МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 2:
СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ, УСТОЙЧИВОСТЬ

Вариант 27

по дисциплине
«Линейные системы автоматического управления»

Студент:
Группа № R3338 *А.А. Нечаева*

Предподаватель:
ассистент факультера СУиР, к. т. н. *А.В. Пашенко*

Санкт-Петербург 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Рассмотрим систему 2-го порядка, заданную дифференциальным уравнением

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0 y = u \tag{1}$$

Проведем некотрые преобразования уравнения для построения структурной схемы:

$$\begin{aligned} &\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0 y = u \Leftrightarrow p^2[y] + a_1 p[y] + a_0 y = u \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow p^2[y] = u - a_1 p[y] - a_0 y \Leftrightarrow y = \frac{1}{p^2}[u] - a_1\frac{1}{p}[y] - a_0\frac{1}{p^2}[y] \end{aligned} \tag{2}$$

С импользованием *блоков элементарных операций* построим структурную схему данной системы (рисунок 1). На структурной схеме отметим блоки, на которых задаются начальные условия $y(0)$, $\dot{y}(0)$.

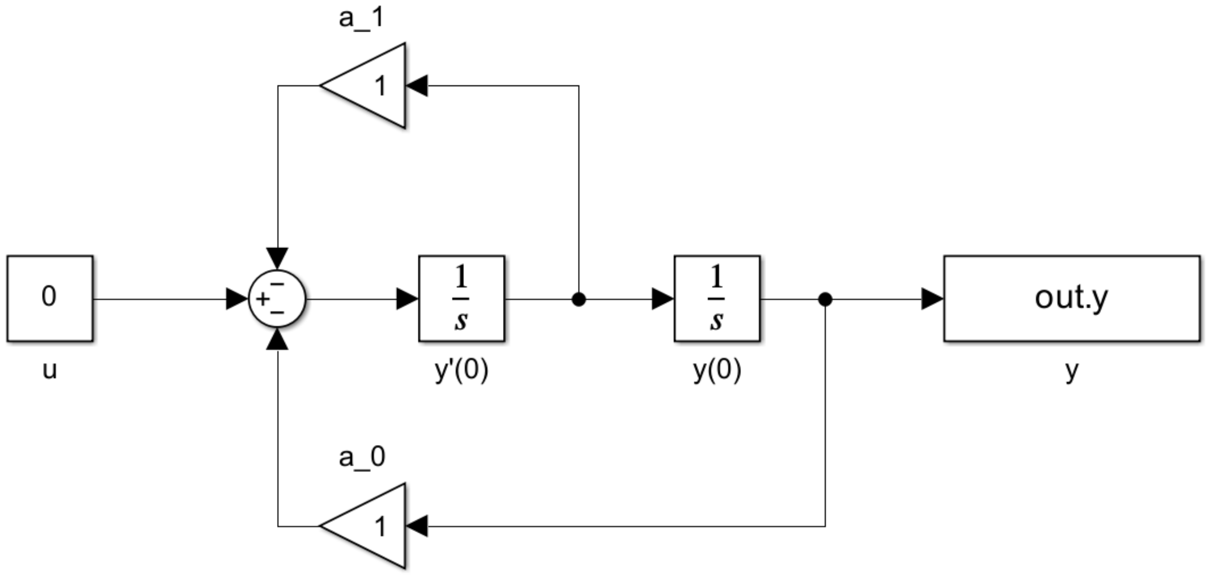

Рисунок 1 — Структурная схема исследуемой системы.

Так как в задании исследуется свободное движение, входной сигнал $u = 0$. Начальные условия и значения a_i задаются в параметрах интеграторов и усилителей соответственно.

1.1 Эксперимент 1

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ \dot{y}(0) = 0 \\ \lambda_1 = -4.5 \\ \lambda_2 = -5.5 \end{cases}$$

Запишем уравнение, описывающее свободное движение системы:

$$\ddot{y}_{\text{св.}} + a_1\dot{y}_{\text{св.}} + a_0 y_{\text{св.}} = 0 \tag{3}$$

И соответсвующее характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0 \tag{4}$$

Воспользуемся теоремой Виета для нахождения значений a_i:

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = -a_1 \\ \lambda_1 \cdot \lambda_2 = a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(-4.5 - 5.5) = 10 \\ a_0 = (-4.5) \cdot (-5.5) = 24.75 \end{cases} \tag{5}$$

Корни характеристического полинома $\lambda_1 = -4.5$ и $\lambda_2 = -5.5$ представлены вещественными числами, следовательно, соответствующие им моды $e^{-4.5t}$ и $e^{-5.5t}$.

Запишем уравнение свободного движения:

$$y_{\text{св.}} = C_1 e^{-4.5t} + C_2 e^{-5.5t} \tag{6}$$

Найдем значения констант, воспользовавшись начальными условиями:

$$\begin{cases} y_{\text{св.}}(0) = 1 \\ \dot{y}_{\text{св.}}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + C_2 = 1 \\ -4.5C_1 - 5.5C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 1 - C_2 \\ C_2 = -4.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 5.5 \\ C_2 = -4.5 \end{cases}$$

Уравнение свободного движения с учетом начальных условий:

$$y_{\text{св.}} = 5.5e^{-4.5t} - 4.5e^{-5.5t} \tag{7}$$

1.1.1 Вывод

Заметим, что графики симуляции и аналитического решения (рисунок 2) неотличимы друг от друга. Система асимптотически устойчива.

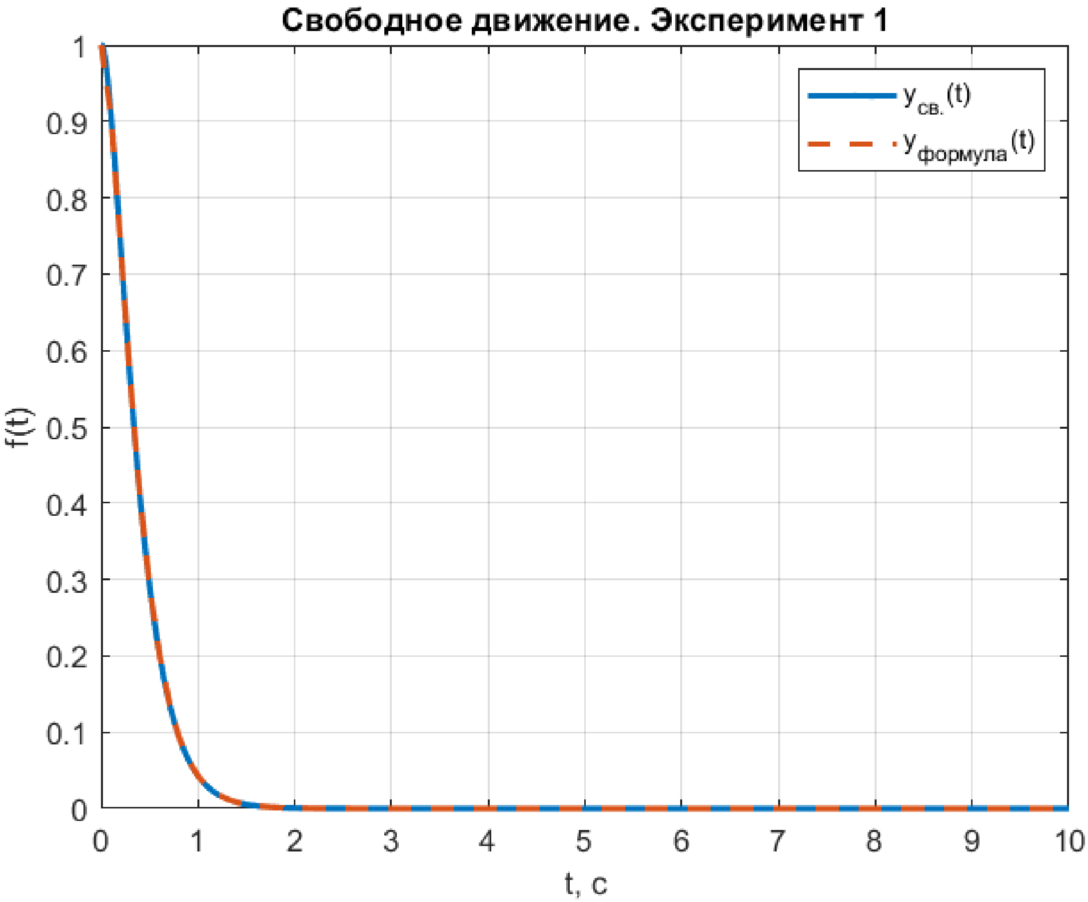

Рисунок 2 — Графики моделирования первого эксперимента.

