

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 4:
ТОЧНОСТНЫЕ СВОЙСТВА СИСТЕМЫ, АСТАТИЗМЫ И РЕГУЛЯТОРЫ

Вариант 27

по дисциплине
«Линейные системы автоматического управления»

Студент:
Группа № R3338

А.А. Нечаева

Предподаватель:
ассистент факультета СУиР, к. т. н.

А.В. Пашенко

Санкт-Петербург 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1	ЗАДАЧА СТАБИЛИЗАЦИИ С ИДЕАЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИМ ЗВЕНОМ.....	4
1.1	Моделирование свободного движения разомкнутой системы...	4
1.2	Моделирование замкнутой системы с использованием регулятора	6
1.3	Выводы	8
2	ЗАДАЧА СТАБИЛИЗАЦИИ С РЕАЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИМ ЗВЕНОМ.....	9
2.1	Определение критических значений параметра T	9
2.2	Моделирование	10
2.3	Вывод	15
3	ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ С АСТАТИЗМОМ НУЛЕВОГО ПОРЯДКА (П-РЕГУЛЯТОР)	16
3.1	Обеспечение асимптотической устойчивости.....	16
3.2	Определение ошибки $e_{уст.}$	17
3.3	Вывод о влиянии k на движение системы при $g = A$	21
3.4	Исследование движения с постоянной скоростью	22
3.4.1	Определение ошибки $e_{уст.}$	22
3.4.2	Моделирование движения системы.....	23
3.5	Вывод о влиянии k на движение системы при $g = Vt$	27
4	ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ С АСТАТИЗМОМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (И-РЕГУЛЯТОР)	29
4.1	Обеспечение асимптотической устойчивости.....	29
4.2	Определение ошибки $e_{уст.}$	30
4.3	Вывод о влиянии k на движение системы при $g = A$	34
4.4	Режим движения с постоянной скоростью	35
4.4.1	Определение ошибки $e_{уст.}$	35
4.4.2	Вывод о влиянии k на движение системы при $g = Vt$..	39
4.5	Режим движения с постоянным ускорением	40
4.5.1	Определение ошибки $e_{уст.}$	40

4.5.2	Вывод о влиянии k на движение системы при $g = \frac{at^2}{2}$..	44
5	ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ С АСТАТИЗМОМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (ПИ-РЕГУЛЯТОР)	46
5.1	Обеспечение асимптотической устойчивости	46
5.2	Режим с постоянной скоростью	47
5.2.1	Определение ошибки $e_{уст.}$	47
5.2.2	Моделирование	48
5.2.3	Выводы	58
5.3	Режим слежения за гармоническим сигналом	59
5.3.1	Определение ошибки $e_{уст.}$	59
5.3.2	Моделирование	59
5.3.3	Вывод	68
6	ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ЗА ГАРМОНИЧЕСКИМ СИГНАЛОМ (РЕГУЛЯТОР ОБЩЕГО ВИДА)	72
6.1	Обеспечение асимптотической устойчивости	72
6.2	Определение ошибки $e_{уст.}$	73
6.3	Моделирование движения системы	74
6.4	Вывод	75
7	ВЫВОД	76

1 ЗАДАЧА СТАБИЛИЗАЦИИ С ИДЕАЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИМ ЗВЕНОМ

Рассмотрим объект управления 2-го порядка, заданный дифференциальным уравнением

$$a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = u \quad (1)$$

1.1 Моделирование свободного движения разомкнутой системы

Придумаем такие коэффициенты a_i , чтобы содержался хотя бы один неустойчивый полюс. Неустойчивый полюс, следовательно, требуется, чтобы действительная часть хотя бы одного из корней характеристического уравнения была положительной.

Запишем передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{\frac{1}{a_2}}{p^2 + \frac{a_1}{a_2}p + \frac{a_0}{a_2}} \quad (2)$$

Заметим, что при $a_2 = 1$, $a_1 = -4$, $a_0 = -5$, корни $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 5$. Действительная часть второго корня положительна, следовательно, полюс неустойчивый.

Запишем уравнение системы с учетом подобранных коэффициентов:

$$\ddot{y} - 4\dot{y} - 5y = u \quad (3)$$

Преобразования для построения схемы в *Simulink*:

перепишем с применением оператора дифференцирования и выразим выходной сигнал y

$$\begin{aligned} p^2[y] - 4p[y] - 5y = u &\Leftrightarrow p^2[y] = 4p[y] + 5y + u \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow y = \frac{1}{p^2} [4p[y] + 5y + u] = 4\frac{1}{p}[y] + 5\frac{1}{p^2}[y] + \frac{1}{p^2}[u] \end{aligned} \quad (4)$$

Получили выражение, записанное с помощью оператора интегрирования. Схема, построенная для моделирования системы, приведена на рисунке 1.

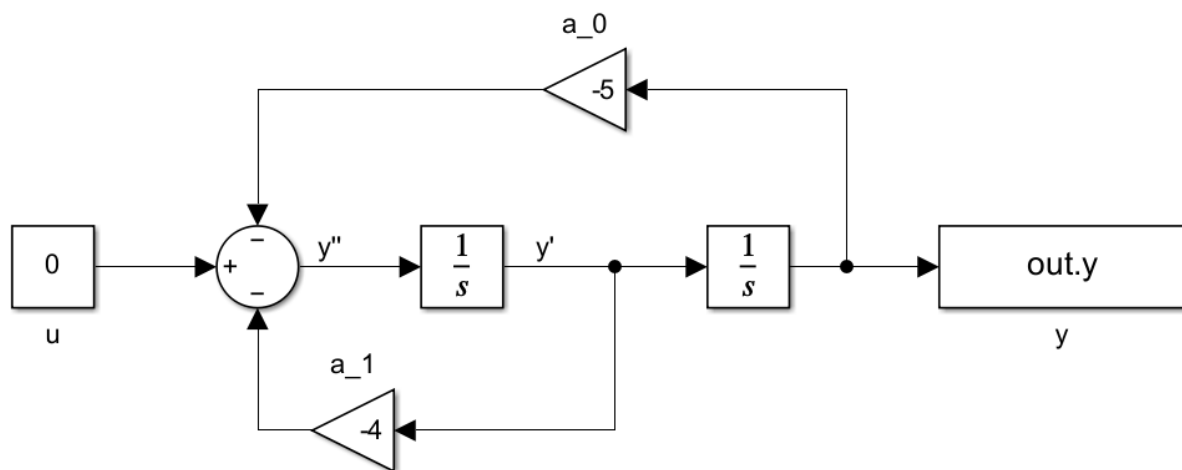


Рисунок 1 — Схема для моделирования свободного движения системы.

Зададимся ненулевыми начальными условиями $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 1$ и выполним моделирование свободного движения разомкнутой системы $y_{\text{раз}}$.

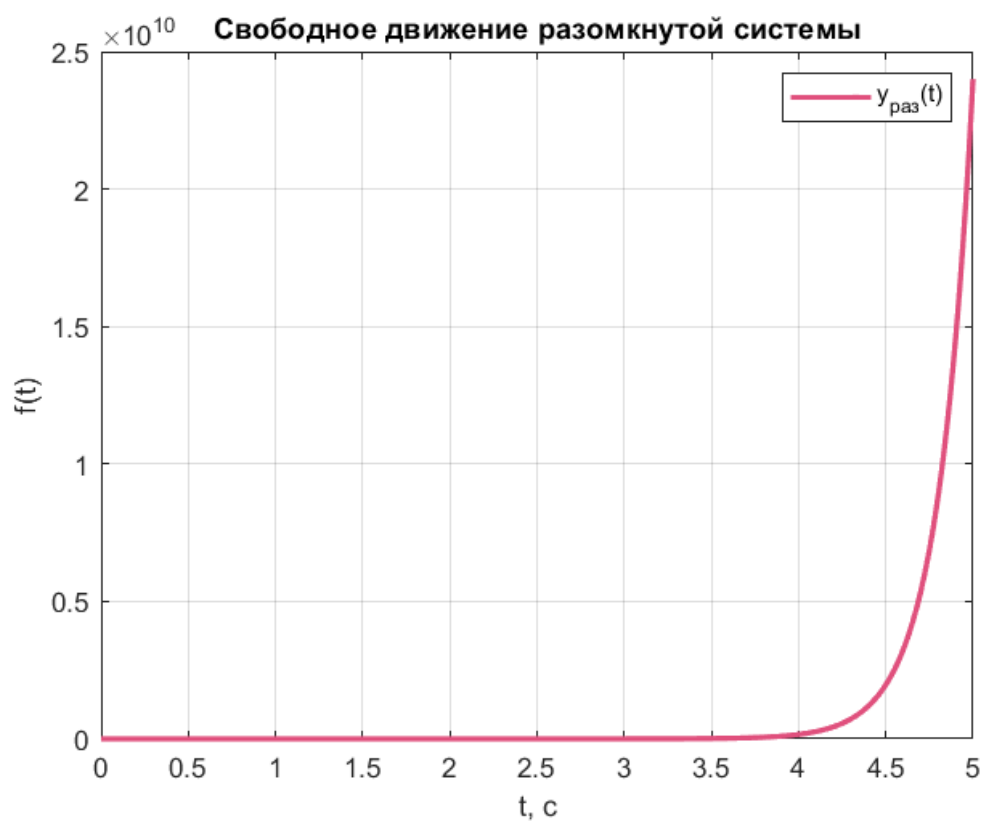


Рисунок 2 — Результат моделирования разомкнутой системы.

1.2 Моделирование замкнутой системы с использованием регулятора

Рассмотрим регулятор вида

$$u = k_0 y + k_1 \dot{y} \quad (5)$$

и построим структурную схему замкнутой системы, состоящей из объекта управления и регулятора, в режиме стабилизации (рисунок 3).

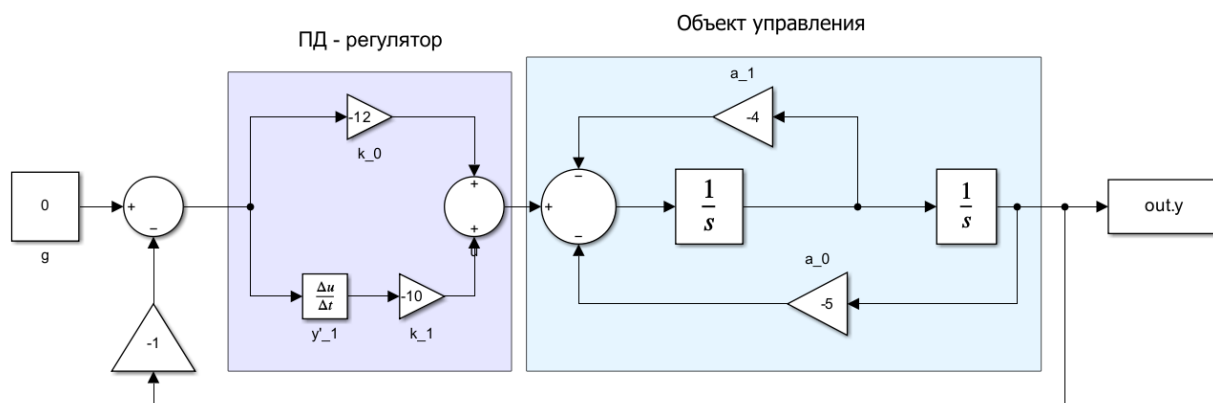


Рисунок 3 — Схема для моделирования движения замкнутой системы.

Определим значения k_i , при которых замкнутая система будет устойчивой.

$$\ddot{y} - 4\dot{y} - 5y = k_0 y + k_1 \dot{y} \Leftrightarrow \ddot{y} - (4 + k_1) \dot{y} - (5 + k_0) y = 0 \quad (6)$$

Для системы 2-го порядка с характеристическим полиномом вида $D(\lambda) = \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0$, согласно критерию Гурвица, необходимым и достаточным условием устойчивости является $a_i > 0$.

$$\begin{cases} -(4 + k_1) > 0 \\ -(5 + k_0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + k_1 < 0 \\ 5 + k_0 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k_1 < -4 \\ k_0 < -5 \end{cases} \quad (7)$$

Зададимся значениями параметров $k_0 = -12$, $k_1 = -10$, обеспечивающим асимптотически устойчивую замкнутую систему, и выполним моделирование движения замкнутой системы $y_{\text{зам}}$ с начальными, выбранными в рамках предыдущего моделирования.

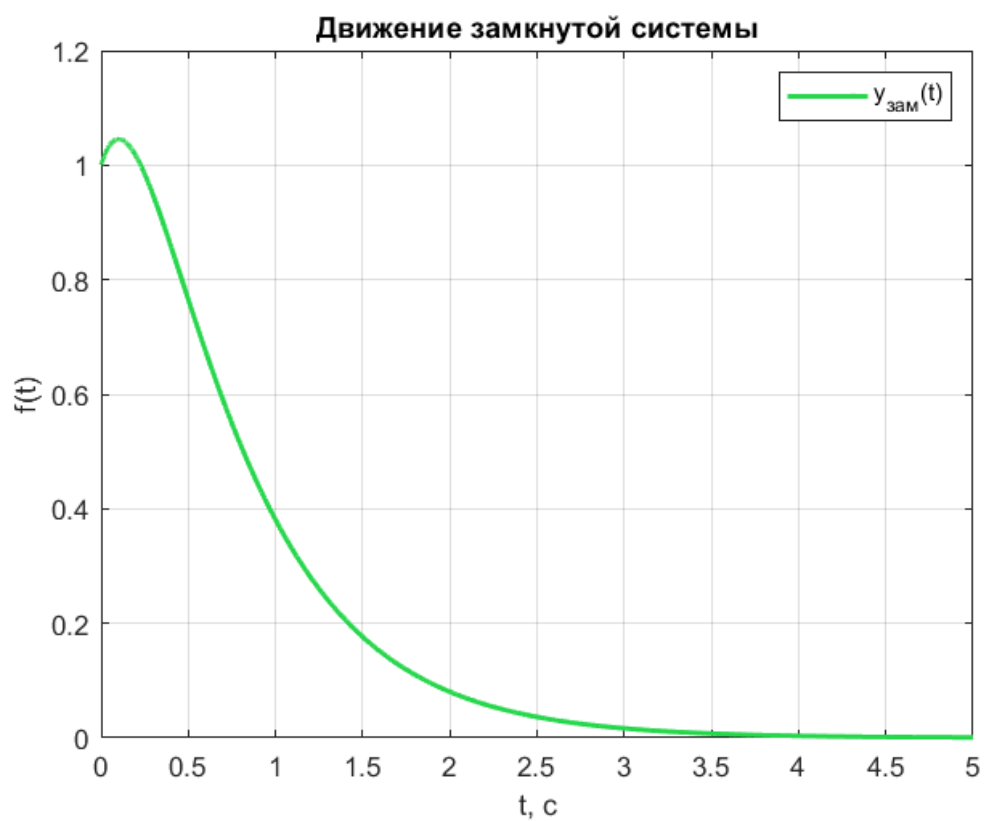


Рисунок 4 — Результат моделирования замкнутой системы.

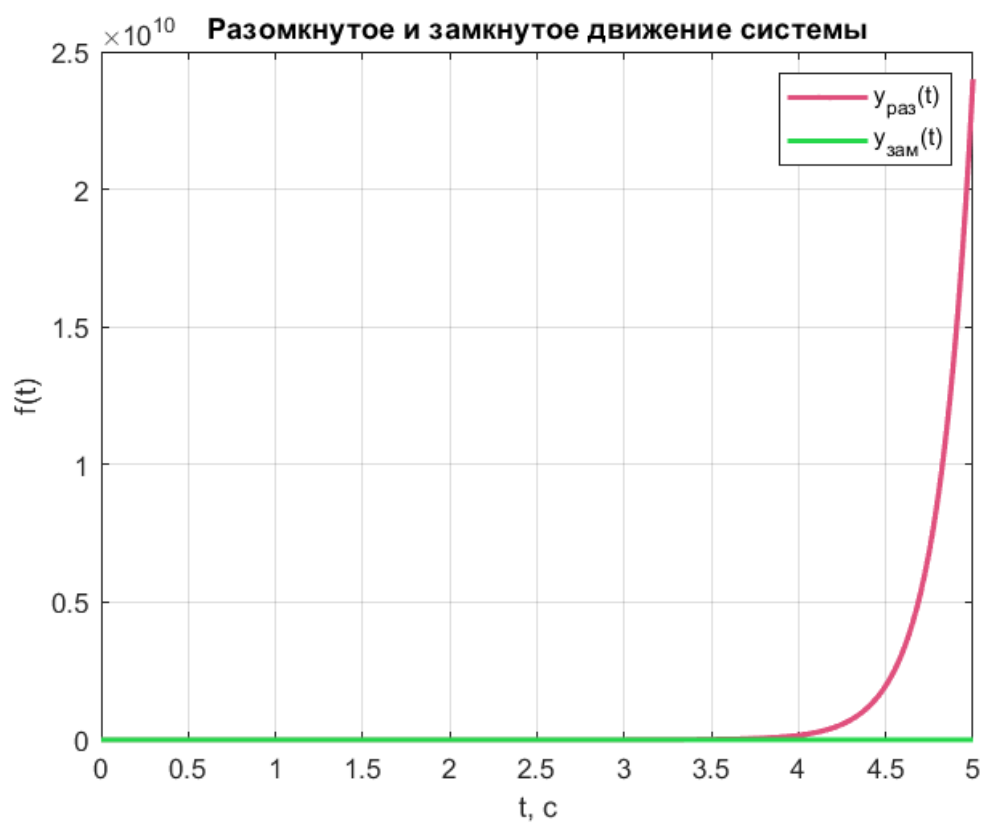


Рисунок 5 — Результат моделирования разомкнутой и замкнутой систем.

1.3 Выводы

В ходе выполнения задания удалось стабилизировать движение системы с помощью ПД-регулятора. График движения разомкнутой системы (рисунок 2) стремительно уходил к бесконечности с течением времени. После замыкания системы с помощью ПД-регулятора в режиме стабилизации и подбора его коэффициентов для обеспечения устойчивости системы было проведено повторное моделирование движения системы с теми же начальными условиями. В результате график движения системы стремится к нулю. Обеспечена асимптотическая устойчивость системы.

2 ЗАДАЧА СТАБИЛИЗАЦИИ С РЕАЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИМ ЗВЕНОМ

Модифицируем замкнутую систему из первого задания, заменив аппроксимацию производной $\dot{y}(t)$ на передаточную функцию вида

$$W_{\text{р.дифф.}}(s) = \frac{s}{Ts + 1} \quad (8)$$

2.1 Определение критических значений параметра T

Определим аналитически критические значения параметра T , при которых система становится неустойчивой для выбранных ранее $k_0 = -12$ и $k_1 = -10$.

Перепишем уравнение системы, применив преобразование Лапласа и приняв начальные условия и входное воздействие нулевыми:

$$\begin{aligned} a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y &= k_0y + k_1\dot{y} \Rightarrow a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = k_0y + k_1\frac{s}{Ts + 1} \Rightarrow \\ a_2s^2Y(s) - a_2sy(-0) - a_2\dot{y}(-0) + a_1sY(s) - a_1y(-0) + a_0Y(s) &= \\ = k_0Y(s) + k_1Y\frac{s}{Ts + 1} \Rightarrow a_2s^2Y(s) + a_1sY(s) + a_0Y(s) &= \\ = k_0Y(s) + k_1Y\frac{s}{Ts + 1} \Rightarrow & \\ \frac{(a_2s^2Y(s) + a_1sY(s) + a_0Y(s) - k_0Y(s))(Ts + 1) - k_1sY(s)}{Ts + 1} &= 0 \Rightarrow \\ (a_2s^2Y(s) + a_1sY(s) + a_0Y(s) - k_0Y(s))(Ts + 1) - k_1sY(s) &= 0 \Rightarrow \\ a_2Ts^3Y(s) + (a_1T + a_2)s^2Y(s) + (a_0T - k_0T + a_1 - k_1)sY(s) + & \\ + (a_0 - k_0)Y(s) &= 0 \Rightarrow \\ Ts^3Y(s) + (-4T + 1)s^2Y(s) + (-5T + 12T - 4 + 10)sY(s) + & \\ + (-5 + 12)Y(s) &= 0 \Rightarrow \\ s^3Y(s) + \frac{-4T + 1}{T}s^2Y(s) + \frac{7T + 6}{T}sY(s) + \frac{7}{T}Y(s) &= 0 \quad (9) \end{aligned}$$

Запишем критерий Гурвица:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} A_0 > 0 \\ A_1 > 0 \\ A_2 > 0 \\ A_2 \cdot A_1 > A_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{T} > 0 \\ \frac{7T+6}{T} > 0 \\ \frac{-4T+1}{T} > 0 \\ \frac{-4T+1}{T} \cdot \frac{7T+6}{T} > \frac{7}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T > 0 \\ 7 + \frac{6}{T} > 0 \\ \frac{1}{T} - 4 > 0 \\ \frac{(-4T+1)(7T+6)}{T} > 7 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} T > 0 \\ T < 0.25 \\ (-4T+1)(7T+6) > 7T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T > 0 \\ T < 0.25 \\ -28T^2 - 24T + 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} T > 0 \\ T < 0.25 \\ 14T^2 + 12T - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T > 0 \\ T < 0.25 \\ -\frac{3}{7} - \frac{\sqrt{\frac{39}{2}}}{7} < T < -\frac{3}{7} + \frac{\sqrt{\frac{39}{2}}}{7} \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 0 < T < -\frac{3}{7} + \frac{\sqrt{\frac{39}{2}}}{7}
 \end{aligned}$$

Таким образом, система обладает устойчивостью при $T \in \left(0; -\frac{3}{7} + \frac{\sqrt{\frac{39}{2}}}{7}\right)$, граничный случай – устойчивость по Ляпунову при $T = 0$ и $T = -\frac{3}{7} + \frac{\sqrt{\frac{39}{2}}}{7}$, при остальных значениях T система является неустойчивой.

2.2 Моделирование

Проведем моделирование движения замкнутой системы для нескольких значений $T = 0.1, 0.15, 0.02$, при которых система обладает устойчивостью (рисунки 7-9), а также сравним графики движения системы, в которых производная вычисляется с помощью передаточной функции с разными параметрами и аппроксимации в первом задании.

