

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

## Лабораторная работа № 4

### "Точностные свойства системы, астатизмы и регуляторы"

по дисциплине Линейные системы автоматического управления

Студент: гр. **R3338**

**Нечаева А. А.**

Преподаватель: *Перегудин Алексей Алексеевич*

Санкт-Петербург  
2024

# 1 Задание. Задача стабилизации с идеальным дифференцирующим звеном

Рассмотрим объект управления 2-го порядка, заданный дифференциальным уравнением

$$a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = u \quad (1)$$

## 1.1 Моделирование свободного движения разомкнутой системы

Придумаем такие коэффициенты  $a_i$ , чтобы содержался хотя бы один неустойчивый полюс. Неустойчивый полюс, следовательно, требуется, чтобы действительная часть хотя бы одного из корней характеристического уравнения была положительной.

Запишем передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{1}{p^2 + \frac{a_1}{a_2}p + \frac{a_0}{a_2}} \quad (2)$$

Заметим, что при  $a_2 = 1$ ,  $a_1 = -4$ ,  $a_0 = -5$ , корни  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 5$ . Действительная часть второго корня положительна, следовательно, полюс неустойчивый.

Запишем уравнение системы с учетом подобранных коэффициентов:

$$\ddot{y} - 4\dot{y} - 5y = u \quad (3)$$

Преобразования для построения схемы в *Simulink*:

перепишем с применением оператора дифференцирования и выразим выходной сигнал  $y$

$$\begin{aligned} p^2[y] - 4p[y] - 5y &= u \Leftrightarrow p^2[y] = 4p[y] + 5y + u \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow y &= \frac{1}{p^2} [4p[y] + 5y + u] = 4\frac{1}{p}[y] + 5\frac{1}{p^2}[y] + \frac{1}{p^2}[u] \end{aligned} \quad (4)$$

Получили выражение, записанное с помощью оператора интегрирования. Схема, построенная для моделирования системы, приведена на рисунке 1.

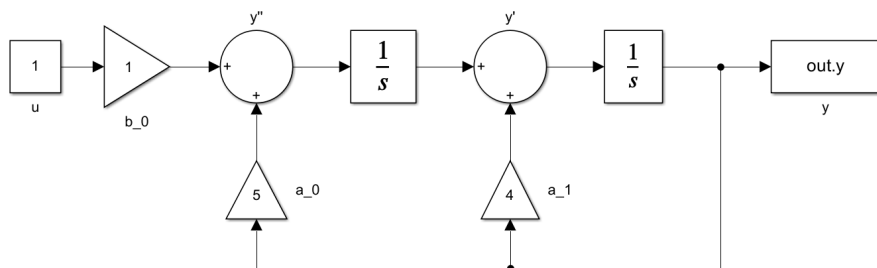


Рис. 1. Схема системы, построенная в Simulink.

Зададимся ненулевыми начальными условиями  $y(0) = 1$ ,  $\dot{y}(0) = 1$  и выполним моделирование свободного движения разомкнутой системы  $y_{\text{раз}}$ .

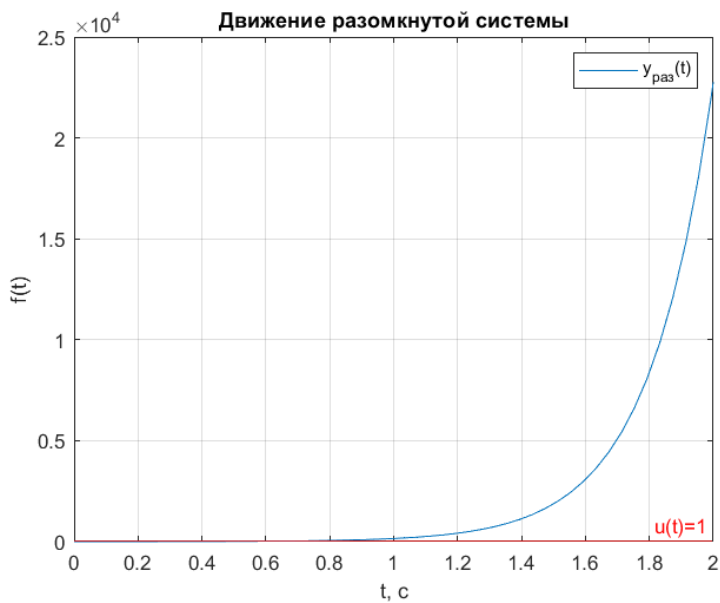


Рис. 2. Результат моделирования разомкнутой системы.

## 1.2 Моделирование замкнутой системы с использованием регулятора

Рассмотрим регулятор вида

$$u = k_0 y + k_1 \dot{y} \quad (5)$$

и построим структурную схему замкнутой системы, состоящей из объекта управления и регулятора, в режиме стабилизации (рисунок 3).

