ИТМО

Линейные системы автоматического управления

Регуляторы и астатизмы

Порядок астатизма – количество нулевых полюсов разомкнутой системы

Ее (*разомкнутой системы*) характеристическое уравнение может быть приведено к виду

$$a(p) = p^{\kappa} a_{\kappa}(p) = 0, \text{ где}$$

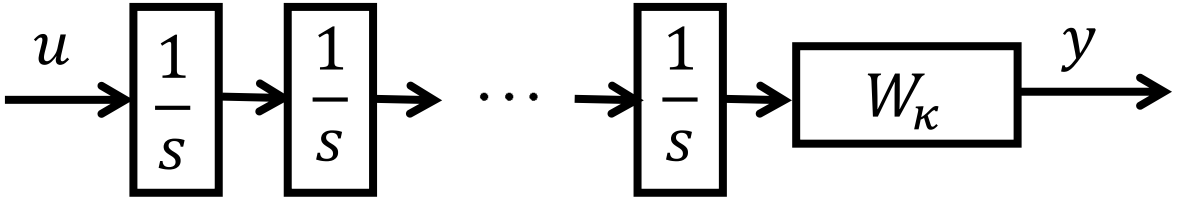
$$a_{\kappa}(p) = p^{n-\kappa} + a_{n-\kappa-1} p^{n-\kappa-1} + \cdots + a_1 p + a_0$$

и имеет κ нулевых корней. Число κ называется **порядком астатизма**

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Порядок астатизма – количество нулевых полюсов разомкнутой системы

Ее (*разомкнутой системы*) характеристическое уравнение может быть приведено к виду
$$a(p) = p^{\kappa} a_{\kappa}(p) = 0, \text{ где}$$
$$a_{\kappa}(p) = p^{n-\kappa} + a_{n-\kappa-1} p^{n-\kappa-1} + \dots + a_1 p + a_0$$
и имеет κ нулевых корней. Число κ называется **порядком астатизма**



«Подвижность системы» определяется числом чистых интегрирующих звеньев (в разомкнутой системе)

Мирошник И. В. «Теория автоматического управления. Линейные системы.»

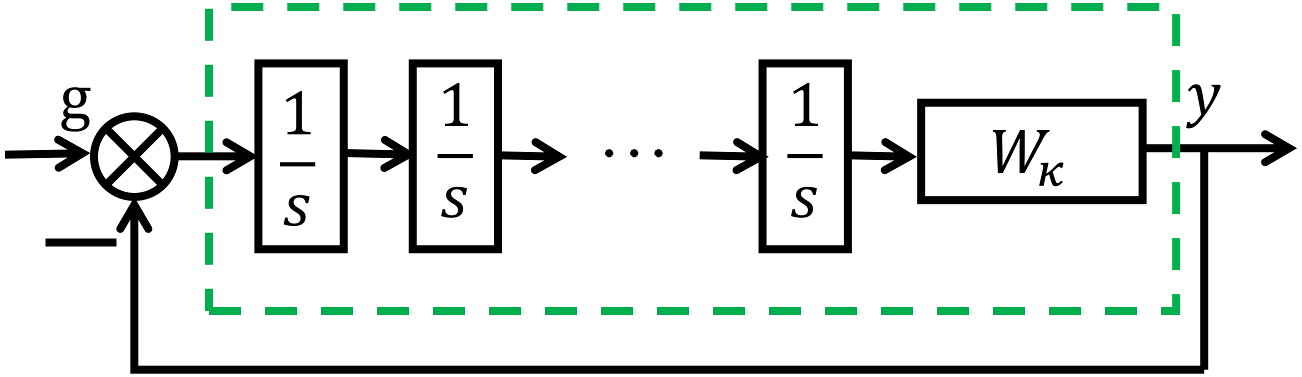
Порядок астатизма –
количество нулевых полюсов прямого канала

Ее (*разомкнутой системы*) характеристическое уравнение может быть приведено к виду

$$a(p) = p^{\kappa} a_{\kappa}(p) = 0, \text{ где}$$

$$a_{\kappa}(p) = p^{n-\kappa} + a_{n-\kappa-1} p^{n-\kappa-1} + \dots + a_1 p + a_0$$

и имеет κ нулевых корней. Число κ называется **порядком астатизма**



«Подвижность системы» определяется числом чистых интегрирующих звеньев (в прямом канале)

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Порядок астатизма –
количество нулевых полюсов разомкнутой системы

Ее (*разомкнутой системы*) характеристическое уравнение может быть приведено к виду

$$a(p) = p^{\kappa} a_{\kappa}(p) = 0, \text{ где}$$

$$a_{\kappa}(p) = p^{n-\kappa} + a_{n-\kappa-1} p^{n-\kappa-1} + \cdots + a_1 p + a_0$$

и имеет κ нулевых корней. Число κ называется **порядком астатизма**

(Замкнутая) система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления.
Линейные системы.»

Порядок астатизма – количество нулевых полюсов разомкнутой системы

Ее (*разомкнутой системы*) характеристическое уравнение может быть приведено к виду

$$a(p) = p^{\kappa} a_{\kappa}(p) = 0, \text{ где}$$

$$a_{\kappa}(p) = p^{n-\kappa} + a_{n-\kappa-1} p^{n-\kappa-1} + \cdots + a_1 p + a_0$$

и имеет κ нулевых корней. Число κ называется **порядком астатизма**

(Замкнутая) система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Показатели качества систем управления

Показатели качества

1. Корневые (косвенные)
2. Динамические (прямые)
3. Точностные
4. …

Точностные показатели качества

Поведение системы в установившемся режиме, характеризующее ее точностные свойства, зависит от вида входного (задающего) воздействия <...>. Наиболее просто оценивается точность системы в задачах стабилизации, когда задающее воздействие постоянно <...>.

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Точностные показатели качества

Для оценки точности системы вводят точностные показатели качества, связанные с величиной установившейся ошибки или ее граничными значениями:

- **Абсолютная погрешность (абсолютная ошибка)**

$$\Delta = \max_{t\in[0,t_p]} |g(t) - y(t)|$$

- **Относительная погрешность (относительная ошибка)**

$$\delta = \frac{\max_{t\in[0,t_p]} |g(t) - y(t)|}{\max_{t\in[0,t_p]} |g(t)|}$$

- **Установившаяся ошибка (статическая ошибка)**

$$e_y = \lim_{t\to\infty} \big(g(t) - y(t)\big)$$

$g(t)$ – задающее воздействие
t_p – время работы системы

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Точностные показатели качества

Для оценки точности системы вводят точностные показатели качества, связанные с величиной установившейся ошибки или ее граничными значениями:

- **Абсолютная погрешность (абсолютная ошибка)**

$$\Delta = \max_{t\in[0,t_p]} |g(t) - y(t)|$$

- **Относительная погрешность (относительная ошибка)**

$$\delta = \frac{\max_{t\in[0,t_p]} |g(t) - y(t)|}{\max_{t\in[0,t_p]} |g(t)|}$$

- **Установившаяся ошибка (статическая ошибка)**

$$e_y = \lim_{t\to\infty}\big(g(t) - y(t)\big)$$

Корректнее так говорить только если $\lim_{t\to\infty} y(t) = y_0 = const,$ т.к. иначе речь не о статическом режиме

g(t) – задающее воздействие
t_p – время работы системы

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Статический коэффициент передачи и добротность

Система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Статический коэффициент передачи и добротность

Система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

Для статической системы

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

определен **статический коэффициент передачи** – значение передаточной функции в 0

$$K_0 = W(0) = \frac{b_0}{a_0}$$

Статический коэффициент передачи и добротность

Система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

Для статической системы

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

определен **статический коэффициент передачи** – значение передаточной функции в 0

$$K_0 = W(0) = \frac{b_0}{a_0}$$

При $\mathrm{g}(t) = \mathrm{g}_0 = \mathrm{const}$ установившееся значения выхода и ошибки **разомкнутой системы** соответственно равны

$$y_y = K_0 \mathrm{g}_0, \qquad e_y = (1 - K_0)\mathrm{g}_0$$

Статический коэффициент передачи и добротность

Система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

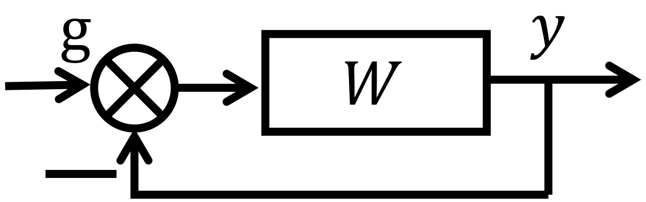
Для статической системы

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

определен **статический коэффициент передачи** – значение передаточной функции в 0

$$K_0 = W(0) = \frac{b_0}{a_0}$$

При $\mathrm{g}(t) = \mathrm{g}_0 = \mathrm{const}$ установившееся значения выхода и ошибки **замкнутой системы** соответственно равны



$$y_y = \frac{K_0}{1+K_0}\mathrm{g}_0, \qquad e_y = \frac{1}{1+K_0}\mathrm{g}_0$$

Не 0 при любом K_0, пропорциональна g_0

Статический коэффициент передачи и добротность

Система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

Для астатической системы

$$W(s)=\frac{b_m s^m+\cdots+b_1 s+b_0}{s^\kappa(s^{n-\kappa}+a_{n-\kappa-1}s^{n-1-\kappa}+\cdots+a_1 s+a_0)}=\frac{1}{s^\kappa}W_\kappa(s)$$

определен *статический коэффициент передачи* не определен, поэтому вводится в рассмотрение показатель **добротности** системы:

$$K_\kappa=W_\kappa(0)=\frac{b_0}{a_0}$$

В общем случае при любом g(t) ошибка **разомкнутой системы** нарастает

Мы постоянно что-то интегрирует

Исключение – хитро заданное управление, которое приводит систему в точку равновесия, после чего исчезает

Статический коэффициент передачи и добротность

Система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

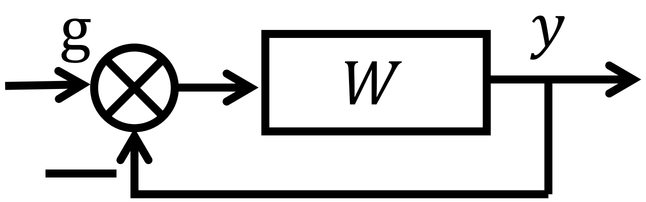
Для астатической системы

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^\kappa (s^{n-\kappa} + a_{n-\kappa-1} s^{n-1-\kappa} + \dots + a_1 s + a_0)} = \frac{1}{s^\kappa} W_\kappa(s)$$

определен *статический коэффициент передачи* не определен, поэтому вводится в рассмотрение показатель **добротности** системы:

$$K_\kappa = W_\kappa(0) = \frac{b_0}{a_0}$$

При $\mathrm{g}(t) = \mathrm{g}_0 t^\kappa$ установившееся значения ошибки **замкнутой системы** равно



$$e_y = \frac{\mathrm{g}_0}{K_\kappa}$$

Не 0 при любом K_0, пропорциональна g_0

Статический коэффициент передачи и добротность

Система называется **статической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия отлична от нуля, и **астатической** относительно внешнего воздействия, если статическая ошибка от внешнего воздействия равна нулю

Для астатической системы

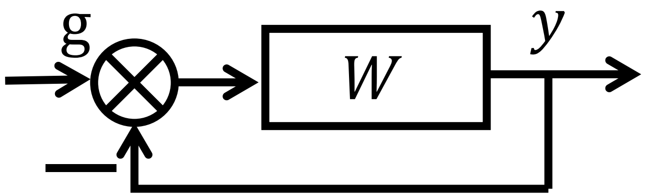
$$W(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^\kappa (s^{n-\kappa} + a_{n-\kappa-1} s^{n-1-\kappa} + \dots + a_1 s + a_0)} = \frac{1}{s^\kappa} W_\kappa(s)$$

определен *статический коэффициент передачи* не определен, поэтому вводится в рассмотрение показатель **добротности** системы:

$$K_\kappa = W_\kappa(0) = \frac{b_0}{a_0}$$

При $g(t) = g_0 t^\rho$, где $\rho < \kappa$ установившееся значения ошибки **замкнутой системы** равна нулю

$$e_y = 0$$



Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

Регулятором называется блок (алгоритм), рассчитывающий управляющее воздействие u с целью решения локальной задачи управления

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

- Повышать статический коэффициент/добротность –

Пропорциональный регулятор (**П-регулятор**)

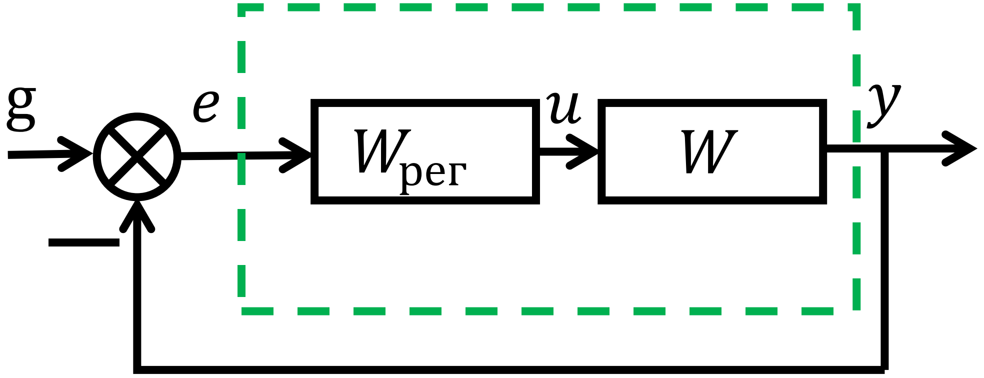
$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{рег}}$$

Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

- Повышать статический коэффициент/добротность – Пропорциональный регулятор (**П-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{рег}}$$



$$\mathrm{g} = \mathrm{g}_0 = const, \qquad e_y = \frac{1}{1 + K_0 K_{\text{рег}}}\mathrm{g}_0$$

Структуру системы мы поменять не можем…

…но регулятор – устройство, которое синтезируем МЫ

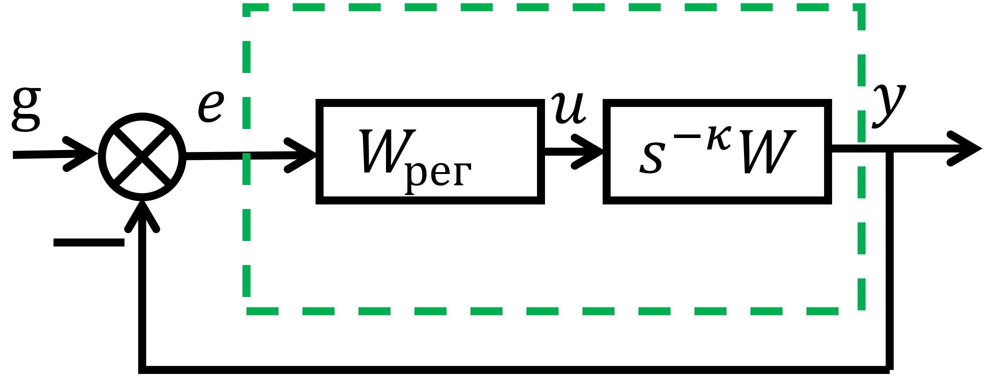
Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