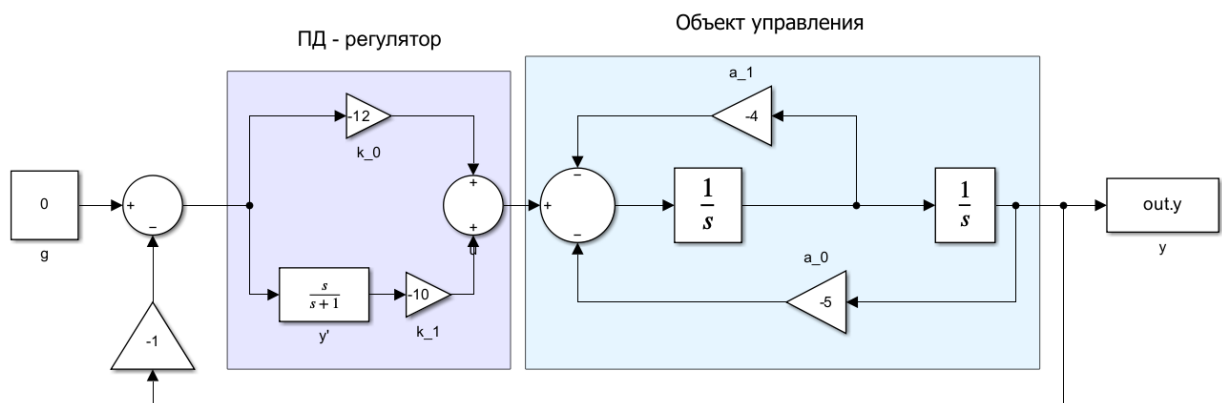


Рисунок 6 — Структурная схема исследуемой системы.

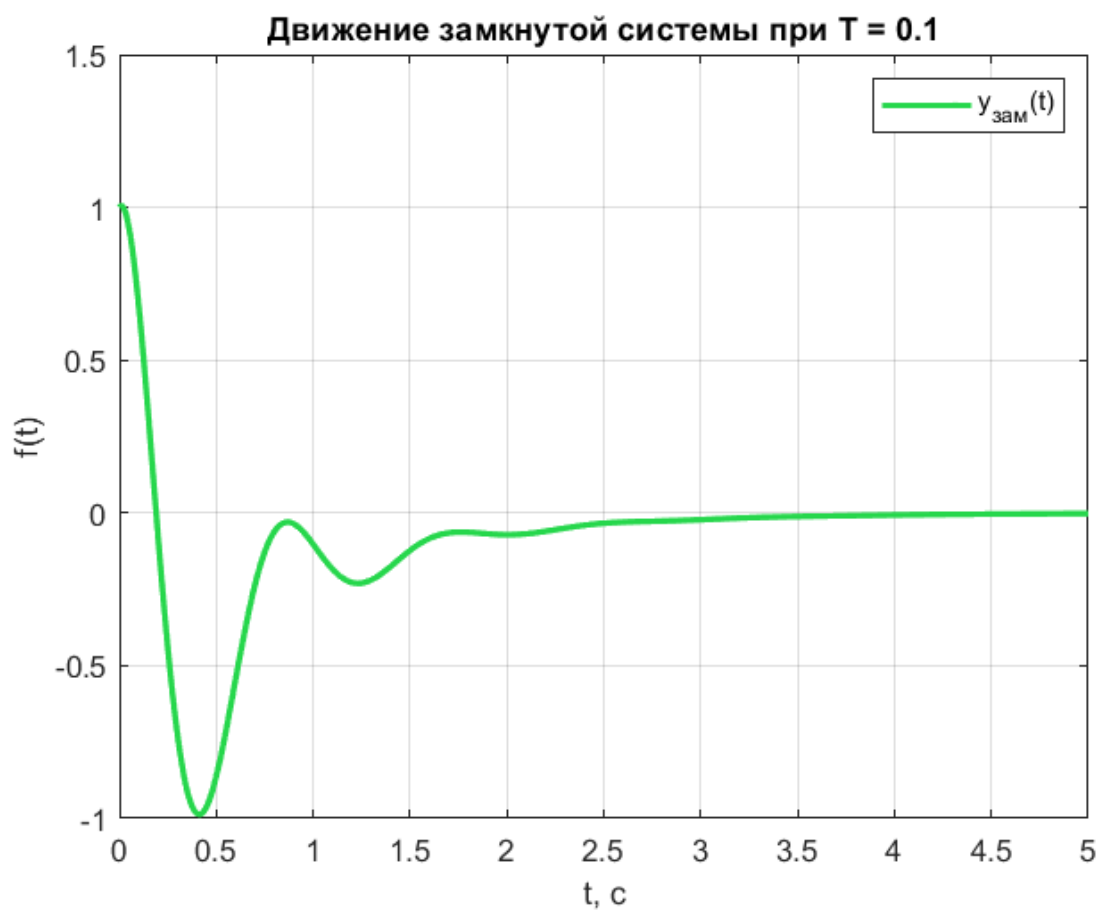


Рисунок 7 — Движение замкнутой системы при $T = 0.1$.

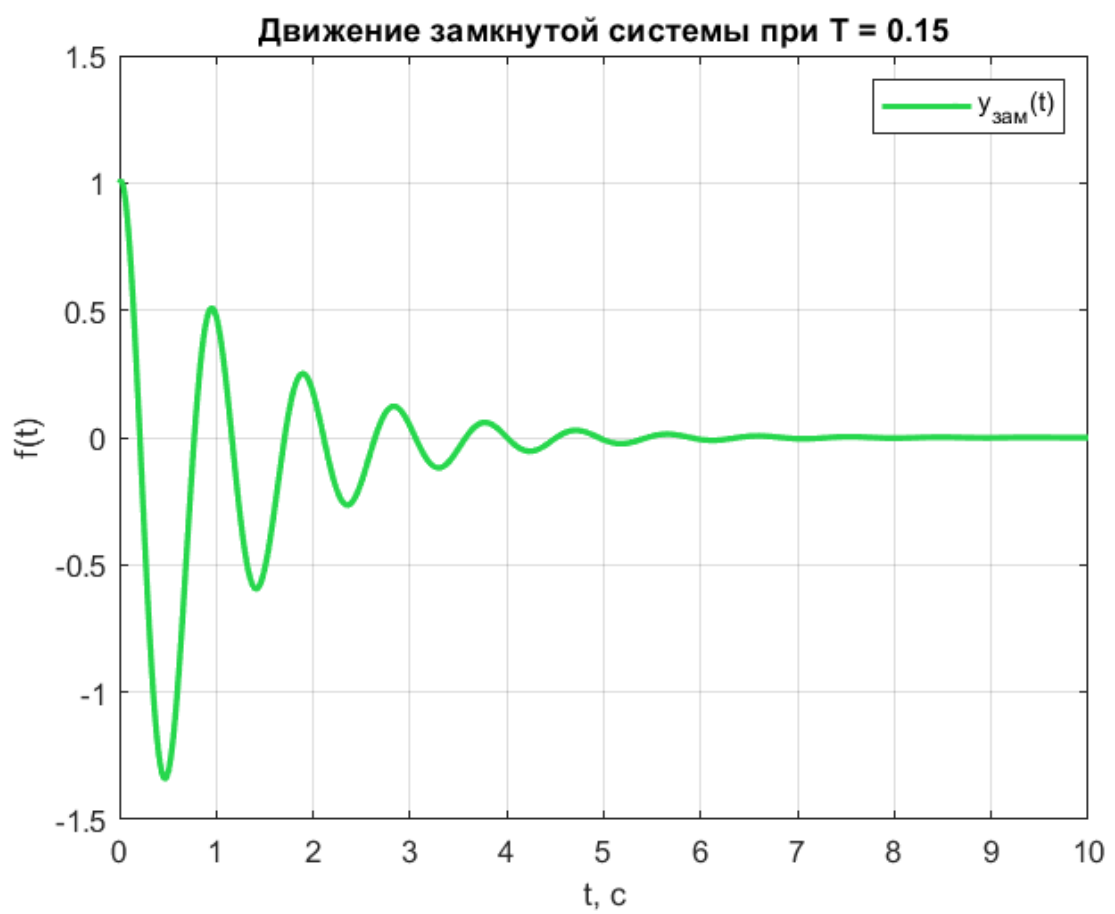


Рисунок 8 — Движение замкнутой системы при $T = 0.15$.

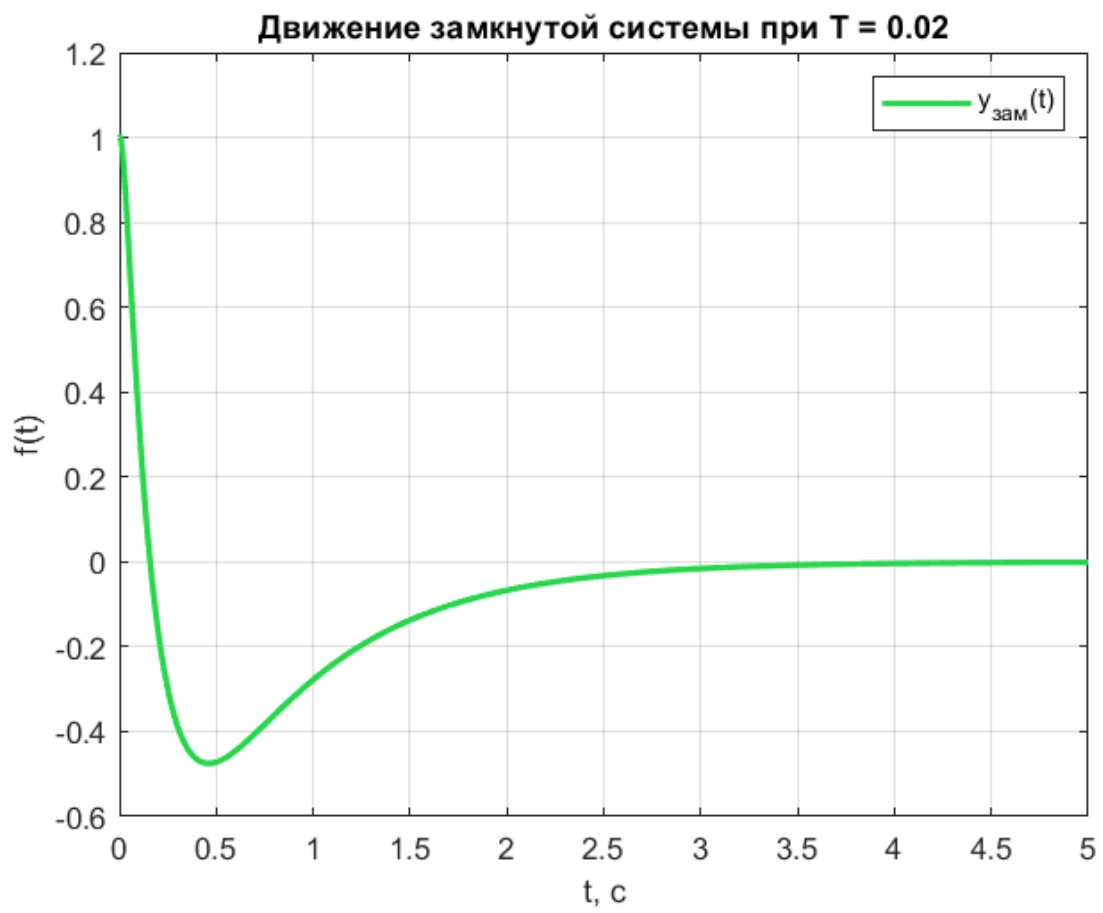


Рисунок 9 — Движение замкнутой системы при $T = 0.02$.

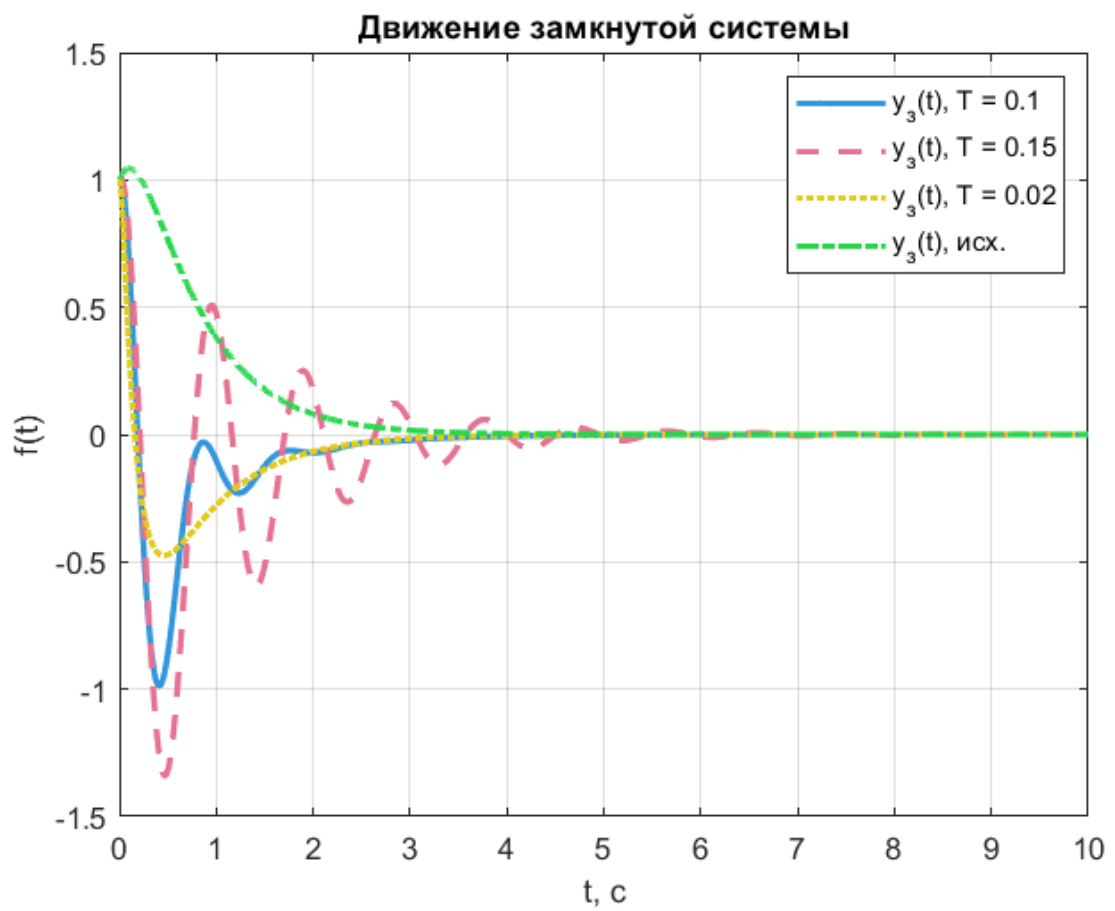


Рисунок 10 — Движение замкнутой системы для разных случаев моделирования.

2.3 Вывод

Заметим, что чем ближе значение параметра T к верхнему критическому значению для устойчивости, тем больше колебаний графика наблюдается и тем медленнее движение системы сходится к нулю. Напротив, для значений T близких к нулю график движения системы быстрее сходится к нулю.

Для случая аппроксимации производной (задание 1) график получился наиболее оптимальным по скорости достижения нулевого значения. Возможно, дальнейший подбор коэффициента для передаточной функции позволил бы достичь такого же результата, но для рассмотренных примеров аппроксимация производной является более предпочтительной, чем моделирование ее вычисления с помощью передаточной функции.

3 ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ С АСТАТИЗМОМ НУЛЕВОГО ПОРЯДКА (П-РЕГУЛЯТОР)

Рассмотрим замкнутую систему, заданную структурной схемой на рисунке 11, где $H(s) = k$ – пропорциональный регулятор (рисунок 11).

Запишем также передаточную функцию объекта управления $W(s)$ и характеристики задающего воздействия $g(t)$.

$$W(s) = \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1}, \quad (10)$$

$$g(t) : \begin{cases} A = 3, \\ Vt = 2.5t, \\ \frac{at^2}{2} = 0.4t^2, \\ A \sin(\omega t) = 3 \sin(0.4t) \end{cases} \quad (11)$$

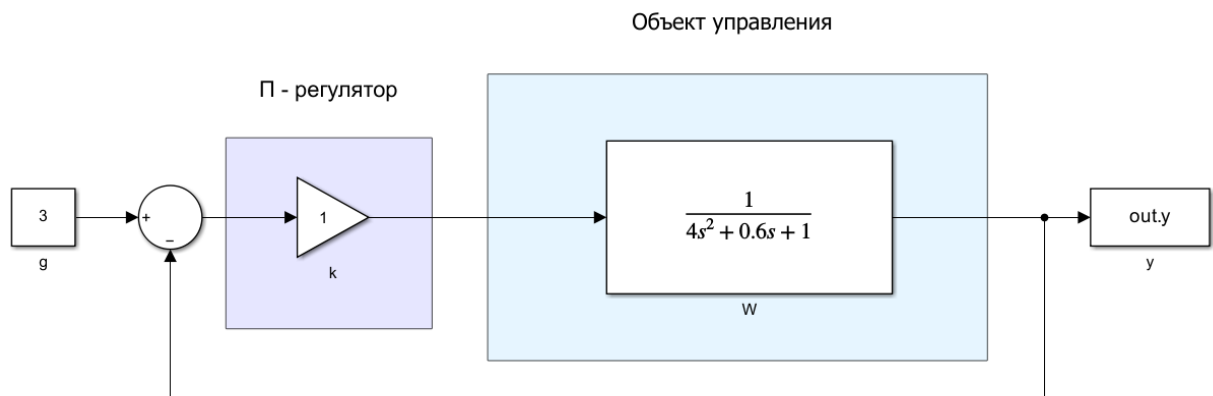


Рисунок 11 — Структурная схема исследуемой системы.

3.1 Обеспечение асимптотической устойчивости

$$W(s) = \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \Rightarrow 4\ddot{y} + 0.6\dot{y} + y = u \Rightarrow 4\ddot{y} + 0.6\dot{y} + y = -ky \quad (12)$$

Воспользуемся преобразованием Лапласа и примем начальные условия нулевыми:

$$\begin{aligned} 4\ddot{y} + 0.6\dot{y} + (1+k)y = 0 &\Rightarrow 4s^2Y(s) + 0.6sY(s) + (1+k)Y(s) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow s^2Y(s) + \frac{3}{20}sY(s) + 0.25(1+k)Y(s) = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

Применим критерий Гурвица:

$$\begin{cases} A_1 > 0, \\ A_0 > 0, \\ A_1 \cdot A_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{20} > 0, \\ 0.25(1+k) > 0, \\ \frac{3}{20} \cdot 0.25(1+k) > 0 \end{cases} \Rightarrow (1+k) > 0 \Rightarrow k > -1 \quad (14)$$

Зададимся параметрами $k = -0.5$, $k = 1$, $k = 15$ и проведем моделирование движения системы (рисунки 12-17).

3.2 Определение ошибки $e_{уст.}$

$$e_{уст.} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) \quad (15)$$

$$W_{g \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{пер.}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1}k} = \frac{4s^2 + 0.6s + 1}{4s^2 + 0.6s + 1 + k} \quad (16)$$

$$G(s) = \frac{A}{s} = \frac{3}{s} \quad (17)$$

$$e_{уст.} = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{3}{s} \frac{4s^2 + 0.6s + 1}{4s^2 + 0.6s + 1 + k} = \frac{3}{1+k} \quad (18)$$

$$e_{уст.}(k = -0.5) = \frac{3}{1+k} = \frac{3}{1-0.5} = 6 \quad (19)$$

$$e_{уст.}(k = 1) = \frac{3}{1+k} = \frac{3}{1+1} = 1.5 \quad (20)$$

$$e_{уст.}(k = 15) = \frac{3}{1+k} = \frac{3}{1+15} = \frac{3}{16} \quad (21)$$

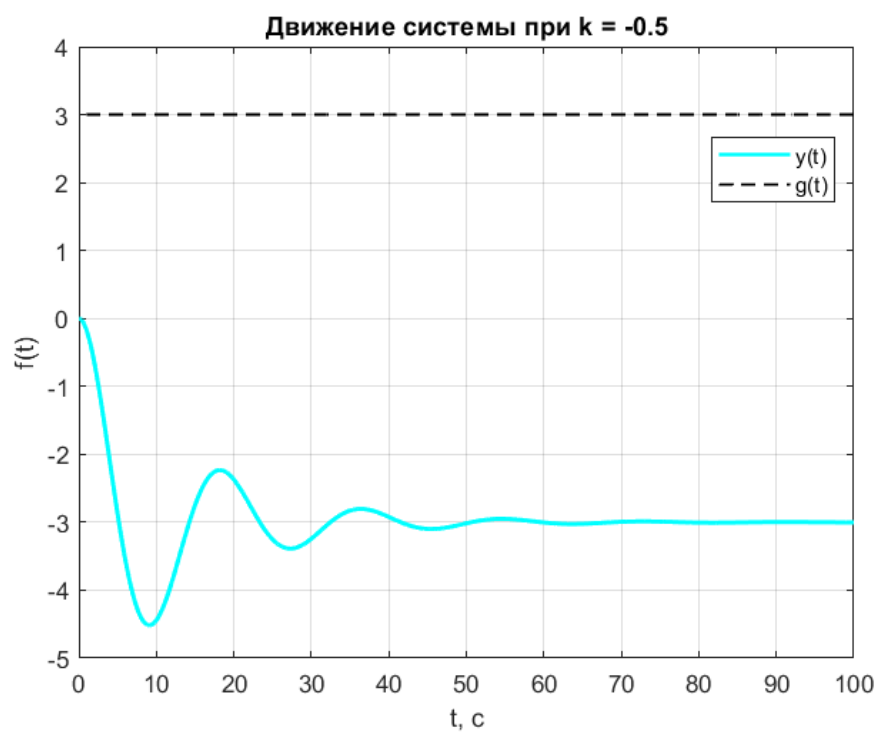


Рисунок 12 — Движение системы при $k = -0.5$.

