

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа № 1
**«Формы представления линейных
динамических систем»**

по дисциплине «Линейные системы автоматического управления»

Вариант 27

Студент: группа **R3338**

Нечаева А. А.

Преподаватель: *Пашенко Артем Витальевич*

Санкт-Петербург
2024

ДОБАВИТЬ СТРАНИЦУ СОДЕРЖАНИЕ

1 Задание. Одноканальная система в форме ВХОД-ВЫХОД

1.1 Математическая модель

Возьмем коэффициенты $a_2 = 9$, $a_1 = 23$, $a_0 = 15$, $b_2 = 14$, $b_1 = 6$ и $b_0 = 16$. Рассмотрим математическую модель в форме дифференциального уравнения

$$\ddot{y} + 9\ddot{y} + 23\dot{y} + 15y = 14\ddot{u} + 6\dot{u} + 16u \quad (1)$$

Перепишем с применением оператора дифференцирования

$$p^3[y] + 9p^2[y] + 23p[y] + 15y = 14p^2[u] + 6p[u] + 16u \quad (2)$$

Теперь выразим выходной сигнал y

$$\begin{aligned} p^3[y] &= 14p^2[u] + 6p[u] + 16u - 9p^2[y] - 23p[y] - 15y \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow y &= \frac{1}{p^3} [14p^2[u] + 6p[u] + 16u - 9p^2[y] - 23p[y] - 15y] = \\ &= 14\frac{1}{p}[u] + 6\frac{1}{p^2}[u] + 16\frac{1}{p^3}[u] - 9\frac{1}{p}[y] - 23\frac{1}{p^2}[y] - 15\frac{1}{p^3}[y] \quad (3) \end{aligned}$$

Получим выражение с применением операторов интегрирования.

1.2 Структурная схема системы

В среде моделирования *Simulink* построим структурную схему системы. Будем использовать блоки элементарных операций: «интегратор», «сумматор», «усилитель». Также для построения графиков выходного сигнала нам понадобится блок «scope» (осциллограф времени), на структурной схеме (рисунок 1) он расположен в верхнем правом углу.

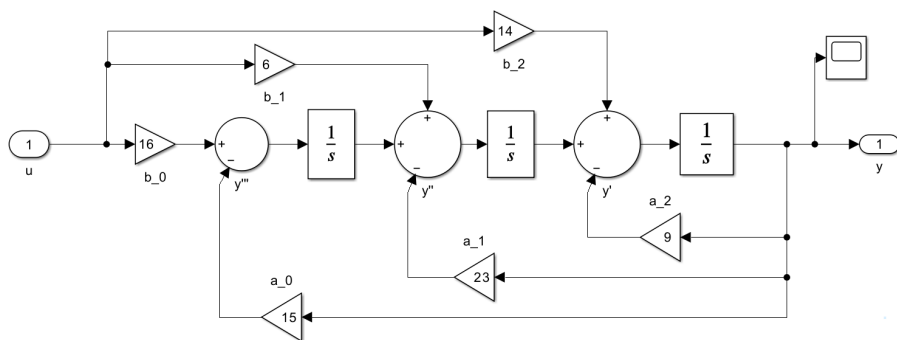


Рис. 1. Структурная схема первой системы.

1.3 Графики сигналов

2 Задание. Переход от формы вход-выход к форме вход-состояние-выход

2.1 Математическая модель

Для системы из 1 задания определим передаточную функцию $W(p)$.

$$\ddot{y} + 9\dot{y} + 23y = 14\ddot{u} + 6\dot{u} + 16u \quad (4)$$

Перепишем с применением оператора дифференцирования

$$\begin{aligned} p^3[y] + 9p^2[y] + 23p[y] + 15y &= 14p^2[u] + 6p[u] + 16u \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (p^3 + 9p^2 + 23p + 15)[y] &= (14p^2 + 6p + 16)[u] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow y &= \frac{14p^2 + 6p + 16}{p^3 + 9p^2 + 23p + 15}[u] + 0 \quad (5) \end{aligned}$$

Получим передаточную функцию

$$W(p) = \frac{14p^2 + 6p + 16}{p^3 + 9p^2 + 23p + 15} \quad (6)$$

2.1.1 Каноническая управляемая форма

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

2.1.2 Каноническая наблюдаемая форма

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(8)

2.1.3 Каноническая диагональная форма

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(9)