- Повышать статический коэффициент/добротность –

Пропорциональный регулятор (**П-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{рег}}$$



$$\mathrm{g} = \mathrm{g}_0 t^{\kappa}, \qquad e_y = \frac{1}{K_{\kappa} K_{\text{рег}}} \mathrm{g}_0$$

Структуру системы мы поменять не можем…

…но регулятор – устройство, которое синтезируем МЫ

Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

- Повышать статический коэффициент/добротность –

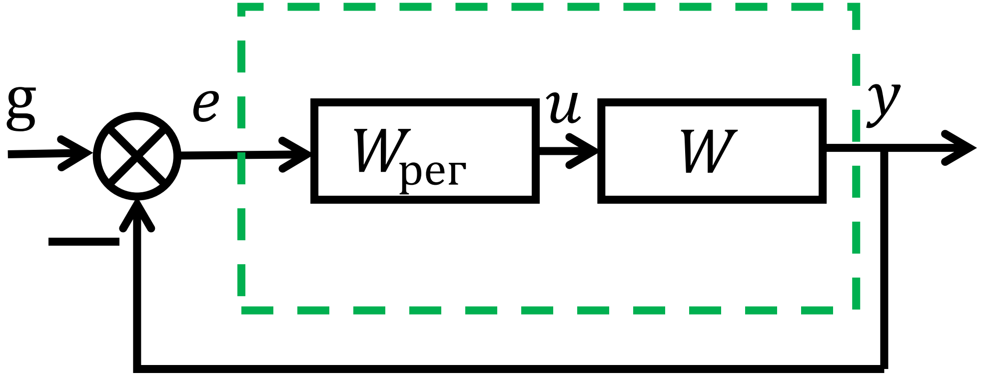
  Пропорциональный регулятор (**П-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{рег}}$$

- Повышать астатизм –

  Интегральный регулятор (**И-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{K_{\text{рег}}}{s}$$



Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

- Повышать статический коэффициент/добротность –

Пропорциональный регулятор (**П-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{рег}}$$

- Повышать астатизм –

Интегральный регулятор (**И-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{K_{\text{рег}}}{s}$$

Можно комбинировать:
ПИ-регулятор

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

Повышение точности

Как повышать точность замкнутых систем?

- Повышать статический коэффициент/добротность –

Пропорциональный регулятор (**П-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{рег}}$$

- Повышать астатизм –

Интегральный регулятор (**И-регулятор**)

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{K_{\text{рег}}}{s}$$

Можно комбинировать:
ПИ-регулятор

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

И в целом, как было сказано на лекции, может быть и ПИ-..., и ПИИ-..., и вкупе с Д-регулятором ПИД-..., ПИИДД-... и прочие длинные комбинации сокращений

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

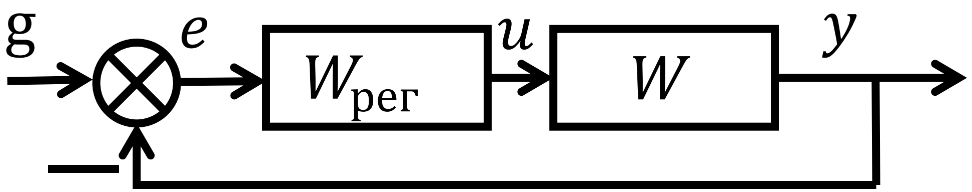
$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g}(\mathrm{t}) = \alpha = \mathrm{const}$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$



ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

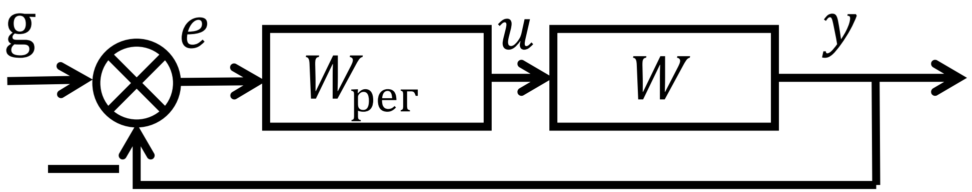
$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g}(\mathrm{t}) = \alpha = \mathrm{const}$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)}$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

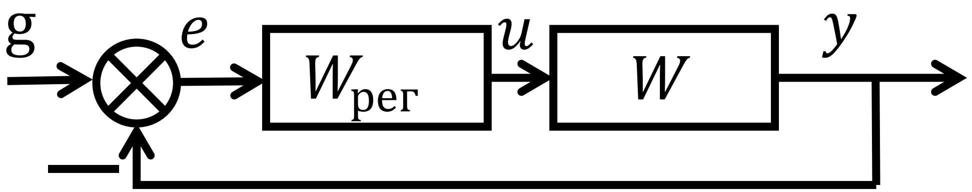
$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\text{g}(\text{t}) = \alpha = \text{const}$$

$$W_{\text{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$



$$W_{\text{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

$$\boxed{\text{Порядок астатизма} = 1}$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

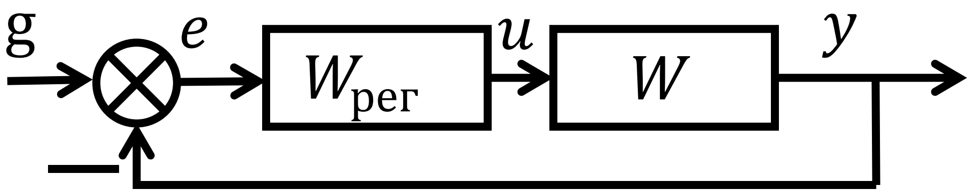
$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\text{g}(\text{t}) = \alpha = \text{const}$$

$$W_{\text{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$



$$W_{\text{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

Для поиска $e_{\text{уст}}$ можно воспользоваться теоремой о предельном значении…

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

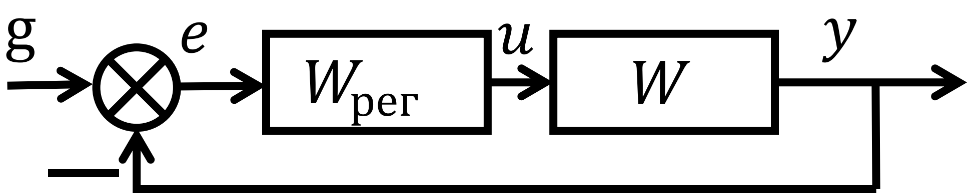
$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\text{g}(\text{t}) = \alpha = \text{const}$$

$$W_{\text{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$



$$W_{\text{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

Для поиска $e_{\text{уст}}$ можно воспользоваться теоремой о предельном значении…

…но в общем случае система не обязательно устойчива и без $K_{\text{П}}$ у нас не было бы возможности настройки коэффициента при s^2!

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

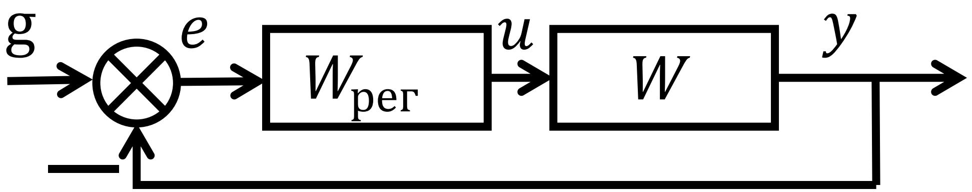
$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\text{g(t)} = \alpha = \text{const}$$

$$W_{\text{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$

Пусть замкнутая система устойчива



$$W_{\text{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s)=\frac{b_1 s+b_0}{s^2+a_1 s+a_0}$$

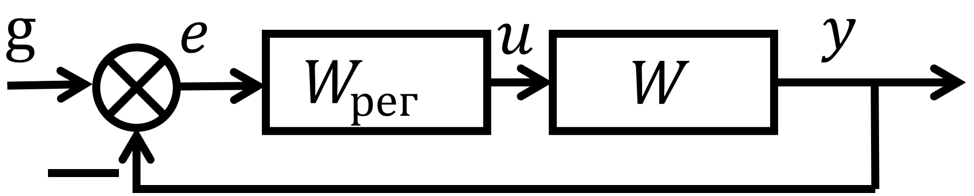
$$W_{\text{рег}}(s)=K_{\text{П}}+\frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g}(\mathrm{t})=\alpha=\mathrm{const}$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s)=?$$

$$e_{\text{уст}}=?$$

Пусть замкнутая система устойчива



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s)=\frac{1}{1+W(s)W_{\text{рег}}(s)}=\frac{s(s^2+a_1 s+a_0)}{s(s^2+a_1 s+a_0)+(b_1 s+b_0)(K_{\text{П}}s+K_{\text{И}})}=$$

$$=\frac{s(s^2+a_1 s+a_0)}{s^3+(b_1K_{\text{П}}+a_1)s^2+(b_1K_{\text{И}}+b_0K_{\text{П}}+a_0)s+b_0K_{\text{И}}}$$

$$e_{\text{уст}}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}sG(s)W_{\mathrm{g}\to e}(s)$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

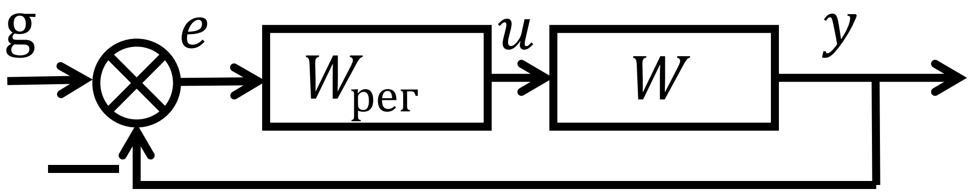
$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g(t)} = \alpha = \mathrm{const}$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$e_{\text{уст}} = ?$

Пусть замкнутая система устойчива



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

$$e_{\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sG(s)W_{\mathrm{g}\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s\frac{\alpha}{s}\frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}} = 0$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

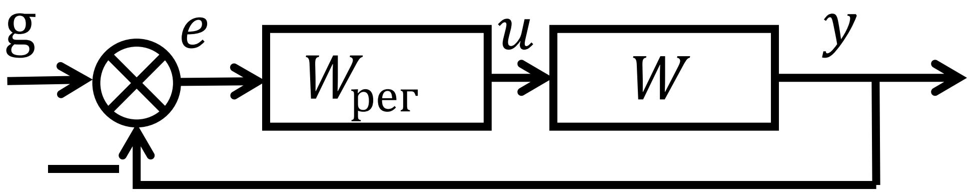
$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g}(t) = \alpha = \mathrm{const}$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$

Пусть замкнутая система устойчива



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

Можно даже не считать, следует из вида сигнала и порядка астатизма

$$e_{\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sG(s)W_{\mathrm{g}\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s\frac{\alpha}{s}\frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}} = 0$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s)=\frac{b_1s+b_0}{s^2+a_1s+a_0}$$

$$W_{\text{рег}}(s)=K_{\Pi}+\frac{K_{И}}{s}$$

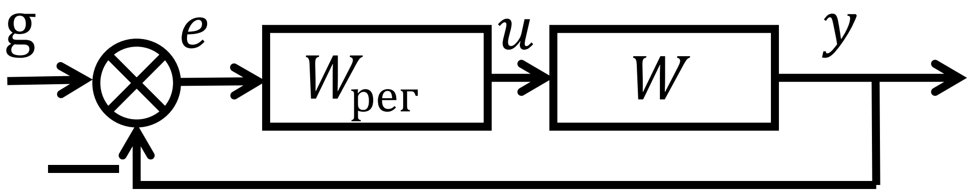
$$\mathrm{g}(\mathrm{t})=\beta t+\alpha$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s)=?$$

$$e_{\text{уст}}=?$$

Пусть замкнутая система устойчива

Пусть g(t) линейно возрастает



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s)=\frac{1}{1+W(s)W_{\text{рег}}(s)}=\frac{s(s^2+a_1s+a_0)}{s(s^2+a_1s+a_0)+(b_1s+b_0)(K_{\Pi}s+K_{И})}=$$

$$=\frac{s(s^2+a_1s+a_0)}{s^3+(b_1K_{\Pi}+a_1)s^2+(b_1K_{И}+b_0K_{\Pi}+a_0)s+b_0K_{И}}$$

$$e_{\text{уст}}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}sG(s)W_{\mathrm{g}\to e}(s)$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

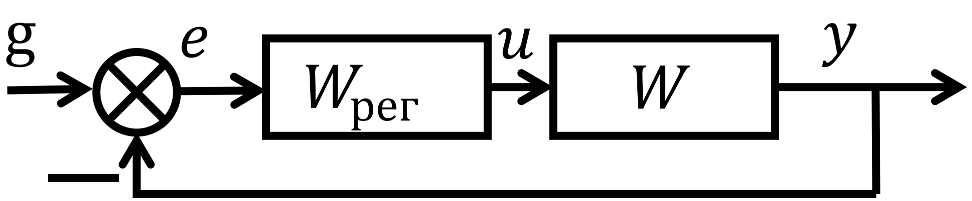
$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g}(\mathrm{t}) = \beta t + \alpha$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$

Пусть замкнутая система устойчива



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

$$e_{\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sG(s)W_{\mathrm{g}\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s\left(\frac{\beta}{s^2} + \frac{\alpha}{s}\right)\frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

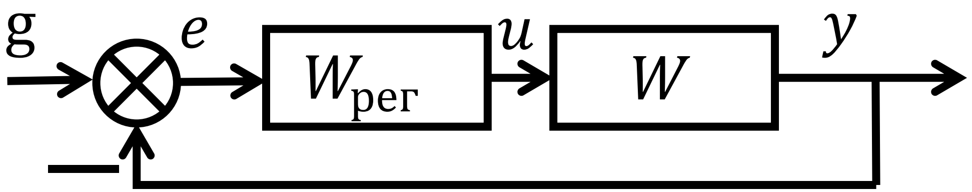
$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g}(t) = \beta t + \alpha$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$

Пусть замкнутая система устойчива



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s) W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1) s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0) s + b_0 K_{\text{И}}}$$

$$e_{\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sG(s) W_{\mathrm{g}\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s \frac{\beta + \alpha s}{s^2} \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1) s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0) s + b_0 K_{\text{И}}}$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

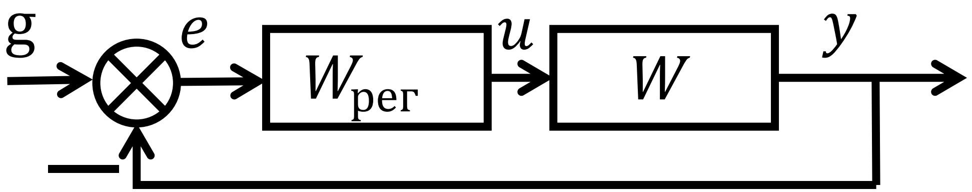
$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\text{П}} + \frac{K_{\text{И}}}{s}$$

$$\mathrm{g}(\mathrm{t}) = \beta t + \alpha$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$e_{\text{уст}} = ?$