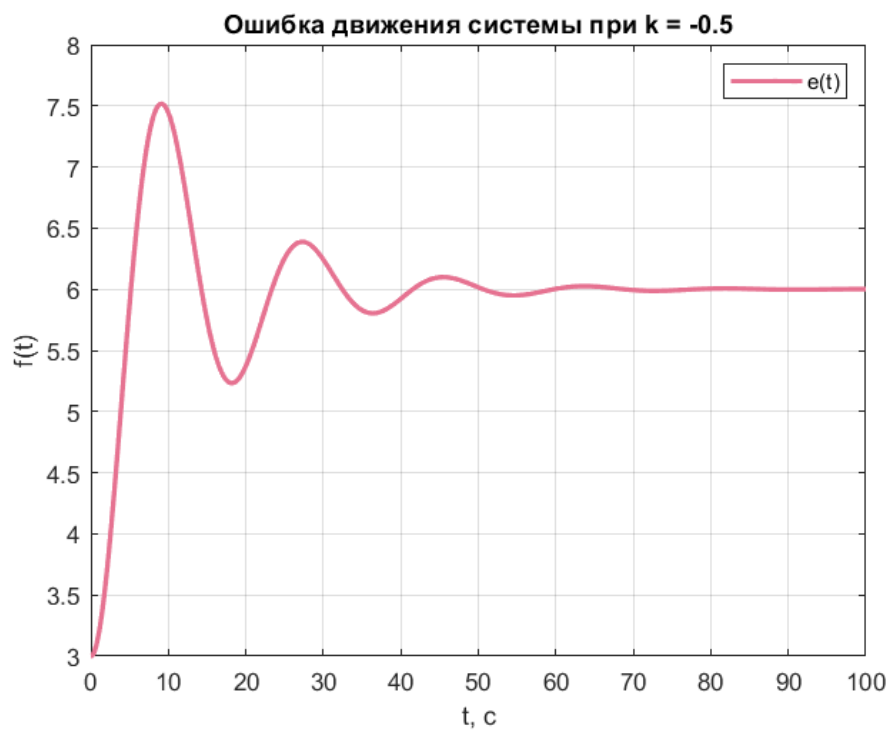


Рисунок 13 — Ошибка движения системы при $k = -0.5$.

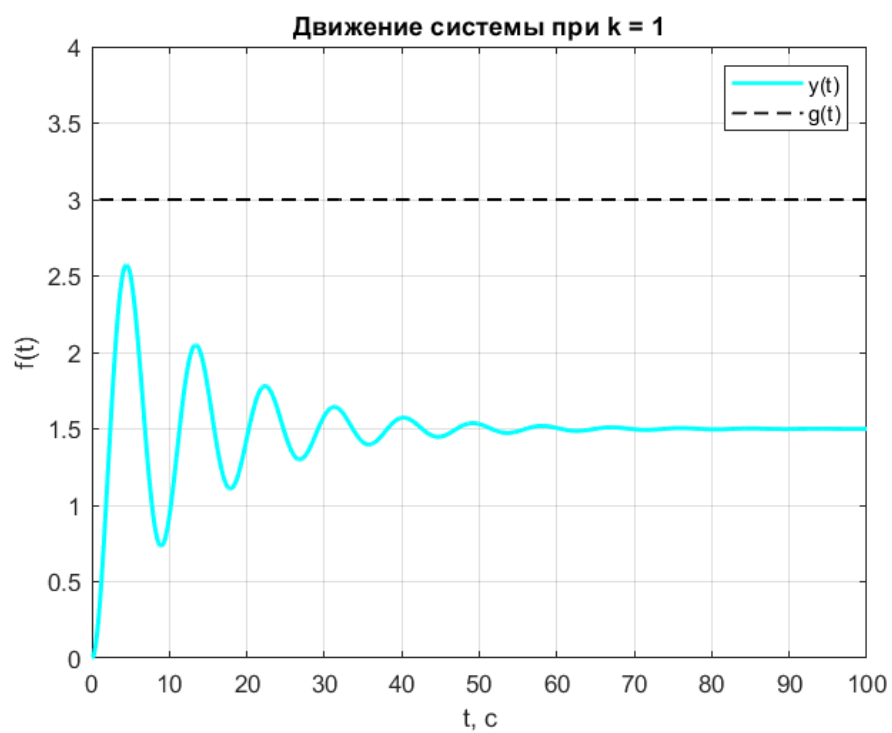


Рисунок 14 — Движение системы при $k = 1$.

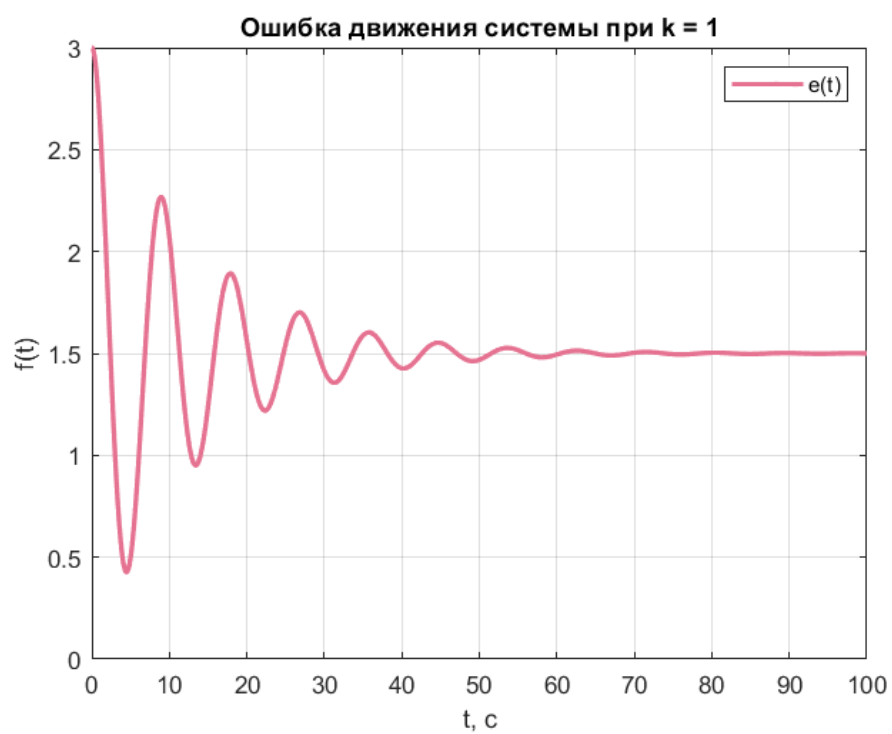


Рисунок 15 — Ошибка движения системы при $k = 1$.

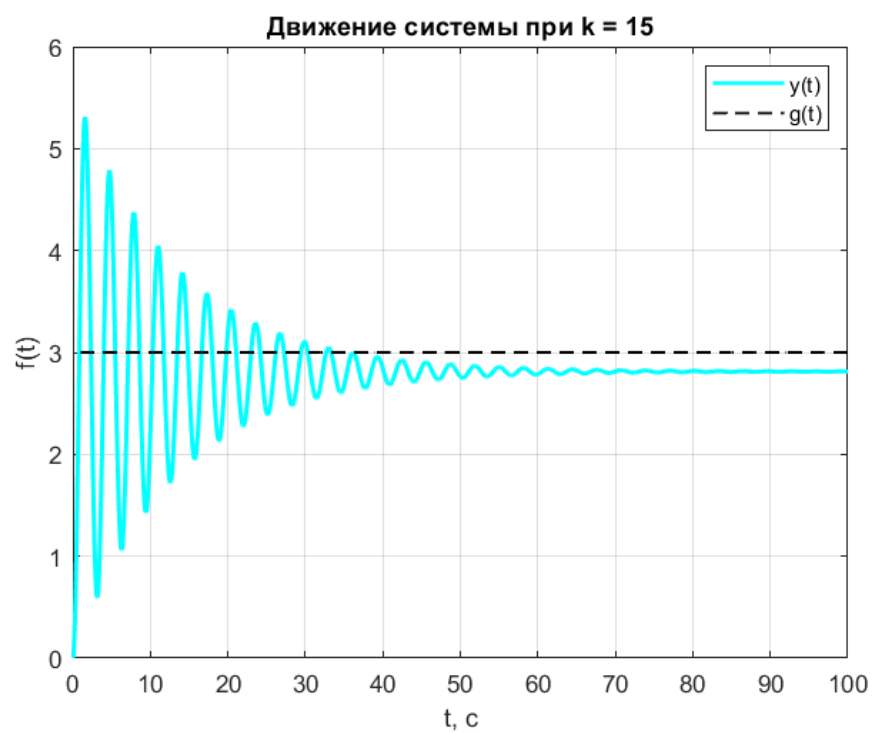


Рисунок 16 — Движение системы при $k = 15$.

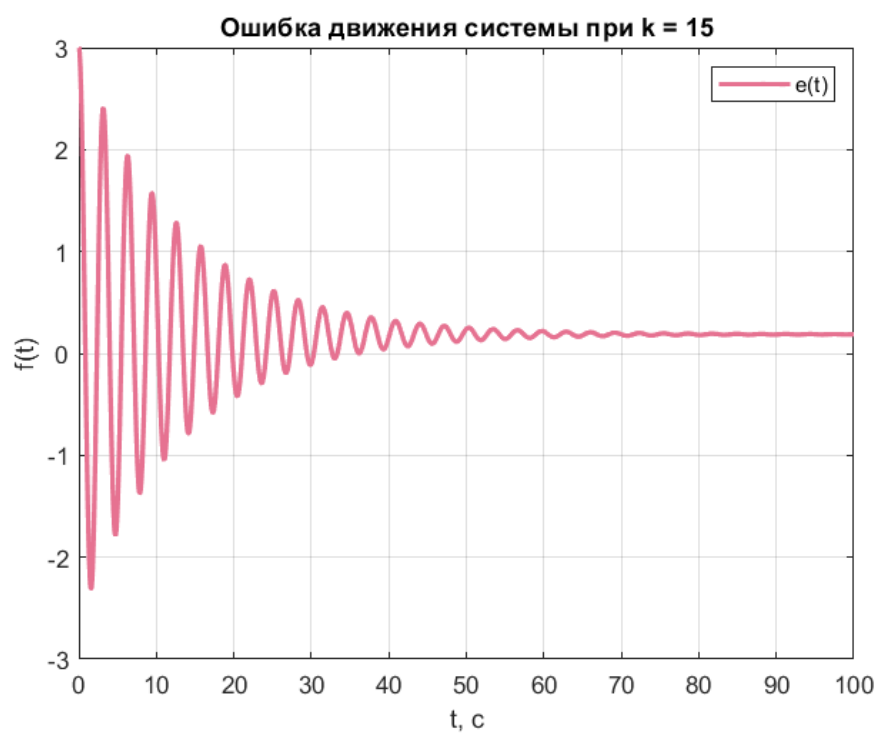


Рисунок 17 — Ошибка движения системы при $k = 15$.

3.3 Вывод о влиянии k на движение системы при $g = A$

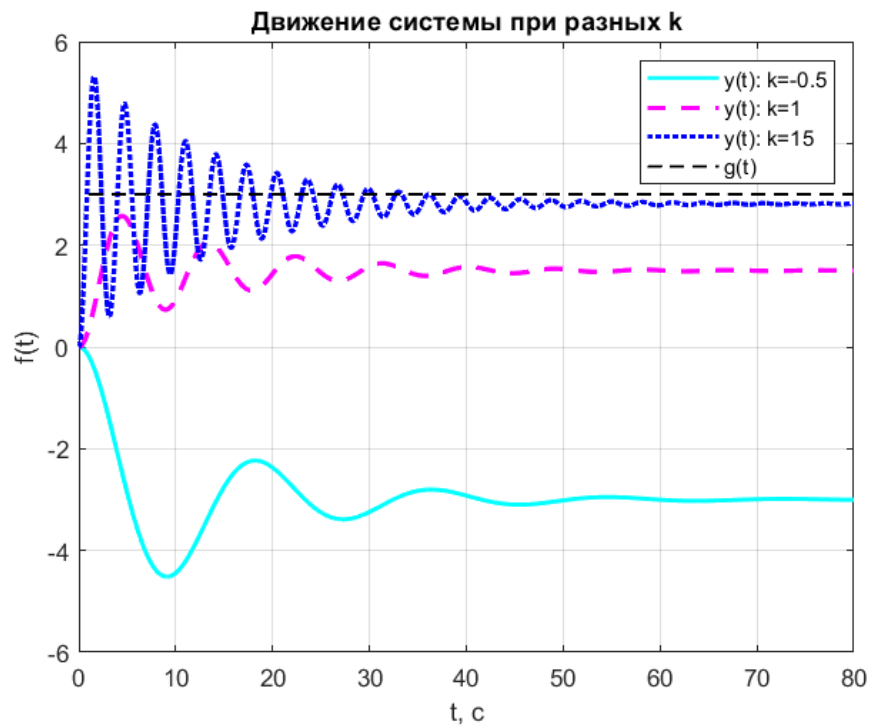


Рисунок 18 — Движение системы при разных k .

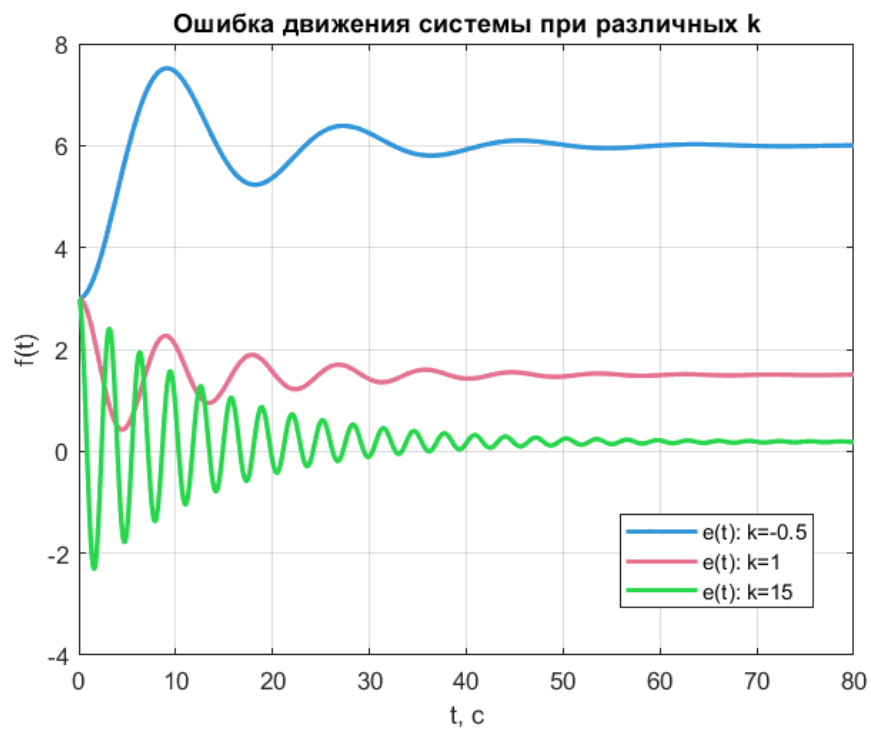


Рисунок 19 — Ошибка движения системы при разных k .

Заметим, что чем дальше значение параметра k от граничного значения для устойчивости системы ($k > -1$), тем выше частота гармонической составляющей графика движения системы, в то же время уменьшается значение установившейся ошибки: $e_{\text{уст.}}(k = -0.5) = 6$, $e_{\text{уст.}}(k = 1) = 1.5$, $e_{\text{уст.}}(k = 15) = \frac{3}{16}$ и увеличивается перерегулирование.

3.4 Исследование движения с постоянной скоростью

Будем работать с входным сигналом $g = 2.5t$ (рисунок 20).

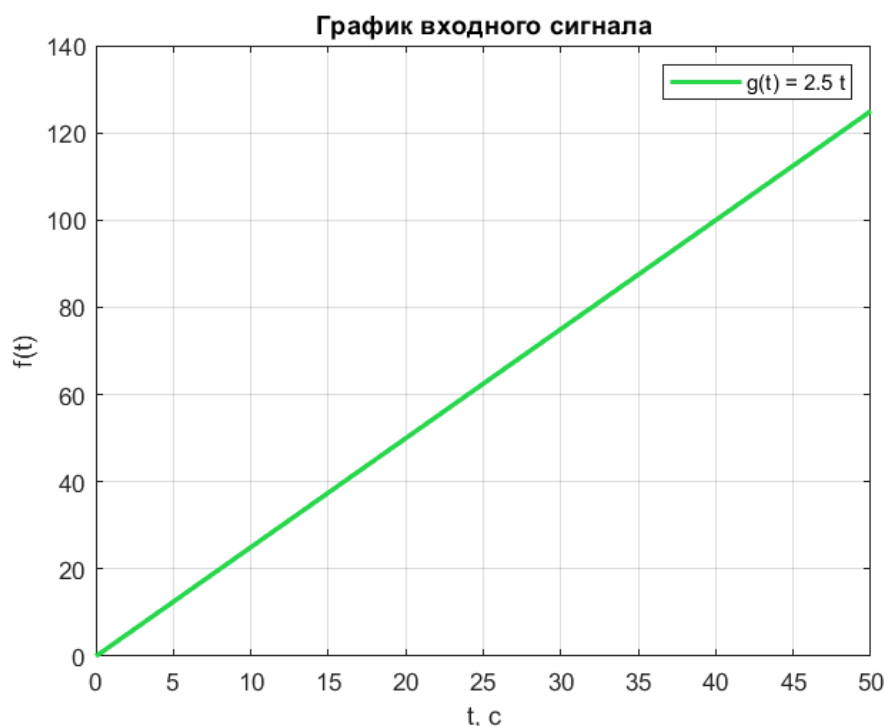


Рисунок 20 — График входного сигнала $g = 2.5t$.

3.4.1 Определение ошибки $e_{\text{уст.}}$

$$G(s) = \frac{V}{s^2} = \frac{2.5}{s^2} \quad (22)$$

Запишем образ ошибки:

$$E(s) = G(s)W_{g \rightarrow e}(s) = \frac{2.5}{s^2} \frac{4s^2 + 0.6s + 1}{4s^2 + 0.6s + 1 + k} \quad (23)$$

По тереме Декарта можно сделать вывод о том, что знаменатель будет содержать хотя бы один положительный корень, следовательно, теорема о предельном значении ошибки не может быть применена.

3.4.2 Моделирование движения системы

Будем проводить моделирования при тех же значениях $k = -0.5, 1, 15$.

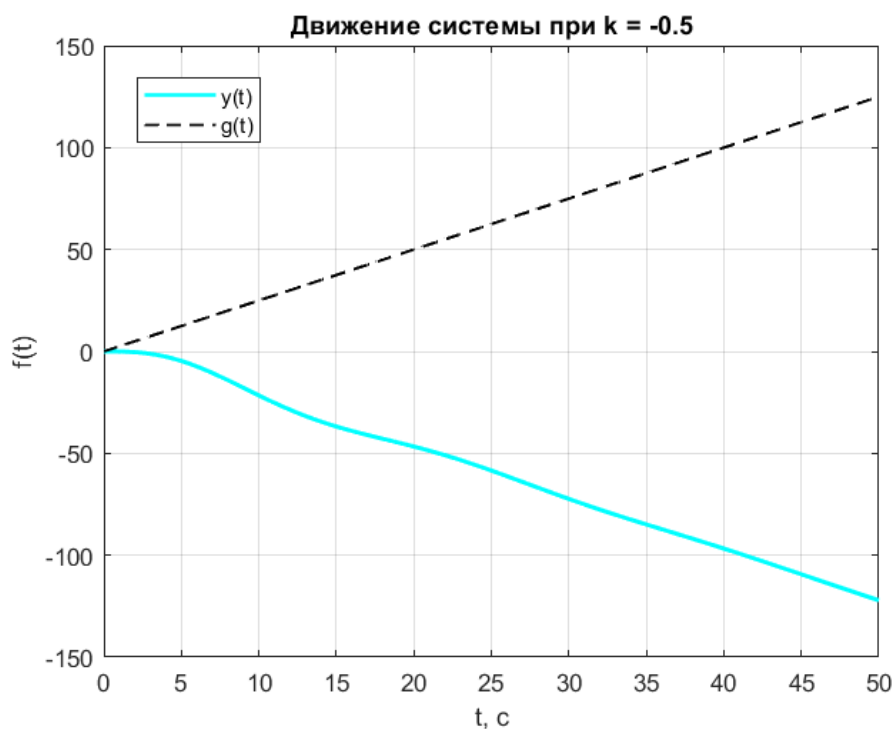


Рисунок 21 — Движение системы при $k = -0.5$.

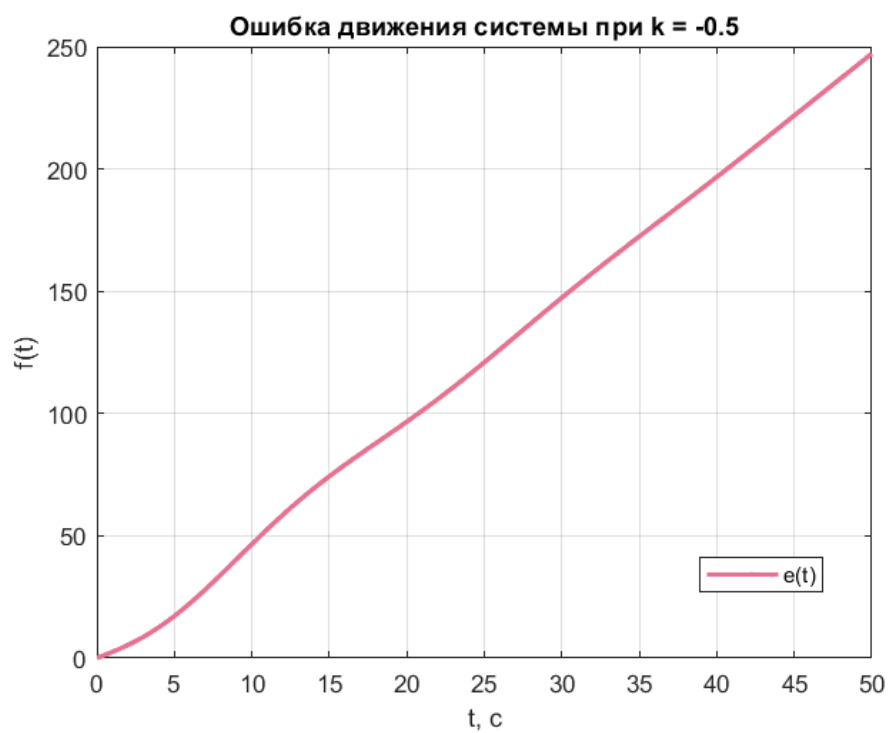


Рисунок 22 — Ошибка движения системы при $k = -0.5$.

