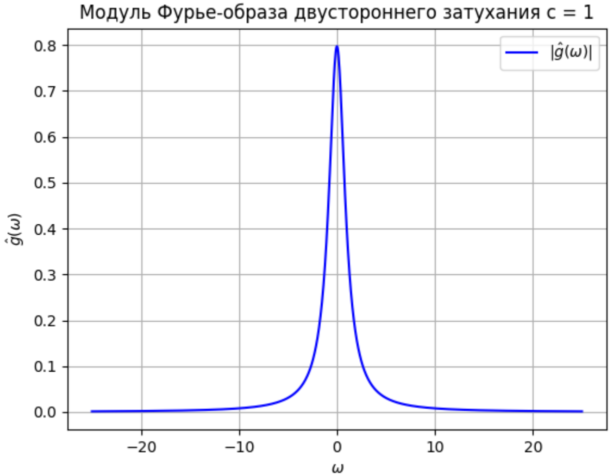

Рис. 52. График $|\hat{g}(\omega)|$ при $c = 1$.

2.4 Анализ результатов

Параметр c влияет на смещение "всплеска" графика функции вдоль оси абсцисс, центр "всплеска" смещается на $-c$ по оси абсцисс.

График Фурье-образа при увеличении модуля параметра c во-первых, повышал частоту колебаний функции (разница заметна, если сравнить рисунок 48 с рисунком 47), во-вторых, вблизи всплеска увеличивалась амплитуда колебаний мнимой части Фурье-образа, а также график принимал более симметричную форму относительно оси абсцисс.

Для визуализации был написан код на языке *Python*.
Код расположен на **GitHub**.