Пусть замкнутая система устойчива



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

$$e_{\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sG(s)W_{\mathrm{g}\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s \frac{\beta + \alpha s}{s^2} \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}} = \frac{\beta a_0}{b_0 K_{\text{И}}}$$

Можно было вывести через добротность не считая $W_{\mathrm{g}\to e}$ и не беря предел

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = {\color{blue}K_{\text{П}}} + \frac{{\color{green}K_{\text{И}}}}{s}$$

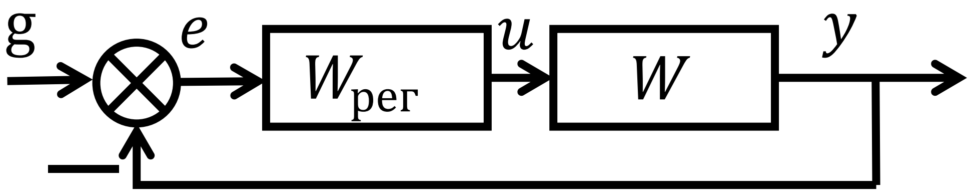
$$\mathrm{g}(\mathrm{t}) = \beta t + \alpha$$

$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = ?$$

$$e_{\text{уст}} = ?$$

Пусть замкнутая система устойчива

$e_{\text{уст}}$ не зависит от ${\color{blue}K_{\text{П}}}$!



$$W_{\mathrm{g}\to e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s(s^2 + a_1 s + a_0) + (b_1 s + b_0)(K_{\text{П}} s + K_{\text{И}})} =$$

$$= \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 K_{\text{П}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}}$$

$$e_{\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sG(s)W_{\mathrm{g}\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s \frac{\beta + \alpha s}{s^2} \frac{s(s^2 + a_1 s + a_0)}{s^3 + (b_1 K_{\text{П}} + a_1)s^2 + (b_1 K_{\text{И}} + b_0 {\color{blue}K_{\text{П}}} + a_0)s + b_0 K_{\text{И}}} {\color{green}= \frac{\beta a_0}{b_0 K_{\text{И}}}}$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s)=\frac{2s+1}{s^2+2s+1}$$

$$W_{\text{рег}}(s)=K_\Pi+\frac{1}{s}$$

$$\text{g}(t)=t+1$$

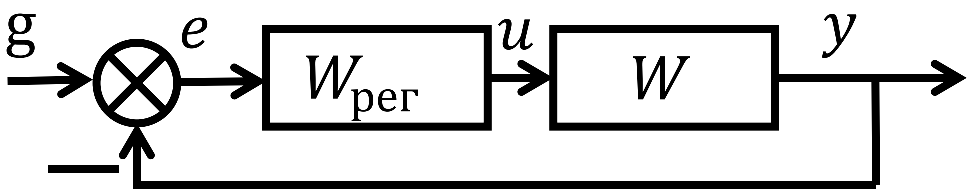
$$W_{\text{g}\to e}(s)=?$$

$$e_{\text{уст}}=?$$

Пусть замкнутая система устойчива

$e_{\text{уст}}$ не зависит от K_Π!

Но от K_Π зависит путь до $e_{\text{уст}}$



$$W_{\text{g}\to e}(s)=\frac{1}{1+W(s)W_{\text{рег}}(s)}=\frac{s(s^2+a_1s+a_0)}{s(s^2+a_1s+a_0)+(b_1s+b_0)(K_\Pi s+K_И)}=$$

$$=\frac{s(s^2+a_1s+a_0)}{s^3+(b_1K_\Pi+a_1)s^2+(b_1K_И+b_0K_\Pi+a_0)s+b_0K_И}$$

$$e_{\text{уст}}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{s\to0}sE(s)=\lim_{s\to0}sG(s)W_{\text{g}\to e}(s)=$$

$$=\lim_{s\to0}s\frac{\beta+\alpha s}{s^2}\frac{s(s^2+a_1s+a_0)}{s^3+(b_1K_\Pi+a_1)s^2+(b_1K_И+b_0K_\Pi+a_0)s+b_0K_И}=\frac{\beta a_0}{b_0K_И}$$

ПИ-регулятор: зачем нужна П-составляющая?

Пример:

$$W(s) = \frac{2s+1}{s^2+2s+1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = K_{\Pi} + \frac{1}{s}$$

$$\text{g}(t) = t + 1$$

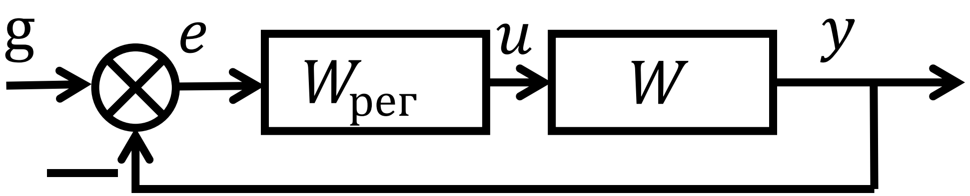
$W_{\text{g}\to e}(s) = ?$

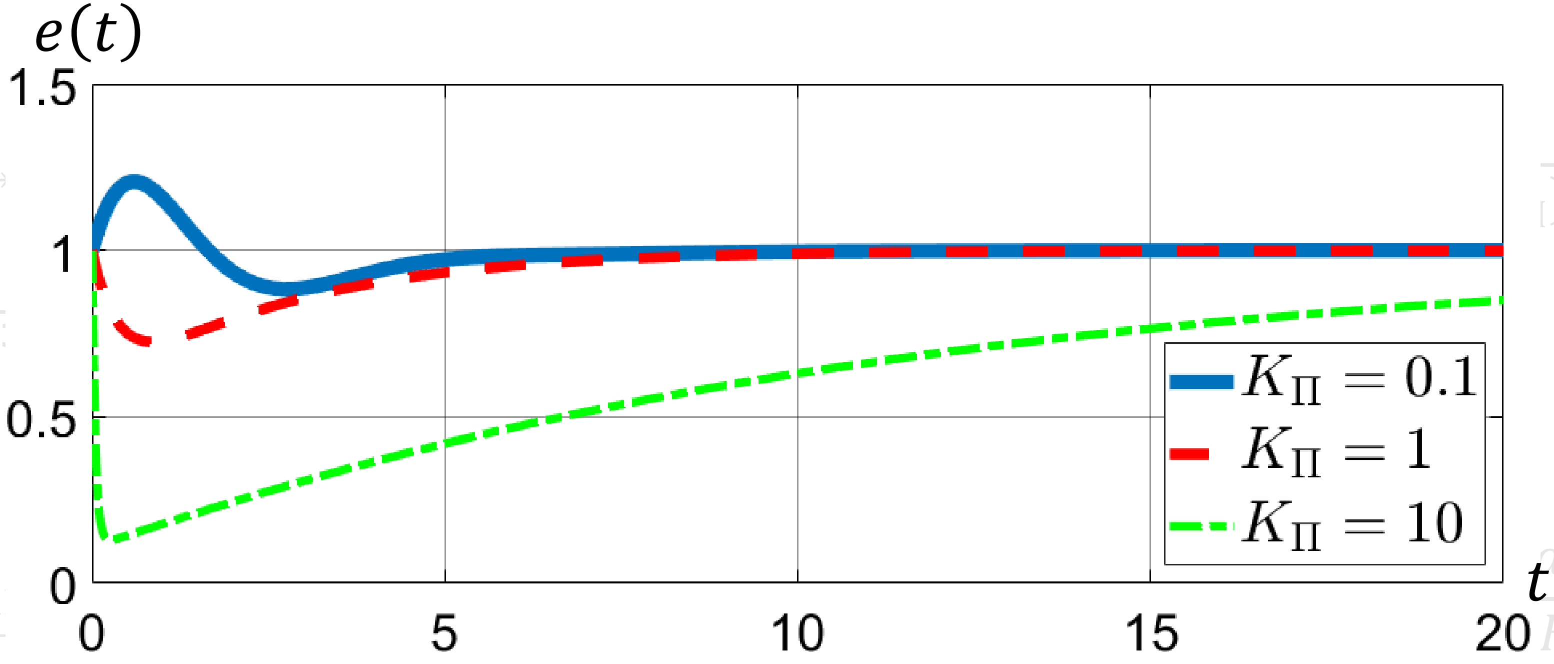
$e_{\text{уст}} = ?$

Пусть замкнутая система устойчива

$e_{\text{уст}}$ не зависит от K_{Π}!

Но от K_{Π} зависит путь до $e_{\text{уст}}$





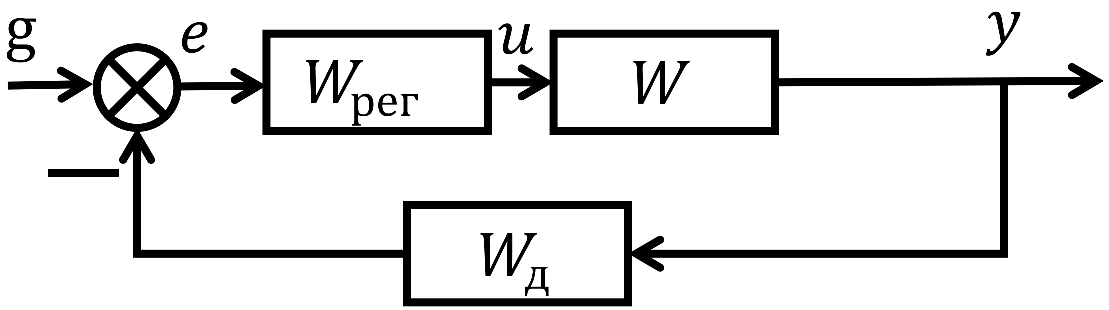
Астатизм и внешние воздействия

Пример:

$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$



Астатизм и внешние возмущения

Пример:

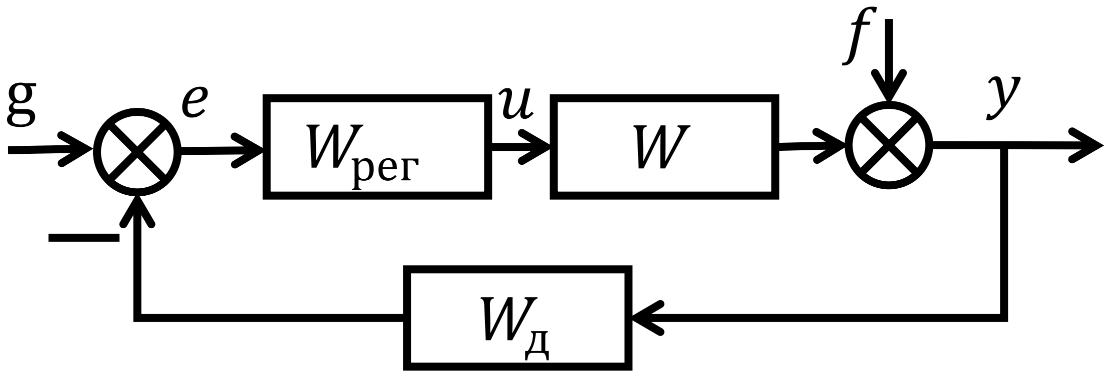
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



Астатизм и внешние возмущения

Пример:

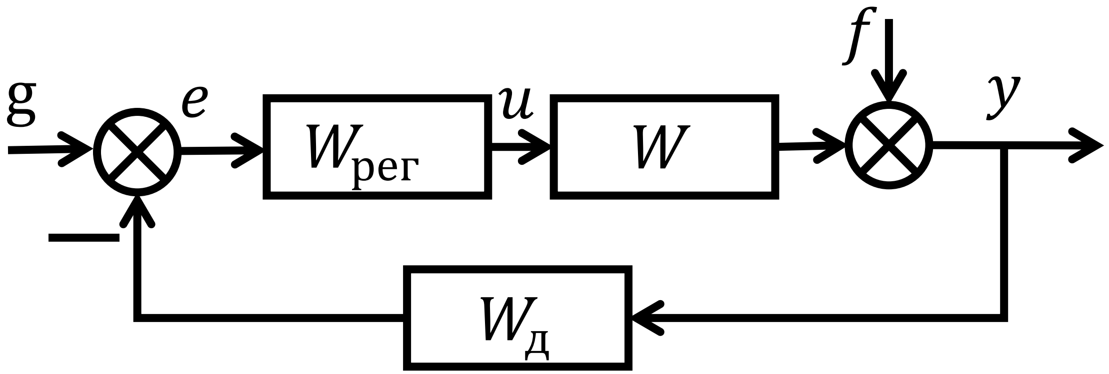
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$e_{f\_\text{уст}} = ?$



$W_{f \to e}(s) = ?$

Астатизм и внешние возмущения

Пример:

$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

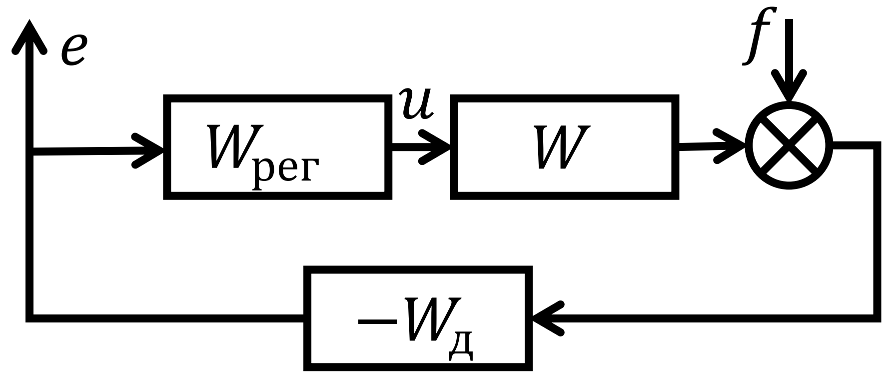
$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$

$$\boxed{W_{f\to e}(s) = ?}$$



Астатизм и внешние возмущения

Пример:

$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

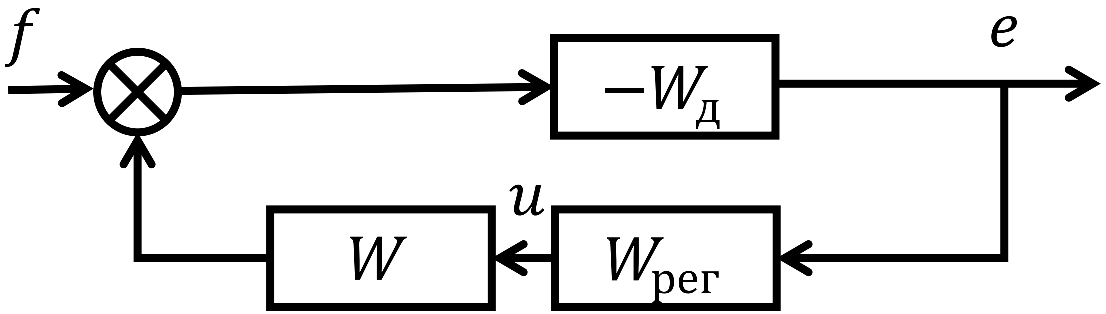
$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s+2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$e_{f\_\text{уст}} = ?$