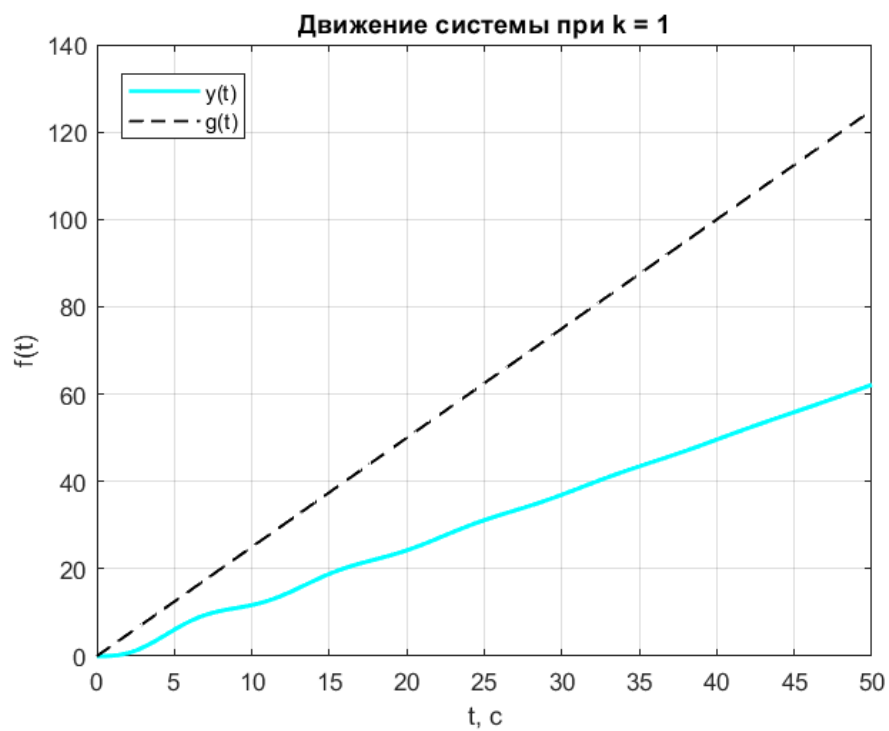


Рисунок 23 — Движение системы при $k = 1$.

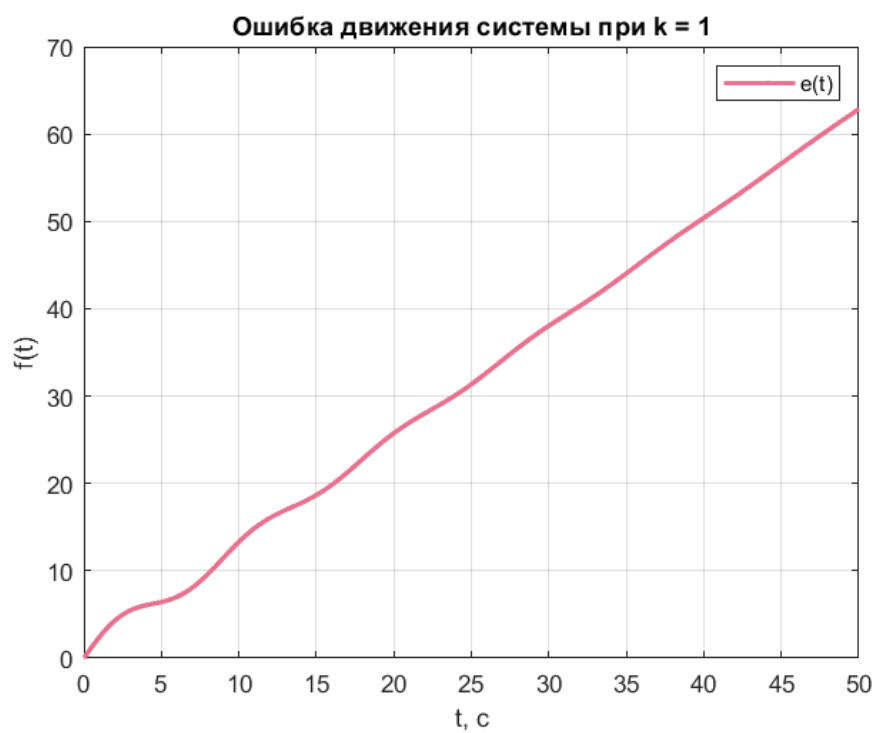


Рисунок 24 — Ошибка движения системы при $k = 1$.

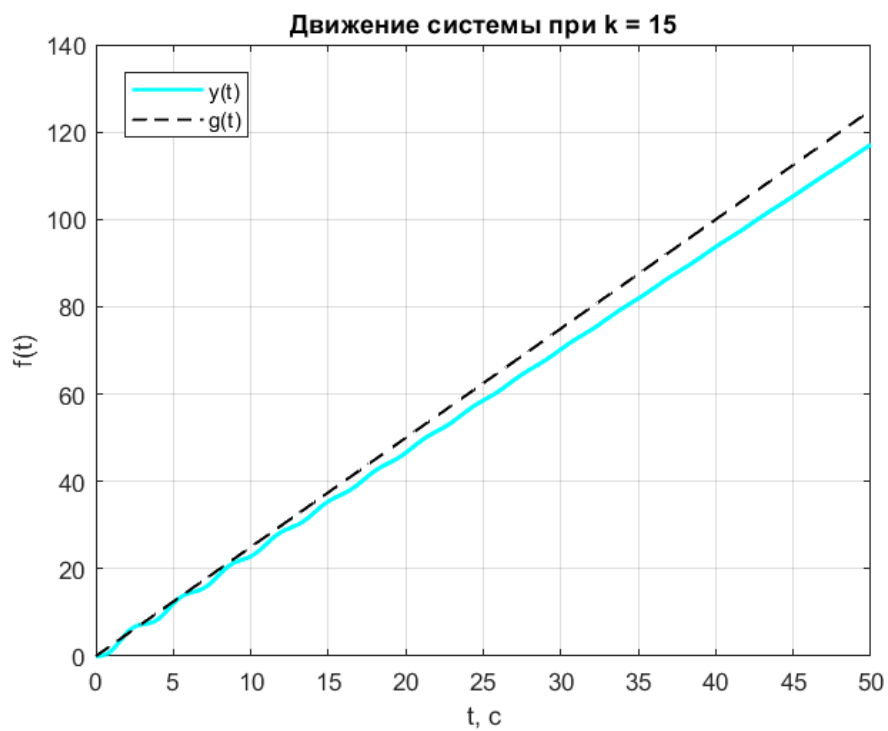


Рисунок 25 — Движение системы при $k = 15$.



Рисунок 26 — Ошибка движения системы при $k = 15$.

3.5 Вывод о влиянии k на движение системы при $g = Vt$

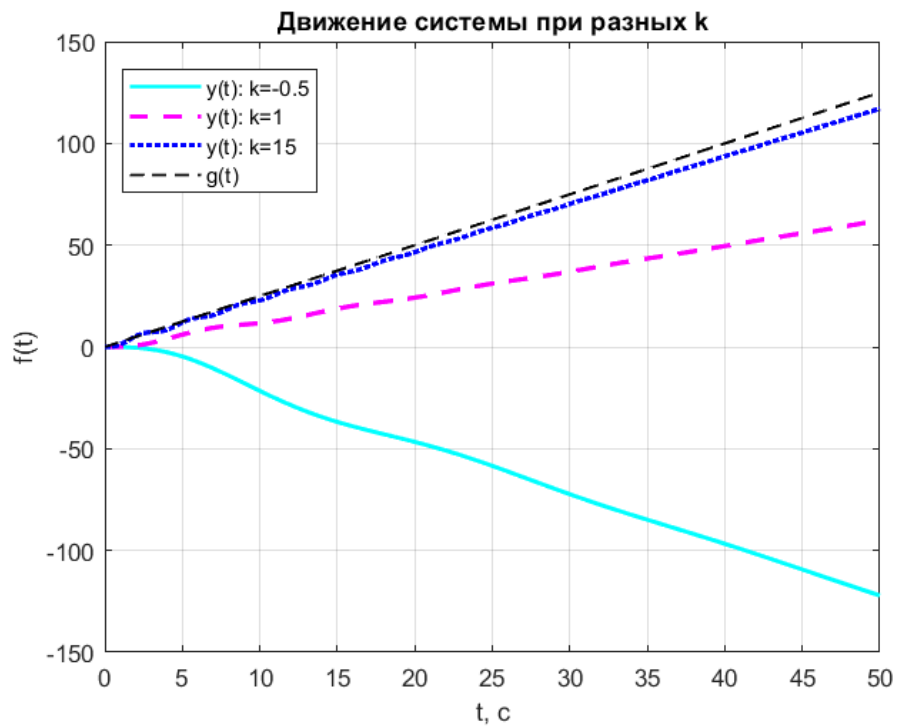


Рисунок 27 — Движение системы при разных k .

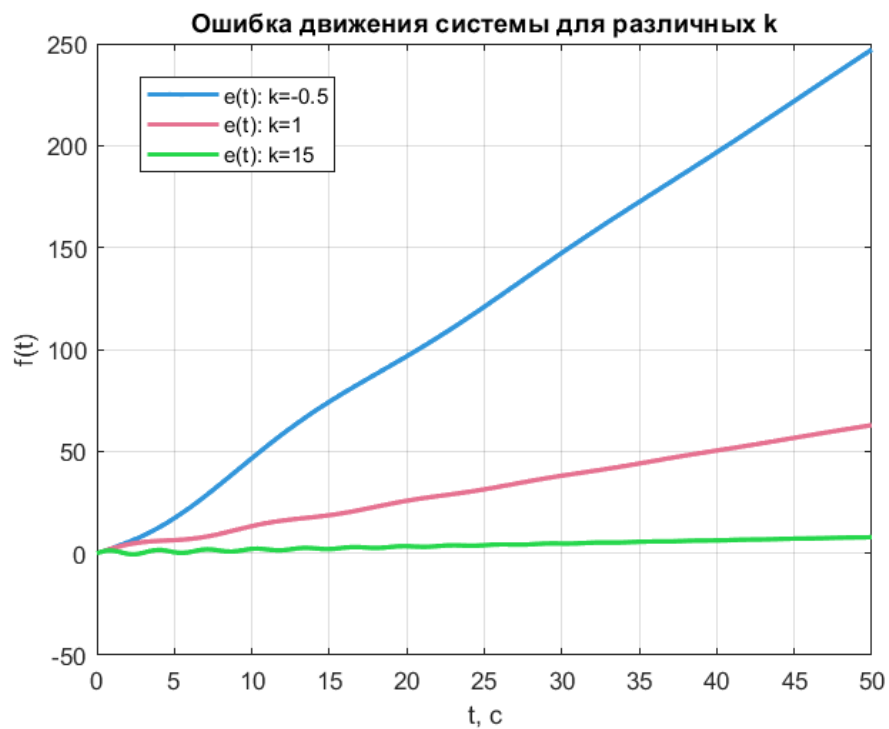


Рисунок 28 — Ошибка движения системы при разных k .

Заметим, что чем дальше значение параметра k от граничного значения для устойчивости системы ($k > -1$), тем ниже коэффициент наклона графика ошибки, то есть ошибка растет медленнее. Для всех рассмотренных k установившаяся ошибка стремится к бесконечности.

4 ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ С АСТАТИЗМОМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (И-РЕГУЛЯТОР)

Рассмотрим замкнутую систему, заданную структурной схемой на рисунке 29, в которой используется интегральный регулятор:

$$H(s) = \frac{k}{s} \quad (24)$$

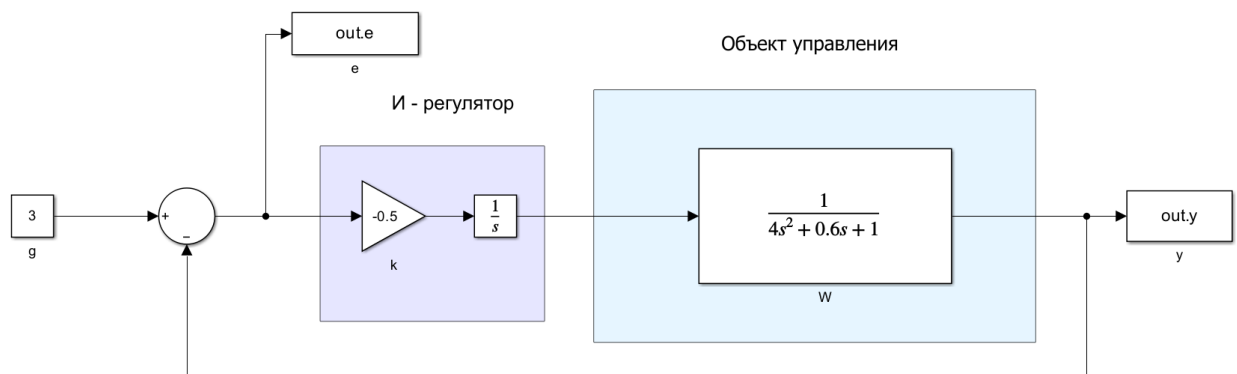


Рисунок 29 — Структурная схема исследуемой системы.

4.1 Обеспечение асимптотической устойчивости

$$W(s) = \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \Rightarrow 4\ddot{y} + 0.6\dot{y} + y = u \quad (25)$$

Воспользуемся преобразованием Лапласа и примем начальные условия нулевыми:

$$\begin{aligned} 4s^2Y(s) + 0.6sY(s) + Y(s) &= -\frac{k}{s}Y(s) \Rightarrow \\ \Rightarrow s^2Y(s) + \frac{3}{20}sY(s) + 0.25\left(1 + \frac{k}{s}\right)Y(s) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow s^3Y(s) + \frac{3}{20}s^2Y(s) + 0.25sY(s) + 0.25kY(s) &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Применим критерий Гурвица:

$$\begin{cases} A_2 > 0, \\ A_1 > 0, \\ A_0 > 0, \\ A_2 \cdot A_1 > A_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{20} > 0, \\ 0.25 > 0, \\ 0.25k > 0, \\ \frac{3}{20} \cdot 0.25 > 0.25k \end{cases} \Rightarrow 0 < k < \frac{3}{20} \quad (27)$$

Зададимся параметрами $k = \frac{1}{20}$, $k = \frac{1}{40}$, $k = \frac{1}{80}$ и проведем моделирование движения системы (рисунки 30-35).

4.2 Определение ошибки $e_{\text{уст.}}$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) \quad (28)$$

$$W_{g \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{пер.}}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \frac{k}{s}} = \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k} \quad (29)$$

$$G(s) = \frac{A}{s} = \frac{3}{s} \quad (30)$$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{3}{s} \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k} = 0 \quad (31)$$

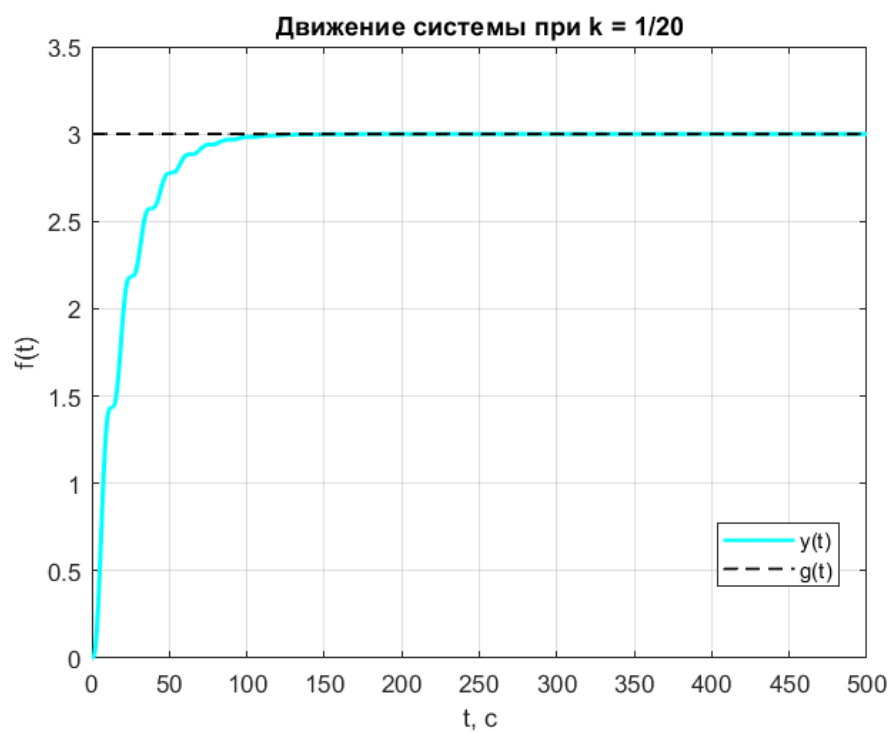


Рисунок 30 — Движение системы при $k = \frac{1}{20}$.

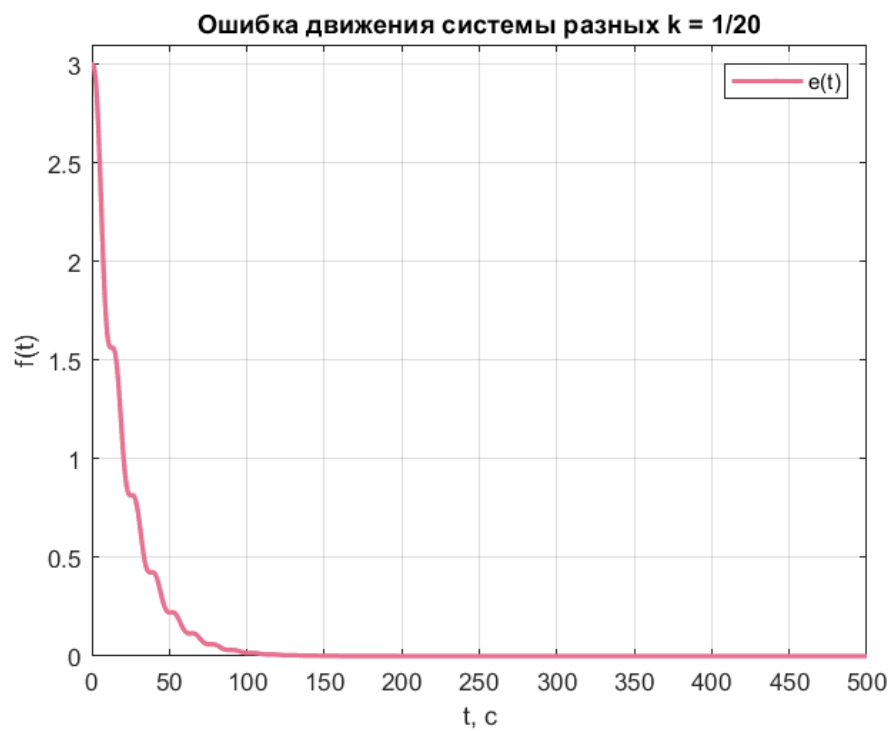


Рисунок 31 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{20}$.

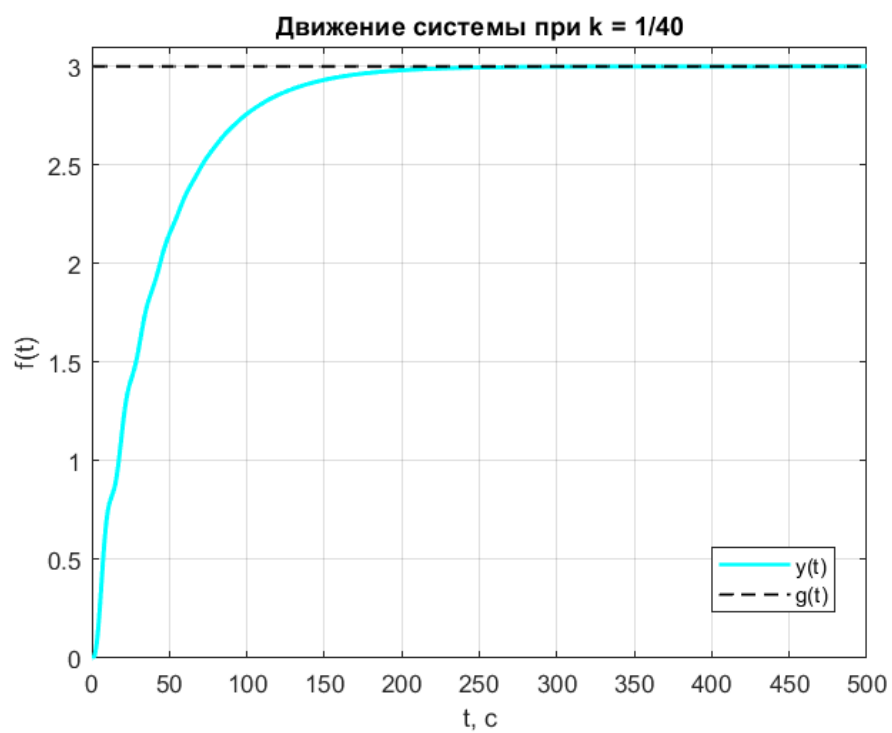


Рисунок 32 — Движение системы при $k = \frac{1}{40}$.