1.2 Эксперимент 2

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ \dot{y}(0) = 0 \\ \lambda_3 = -3.7 + j5 \\ \lambda_4 = -3.7 - j5 \end{cases}$$

Воспользуемся теоремой Виета для нахождения значений a_i:

$$\begin{cases} \lambda_3 + \lambda_4 = -a_1 \\ \lambda_3 \cdot \lambda_4 = a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(-3.7 + j5 - 3.7 - j5) = 7.4 \\ a_0 = (-3.7 + j5) \cdot (-3.7 - j5) = 38.69 \end{cases} \tag{8}$$

Корни характеристического полинома представлены комплексно-сопряженными числами $\lambda_3 = -3.7 + j5$ и $\lambda_4 = -3.7 - j5$, соответствующие им моды $e^{-3.7t}sin(5t)$ и $e^{-3.7t}cos(5t)$.

Запишем уравнение свободного движения:

$$y_{\text{св.}} = C_1 e^{-3.7t} sin(5t) + C_2 e^{-3.7t} cos(5t) \tag{9}$$

Найдем значения констант, воспользовавшись начальными условиями:

$$\begin{cases} y_{\text{св.}}(0) = 1 \\ \dot{y}_{\text{св.}}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ 5C_1 - 3.7C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ 5C_1 = 3.7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ C_1 = 0.74 \end{cases}$$

Уравнение свободного движения с учетом начальных условий:

$$y_{\text{св.}} = 0.74e^{-3.7t} sin(5t) + e^{-3.7t} cos(5t) \tag{10}$$

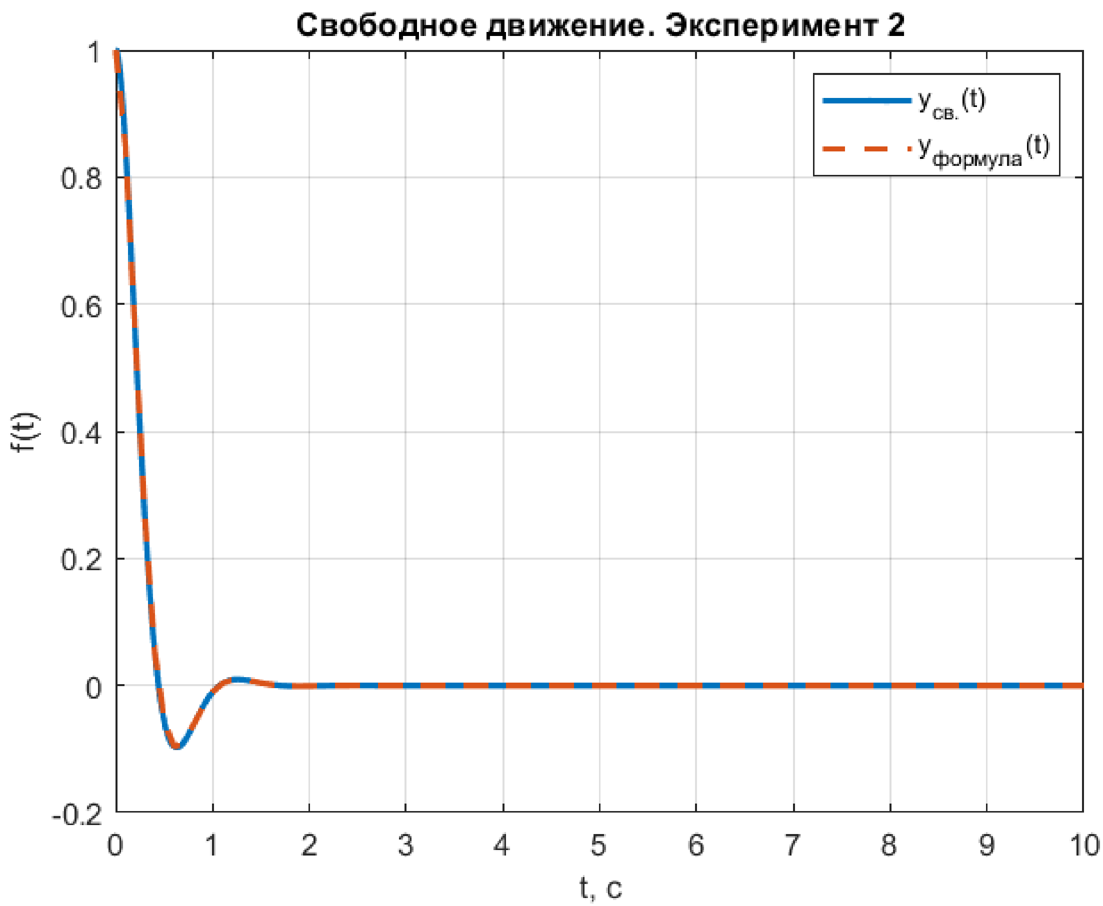

Рисунок 3 — Графики моделирования второго эксперимента.

1.2.1 Вывод

Заметим, что графики симуляции и аналитического решения (рисунок 3) неотличимы друг от друга. Система асимптотически устойчива.

1.3 Эксперимент 3

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ \dot{y}(0) = 0 \\ \lambda_5 = j29 \\ \lambda_6 = -j29 \end{cases}$$

Воспользуемся теоремой Виета для нахождения значений a_i:

$$\begin{cases} \lambda_5 + \lambda_6 = -a_1 \\ \lambda_5 \cdot \lambda_6 = a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(j29 - j29) = 0 \\ a_0 = j29 \cdot (-j29) = 841 \end{cases} \tag{11}$$

Корни характеристического полинома представлены комплексно-сопряженными числами $\lambda_5 = j29$ и $\lambda_6 = -j29$, соответствующие им моды $sin(29t)$ и $cos(29t)$.

Запишем уравнение свободного движения:

$$y_{\text{св.}} = C_1 sin(29t) + C_2 cos(29t) \tag{12}$$

Найдем значения констант, воспользовавшись начальными условиями:

$$\begin{cases} y_{\text{св.}}(0) = 1 \\ \dot{y}_{\text{св.}}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ 29C_1 cos(29 \cdot 0) - 29C_2 sin(29 \cdot 0) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ 29C_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ C_1 = 0 \end{cases}$$

Уравнение свободного движения с учетом начальных условий:

$$y_{\text{св.}} = cos(29t) \tag{13}$$

1.3.1 Вывод

Заметим, что графики симуляции и аналитического решения (рисунок 4) неотличимы друг от друга. Система устойчива по Ляпунову.