$W_{f\to e}(s) = ?$



Астатизм и внешние возмущения

Пример:

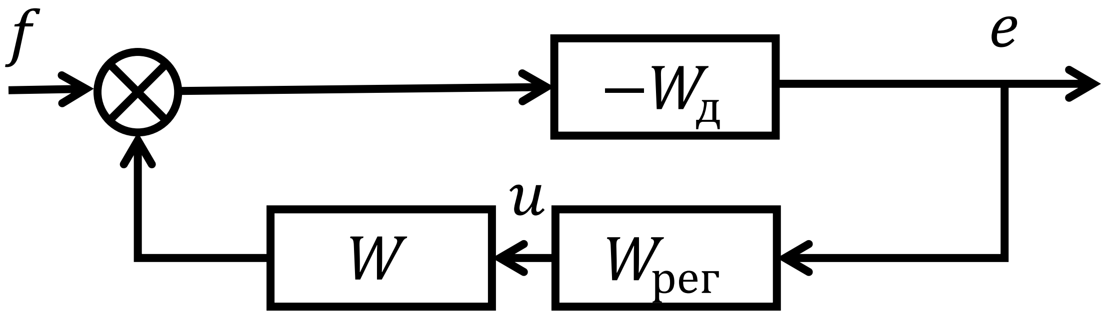
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\text{t}) = f_0 = \text{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



$$W_{f \to e}(s) = \frac{-W_{\text{д}}(s)}{1 - W(s)W_{\text{рег}}(s)\left(-W_{\text{д}}(s)\right)}$$

Астатизм и внешние возмущения

Пример:

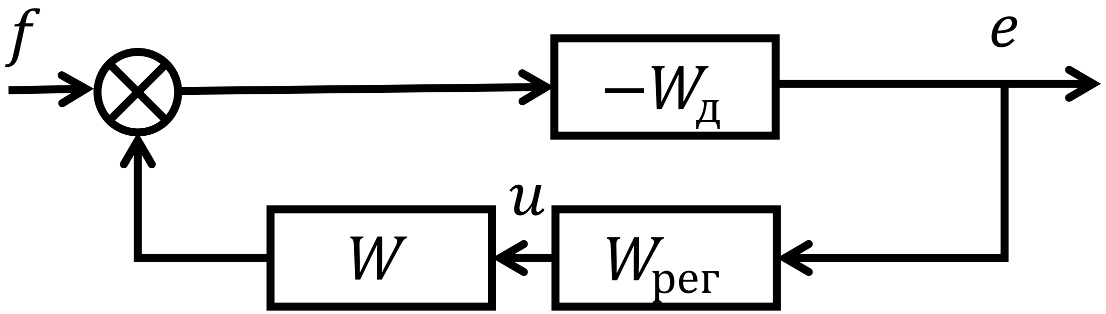
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



$$W_{f \to e}(s) = \frac{-W_{\text{д}}(s)}{1 - W(s)W_{\text{рег}}(s)\left(-W_{\text{д}}(s)\right)} =$$

$$= -\frac{s(s^2 + 3s + 1)}{s(s^2 + 3s + 1)(s + 2) + 2} = -\frac{s^3 + 3s^2 + s}{s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 2s + 2}$$

Для поиска $e_{f\_\text{уст}}$ можно воспользоваться теоремой о предельном значении…

Астатизм и внешние возмущения

Пример:

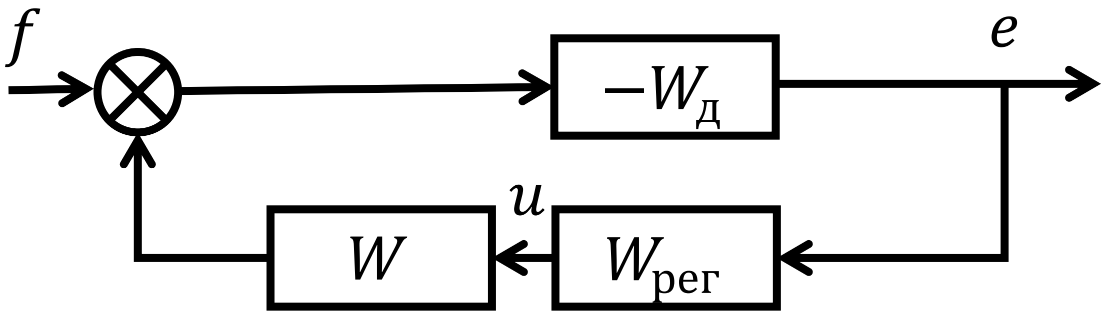
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



$$W_{f\to e}(s) = \frac{-W_{\text{д}}(s)}{1 - W(s)W_{\text{рег}}(s)\left(-W_{\text{д}}(s)\right)} =$$

$$= -\frac{s(s^2 + 3s + 1)}{s(s^2 + 3s + 1)(s + 2) + 2} = -\frac{s^3 + 3s^2 + s}{s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 2s + 2}$$

Для поиска $e_{f\_\text{уст}}$ можно воспользоваться теоремой о предельном значении…

…но устойчива ли система?

Астатизм и внешние возмущения

Пример:

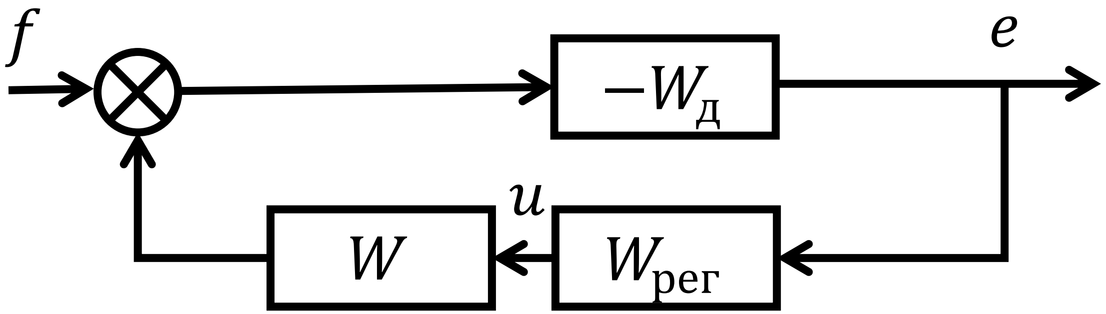
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s+2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



$$W_{f\to e}(s) = \frac{-W_{\text{д}}(s)}{1 - W(s)W_{\text{рег}}(s)\left(-W_{\text{д}}(s)\right)} =$$

$$= -\frac{s(s^2+3s+1)}{s(s^2+3s+1)(s+2)+2} = -\frac{s^3+3s^2+s}{s^4+5s^3+7s^2+2s+2}$$

По Гурвицу:

Старший коэффициент положительный,

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \end{bmatrix} \text{ – определители ведущих угловых миноров положительны!}$$

Астатизм и внешние возмущения

Пример:

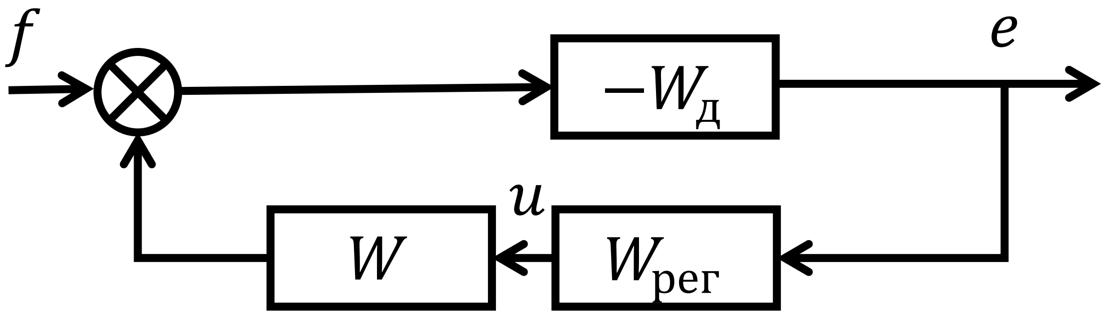
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



$$W_{f\to e}(s) = \frac{-W_{\text{д}}(s)}{1 - W(s)W_{\text{рег}}(s)\left(-W_{\text{д}}(s)\right)} =$$

$$= -\frac{s(s^2 + 3s + 1)}{s(s^2 + 3s + 1)(s + 2) + 2} = -\frac{s^3 + 3s^2 + s}{s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 2s + 2}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e_f(t) = \lim_{s\to 0} sE_f(s) = \lim_{s\to 0} sF(s)W_{f\to e}(s)$$

Астатизм и внешние возмущения

Пример:

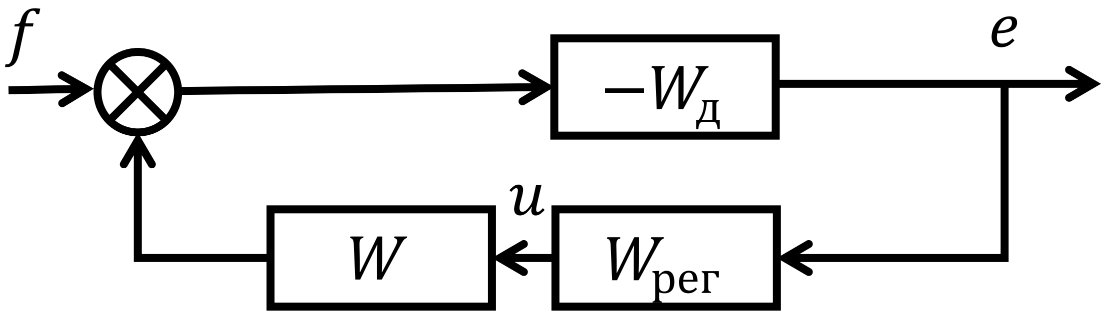
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s+2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



$$W_{f\to e}(s) = \frac{-W_{\text{д}}(s)}{1 - W(s)W_{\text{рег}}(s)\left(-W_{\text{д}}(s)\right)} =$$

$$= -\frac{s(s^2+3s+1)}{s(s^2+3s+1)(s+2)+2} = -\frac{s^3+3s^2+s}{s^4+5s^3+7s^2+2s+2}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e_f(t) = \lim_{s\to 0} sE_f(s) = \lim_{s\to 0} sF(s)W_{f\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{f_0}{s} \cdot \frac{s^3+3s^2+s}{s^4+5s^3+7s^2+2s+2} = 0$$

Астатизм и внешние возмущения

Пример:

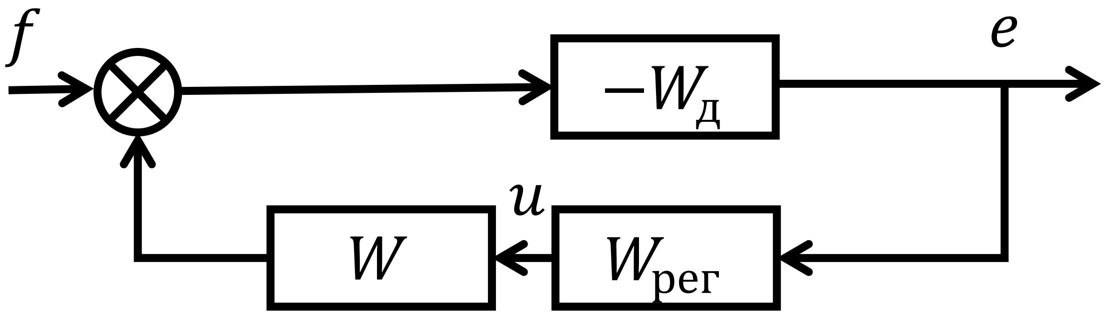
$$W(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 1}$$

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{1}{s}$$

$$W_{\text{д}}(s) = \frac{1}{s + 2}$$

$$f(\mathrm{t}) = f_0 = \mathrm{const}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = ?$$



$$W_{f\to e}(s) = \frac{-W_{\text{д}}(s)}{1 - W(s)W_{\text{рег}}(s)\left(-W_{\text{д}}(s)\right)} =$$

$$= -\frac{s(s^2 + 3s + 1)}{s(s^2 + 3s + 1)(s + 2) + 2} = -\frac{s^3 + 3s^2 + s}{s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 2s + 2}$$

$$e_{f\_\text{уст}} = \lim_{t\to\infty} e_f(t) = \lim_{s\to 0} sE_f(s) = \lim_{s\to 0} sF(s)W_{f\to e}(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{f_0}{s} \cdot \frac{s^3 + 3s^2 + s}{s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 2s + 2} = 0$$

Астатизм защитил нас от влияния возмущения!

Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

Регулятор общего вида

Пример:

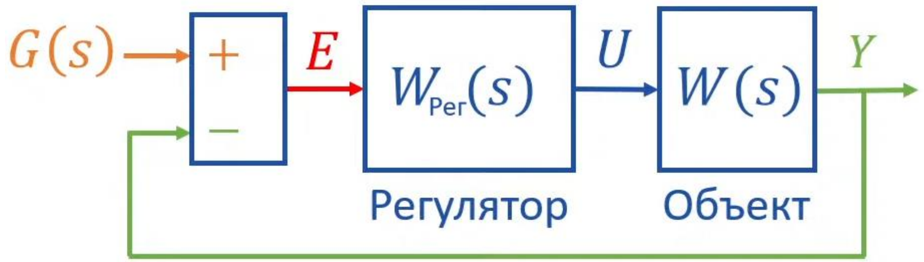
$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$



Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

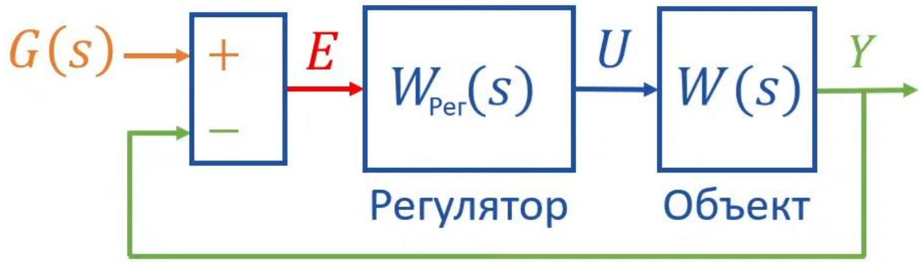
$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$



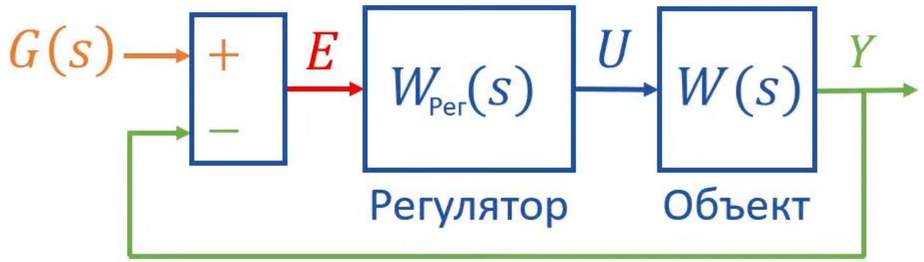
Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$



$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \dfrac{R(s)}{Q(s)}$

Тогда

$$\underset{G \to E}{W}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{рег}}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{R(s)}{Q(s)}}$$

Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

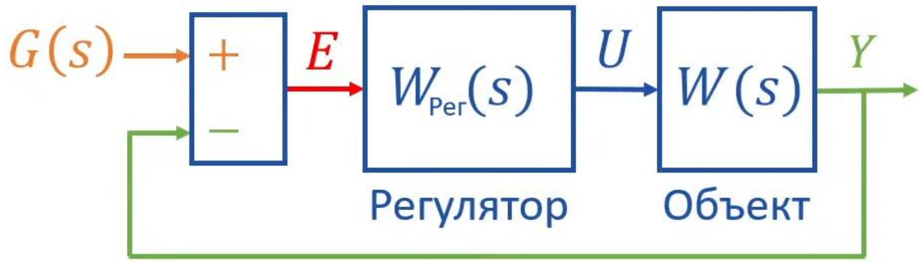
$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \dfrac{R(s)}{Q(s)}$

Тогда

$$\underset{G \to E}{W}(s) = \frac{s \cdot Q(s)}{s \cdot Q(s) + R(s)}$$



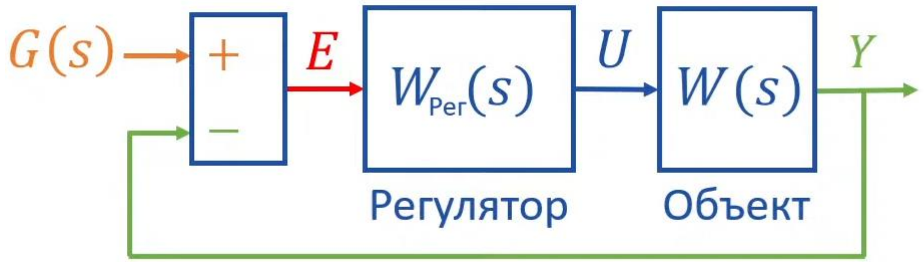
Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$



$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \dfrac{R(s)}{Q(s)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}\left(s\, W_{G\to E}(s)\, G(s)\right) = \lim_{s\to 0}\frac{s^3 \cdot Q(s)}{\left(s\cdot Q(s) + R(s)\right)(s^2 + 4)}$$

Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

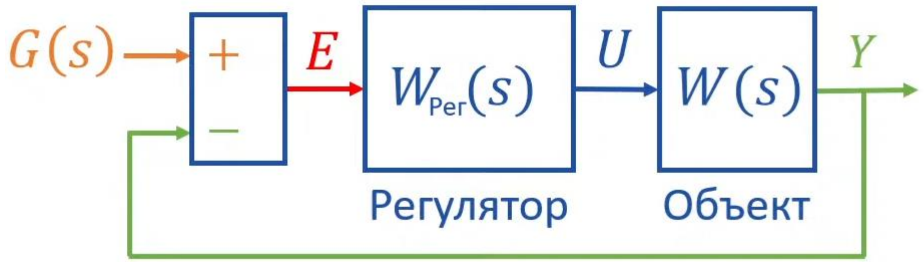
$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2+4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$



Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3 \cdot Q(s)}{\big(s \cdot Q(s) + R(s)\big)(s^2+4)} = 0$$

Хотелось бы…

Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

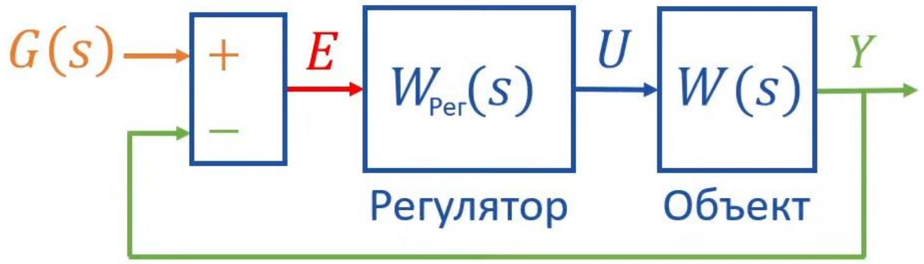
$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \dfrac{R(s)}{Q(s)}$



Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3 \cdot Q(s)}{\big(s \cdot Q(s) + R(s)\big)(s^2 + 4)} = 0$$

…но не применимо!

Регулятор общего вида

Пример:
$\dot{y}(t) = u(t)$

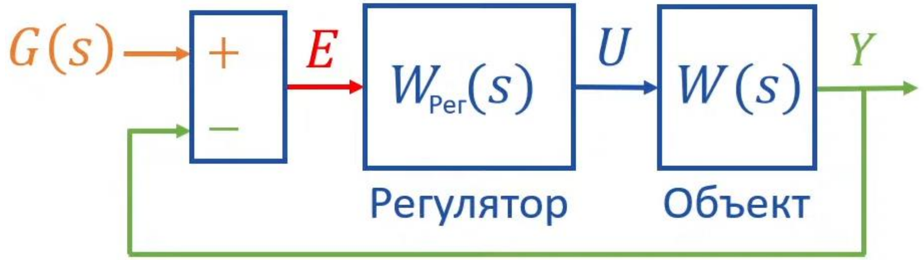
$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$



Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3 \cdot Q(s)}{\big(s \cdot Q(s) + R(s)\big)(s^2 + 4)} = 0$$

$$\boxed{\text{Пусть } Q(s) = Q'(s) \cdot (s^2 + 4)}$$

Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

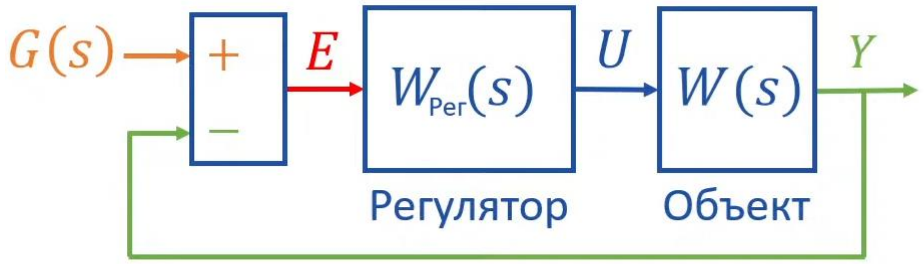
$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2+4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$



Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3\cdot Q'(s)\cdot(s^2+4)}{\left(s\cdot Q'(s)\cdot(s^2+4)+R(s)\right)(s^2+4)} = 0$$

Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

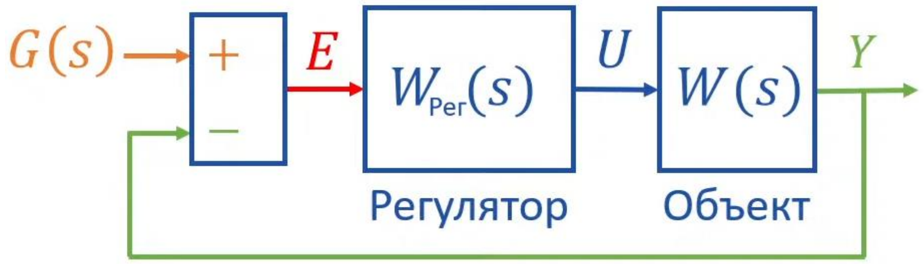
$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$



Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3 \cdot Q'(s) \cdot \cancel{(s^2+4)}}{\left(s \cdot Q'(s) \cdot (s^2+4) + R(s)\right)\cancel{(s^2+4)}} = 0$$

Регулятор общего вида

Пример:
$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

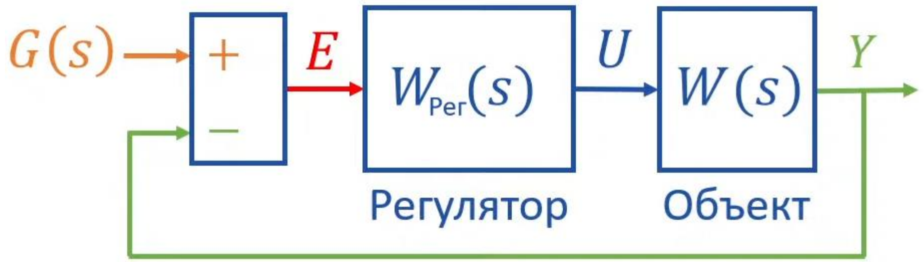
$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to0} \frac{s^3 \cdot Q'(s)}{(s \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s))} = 0$$



Сработает, если
$(s \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s))$
имеет только левые корни

Регулятор общего вида

Пример:

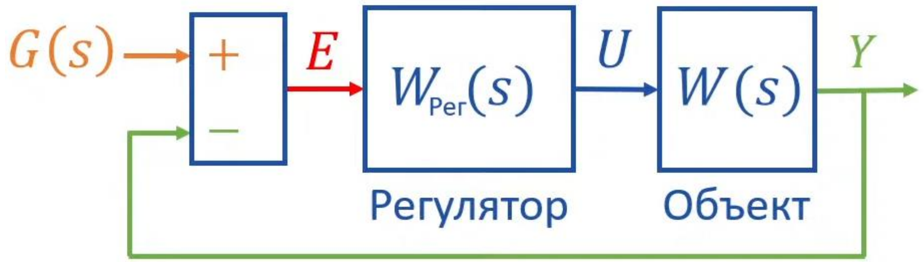
$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2+4}$$



Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}\frac{s^3\cdot Q'(s)}{\left(s\cdot Q'(s)\cdot(s^2+4)+R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_2 = const$, тогда $Q(s) = a_2 s^2 + 4a_2$ (порядок 2) и

$R(s) = b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 2)

Регулятор общего вида

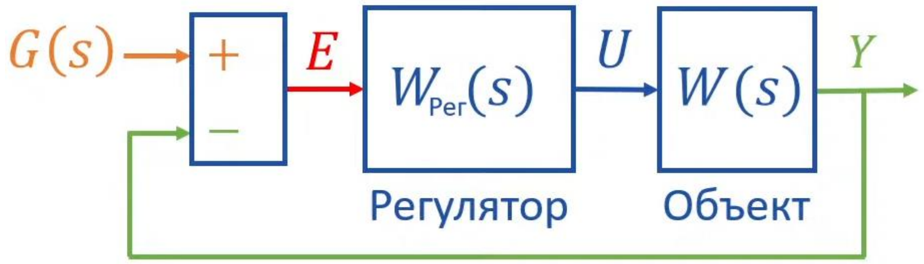
Пример:
$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2+4}$$



Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3\cdot Q'(s)}{\left(s\cdot Q'(s)\cdot(s^2+4)+R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_2 = const$, тогда $Q(s) = a_2 s^2 + 4a_2$ (порядок 2) и

$R(s) = b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 2)

Порядок $R(s)$ не больше $Q(s)$, иначе нарушим условие физической реализуемости

Регулятор общего вида

Пример:

$\dot{y}(t) = u(t)$

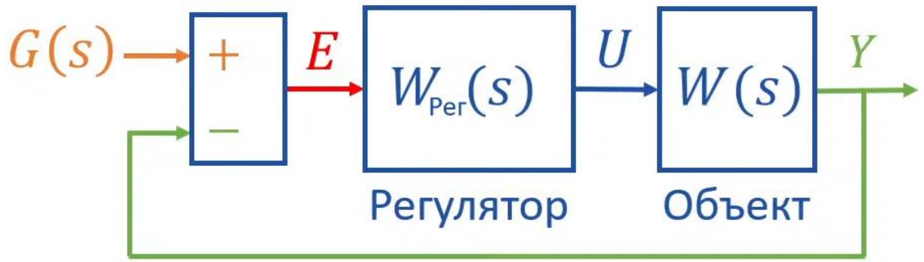
$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$



Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3 \cdot Q'(s)}{\left(s \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_2 = const$, тогда $Q(s) = a_2 s^2 + 4a_2$ (порядок 2) и

$R(s) = b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 2)

Тогда $s \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s) = a_2 s^3 + b_2 s^2 + (4a_2 + b_1)s + b_0 =$

$C(s) = c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0$

Регулятор общего вида

Пример:

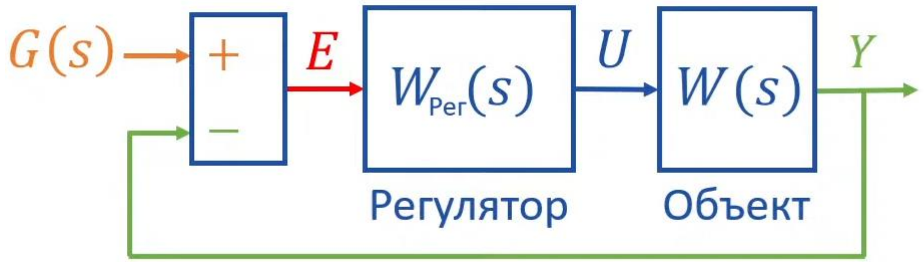
$\dot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$



Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^3 \cdot Q'(s)}{\left(s \cdot Q'(s) \cdot (s^2+4) + R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_2 = const$, тогда $Q(s) = a_2 s^2 + 4a_2$ (порядок 2) и

$R(s) = b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 2)

Тогда $s \cdot Q'(s) \cdot (s^2+4) + R(s) = a_2 s^3 + b_2 s^2 + (4a_2 + b_1)s + b_0 =$

$C(s) = c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0$

$$\begin{aligned} c_3 &= a_2 \\ c_2 &= b_2 \\ c_1 &= 4a_2 + b_1 \\ c_0 &= b_0 \end{aligned}$$

Полином $C(s)$ задаст динамику замкнутой системы при воздействии $g(t)$, его корни определят моды движения

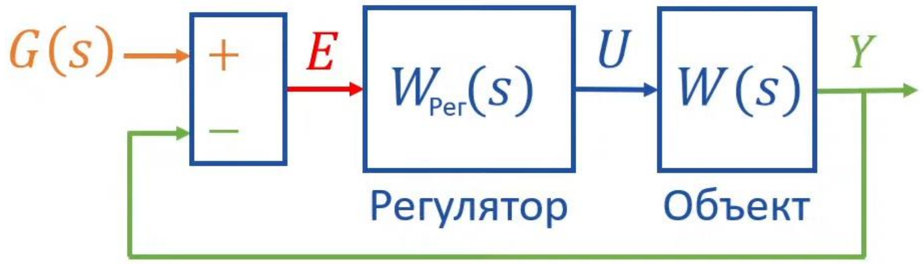
Регулятор общего вида

Пример:
$\ddot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s^2}$$



$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^4 \cdot Q'(s)}{\left(s^2 \cdot Q'(s) \cdot (s^2+4) + R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_2 = const$, тогда $Q(s) = a_2 s^2 + 4a_2$ (порядок 2) и $R(s) = b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 2)

Тогда $s^2 \cdot Q'(s) \cdot (s^2+4) + R(s) =$

$$= a_2 s^4 + (4a_2 + b_2)s^2 + b_1 s + b_0$$

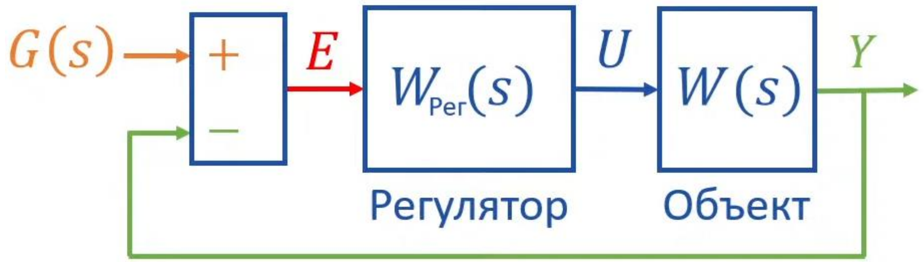
Регулятор общего вида

Пример:

$\ddot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$



$$W(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^4 \cdot Q'(s)}{\left(s^2 \cdot Q'(s) \cdot (s^2+4) + R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_2 = const$, тогда $Q(s) = a_2 s^2 + 4a_2$ (порядок 2) и

$R(s) = b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 2)

Тогда $s^2 \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s) =$

$$= a_2 s^4 + 0 \cdot s^3 + (4a_2 + b_2)s^2 + b_1 s + b_0$$

Порядка регулятора не хватает для настройки коэффициентов, систему асимптотически устойчивой не сделать!