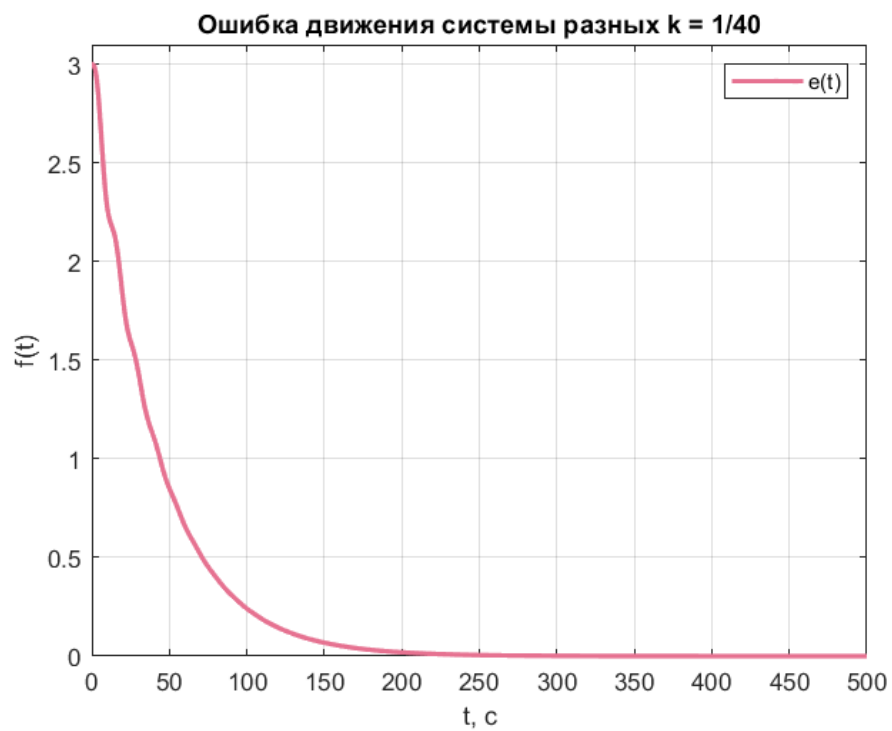


Рисунок 33 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{40}$.

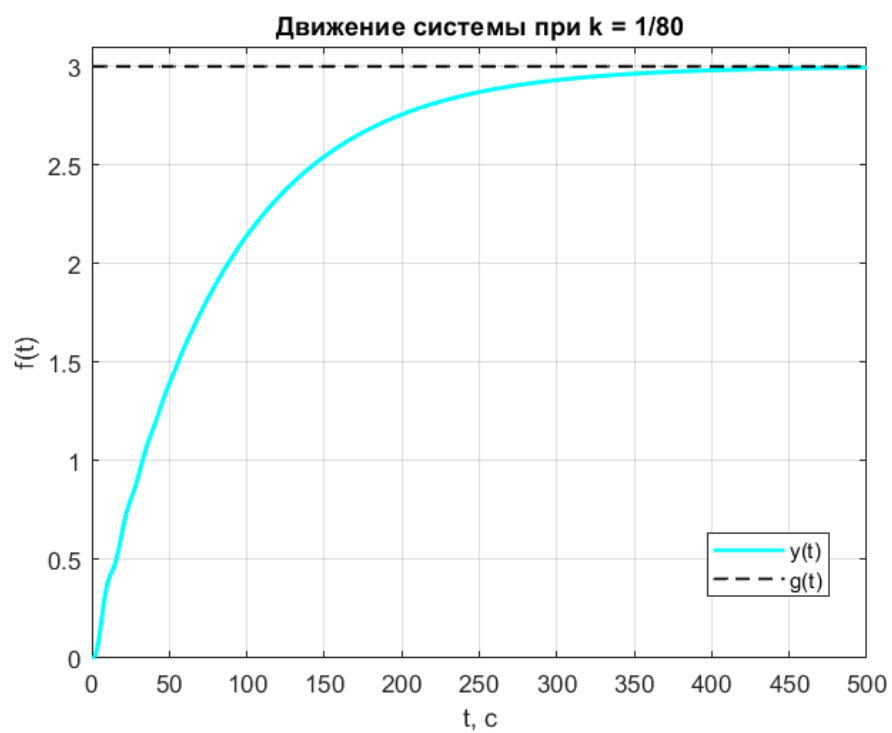


Рисунок 34 — Движение системы при $k = \frac{1}{80}$.

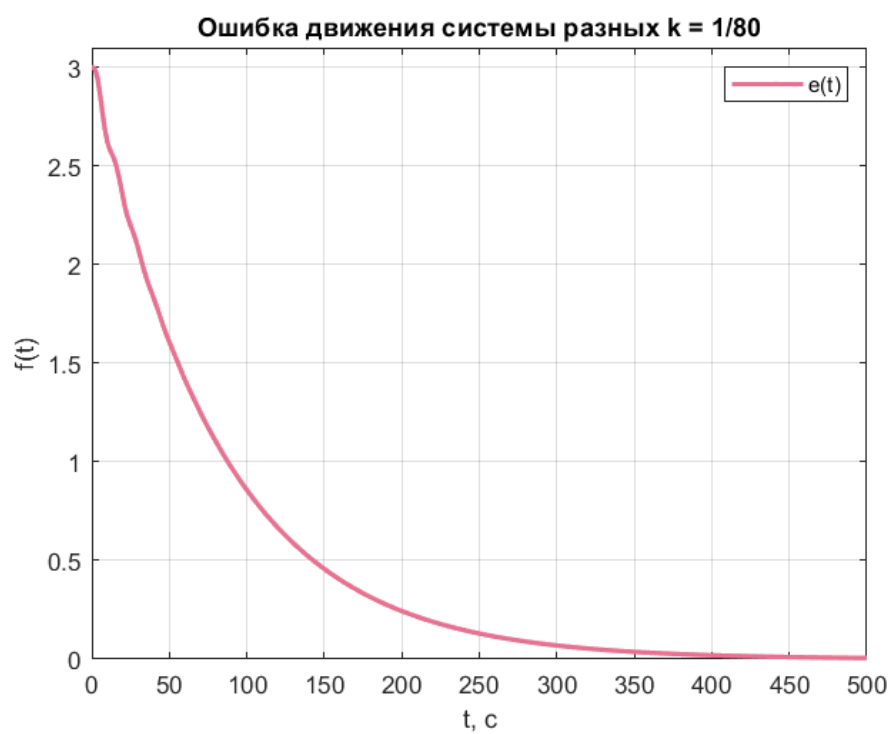


Рисунок 35 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{80}$.

4.3 Вывод о влиянии k на движение системы при $g = A$

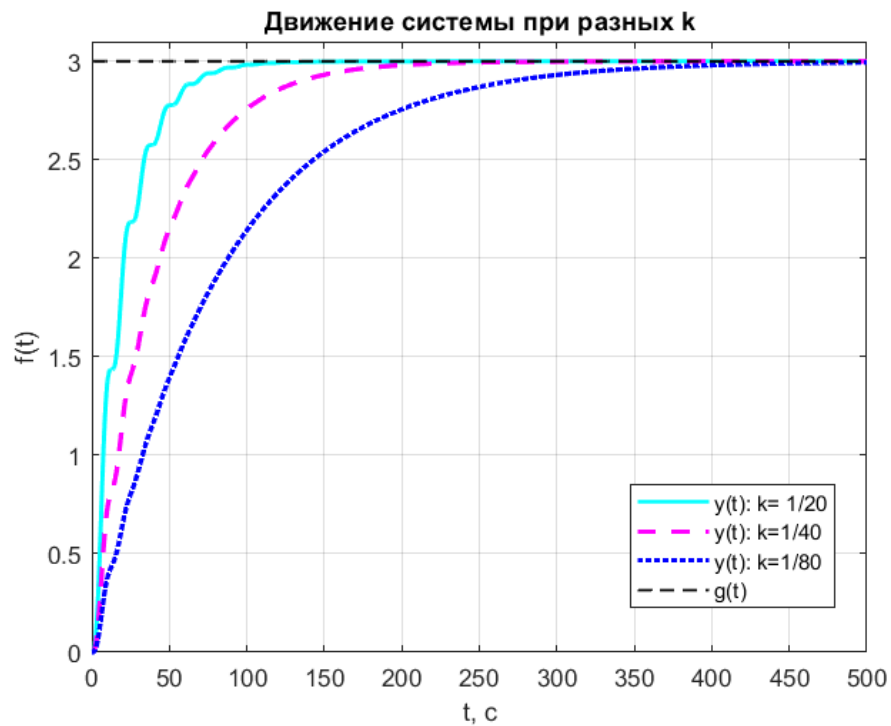


Рисунок 36 — Движение системы при разных k .

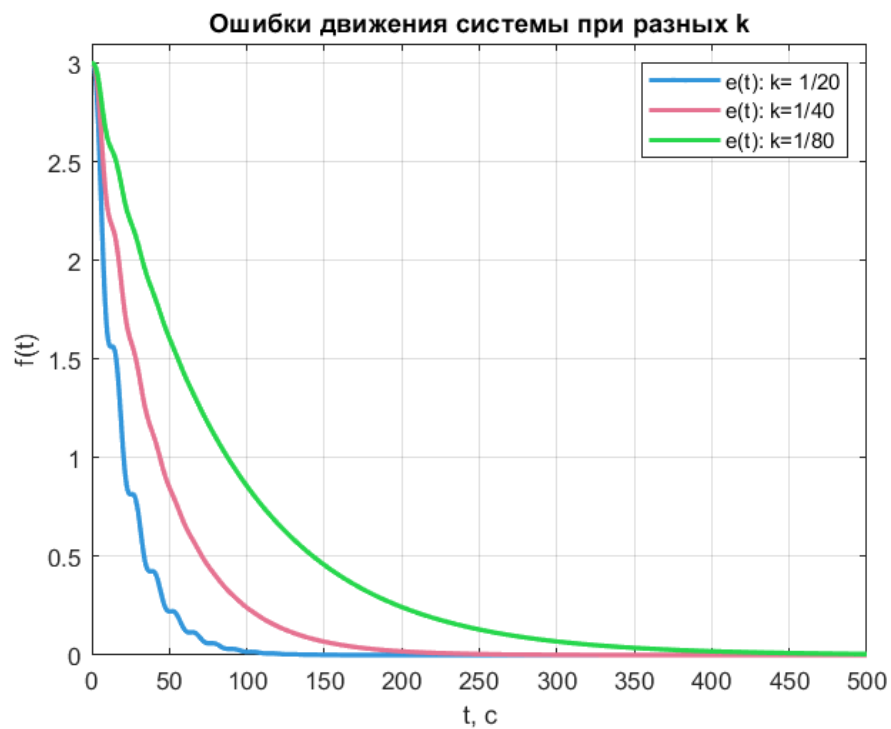


Рисунок 37 — Ошибка движения системы при разных k .

Заметим, что при уменьшении значения k , то есть при приближении к нижней границе устойчивости ($0 < k < \frac{3}{20}$), регулирование системы происходит медленнее и соответственно ошибка убывает с меньшей скоростью. Моделирование подтверждает аналитические расчеты для предельного значения ошибки, для всех случаев ошибка стремится к нулю. Приближение же к верхней границе устойчивости приводит к более быстрому снижению ошибки, а также появлению гармонических составляющих на графике движения.

4.4 Режим движения с постоянной скоростью

Будем рассматривать движение системы при $g = 2.5t$.

4.4.1 Определение ошибки $e_{\text{уст.}}$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) \quad (32)$$

$$W_{g \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{пер.}}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \frac{k}{s}} = \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k} \quad (33)$$

$$G(s) = \frac{V}{s^2} = \frac{2.5}{s^2} \quad (34)$$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2.5}{s^2} \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k} = \frac{2.5}{k} \quad (35)$$

$$e_{\text{уст.}} \left(k = \frac{1}{20} \right) = \frac{2.5}{k} = 50 \quad (36)$$

$$e_{\text{уст.}} \left(k = \frac{1}{40} \right) = \frac{2.5}{k} = 100 \quad (37)$$

$$e_{\text{уст.}} \left(k = \frac{1}{80} \right) = \frac{2.5}{k} = 200 \quad (38)$$

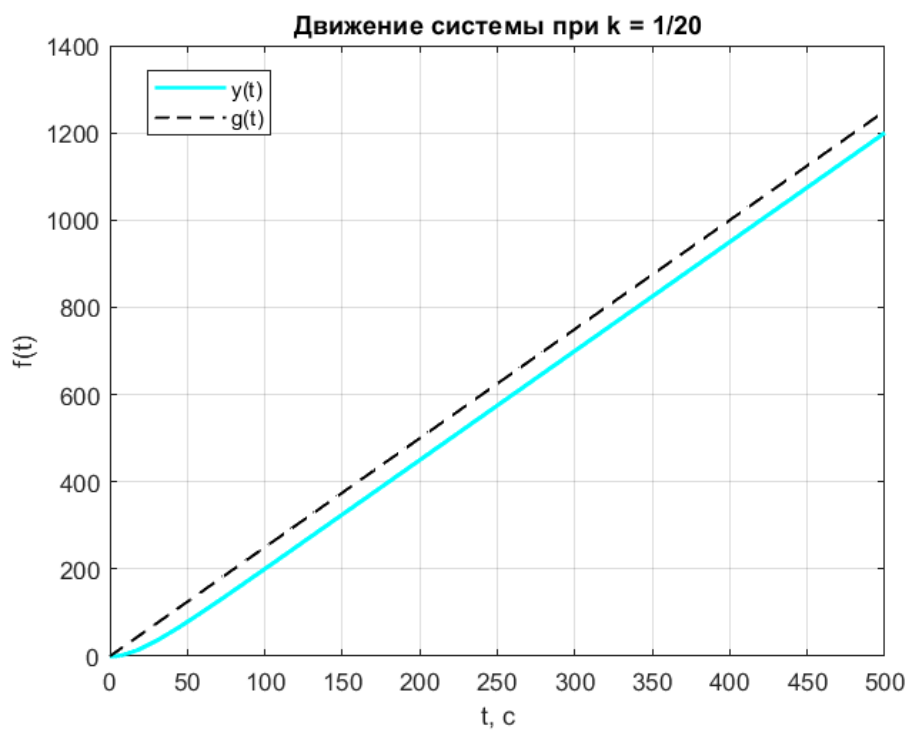


Рисунок 38 — Движение системы при $k = \frac{1}{20}$.

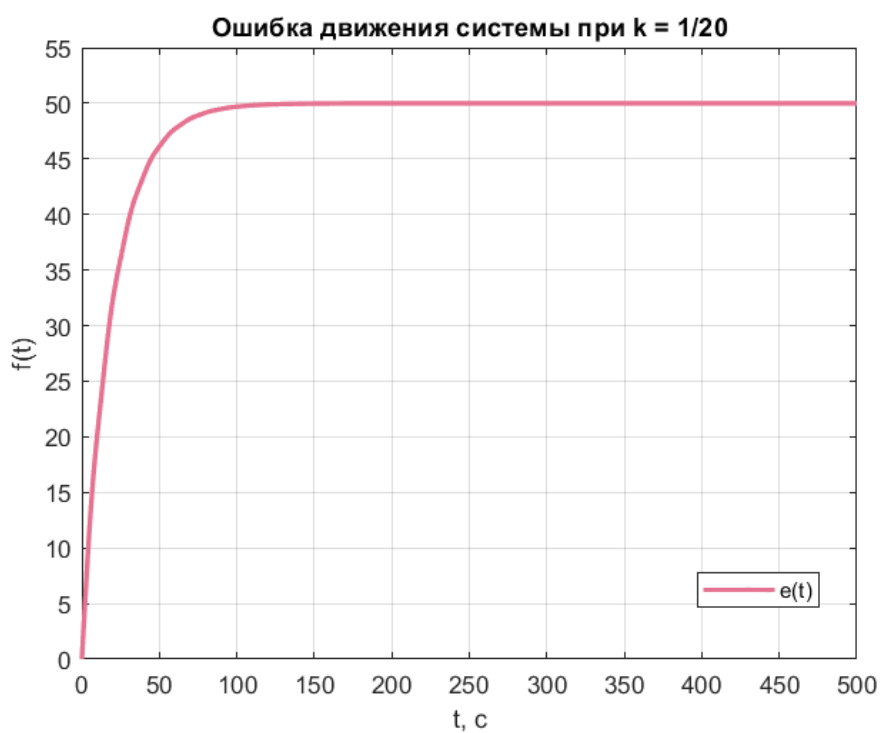


Рисунок 39 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{20}$.

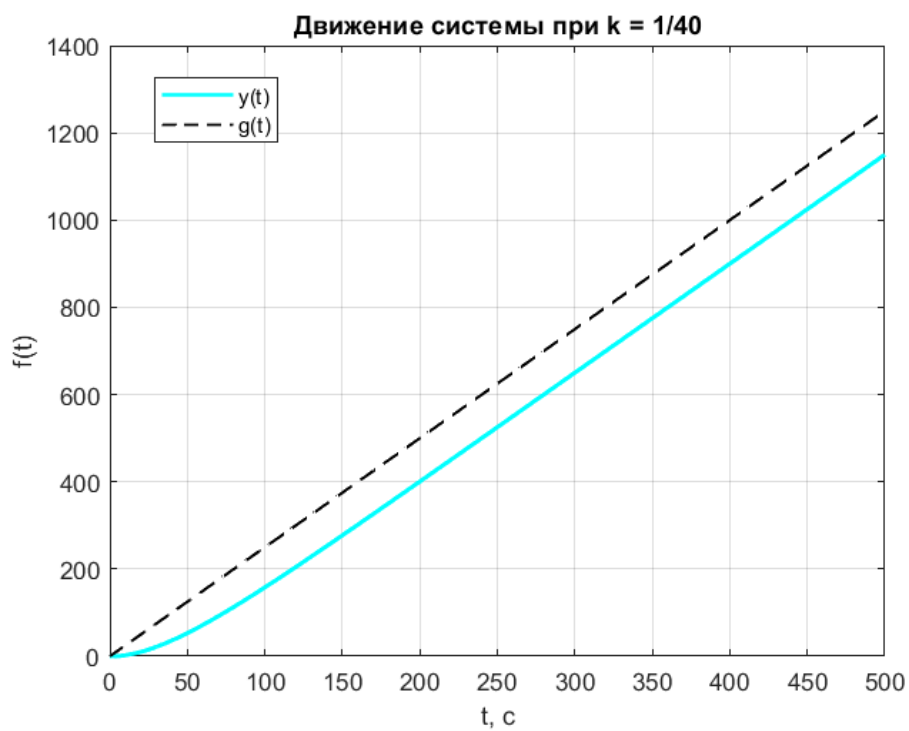


Рисунок 40 — Движение системы при $k = \frac{1}{40}$.

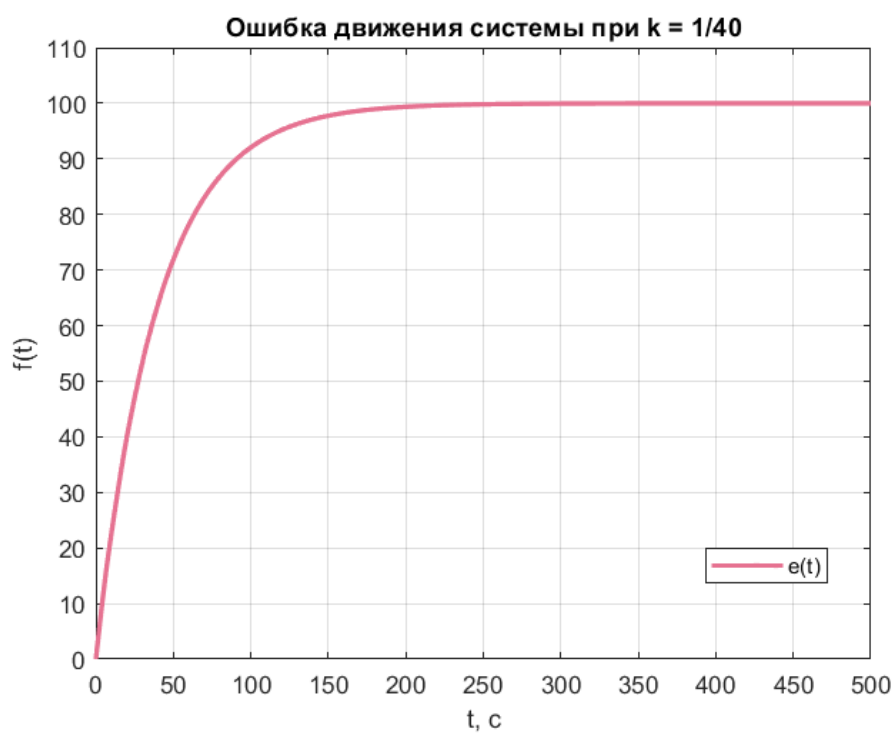


Рисунок 41 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{40}$.

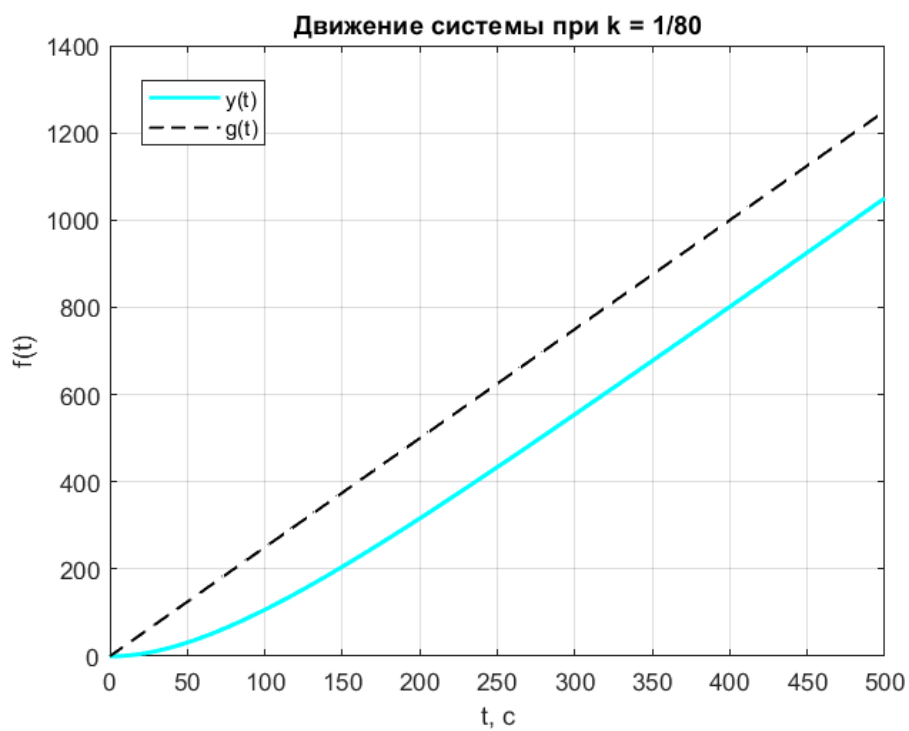


Рисунок 42 — Движение системы при $k = \frac{1}{80}$.