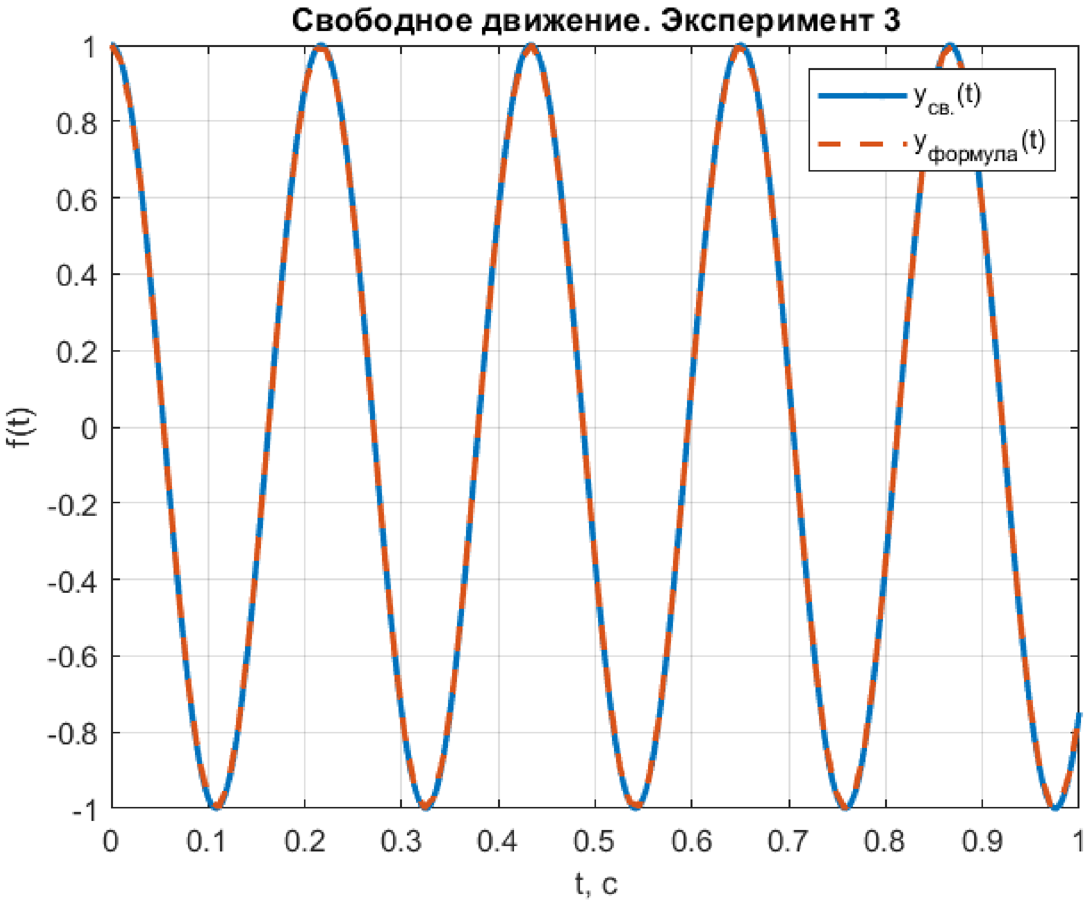

Рисунок 4 — Графики моделирования третьего эксперимента.

1.4 Эксперимент 4

$$\begin{cases} y(0) = 0.05 \\ \dot{y}(0) = 0 \\ \lambda_7 = 0.7 + j5 \\ \lambda_8 = 0.7 - j5 \end{cases}$$

Воспользуемся теоремой Виета для нахождения значений a_i:

$$\begin{cases} \lambda_7 + \lambda_8 = -a_1 \\ \lambda_7 \cdot \lambda_8 = a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(0.7 + j5 + 0.7 - j5) = -1.4 \\ a_0 = (0.7 + j5) \cdot (0.7 - j5) = 25.49 \end{cases} \tag{14}$$

Корни характеристического полинома представлены комплексно-сопряженными числами $\lambda_7 = 0.7 + j5$ и $\lambda_8 = 0.7 - j5$, соответствующие им моды $e^{0.7t}sin(5t)$ и $e^{0.7t}cos(5t)$.

Запишем уравнение свободного движения:

$$y_{\text{св.}} = C_1 e^{0.7t} sin(5t) + C_2 e^{0.7t} cos(5t) \tag{15}$$

Найдем значения констант, воспользовавшись начальными условиями:

$$\begin{cases} y_{\text{св.}}(0) = 0.05 \\ \dot{y}_{\text{св.}}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = 0.05 \\ 5C_1 + 0.7C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} C_2 = 0.05 \\ 5C_1 = -0.035 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_2 = 0.05 \\ C_1 = -0.007 \end{cases}$$

Уравнение свободного движения с учетом начальных условий:

$$y_{\text{св.}} = -0.007e^{0.7t} sin(5t) + 0.05e^{0.7t} cos(5t) \tag{16}$$

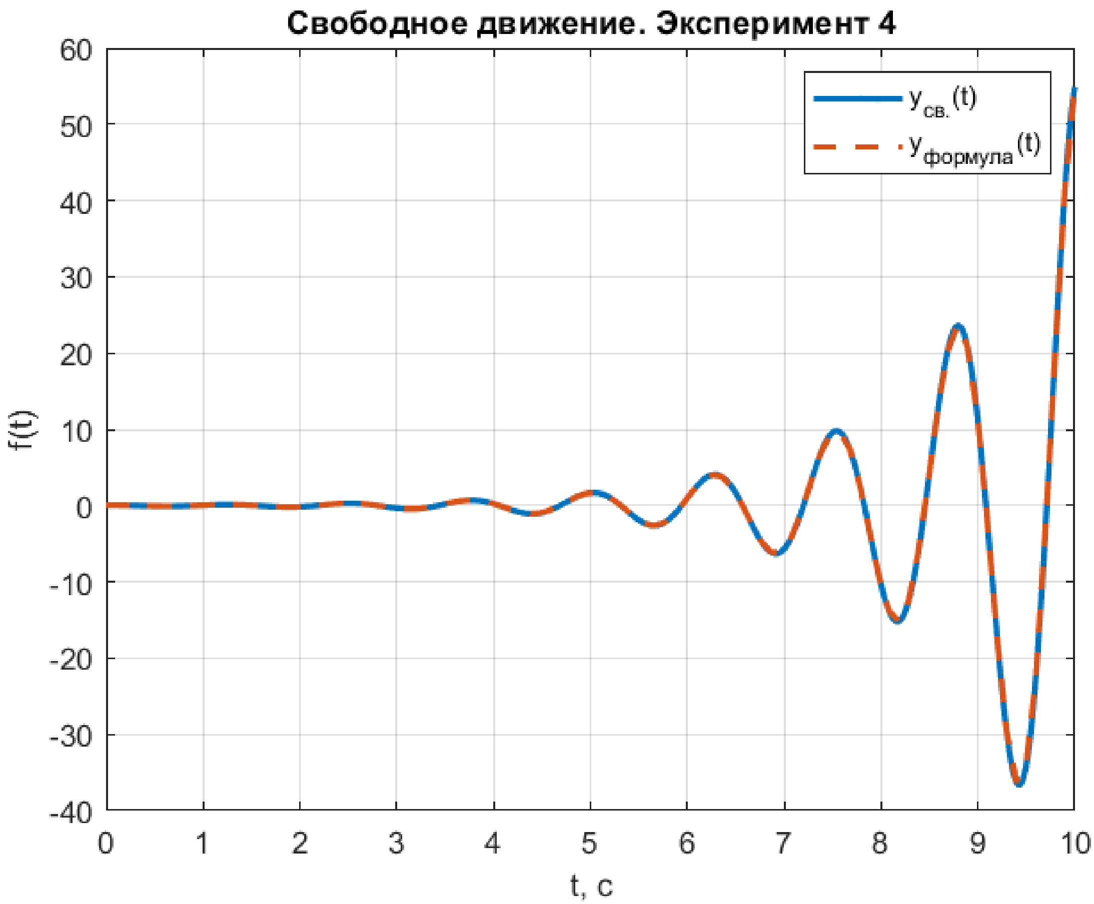

Рисунок 5 — Графики моделирования четвертого эксперимента.

1.4.1 Вывод

Заметим, что графики симуляции и аналитического решения (рисунок 5) неотличимы друг от друга. Система неустойчива.

1.5 Эксперимент 5

$$\begin{cases} y(0) = 0.05 \\ \dot{y}(0) = 0 \\ \lambda_9 = 4.5 \\ \lambda_{10} = 5.5 \end{cases}$$

Воспользуемся теоремой Виета для нахождения значений a_i:

$$\begin{cases} \lambda_9 + \lambda_{10} = -a_1 \\ \lambda_9 \cdot \lambda_{10} = a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(4.5 + 5.5) = -10 \\ a_0 = (4.5) \cdot (5.5) = 24.75 \end{cases} \tag{17}$$

Корни характеристического полинома $\lambda_9 = 4.5$ и $\lambda_{10} = 5.5$ представлены вещественными числами, следовательно, соответствующие им моды $e^{4.5t}$ и $e^{5.5t}$.