Регулятор общего вида

Пример:
$\ddot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$W(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$

Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s) \cdot (s^2 + 4)}$

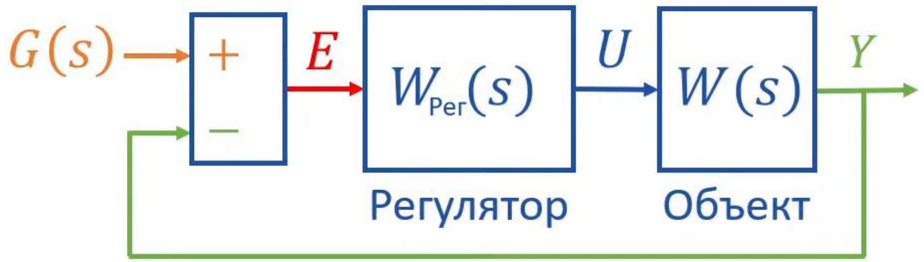
Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t \to +\infty} e(t) = \lim_{s \to 0} \frac{s^4 \cdot Q'(s)}{\left(s^2 \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_3 s + a_2$, тогда

$Q(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + 4a_3 s + 4a_2$ (порядок 3) и
$R(s) = b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 3)

Повысим порядок!



Регулятор общего вида

Пример:

$\ddot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

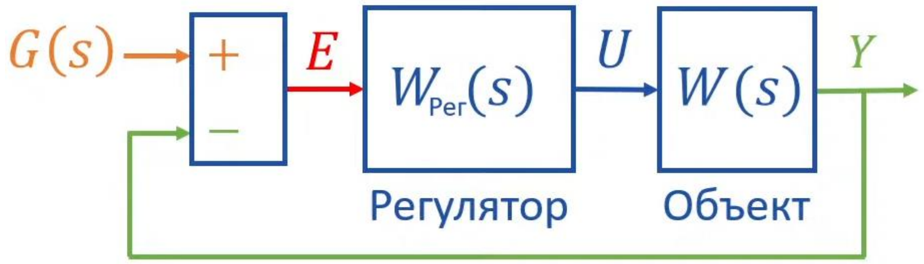
$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$$c_5 = a_3$$
$$c_4 = a_2$$
$$c_3 = 4a_3 + b_3$$
$$c_2 = 4a_2 + b_2$$
$$c_1 = b_1$$
$$c_0 = b_0$$

Можно настроить!

$$W(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2+4}$$



Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^4 \cdot Q'(s)}{\left(s^2\cdot Q'(s)\cdot(s^2+4)+R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_3 s + a_2$, тогда

$$Q(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + 4a_3 s + 4a_2 \text{ (порядок 3) и}$$
$$R(s) = b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0 \text{ (порядок 3)}$$

Тогда $s^2 \cdot Q'(s)\cdot(s^2+4) + R(s) =$

$$= a_3 s^5 + a_2 s^4 + (4a_3 + b_3)s^3 + (4a_2 + b_2)s^2 + b_1 s + b_0$$

Регулятор общего вида

Пример:

$\ddot{y}(t) = u(t)$

$g(t) = \cos(2t)$

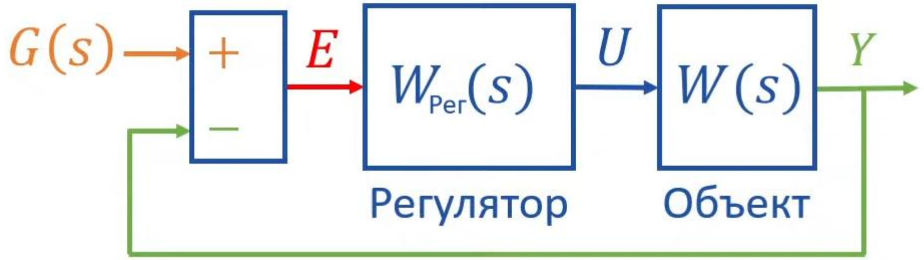
$W_{\text{рег}}(s) = ?$

$c_5 = a_3$
$c_4 = a_2$
$c_3 = 4a_3 + b_3$
$c_2 = 4a_2 + b_2$
$c_1 = b_1$
$c_0 = b_0$

Можно настроить!

$$W(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$$



Пусть $W_{\text{рег}}(s) = \frac{R(s)}{Q'(s)\cdot(s^2+4)}$

Попробуем применить теорему о предельном значении

$$\lim_{t\to+\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \frac{s^4 \cdot Q'(s)}{\left(s^2 \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s)\right)} = 0$$

Пусть $Q'(s) = a_3 s + a_2$, тогда

А как выбирать значения c_i?

$(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + 4a_3 s + 4a_2$ (порядок 3) и

$(s) = b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0$ (порядок 3)

Тогда $s^2 \cdot Q'(s) \cdot (s^2 + 4) + R(s) =$

$$= a_3 s^5 + a_2 s^4 + (4a_3 + b_3)s^3 + (4a_2 + b_2)s^2 + b_1 s + b_0$$

Теорема подобия

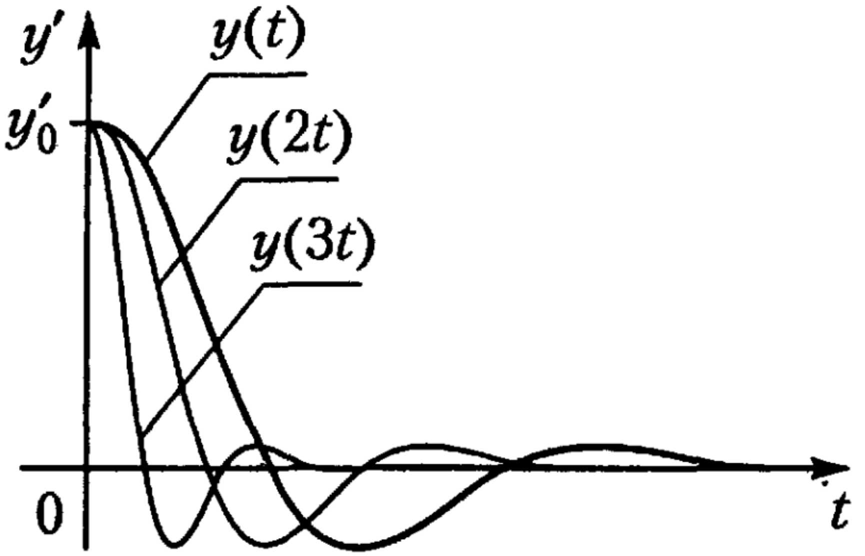
Переходные процессы системы $a(p)y = 0$, где $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0$,
и системы $a'(p)y' = 0$, где $a'(p) = p^n + a_{n-1}\omega_0 p^{n-1} + \cdots + a_1\omega_0^{n-1}p + a_0\omega_0^n$,
связаны соотношением $y'^{(t)} = y(\omega_0 t)$

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Теорема подобия

Переходные процессы системы $a(p)y = 0$, где $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$,
и системы $a'(p)y' = 0$, где $a'(p) = p^n + a_{n-1}\omega_0 p^{n-1} + \dots + a_1\omega_0^{n-1} p + a_0\omega_0^n$,
связаны соотношением $y'^{(t)} = y(\omega_0 t)$

«Теорема показывает, что удаление всех полюсов от начала координат комплексной плоскости при увеличении параметра ω_0 приводит к пропорциональному сжатию графиков переходных процессов вдоль оси времени t»

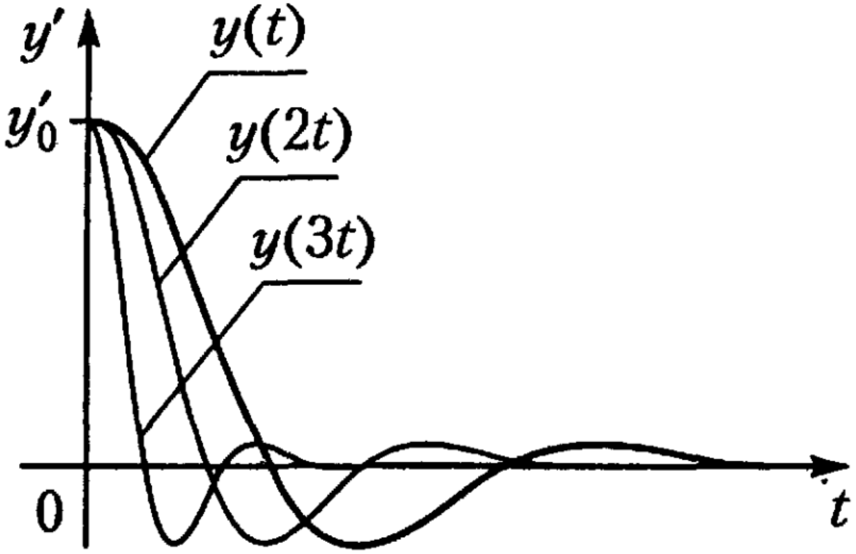


Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Теорема подобия

Переходные процессы системы $a(p)y = 0$, где $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0$,
и системы $a'(p)y' = 0$, где $a'(p) = p^n + a_{n-1}\omega_0 p^{n-1} + \cdots + a_1\omega_0^{n-1}p + a_0\omega_0^n$,
связаны соотношением $y'^{(t)} = y(\omega_0 t)$

«Теорема показывает, что удаление всех полюсов от начала координат комплексной плоскости при увеличении параметра ω_0 приводит к пропорциональному сжатию графиков переходных процессов вдоль оси времени t»



Время переходного процесса системы $a'(p)y' = 0$
с полюсами $\lambda_i' = \omega_0 \lambda_i$ определяется выражением

$$t_\Pi' = \frac{t_\Pi}{\omega_0},$$

где λ_i и t_Π – полюса и время переходного процесса системы $a(p)y$ соответственно.

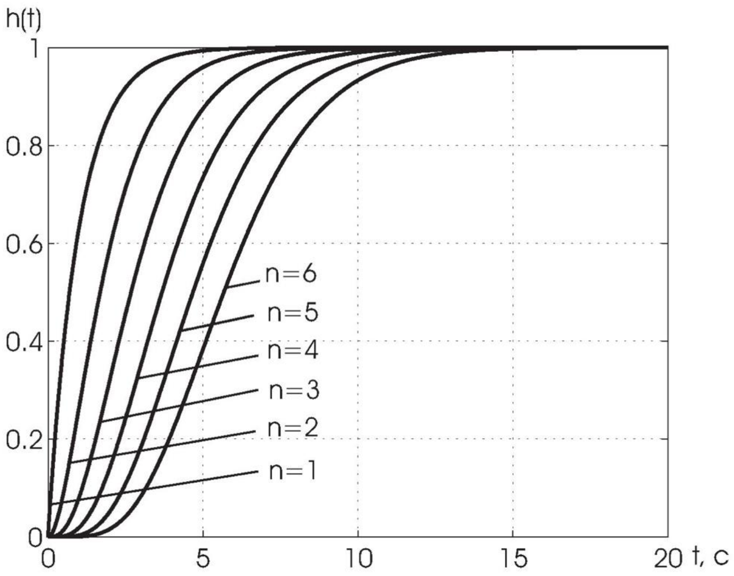
Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Типовые характеристические полиномы

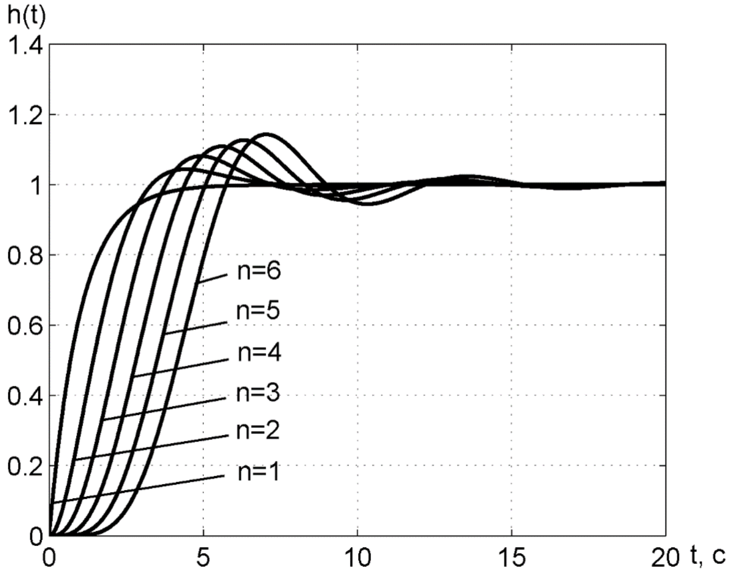
Порядок системы n	Стандартный полином Ньютона	Стандартный полином Баттерворта
1	$s+\omega_0$	$s+\omega_0$
2	$s^2+2\omega_0 s+{\omega_0}^2$	$s^2+1{,}4\omega_0 s+\omega_0^2$
3	$s^3+3\omega_0 s^2+3\omega_0^2 s+\omega_0^3$	$s^3+2\omega_0 s^2+2\omega_0^2 s+\omega_0^3$
4	$s^4+4\omega_0 s^3+6\omega_0^2 s^2+4\omega_0^3 s+\omega_0^4$	$s^4+2{,}6\omega_0 s^3+3{,}4\omega_0^2 s^2+2{,}6\omega_0^3 s+\omega_0^4$
5	$s^5+5\omega_0 s^4+10\omega_0^2 s^3+10\omega_0^3 s^2+5\omega_0^4 s+\omega_0^5$	$s^5+3{,}24\omega_0 s^4+15{,}24\omega_0^2 s^3+15{,}24\omega_0^3 s^2+3{,}24\omega_0^4 s+\omega_0^5$
6	…	…