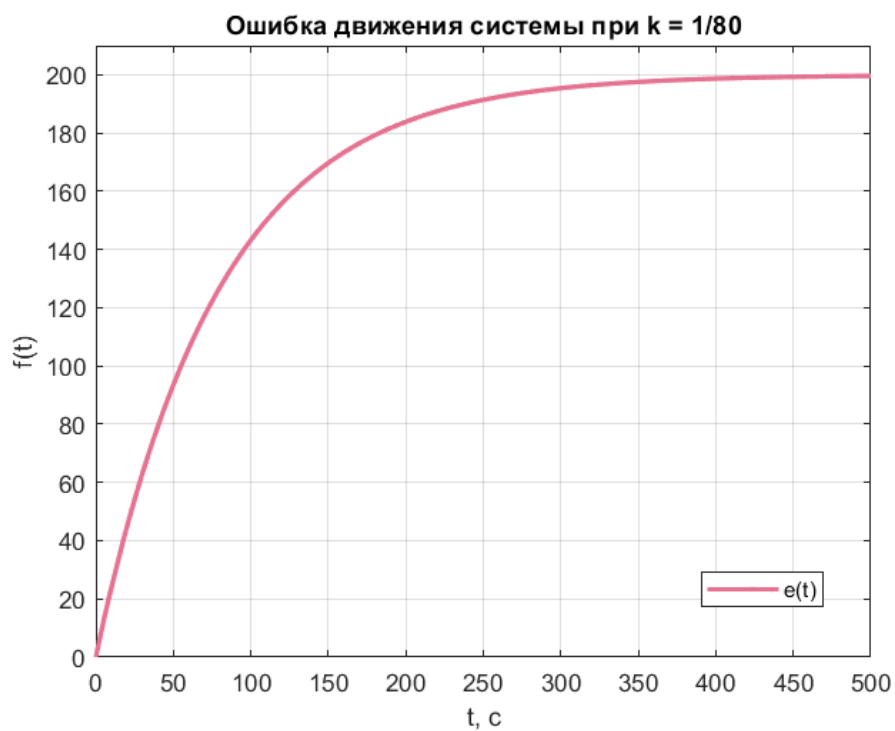


Рисунок 43 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{80}$.

4.4.2 Вывод о влиянии k на движение системы при $g = Vt$

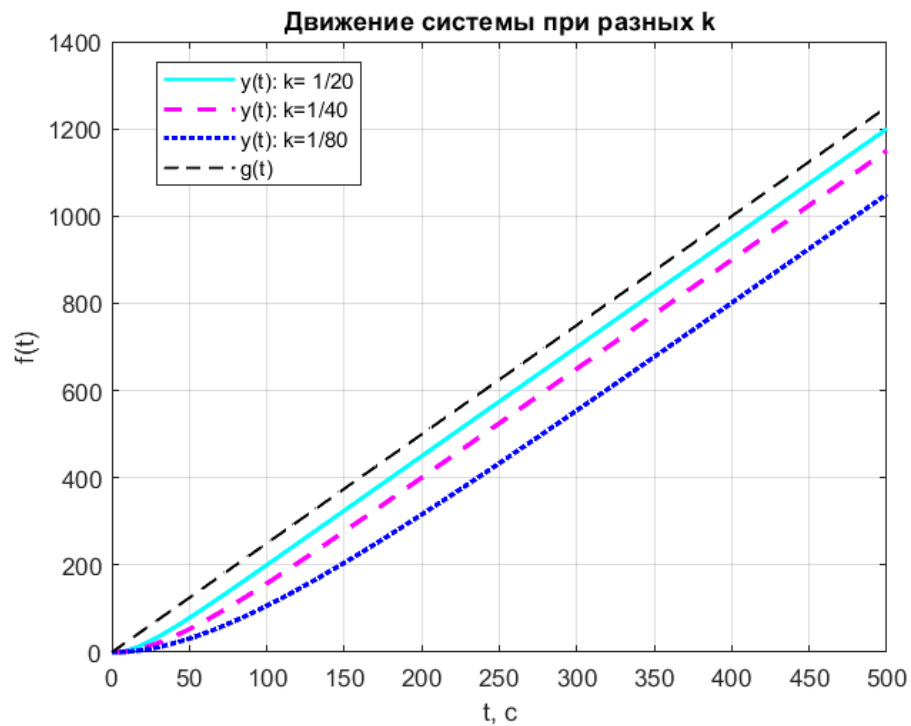


Рисунок 44 — Движение системы при разных k .

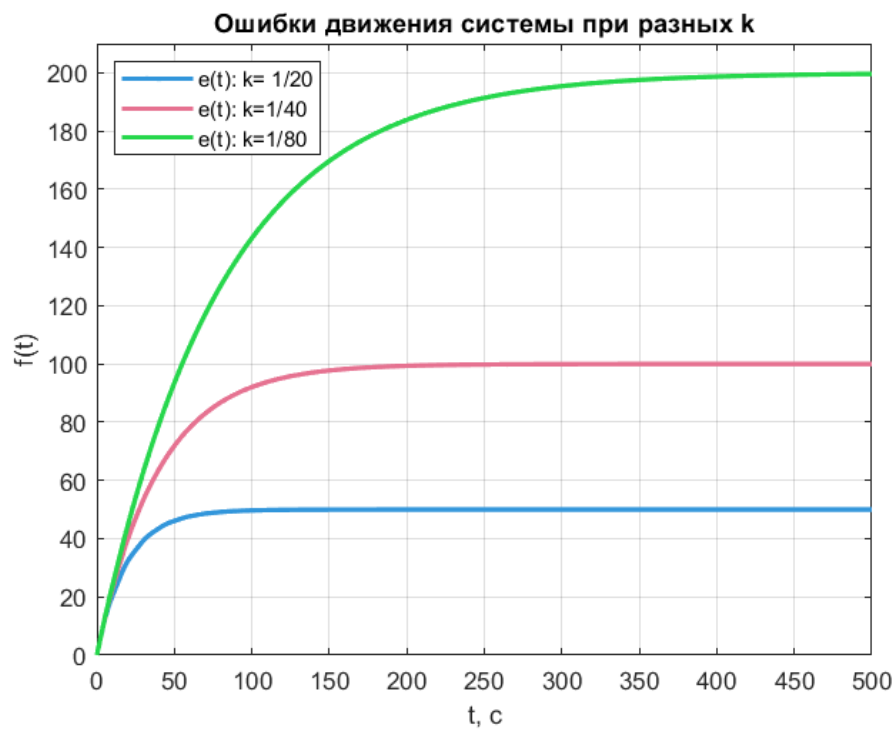


Рисунок 45 — Ошибка движения системы при разных k .

Заметим, что при увеличении значения k , то есть при приближении к верхней границе устойчивости ($0 < k < \frac{3}{20}$), регулирование системы происходит быстрее и предельное значение ошибки меньше. Моделирование подтверждает аналитические расчеты для предельного значения ошибки, для всех случаев ошибка стремится к определенной константе.

4.5 Режим движения с постоянным ускорением

Будем рассматривать движение системы при $g = 0.4t^2$ (рисунок 46).

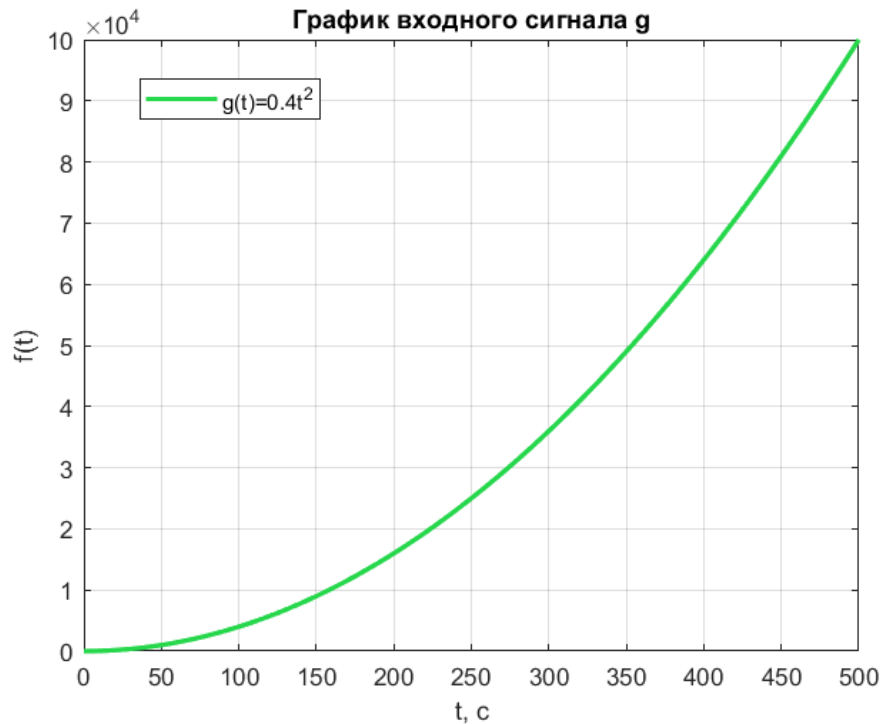


Рисунок 46 — Входной сигнал $g = 0.4t^2$.

4.5.1 Определение ошибки $e_{\text{уст.}}$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) \quad (39)$$

$$W_{g \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{пер.}}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \frac{k}{s}} = \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k} \quad (40)$$

$$G(s) = \frac{2a}{2s^3} = \frac{0.8}{s^3} \quad (41)$$

Запишем образ ошибки:

$$E(s) = G(s)W_{g \rightarrow e}(s) = \frac{0.8}{s^3} \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k} \quad (42)$$

По тереме Декарта можно сделать вывод о том, что знаменатель будет содержать хотя бы один положительный корень, следовательно, теорема о предельном значении ошибки не может быть применена.

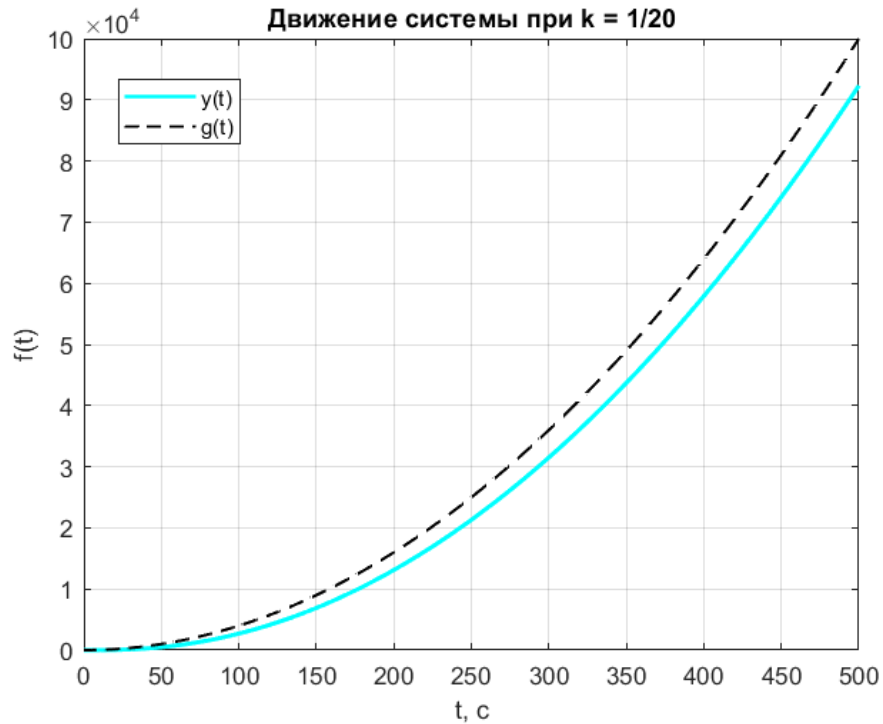


Рисунок 47 — Движение системы при $k = \frac{1}{20}$.

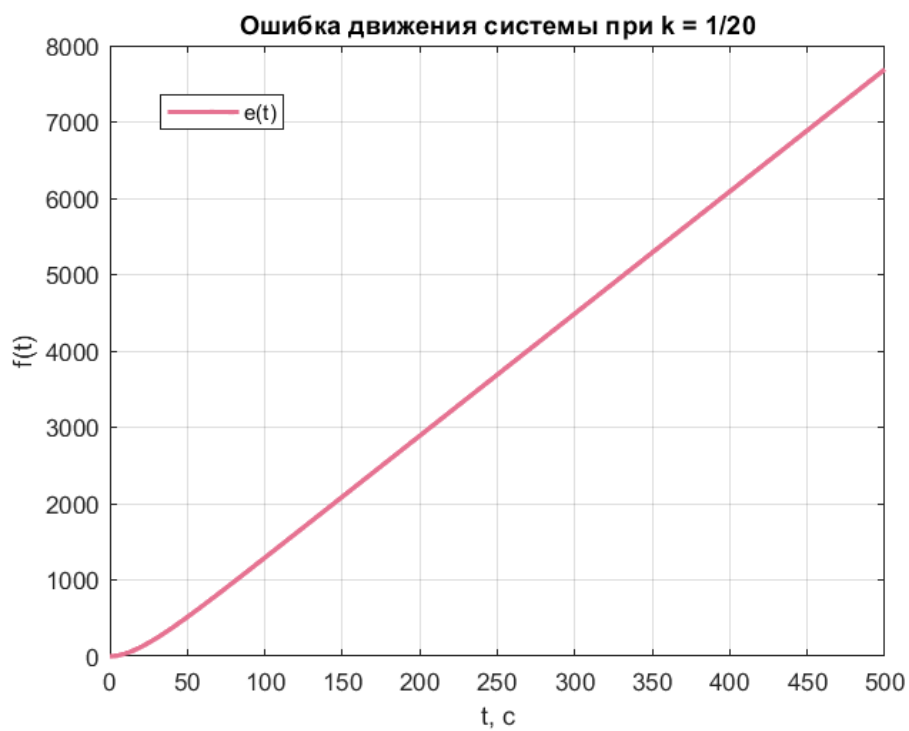


Рисунок 48 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{20}$.

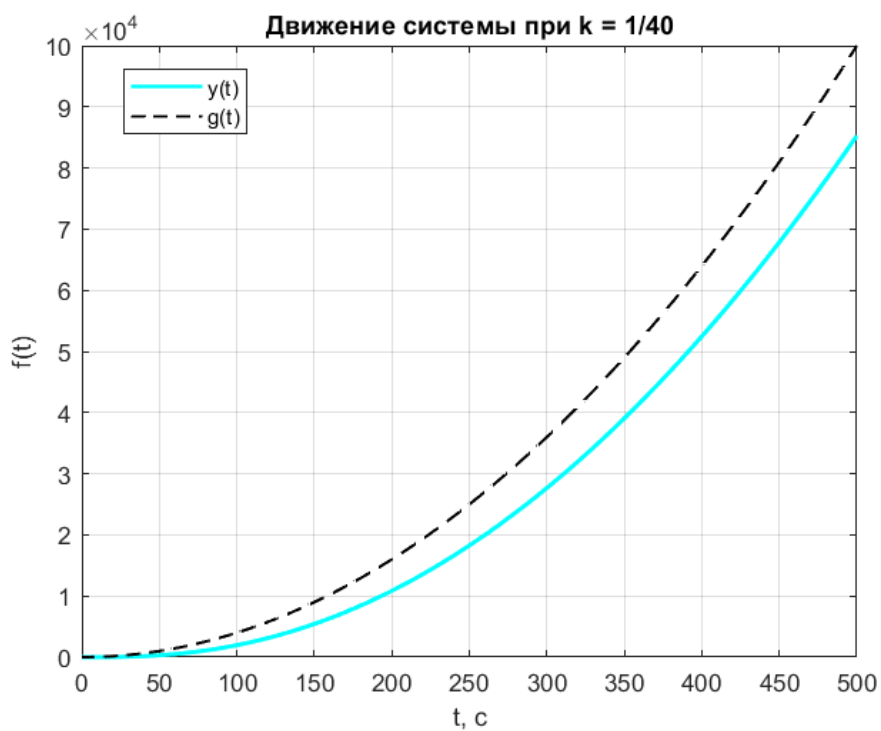


Рисунок 49 — Движение системы при $k = \frac{1}{40}$.

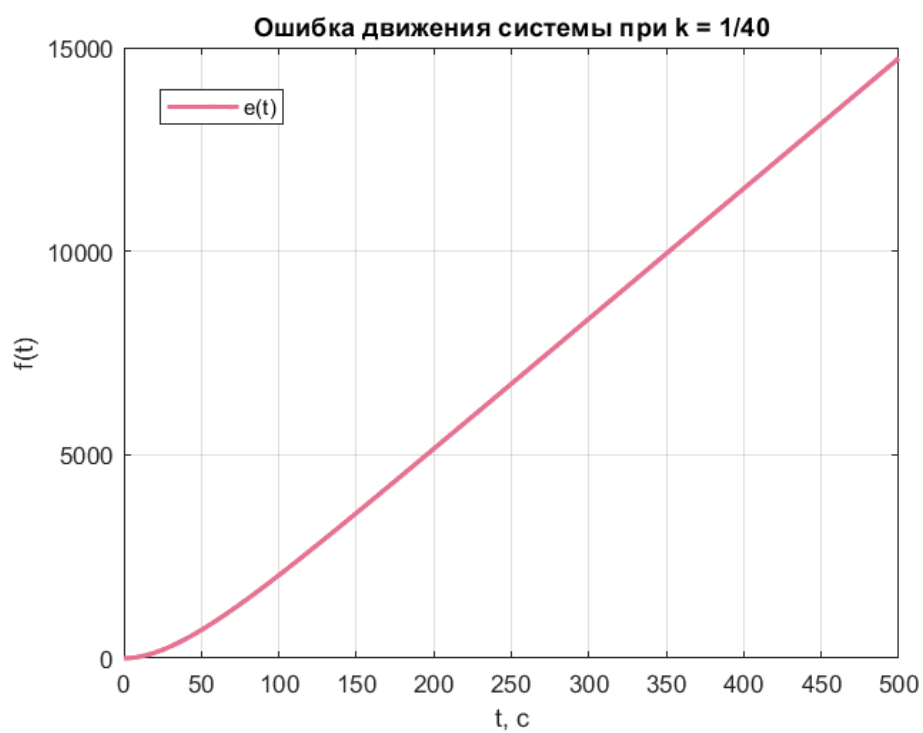


Рисунок 50 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{40}$.

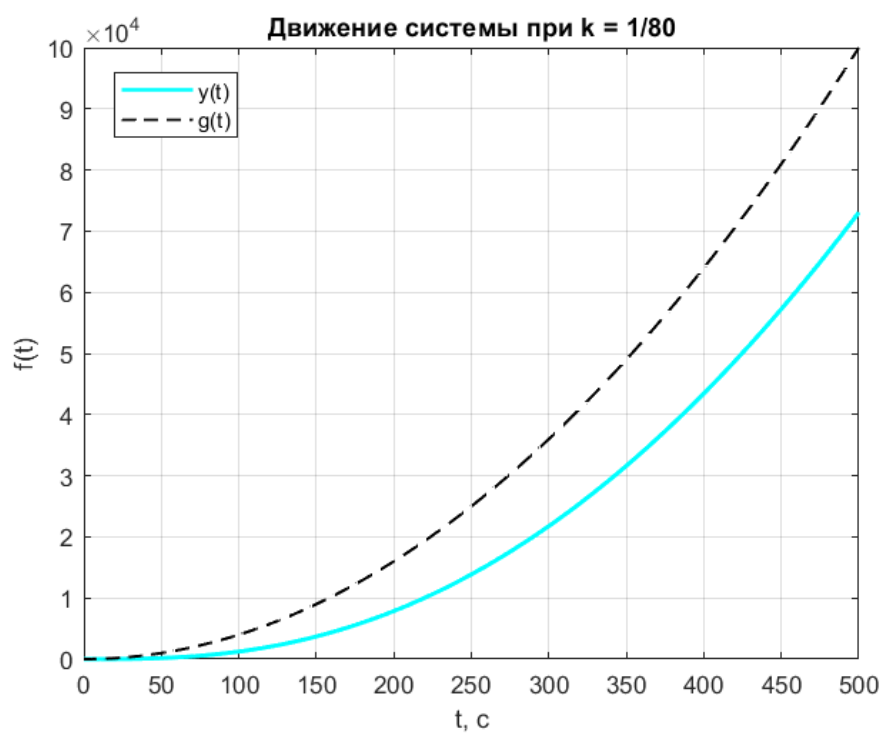


Рисунок 51 — Движение системы при $k = \frac{1}{80}$.

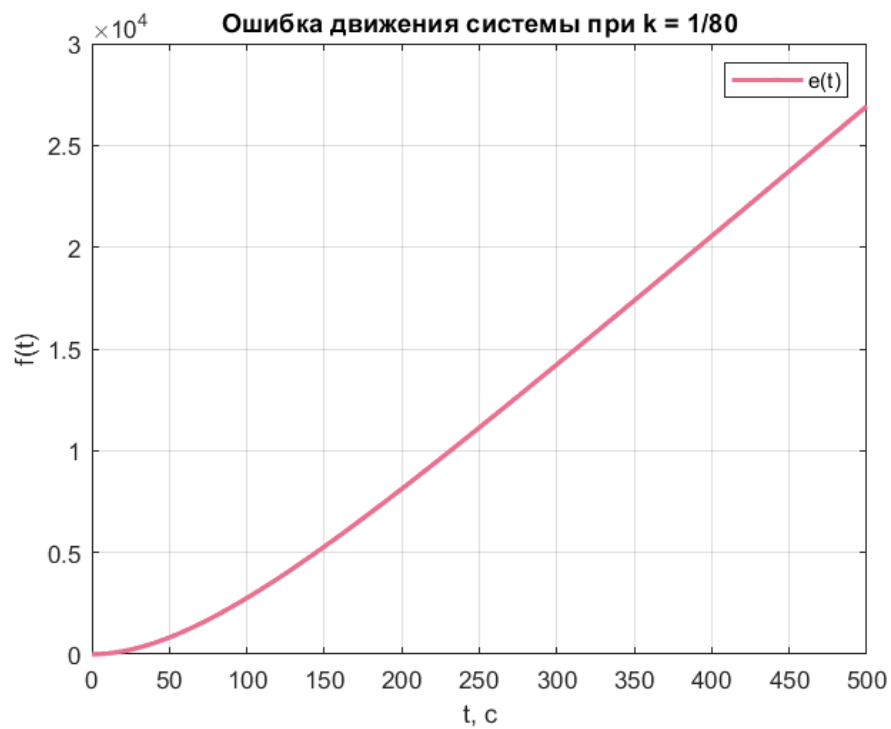


Рисунок 52 — Ошибка движения системы при $k = \frac{1}{80}$.