Запишем уравнение свободного движения:

$$y_{\text{св.}} = C_1 e^{4.5t} + C_2 e^{5.5t} \tag{18}$$

Найдем значения констант, воспользовавшись начальными условиями:

$$\begin{cases} y_{\text{св.}}(0) = 0.05 \\ \dot{y}_{\text{св.}}(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + C_2 = 0.05 \\ 4.5C_1 + 5.5C_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} C_1 = 0.05 - C_2 \\ C_2 = -0.225 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 0.275 \\ C_2 = -0.225 \end{cases}$$

Уравнение свободного движения с учетом начальных условий:

$$y_{\text{св.}} = 0.275 e^{4.5t} - 0.225 e^{5.5t} \tag{19}$$

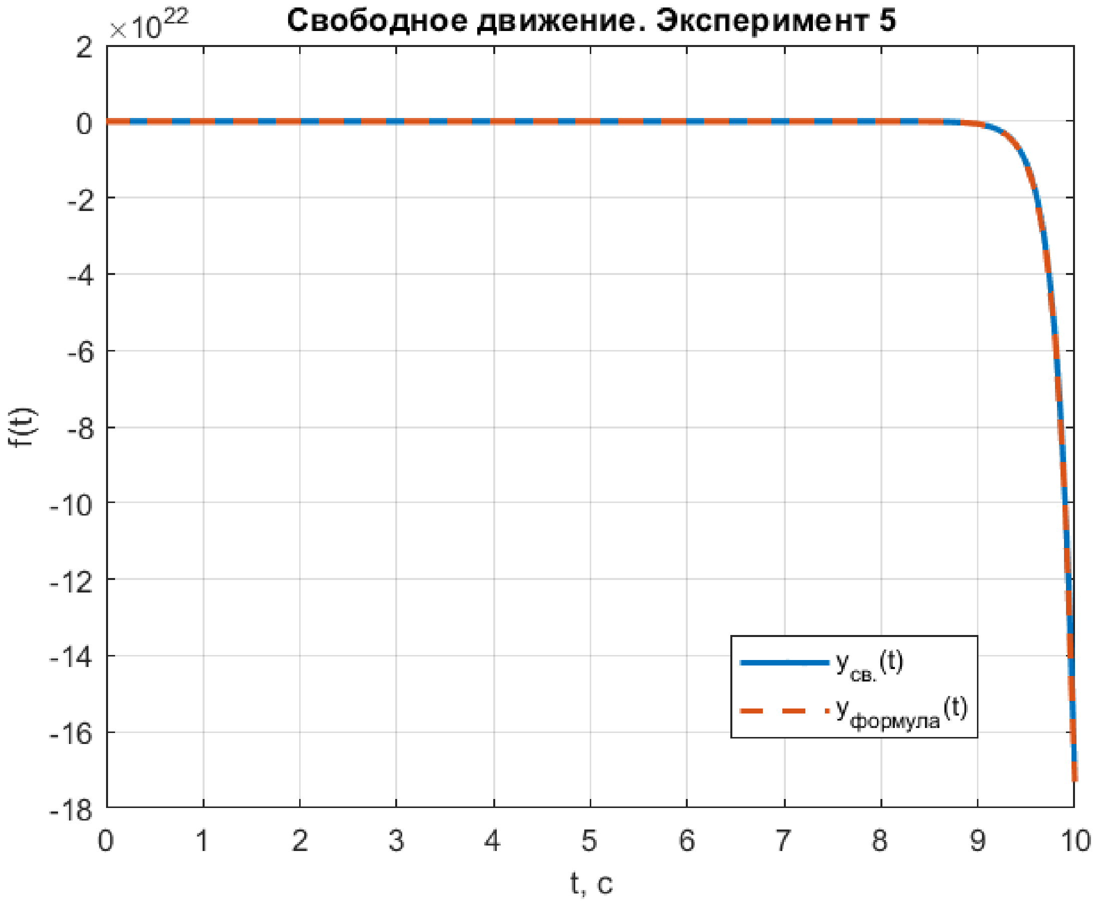

Рисунок 6 — Графики моделирования пятого эксперимента.

1.5.1 Вывод

Заметим, что графики симуляции и аналитического решения (рисунок 6) неотличимы друг от друга. Система неустойчива.

1.6 Эксперимент 6

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ \dot{y}(0) = 0.1 \\ \lambda_{11} = -2.8 \\ \lambda_{12} = -2.8 \end{cases}$$

Воспользуемся теоремой Виета для нахождения значений a_i:

$$\begin{cases} \lambda_{11} + \lambda_{12} = -a_1 \\ \lambda_{11} \cdot \lambda_{12} = a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(-2.8 - 2.8) = 5.6 \\ a_0 = (-2.8) \cdot (-2.8) = 7.84 \end{cases} \tag{20}$$

Корни характеристического полинома $\lambda_{11} = -2.8$ и $\lambda_{12} = -2.8$ представлены вещественными числами, следовательно, соответствующие им моды $e^{-2.8t}$ и $te^{-2.8t}$.

Запишем уравнение свободного движения:

$$y_{\text{св.}} = C_1 e^{-2.8t} + C_2 t e^{-2.8t} \tag{21}$$

Найдем значения констант, воспользовавшись начальными условиями:

$$\begin{cases} y_{\text{св.}}(0) = 0 \\ \dot{y}_{\text{св.}}(0) = 0.1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ -2.8C_1 + C_2 = 0.1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 0.1 \end{cases}$$

Уравнение свободного движения с учетом начальных условий:

$$y_{\text{св.}} = 0.1te^{-2.8t} \tag{22}$$

1.6.1 Вывод

Заметим, что графики симуляции и аналитического решения (рисунок 7) неотличимы друг от друга. Система асимптотически устойчива.

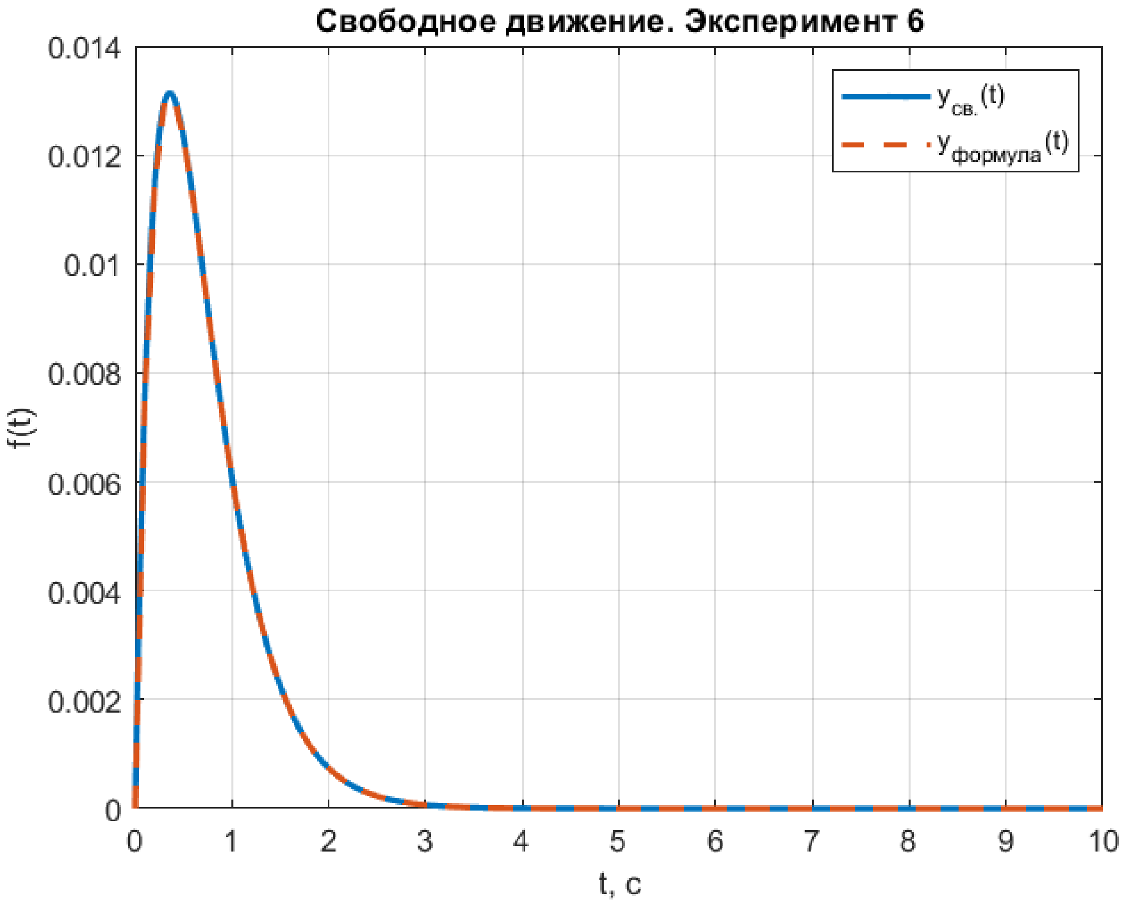

Рисунок 7 — Графики моделирования шестого эксперимента.