Типовые характеристические полиномы

Порядок системы n	Стандартный полином Ньютона	Стандартный полином Баттерворта
1	$s + \omega_0$	$s + \omega_0$
2	$s^2 + 2\omega_0 s + {\omega_0}^2$	$s^2 + 1{,}4\omega_0 s + \omega_0^2$
3	$s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3$	$s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3$
4	$s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 + 4\omega_0^3 s + \omega_0^4$	$s^4 + 2{,}6\omega_0 s^3 + 3{,}4\omega_0^2 s^2 + 2{,}6\omega_0^3 s + \omega_0^4$
5	$s^5 + 5\omega_0 s^4 + 10\omega_0^2 s^3 + 10\omega_0^3 s^2 + 5\omega_0^4 s + \omega_0^5$	$s^5 + 3{,}24\omega_0 s^4 + 15{,}24\omega_0^2 s^3 + 15{,}24\omega_0^3 s^2 + 3{,}24\omega_0^4 s + \omega_0^5$
6	…	…



Для этих полиномов посчитаны времена переходного пр. и перерегулирования (при $\omega_0 = 1$)



Типовые характеристические полиномы

Порядок системы n	Стандартный полином Ньютона	Стандартный полином Баттерворта
1	$s+\omega_0$	$s+\omega_0$
2	$s^2+2\omega_0 s+{\omega_0}^2$	$s^2+1{,}4\omega_0 s+\omega_0^2$
3	$s^3+3\omega_0 s^2+3\omega_0^2 s+\omega_0^3$	$s^3+2\omega_0 s^2+2\omega_0^2 s+\omega_0^3$
4	$s^4+4\omega_0 s^3+6\omega_0^2 s^2+4\omega_0^3 s+\omega_0^4$	$s^4+2{,}6\omega_0 s^3+3{,}4\omega_0^2 s^2+2{,}6\omega_0^3 s+\omega_0^4$
5	$s^5+5\omega_0 s^4+10\omega_0^2 s^3+10\omega_0^3 s^2+5\omega_0^4 s+\omega_0^5$	$s^5+3{,}24\omega_0 s^4+15{,}24\omega_0^2 s^3+15{,}24\omega_0^3 s^2+3{,}24\omega_0^4 s+\omega_0^5$
6	…	…

n	1	2	3	4	5	6
t_Π, с	3	4.8	6.3	7.8	9.2	10.5
σ, %	0	0	0	0	0	0

n	1	2	3	4	5	6
t_Π, с	3	2.9	6.0	6.8	7.7	10.8
σ, %	0	4.5	8.0	11.0	13.5	14.3

Для этих полиномов посчитаны времена переходного пр. и перерегулирования (при $\omega_0=1$)

Типовые характеристические полиномы

Порядок системы n	Стандартный полином Ньютона	Стандартный полином Баттерворта
1	$s+\omega_0$	$s+\omega_0$
2	$s^2+2\omega_0 s+{\omega_0}^2$	$s^2+1{,}4\omega_0 s+\omega_0^2$
3	$s^3+3\omega_0 s^2+3\omega_0^2 s+\omega_0^3$	$s^3+2\omega_0 s^2+2\omega_0^2 s+\omega_0^3$
4	$s^4+4\omega_0 s^3+6\omega_0^2 s^2+4\omega_0^3 s+\omega_0^4$	$s^4+2{,}6\omega_0 s^3+3{,}4\omega_0^2 s^2+2{,}6\omega_0^3 s+\omega_0^4$
5	$s^5+5\omega_0 s^4+10\omega_0^2 s^3+10\omega_0^3 s^2+5\omega_0^4 s+\omega_0^5$	$s^5+3{,}24\omega_0 s^4+15{,}24\omega_0^2 s^3+15{,}24\omega_0^3 s^2+3{,}24\omega_0^4 s+\omega_0^5$
6	…	…

n	1	2	3	4	5	6
t_Π, с	3	4.8	6.3	7.8	9.2	10.5
$\sigma, \%$	0	0	0	0	0	0

n	1	2	3	4	5	6
t_Π, с	3	2.9	6.0	6.8	7.7	10.8
$\sigma, \%$	0	4.5	8.0	11.0	13.5	14.3

Выбирается, если требуется $\sigma < 4.5\%$

Выбирается, если допустимо $\sigma \geq 4.5\%$

Типовые характеристические полиномы

Порядок системы n	Стандартный полином Ньютона	Стандартный полином Баттерворта
1	$s+\omega_0$	$s+\omega_0$
2	$s^2+2\omega_0 s+{\omega_0}^2$	$s^2+1{,}4\omega_0 s+\omega_0^2$
3	$s^3+3\omega_0 s^2+3\omega_0^2 s+\omega_0^3$	$s^3+2\omega_0 s^2+2\omega_0^2 s+\omega_0^3$
4	$s^4+4\omega_0 s^3+6\omega_0^2 s^2+4\omega_0^3 s+\omega_0^4$	$s^4+2{,}6\omega_0 s^3+3{,}4\omega_0^2 s^2+2{,}6\omega_0^3 s+\omega_0^4$
5	$s^5+5\omega_0 s^4+10\omega_0^2 s^3+10\omega_0^3 s^2+5\omega_0^4 s+\omega_0^5$	$s^5+3{,}24\omega_0 s^4+15{,}24\omega_0^2 s^3+15{,}24\omega_0^3 s^2+3{,}24\omega_0^4 s+\omega_0^5$
6	…	…

На практике метод в полной мере не работает, так как динамика системы при наличии входного воздействия определяется не только полюсами, но и нулями

Но это хоть какие-то рекомендации!

Модальное управление

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

*Для решения задачи (стабилизации) используется простейший регулятор состояния – **пропорциональный, модальный** или **П-регулятор состояния***

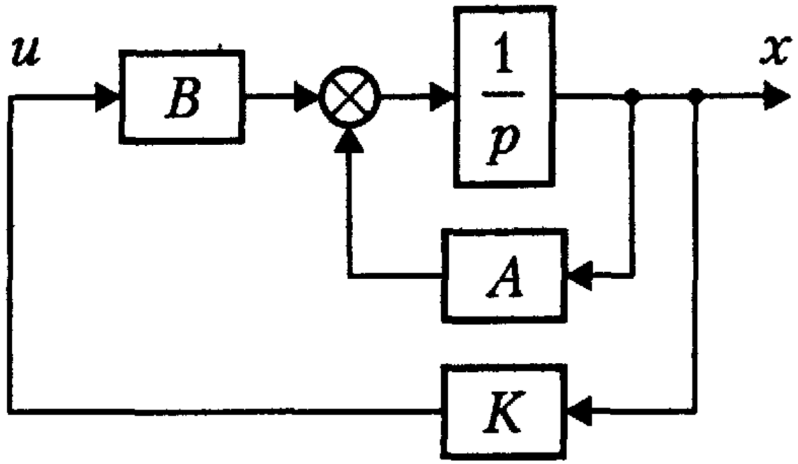
Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Модальное управление

$$\begin{cases}\dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du\end{cases}$$

*Для решения задачи (стабилизации) используется простейший регулятор состояния – **пропорциональный, модальный** или **П-регулятор состояния***

Модальное управление – это коррекция корней матрицы системы A при помощи регулятора вида $u = Kx$



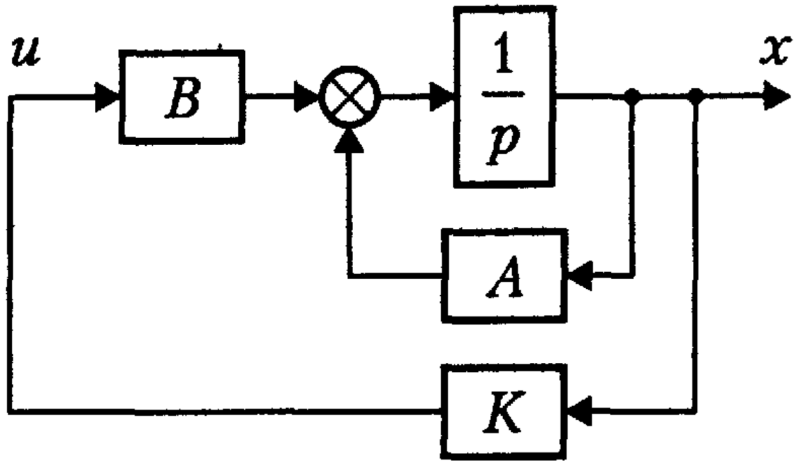
Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Модальное управление

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + BK)x \\ y = (C + DK)x \end{cases}$$

*Для решения задачи (стабилизации) используется простейший регулятор состояния – **пропорциональный**, **модальный** или **П-регулятор состояния***

Модальное управление – это коррекция корней матрицы системы A при помощи регулятора вида $u = Kx$



$A' = A + BK$ – новая матрица системы с корнями (а значит и модами движения), заданными при помощи регулятора

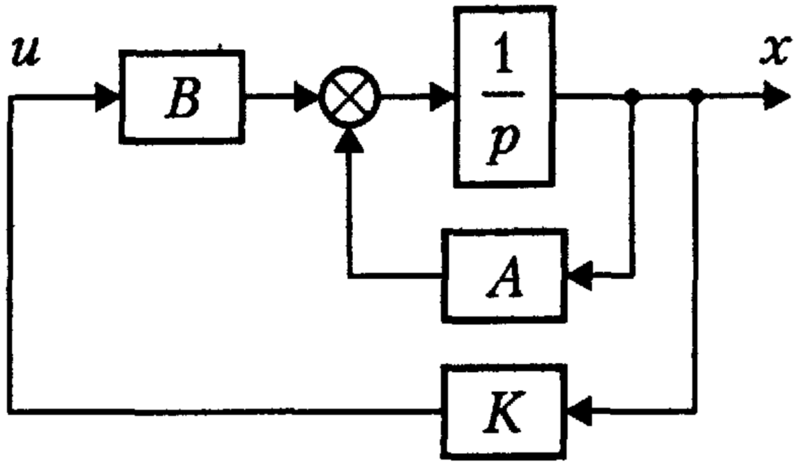
Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Модальное управление

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + BK)x \\ y = (C + DK)x \end{cases}$$

*Для решения задачи (стабилизации) используется простейший регулятор состояния – **пропорциональный, модальный** или **П-регулятор состояния***

Модальное управление – это коррекция корней матрицы системы A при помощи регулятора вида $u = Kx$



$A' = A + BK$ – новая матрица системы с корнями (а значит и модами движения), заданными при помощи регулятора

«По классике» $u = -Kx$,
но по сути разницы нет, т.к. K задаем мы сами.
Подробнее про синтез таких регуляторов будет во втором семестре (и на лекциях Алексей Алексеевич использует запись без минуса)

Мирошник И. В.
«Теория автоматического управления. Линейные системы.»

Всегда ли нужно быстро?

Почему нельзя всегда брать большие по модулю желаемые полюса замкнутой системы и таким образом настраивать регуляторы?

Всегда ли нужно быстро?

Почему нельзя всегда брать большие по модулю желаемые полюса замкнутой системы и таким образом настраивать регуляторы?

Пример:

$\ddot{y}(t) = u(t)$

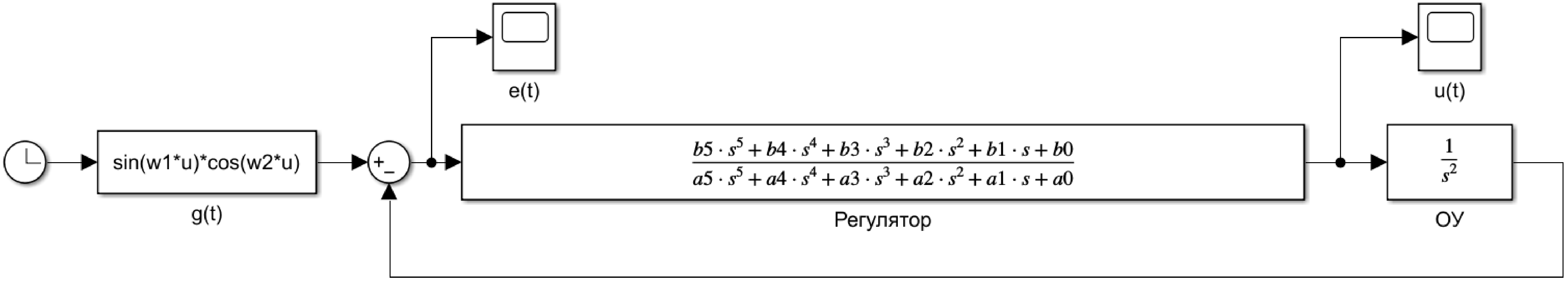
$g(t) = \sin(3t) \cdot \cos(2t)$

Всегда ли нужно быстро?

Почему нельзя всегда брать большие по модулю желаемые полюса замкнутой системы и таким образом настраивать регуляторы?

Пример:
$\ddot{y}(t) = u(t)$
$g(t) = \sin(3t) \cdot \cos(2t)$

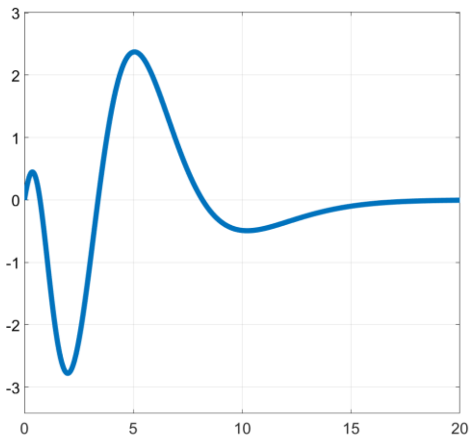
Воспользуемся полиномом Ньютона $(s + \omega_0)^7$



Всегда ли нужно быстро?

$\omega_0 = 1$

$e(t)$

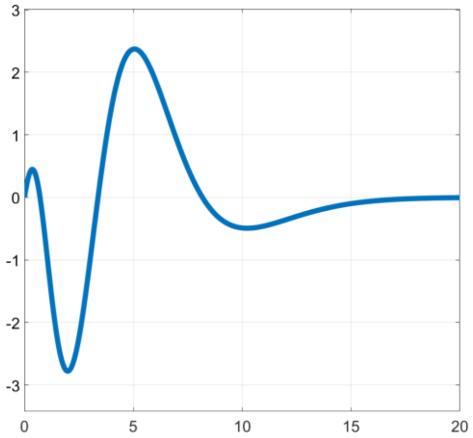


t

Всегда ли нужно быстро?