4.5.2 Вывод о влиянии k на движение системы при $g = \frac{at^2}{2}$

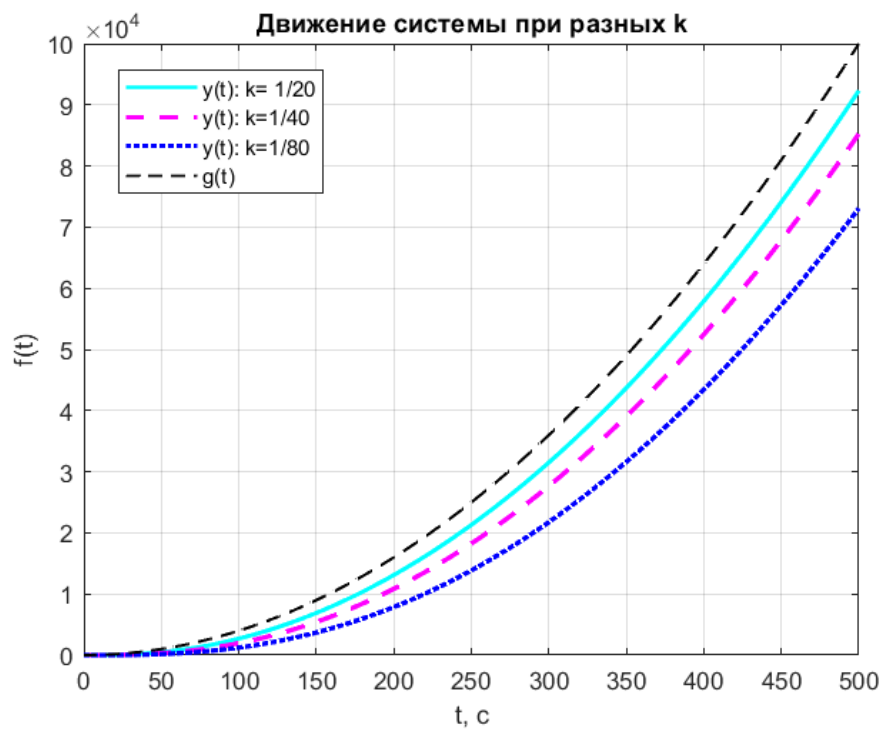


Рисунок 53 — Движение системы при разных k .

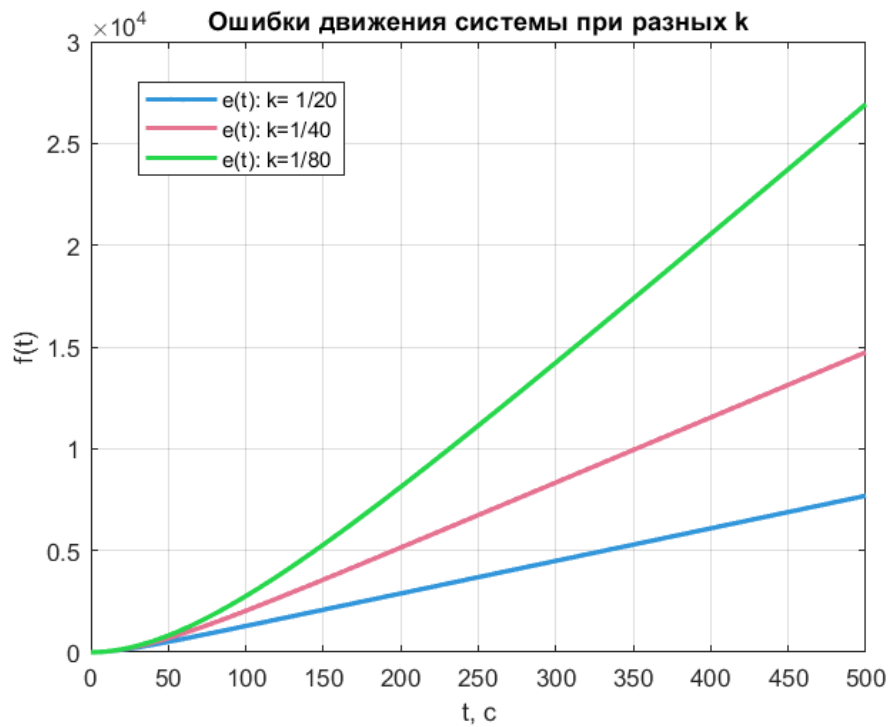


Рисунок 54 — Ошибка движения системы при разных k .

Заметим, что при увеличении значения k , то есть при приближении к верхней границе устойчивости ($0 < k < \frac{3}{20}$), регулирование системы происходит быстрее и скорость роста ошибки меньше. Моделирование демонстрирует, что для всех случаев ошибка стремится к бесконечности.

5 ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ С АСТАТИЗМОМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (ПИ-РЕГУЛЯТОР)

Рассмотрим замкнутую систему, заданную структурной схемой на рисунке 55. Пропорционально-интегральный регулятор задан формулой:

$$H(s) = \frac{k_{\text{И}}}{s} + k_{\text{П}} \quad (43)$$

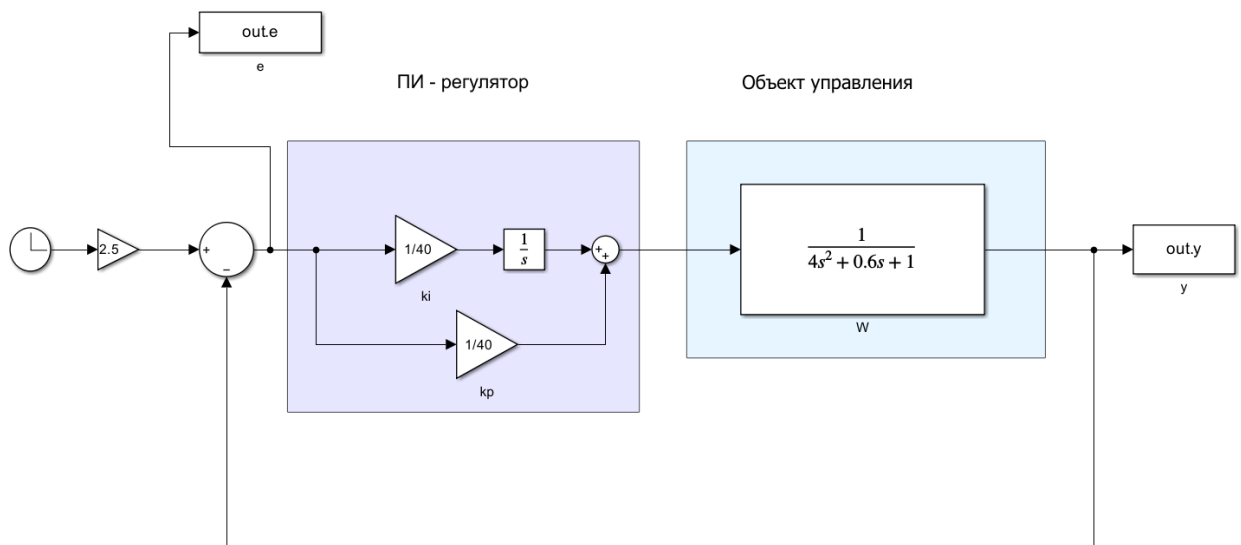


Рисунок 55 — Схема для моделирования движения системы.

5.1 Обеспечение асимптотической устойчивости

$$W(s) = \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \Rightarrow 4\ddot{y} + 0.6\dot{y} + y = u \quad (44)$$

Воспользуемся преобразованием Лапласа и примем начальные условия нулевыми:

$$\begin{aligned} 4s^2Y(s) + 0.6sY(s) + Y(s) &= -\frac{k_{\text{И}}}{s}Y(s) - k_{\text{П}}Y(s) \Rightarrow \\ \Rightarrow s^2Y(s) + \frac{3}{20}sY(s) + 0.25\left(1 + k_{\text{П}} + \frac{k_{\text{И}}}{s}\right)Y(s) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow s^3Y(s) + \frac{3}{20}s^2Y(s) + 0.25(1 + k_{\text{П}})sY(s) + 0.25k_{\text{И}}Y(s) &= 0 \end{aligned} \quad (45)$$

Применим критерий Гурвица:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_2 > 0, \\ A_1 > 0, \\ A_0 > 0, \\ A_2 \cdot A_1 > A_0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{20} > 0, \\ 0.25(1 + k_{\Pi}) > 0, \\ 0.25k_{\text{И}} > 0, \\ \frac{3}{20} \cdot 0.25(1 + k_{\Pi}) > 0.25k_{\text{И}} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_{\Pi} > -1, \\ k_{\text{И}} > 0, \\ \frac{3}{20}(1 + k_{\Pi}) > k_{\text{И}} \end{array} \right. \quad (46)$$

Рассмотрим по 3 значения параметров: $k_{\Pi} = 5, 10, 15$, $k_{\text{И}} = 0.1, 0.5, 0.8$. Составим все возможные пары, при которых обеспечивается асимптотическая устойчивость.

Таблица 1 — Наборы коэффициентов.

n	k_{Π}	$k_{\text{И}}$
1	5	0.1
2	5	0.5
3	5	0.8
4	10	0.1
5	10	0.5
6	10	0.8
7	15	0.1
8	15	0.5
9	15	0.8

5.2 Режим с постоянной скоростью

Будем исследовать систему при $g = 2.5t$.

5.2.1 Определение ошибки $e_{\text{уст.}}$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) \quad (47)$$

$$W_{g \rightarrow e}(s) = \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{per.}}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \left(\frac{k_{\text{И}}}{s} + k_{\text{П}} \right)} = \frac{1}{1 + \frac{k_{\text{И}} + k_{\text{П}}s}{4s^3 + 0.6s^2 + s}} =$$

$$= \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k_{\text{И}} + k_{\text{П}}s} \quad (48)$$

$$G(s) = \frac{V}{s^2} = \frac{2.5}{s^2} \quad (49)$$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2.5}{s^2} \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k_{\text{И}} + k_{\text{П}}s} = \frac{2.5}{k_{\text{И}}} \quad (50)$$

$$e_{\text{уст.}}(k_{\text{И}} = 0.1) = \frac{2.5}{k_{\text{И}}} = 25 \quad (51)$$

$$e_{\text{уст.}}(k_{\text{И}} = 0.5) = \frac{2.5}{k_{\text{И}}} = 5 \quad (52)$$

$$e_{\text{уст.}}(k_{\text{И}} = 0.8) = \frac{2.5}{k_{\text{И}}} = \frac{25}{8} \quad (53)$$

5.2.2 Моделирование

Результаты моделирования движения системы и графики ошибки представлены на рисунках 56-73

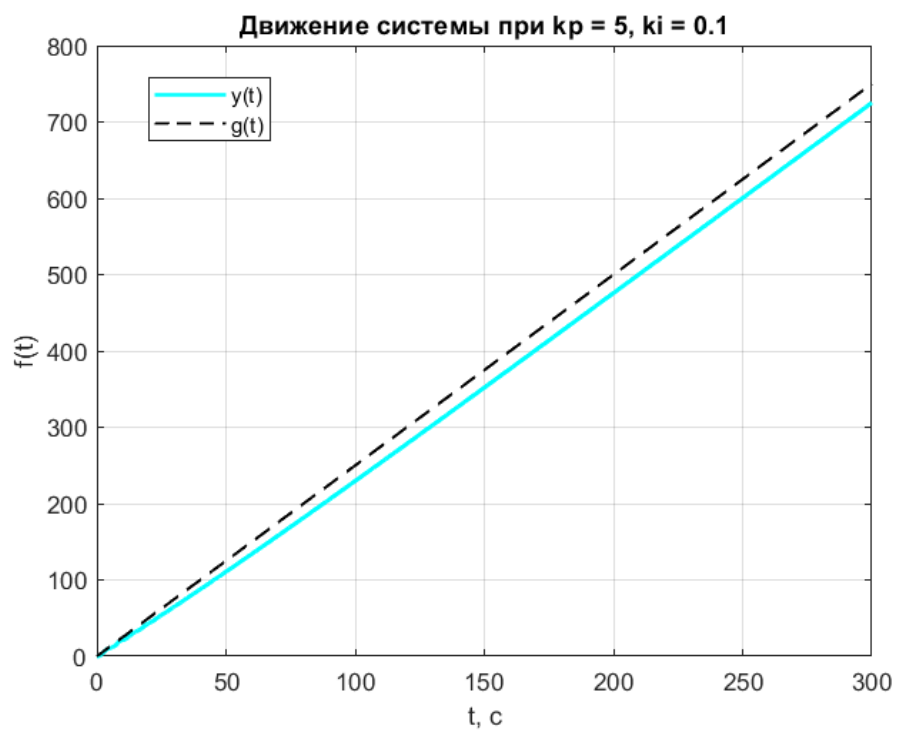


Рисунок 56 — Движение системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

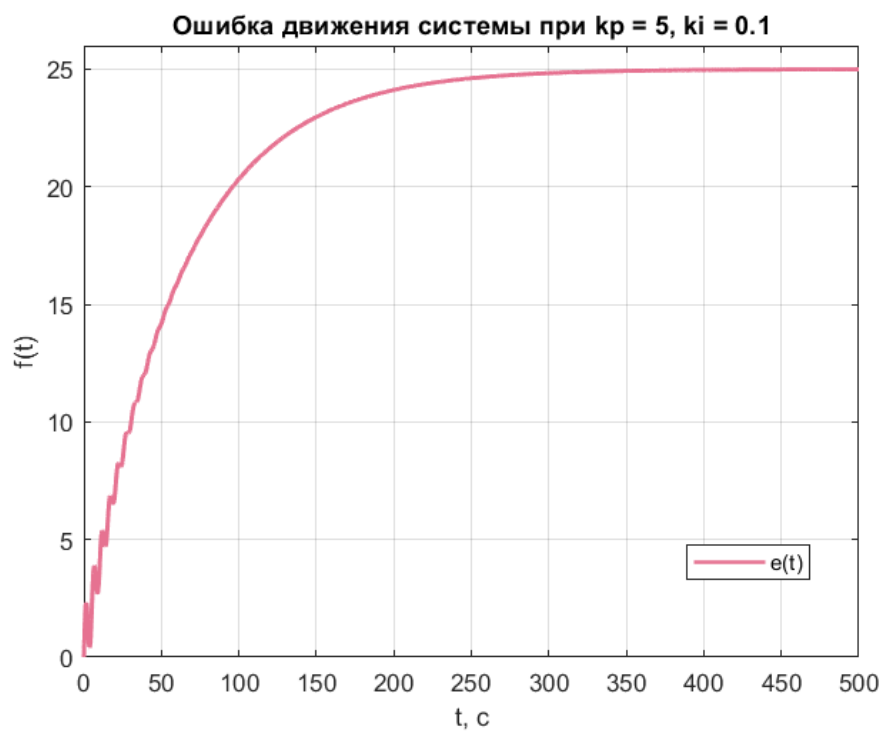


Рисунок 57 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

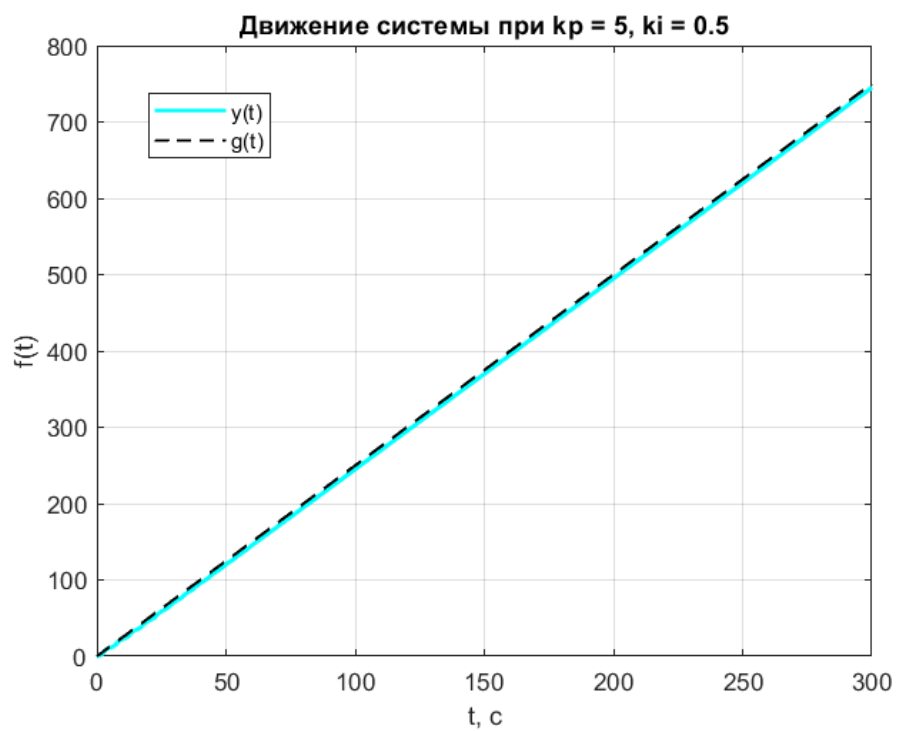


Рисунок 58 — Движение системы при $k_{\Pi} = 5, k_{\text{И}} = 0.5$.

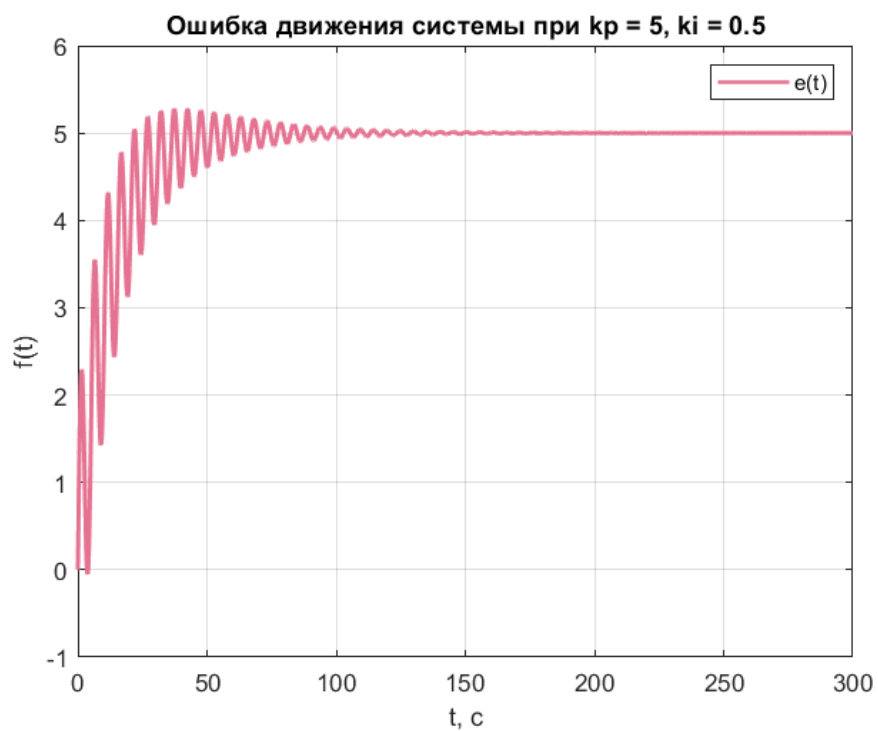


Рисунок 59 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 5, k_{\text{И}} = 0.5$.

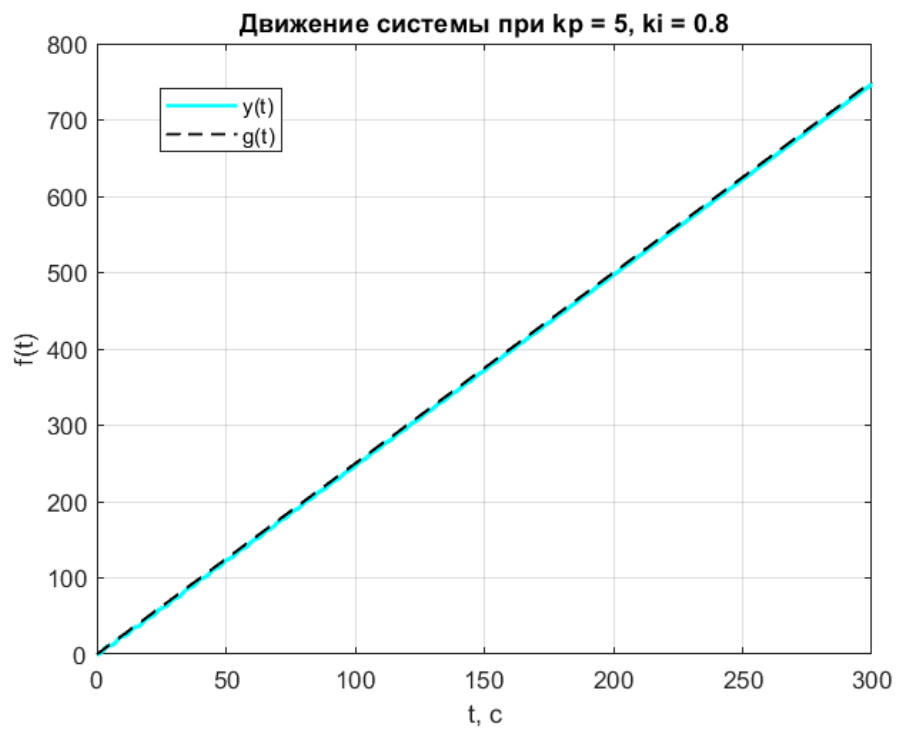


Рисунок 60 — Движение системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.8$.