2 ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ

Рассмотрим систему 3-го порядка, заданную структурной схемой, представленной на рисунке 8.

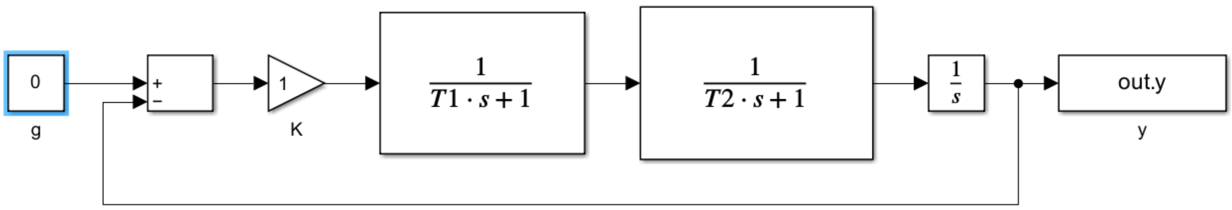

Рисунок 8 — Структурная схема исследуемой системы.

2.1 Значения T_1 и T_2

Определим, при каких значениях постоянных времени T_1 и T_2 полюса соответствующих передаточных функций совпадут с первым набором корней $\lambda_1 = -4.5$ и $\lambda_2 = -5.5$.

$$\begin{cases} T_1 s + 1 = 0 \\ s = \lambda_1 \end{cases} \Rightarrow T_1 \cdot (-4.5) + 1 = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{2}{9} \tag{23}$$

$$\begin{cases} T_2 s + 1 = 0 \\ s = \lambda_2 \end{cases} \Rightarrow T_2 \cdot (-5.5) + 1 = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{2}{11} \tag{24}$$

2.2 Аналитическая граница устойчивости в пространстве KT_1

Определим аналитически границу устойчивости в пространстве параметров K и T_1 для системы с фиксированным значением $T_2 = \frac{2}{11}$, опираясь на критерий Гурвица.

На основе структурной схемы (рисунок 8) запишем уравнение системы:

$$y = \frac{1}{s}\left(K(g-y)\left(\frac{1}{T_1 s+1}\frac{1}{T_2 s+1}\right)\right) = \frac{K(-y)}{s\left(T_1 s+1\right)\left(T_2 s+1\right)} =$$
$$= -\frac{K(y-g)}{T_1 \cdot T_2 \cdot s^3 + T_1 s^2 + T_2 s^2 + s} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0 = K(y-g) + T_1 \cdot T_2 \cdot s^3[y] + T_1 s^2[y] + T_2 s^2[y] + s[y] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow s^3[y] + \frac{T_1+T_2}{T_1 \cdot T_2}s^2[y] + \frac{1}{T_1 \cdot T_2}s[y] + \frac{K(y-g)}{T_1 \cdot T_2} = 0 \quad (25)$$

В случае свободного движения $g = 0$:

$$s^3[y] + \frac{T_1+T_2}{T_1 \cdot T_2}s^2[y] + \frac{1}{T_1 \cdot T_2}s[y] + \frac{Ky}{T_1 \cdot T_2} = 0 \quad (26)$$

Запишем критерий Гурвица:

$$\begin{cases} a_0 > 0 \\ a_1 > 0 \\ a_2 > 0 \\ a_2 \cdot a_1 > a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{T_1 \cdot T_2} > 0 \\ \frac{1}{T_1 \cdot T_2} > 0 \\ \frac{T_1+T_2}{T_1 \cdot T_2} > 0 \\ \frac{T_1+T_2}{T_1 \cdot T_2} \cdot \frac{1}{T_1 \cdot T_2} > \frac{K}{T_1 \cdot T_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{T_1 \cdot \frac{2}{11}} > 0 \\ \frac{1}{T_1 \cdot \frac{2}{11}} > 0 \\ \frac{T_1+\frac{2}{11}}{T_1 \cdot \frac{2}{11}} > 0 \\ \frac{T_1+\frac{2}{11}}{T_1 \cdot \frac{2}{11}} > K \end{cases} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{T_1 \cdot \frac{2}{11}} > 0 \\ T_1 > 0 \\ \frac{T_1+\frac{2}{11}}{T_1 \cdot \frac{2}{11}} > K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K > 0 \\ T_1 > 0 \\ \frac{T_1+\frac{2}{11}}{T_1 \cdot \frac{2}{11}} > K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K > 0 \\ T_1 > 0 \\ \frac{11}{2} + \frac{1}{T_1} > K \end{cases} \quad (27)$$

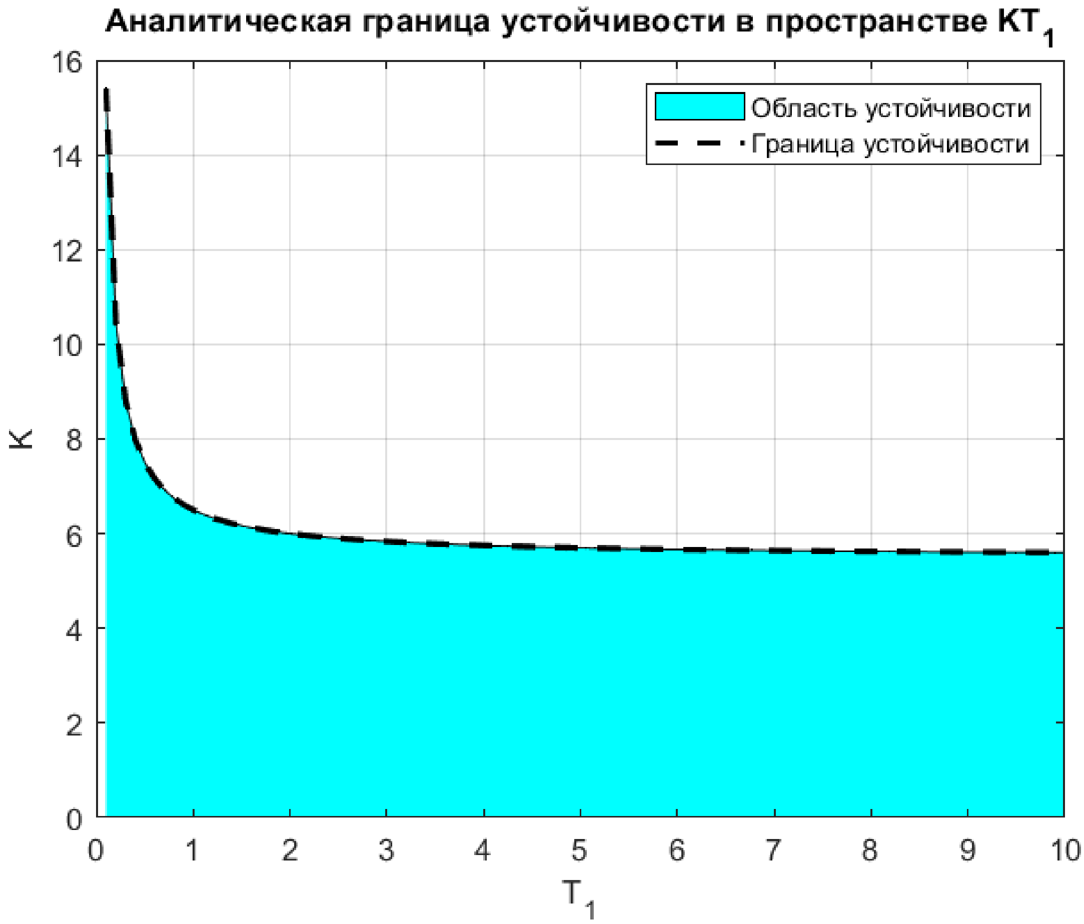

Рисунок 9 — График аналитической границы устойчивости в пространстве KT_1.

2.3 Аналитическая граница устойчивости в пространстве KT_2

Определим аналитически границу устойчивости в пространстве параметров K и T_2 для системы с фиксированным значением $T_1 = \frac{2}{9}$, опираясь на критерий Гурвица.