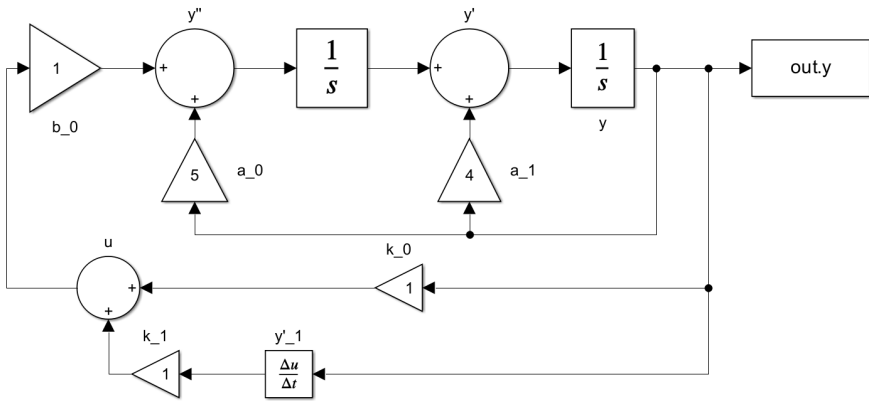


Рис. 3. Схема замкнутой системы, построенная в Simulink.

Определим значения  $k_i$ , при которых замкнутая система будет устойчивой.

$$\ddot{y} - 4\dot{y} - 5y = k_0 y + k_1 \dot{y} \Leftrightarrow \ddot{y} - (4 + k_1) \dot{y} - (5 + k_0) y = 0 \quad (6)$$

Для системы 2-го порядка с характеристическим полиномом вида  $D(\lambda) = \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0$ , согласно критерию Гурвица, необходимым и достаточным условием устойчивости является  $a_i > 0$ .

$$\begin{cases} -(4 + k_1) > 0 \\ -(5 + k_0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + k_1 < 0 \\ 5 + k_0 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 < -4 \\ k_0 < -5 \end{cases} \quad (7)$$

Зададимся значениями параметров  $k_0 = -12$ ,  $k_1 = -10$ , обеспечивающим асимптотически устойчивую замкнутую систему, и выполним моделирование движения замкнутой системы  $y_{\text{зам}}$  с начальными, выбранными в рамках предыдущего моделирования.

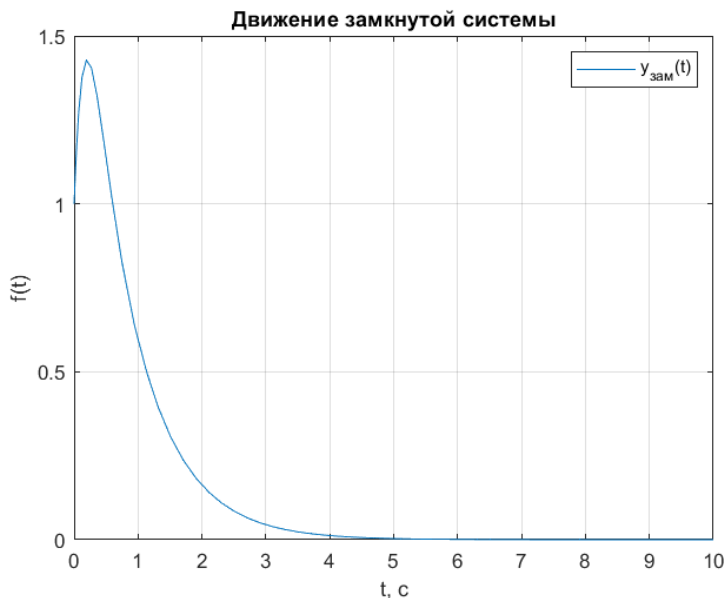


Рис. 4. Результат моделирования замкнутой системы.

### 1.3 Выводы

В ходе выполнения задания удалось стабилизировать движение системы с помощью ПД-регулятора. График движения разомкнутой системы (рисунок 2) стремительно уходил к бесконечности с течением времени. После замыкания системы с помощью ПД-регулятора в режиме стабилизации и подбора его коэффициентов для обеспечения устойчивости системы было проведено повторное моделирование движения системы с теми же начальными условиями. В результате график движения системы стремится к нулю. Обеспечена асимптотическая устойчивость системы.

## 2 Задание. Задача стабилизации с реальным дифференцирующим звеном

Модифицируем замкнутую систему из первого задания, заменив аппроксимацию производной  $\dot{y}(t)$  на передаточную функцию вида

$$W_{\text{р.дифф.}}(s) = \frac{s}{Ts + 1} \quad (8)$$

- 3 Задание. Задача слежения для системы с астатизмом нулевого порядка (П-регулятор)
- 4 Задание. Задача слежения для системы с астатизмом первого порядка (И-регулятор)
- 5 Задание. Задача слежения для системы с астатизмом первого порядка (ПИ-регулятор)
- 6 Задание. Задача слежения за гармоническим сигналом(регулятор общего вида)