$\omega_0 = 1$

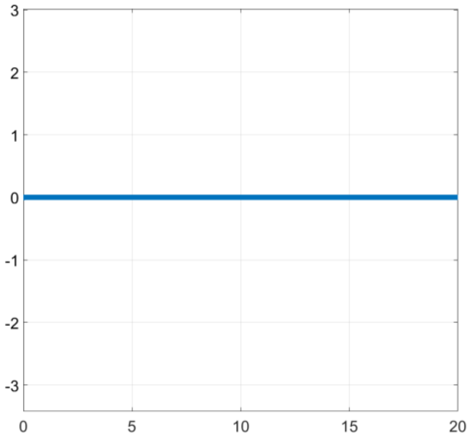
$e(t)$



t

$\omega_0 = 100$

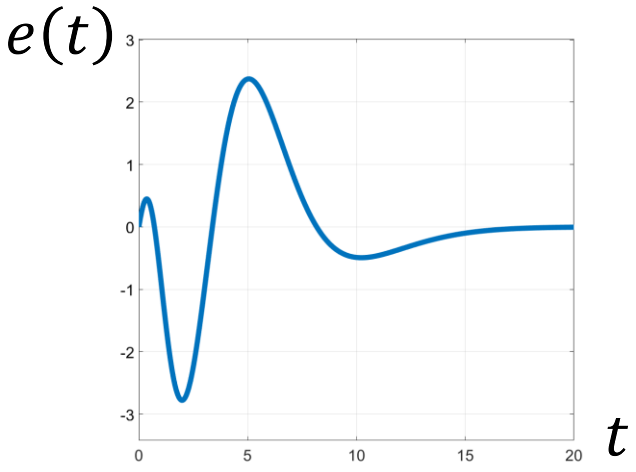
$e(t)$



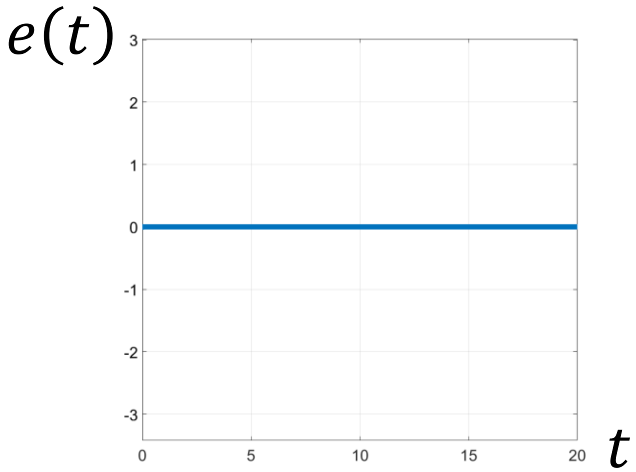
t

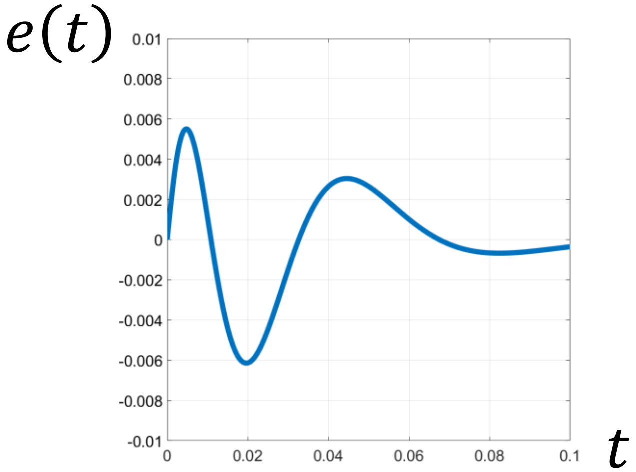
Всегда ли нужно быстро?

$\omega_0 = 1$



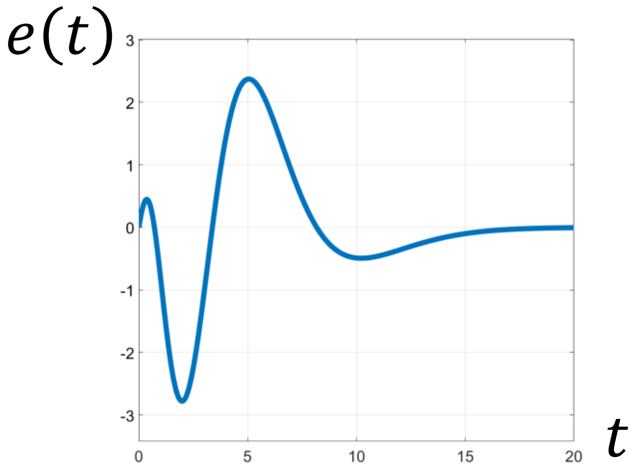
$\omega_0 = 100$



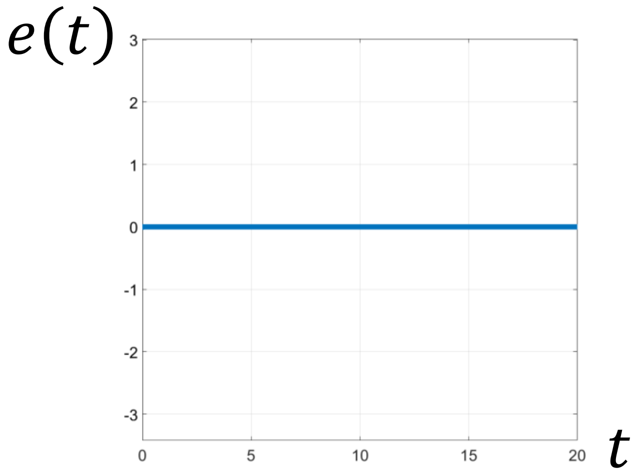


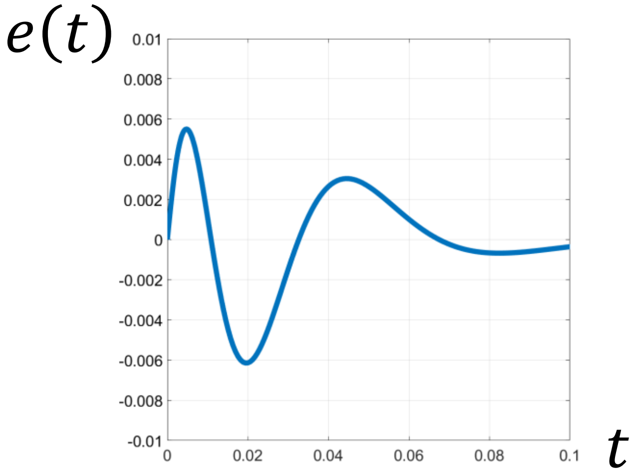
Всегда ли нужно быстро?

$\omega_0 = 1$



$\omega_0 = 100$



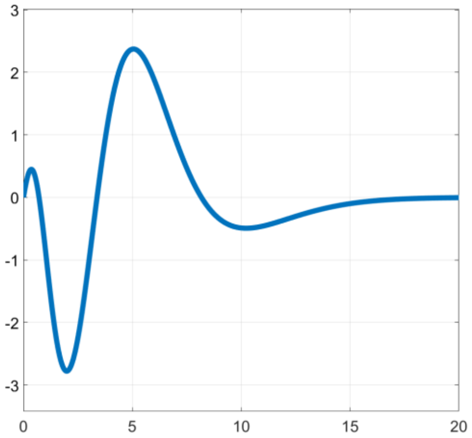


Очень быстрая система!
Но за все приходится платить…

Всегда ли нужно быстро?

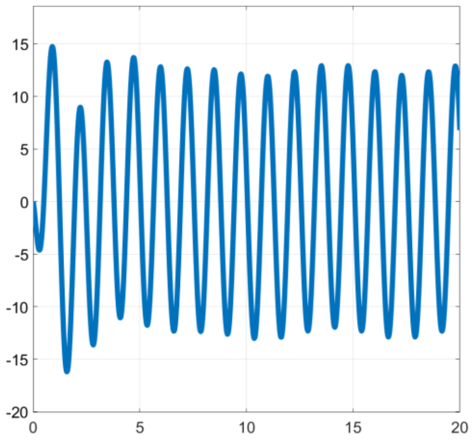
$\omega_0 = 1$

$e(t)$



t

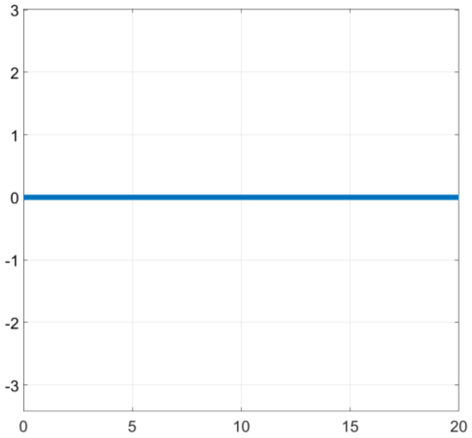
$u(t)$



t

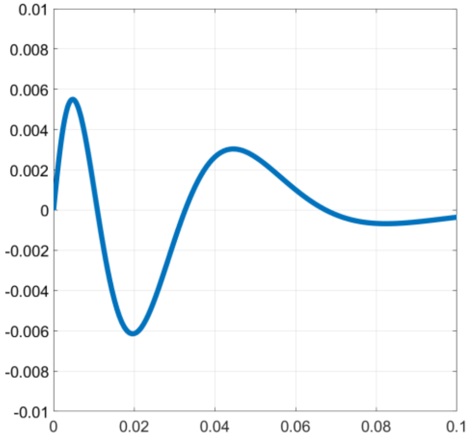
$\omega_0 = 100$

$e(t)$



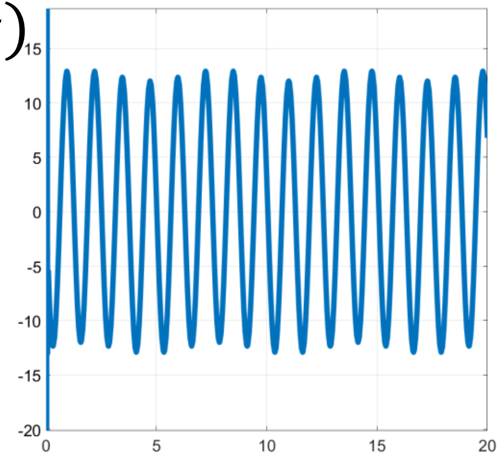
t

$e(t)$



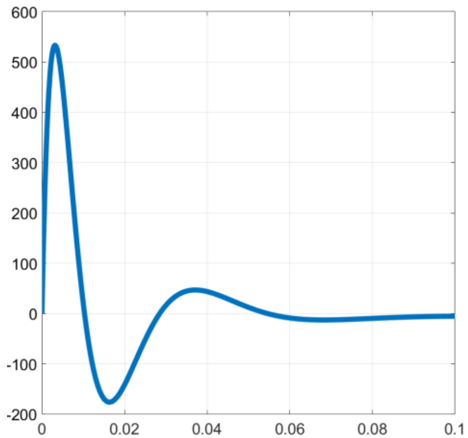
t

$u(t)$



t

$u(t)$

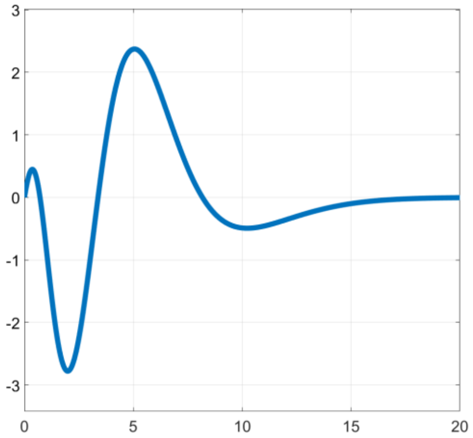


t

Всегда ли можно быстро?

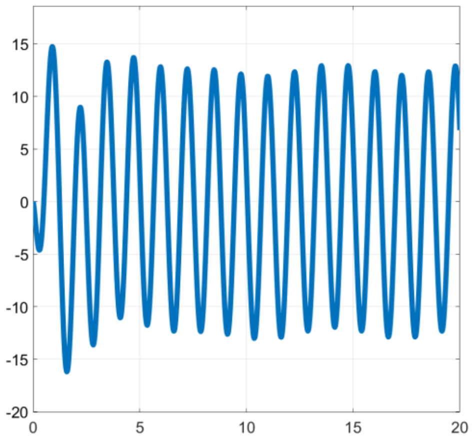
$\omega_0 = 1$

$e(t)$



t

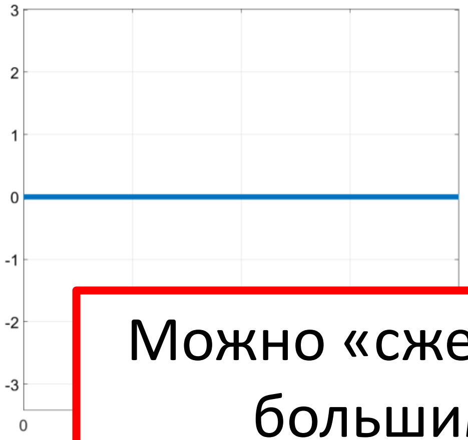
$u(t)$



t

$\omega_0 = 100$

$e(t)$

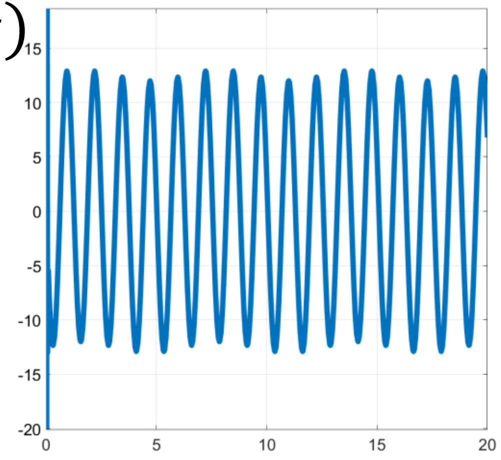


$e(t)$

t

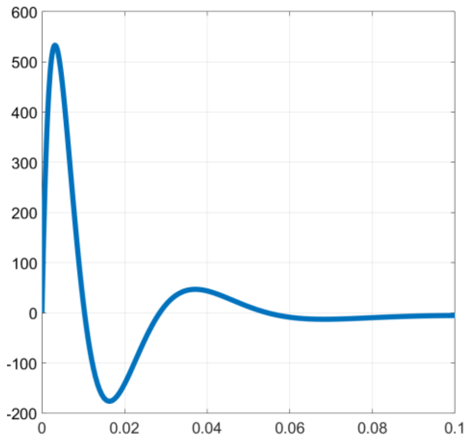
Можно «сжечь» объект слишком большим управлением!

$u(t)$



t

$u(t)$



t