Запишем критерий Гурвица:

$$\begin{cases} a_0 > 0 \\ a_1 > 0 \\ a_2 > 0 \\ a_2 \cdot a_1 > a_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{T_1 \cdot T_2} > 0 \\ \frac{1}{T_1 \cdot T_2} > 0 \\ \frac{T_1 + T_2}{T_1 \cdot T_2} > 0 \\ \frac{T_1 + T_2}{T_1 \cdot T_2} \cdot \frac{1}{T_1 \cdot T_2} > \frac{K}{T_1 \cdot T_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{T_2 \cdot \frac{2}{9}} > 0 \\ \frac{1}{T_2 \cdot \frac{2}{9}} > 0 \\ \frac{T_2 + \frac{2}{9}}{T_2 \cdot \frac{2}{9}} > 0 \\ \frac{T_2 + \frac{2}{9}}{T_2 \cdot \frac{2}{9}} > K \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{T_2 \cdot \frac{2}{9}} > 0 \\ T_2 > 0 \\ \frac{T_2 + \frac{2}{9}}{T_2 \cdot \frac{2}{9}} > K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K > 0 \\ T_2 > 0 \\ \frac{T_2 + \frac{2}{9}}{T_2 \cdot \frac{2}{9}} > K \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K > 0 \\ T_2 > 0 \\ \frac{9}{2} + \frac{1}{T_2} > K \end{cases} \tag{28}$$

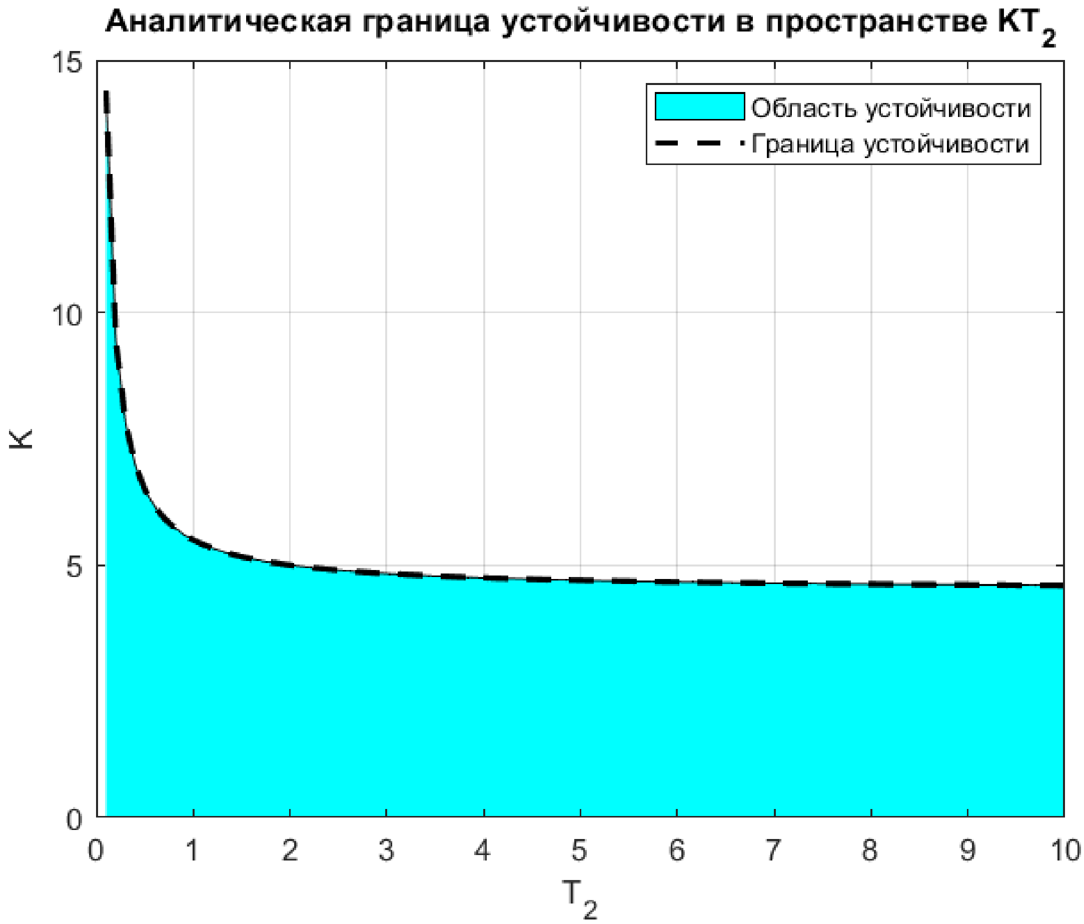

Рисунок 10 — График аналитической границы устойчивости в пространстве KT_2.

2.4 Моделирование асимптотически устойчивой системы

Зададимся параметрами $T_1 = \frac{2}{9}$, $T_2 = 2$ и $K = 2$. Осуществим моделирование при $g(t) = 1$.

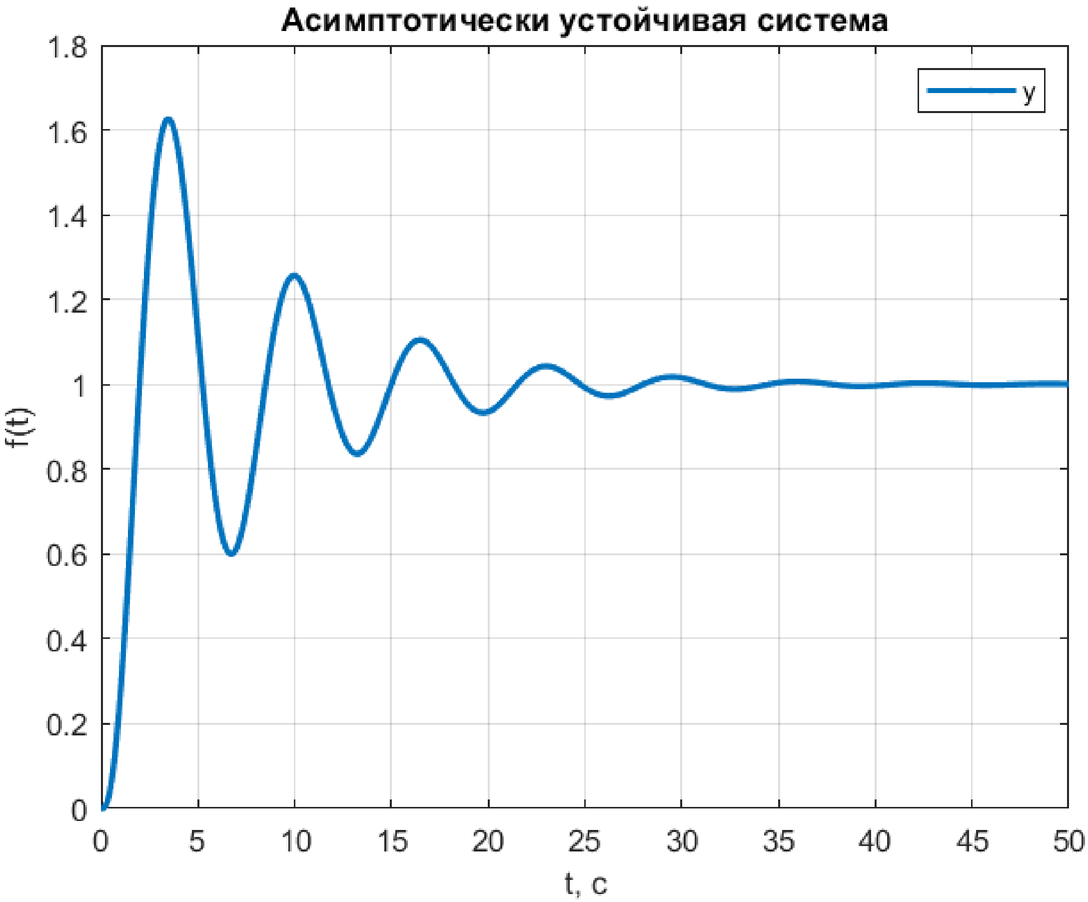

Рисунок 11 — График асимптотически устойчивой системы.

2.5 Моделирование системы на границе устойчивости

Зададимся параметрами $T_2 = \frac{2}{11}$, $T_1 = 2$ и $K = 6$. Осуществим моделирование при $g(t) = 1$.

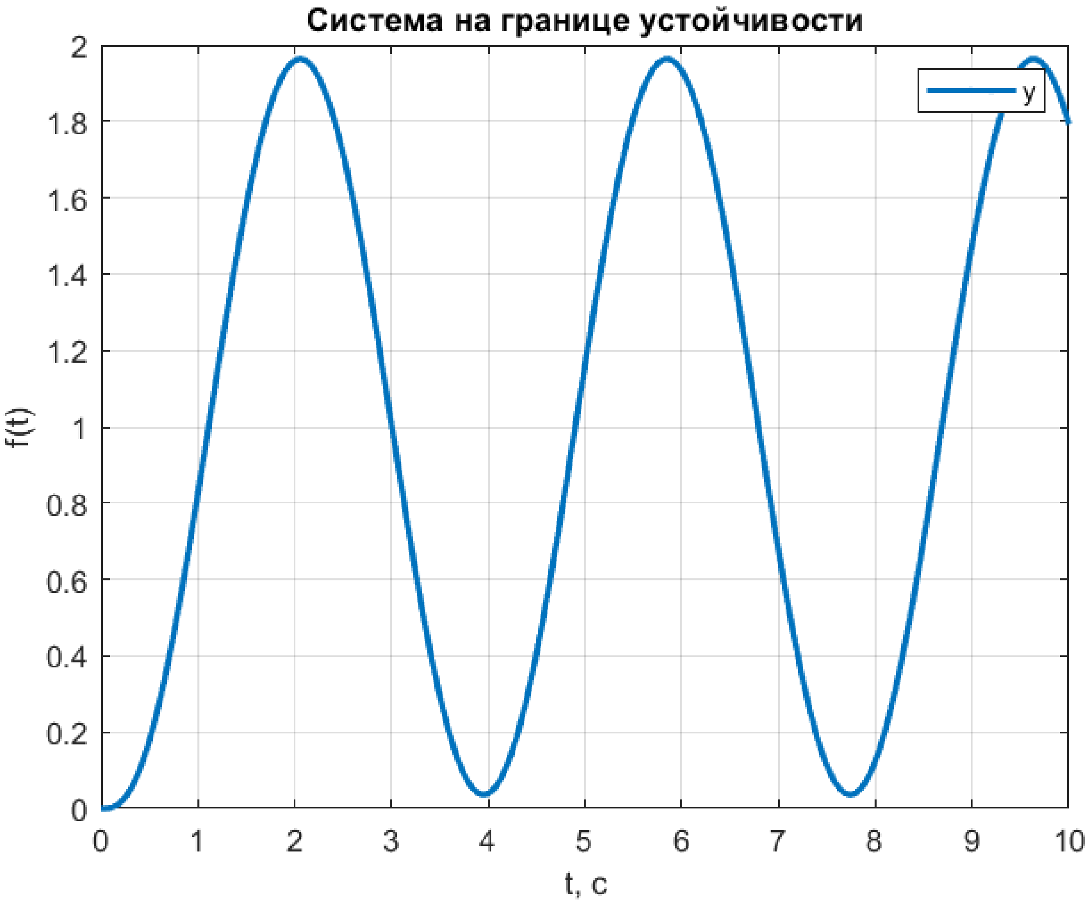

Рисунок 12 — График системы на границе устойчивости.

2.6 Моделирование неустойчивой системы

Зададимся параметрами $T_1 = \frac{2}{9}$, $T_2 = 2$ и $K = 8$. Осуществим моделирование при $g(t) = 1$.

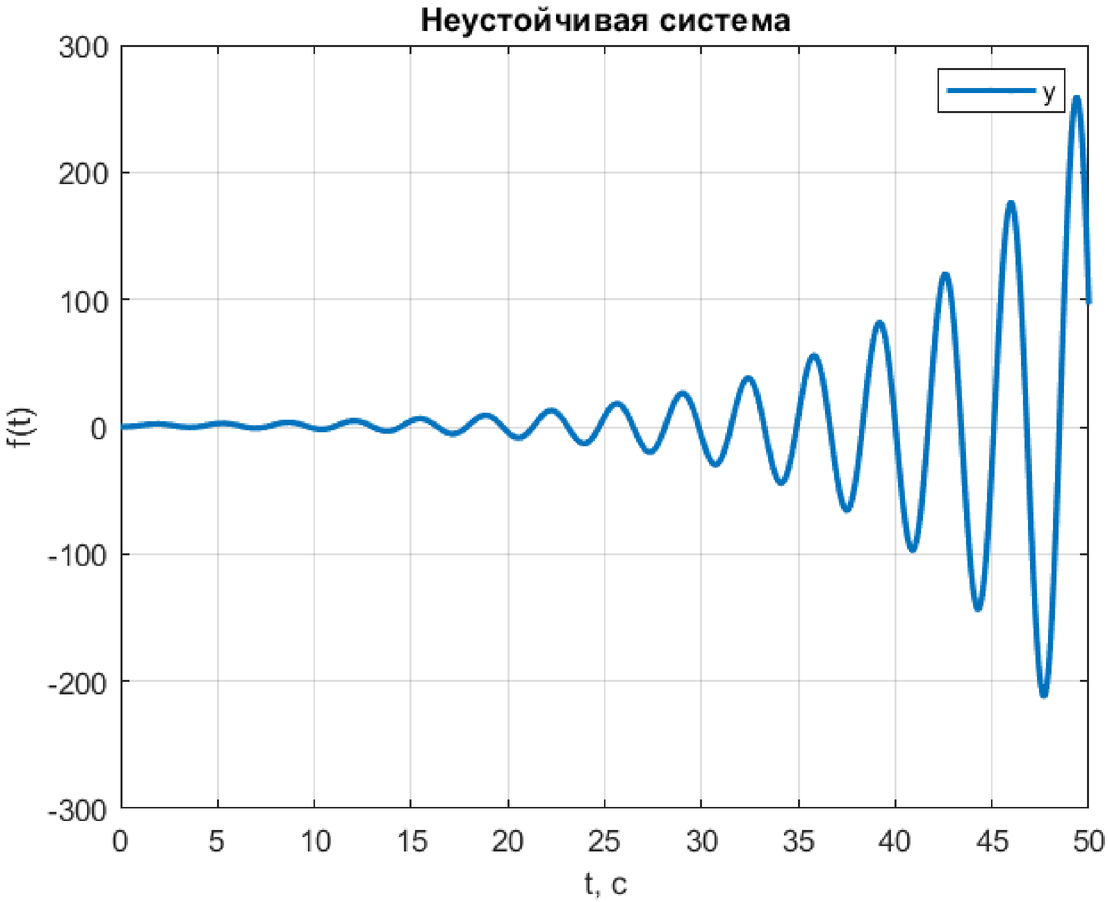

Рисунок 13 — График неустойчивой системы.

2.7 Вывод

В ходе выполнения данной главы были исследованы типы устойчивости заданной системы. С помощью критерия Гурвица построены графики аналитической границы устойчивости системы в пространствах KT_1 и KT_2, а так же проведено моделирование с определенными наборами параметров, удовлетворяющих требуемому типу устойчивости.

3 АВТОНОМНЫЙ ГЕНЕРАТОР

Для аналитически заданного сигнала $g_ж(t) = cos(-3t) + e^{-5t}sin(7t)$ в системе вида

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax \quad x(0), \\ g = Cx, \end{cases} \tag{29}$$

зададим такие параметры A, C и $x(0)$, чтобы выход системы при свободном движении совпадал с желаемым выходом $g_ж(t)$.

Запишем систему, описывающую свободное движение:

$$\begin{cases} x_{св.}(t) = e^{At}x(0), \\ y_{св.}(t) = Ce^{At}x(0) \end{cases} \tag{30}$$

Запишем также параметры:

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{pmatrix} \tag{31}$$

$$x(0) = \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ x_{03} \\ x_{04} \end{pmatrix} \tag{32}$$

Системе $g_ж(t) = cos(-3t) + e^{-5t}sin(7t)$ соответствуют следующие корни характеристического многочлена: $\lambda_1 = 3i$, $\lambda_2 = -3i$, $\lambda_3 = -5 + 7i$, $\lambda_4 = -5 - 7i$.

С помощью Жордана вычислим:

$$x_{\text{св.}}(t) = e^{At}x(0) = exp\left\{\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & -7 & -5 \end{pmatrix} t\right\} x(0) =$$

$$= \begin{pmatrix} cos(3t) & sin(3t) & 0 & 0 \\ -sin(3t) & cos(3t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-5t}cos(7t) & e^{-5t}sin(7t) \\ 0 & 0 & -e^{-5t}sin(7t) & e^{-5t}cos(7t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \\ x_{03} \\ x_{04} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_{01}cos(3t) + x_{02}sin(3t) \\ -x_{01}sin(3t) + x_{02}cos(3t) \\ x_{03}e^{-5t}cos(7t) + x_{04}e^{-5t}sin(7t) \\ -x_{03}e^{-5t}sin(7t) + x_{04}e^{-5t}cos(7t) \end{pmatrix} \quad (33)$$

Теперь можем записать выражение для $y_{\text{св.}}(t)$:

$$y_{\text{св.}}(t) = Ce^{At}x(0) = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{01}cos(3t) + x_{02}sin(3t) \\ -x_{01}sin(3t) + x_{02}cos(3t) \\ x_{03}e^{-5t}cos(7t) + x_{04}e^{-5t}sin(7t) \\ -x_{03}e^{-5t}sin(7t) + x_{04}e^{-5t}cos(7t) \end{pmatrix} =$$

$$= c_1\left(x_{01}cos(3t) + x_{02}sin(3t)\right) + c_2\left(-x_{01}sin(3t) + x_{02}cos(3t)\right) +$$

$$+ c_3\left(x_{03}e^{-5t}cos(7t) + x_{04}e^{-5t}sin(7t)\right) + c_4\left(-x_{03}e^{-5t}sin(7t) + x_{04}e^{-5t}cos(7t)\right) =$$

$$= c_1x_{01}cos(3t) + c_1x_{02}sin(3t) - c_2x_{01}sin(3t) + c_2x_{02}cos(3t) + c_3x_{03}e^{-5t}cos(7t) +$$

$$+ c_3x_{04}e^{-5t}sin(7t) - c_4x_{03}e^{-5t}sin(7t) + c_4x_{04}e^{-5t}cos(7t) =$$

$$= cos(3t)\left(c_1x_{01} + c_2x_{02}\right) + sin(3t)\left(c_1x_{02} - c_2x_{01}\right) +$$

$$+ e^{-5t}sin(7t)\left(c_3x_{04} - c_4x_{03}\right) + e^{-5t}cos(7t)\left(c_3x_{03} + c_4x_{04}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1x_{01} + c_2x_{02} = 1 \\ c_1x_{02} - c_2x_{01} = 0 \\ c_3x_{04} - c_4x_{03} = 1 \\ c_3x_{03} + c_4x_{04} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{01} = c_1 = 0 \\ x_{02} = c_2 = c_4 = 1 \\ x_{03} = -1 \\ x_{04} = c_3 = 0 \end{cases} \quad (34)$$

Найденные параметры:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & -7 & -5 \end{pmatrix} \tag{35}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{36}$$

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{37}$$

Для моделирования системы воспользуемся схемой, изображенной на рисунке 14. Для нашей системы матрицы B и D будут нулевыми.

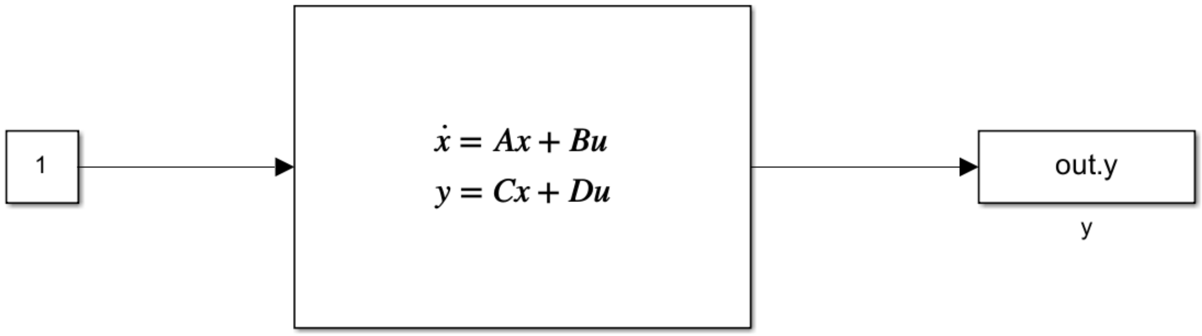

Рисунок 14 — Структурная схема исследуемой системы.

Результаты моделирования представлены на рисунке 15. Заметно, что результат моделирования совпал с построенной функцией $g_{ж}(t) = cos(-3t)+e^{-5t}sin(7t)$. Следовательно, удалось верно найти параметры A, C и $x(0)$.

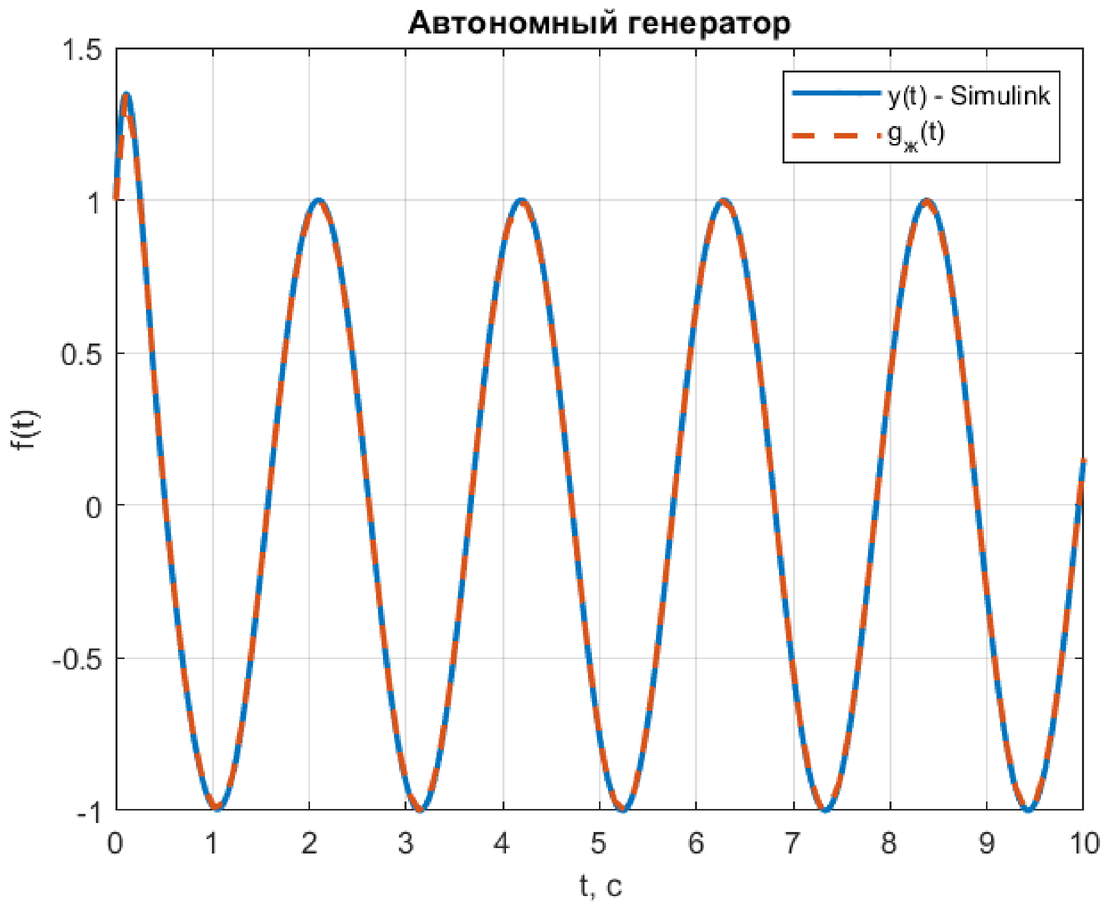

Рисунок 15 — Графики аналитически заданной функции и моделирования системы в *Simulink*.

4 ВЫВОД

В ходе выполнения лабораторной работы были применены на практике знания об устойчивости систем. В ходе выполнения первого задания была проведена серия экспериментов для того, чтобы заметить закономерность между корнями характеристического полинома и видом устойчивости системы. Во втором задании с помощью критерия Гурвица были построены графики аналитической границы устойчивости системы, проведено моделирование с наборами параметров, удовлетворяющих требуемому типу устойчивости. На примере третьего задания продемонстрирован метод нахождения параметров системы для того, чтобы максимально точно приблизить желаемый аналитически заданный сигнал.