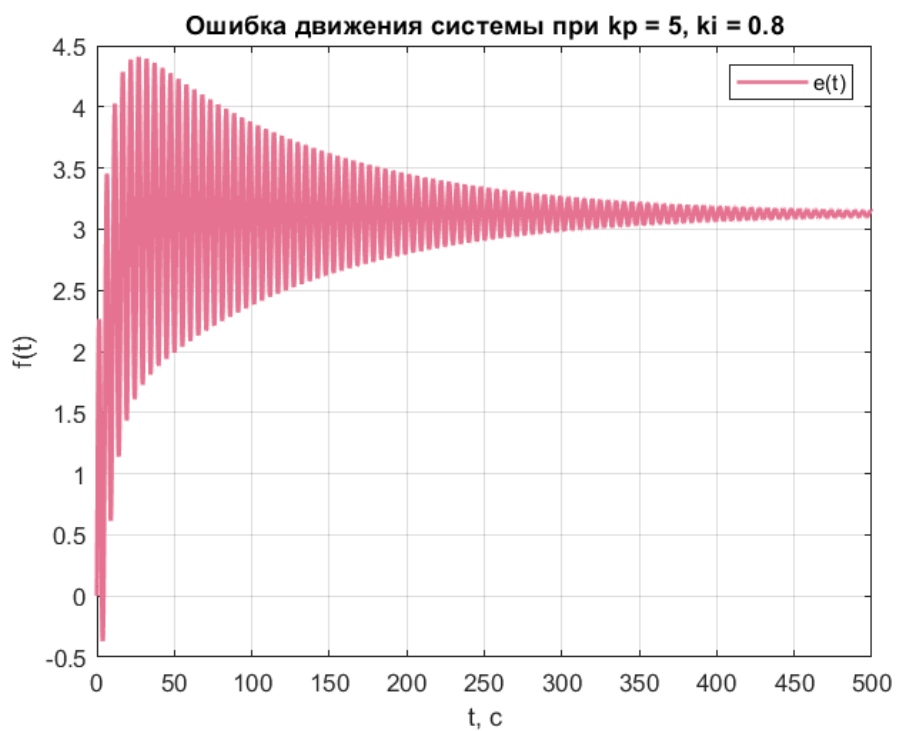


Рисунок 61 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.8$.

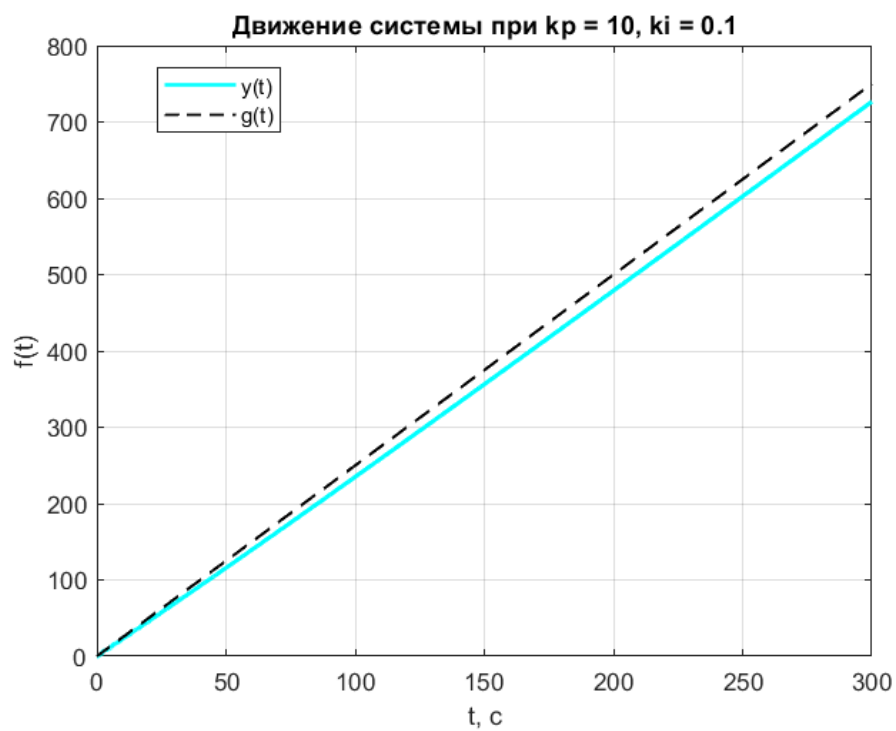


Рисунок 62 — Движение системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

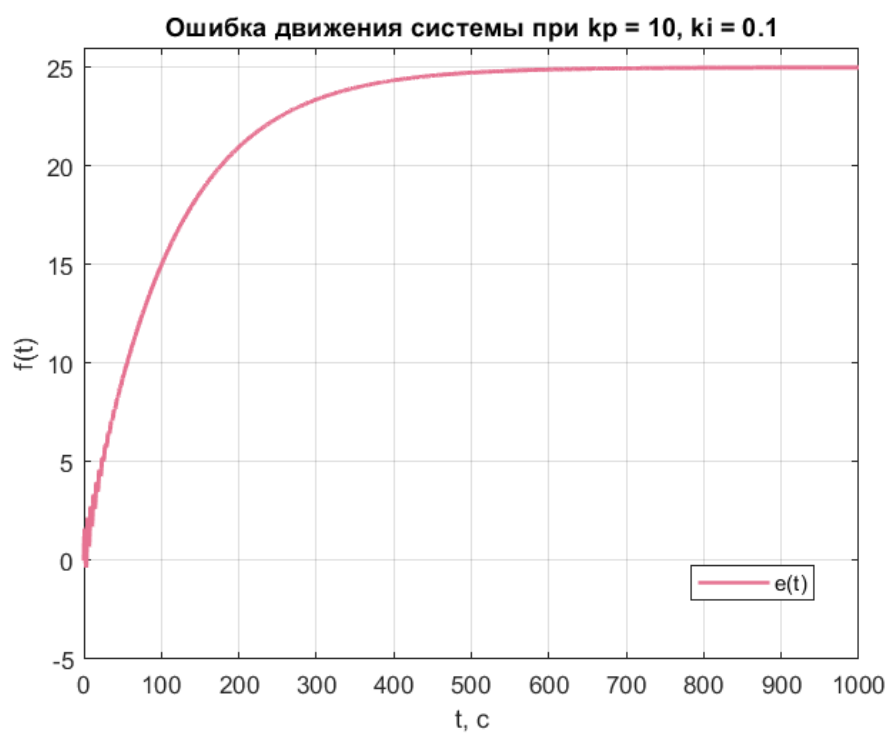


Рисунок 63 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

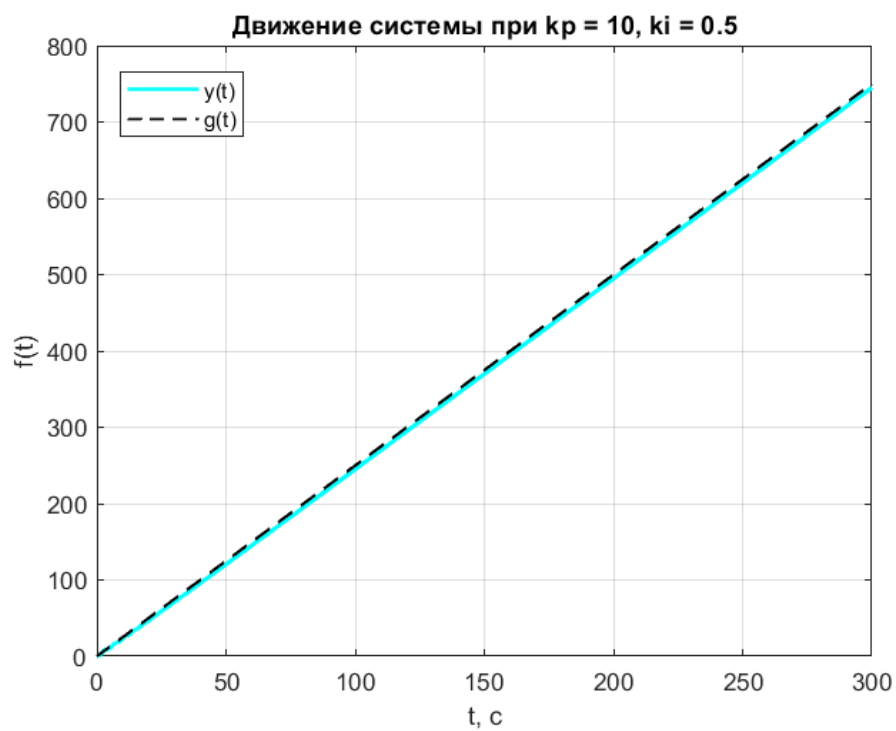


Рисунок 64 — Движение системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

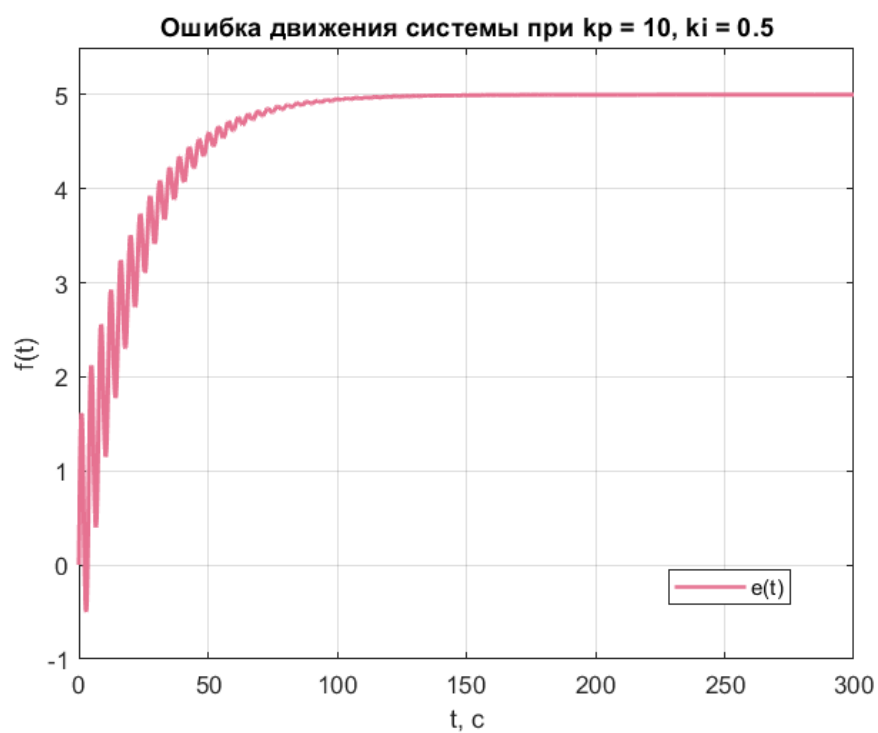


Рисунок 65 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

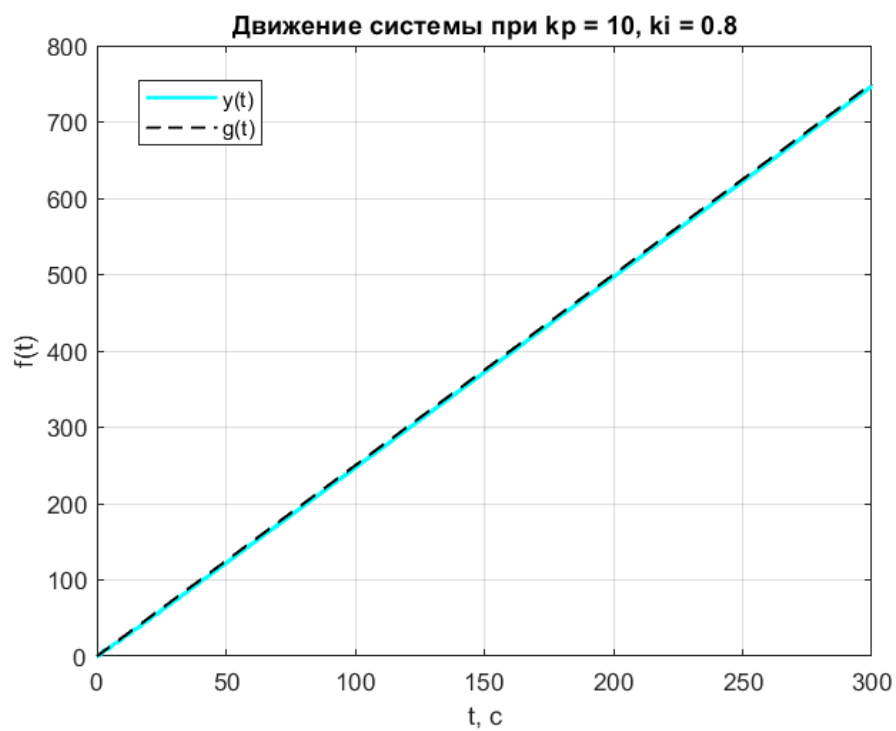


Рисунок 66 — Движение системы при $k_{\Pi} = 10, k_{\text{И}} = 0.8$.

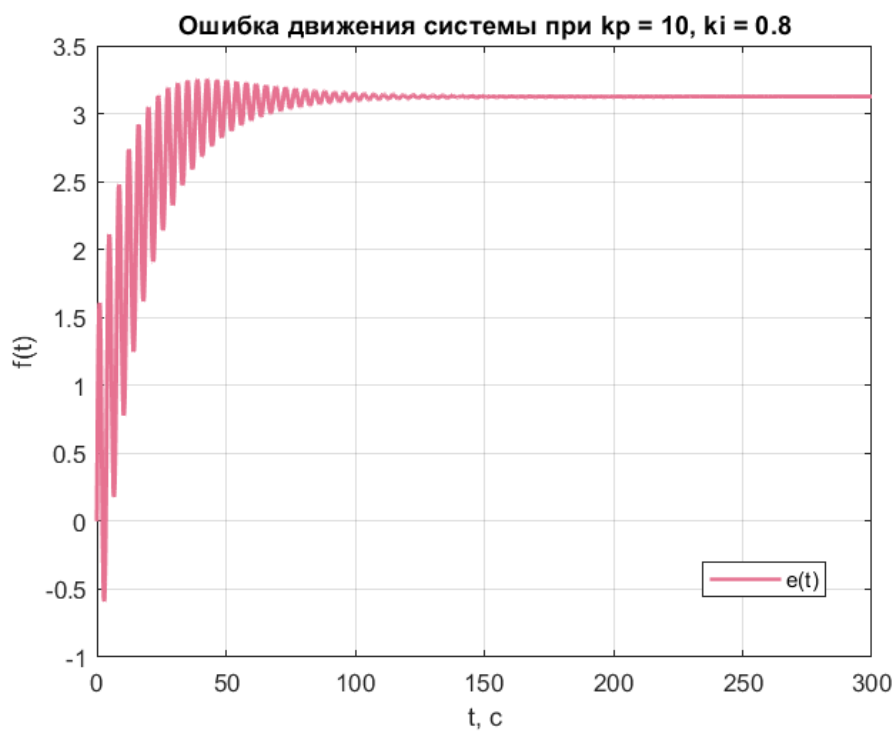


Рисунок 67 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 10, k_{\text{И}} = 0.8$.

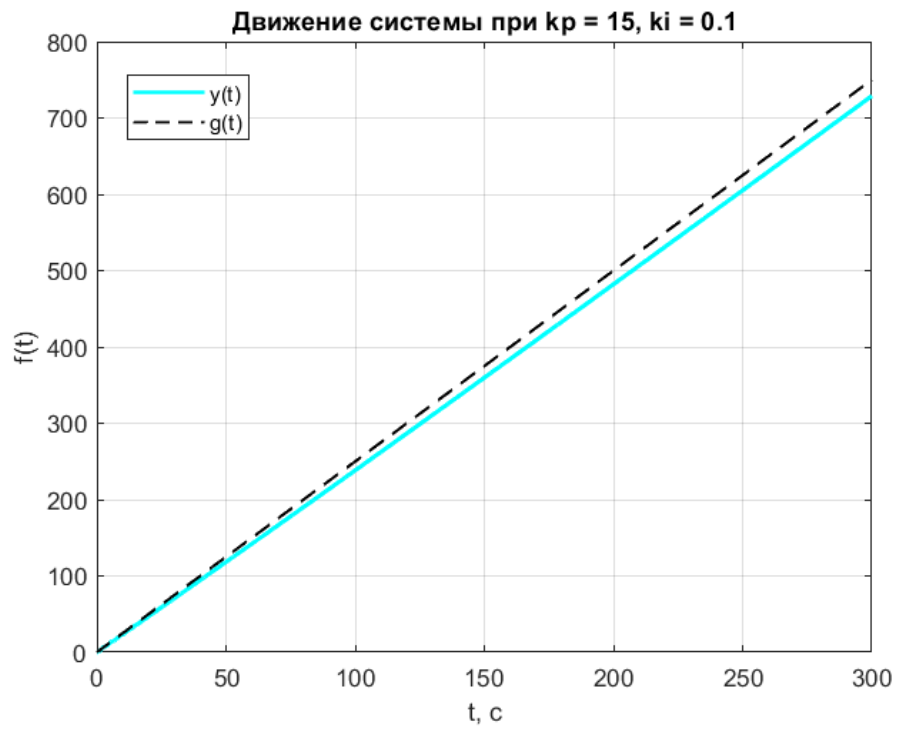


Рисунок 68 — Движение системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

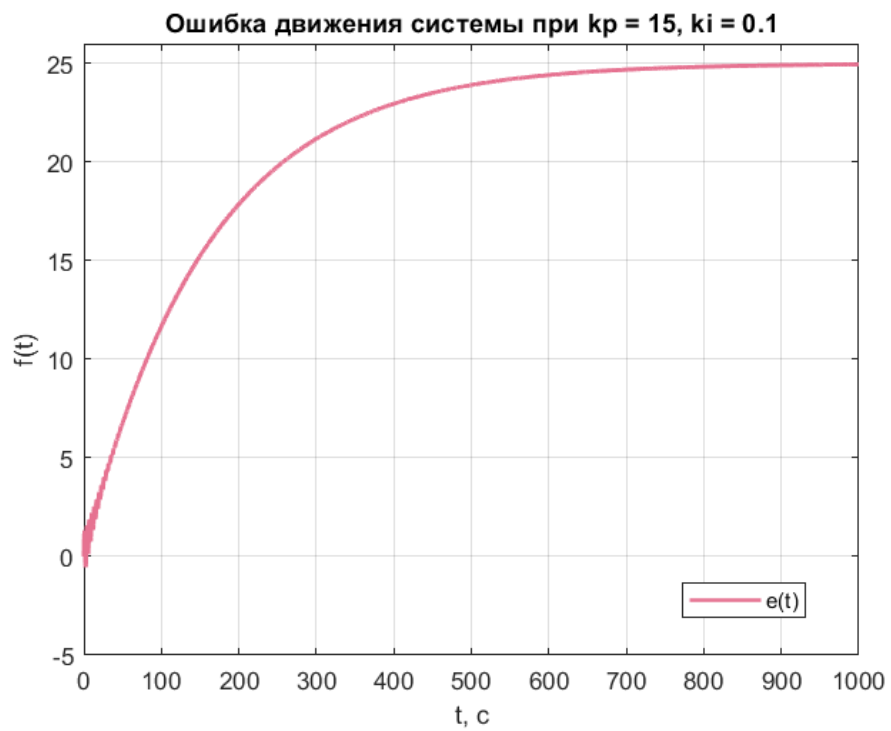


Рисунок 69 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

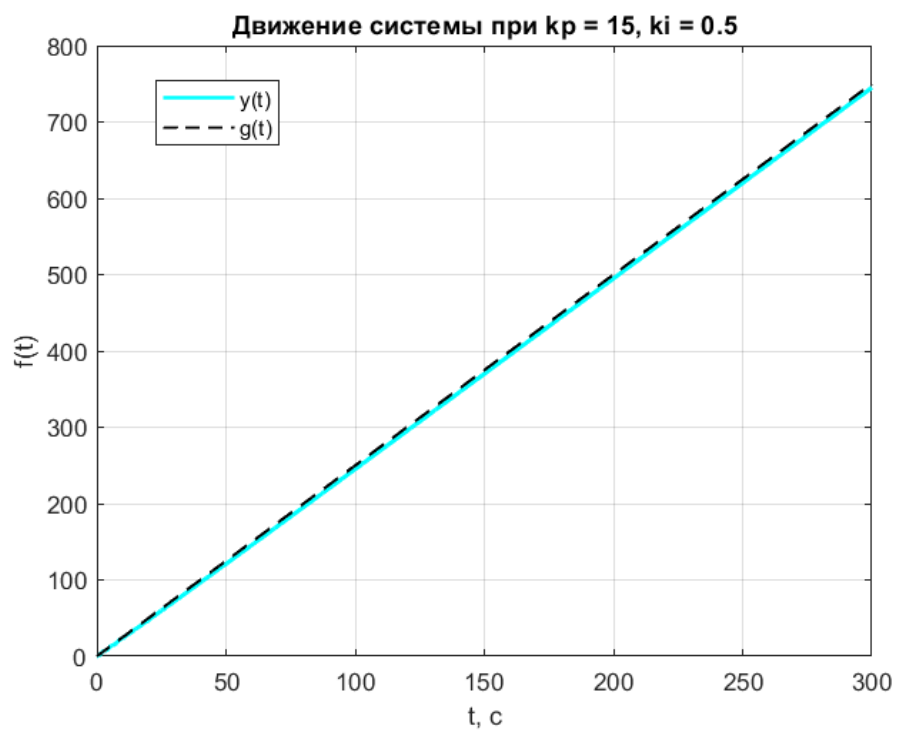


Рисунок 70 — Движение системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

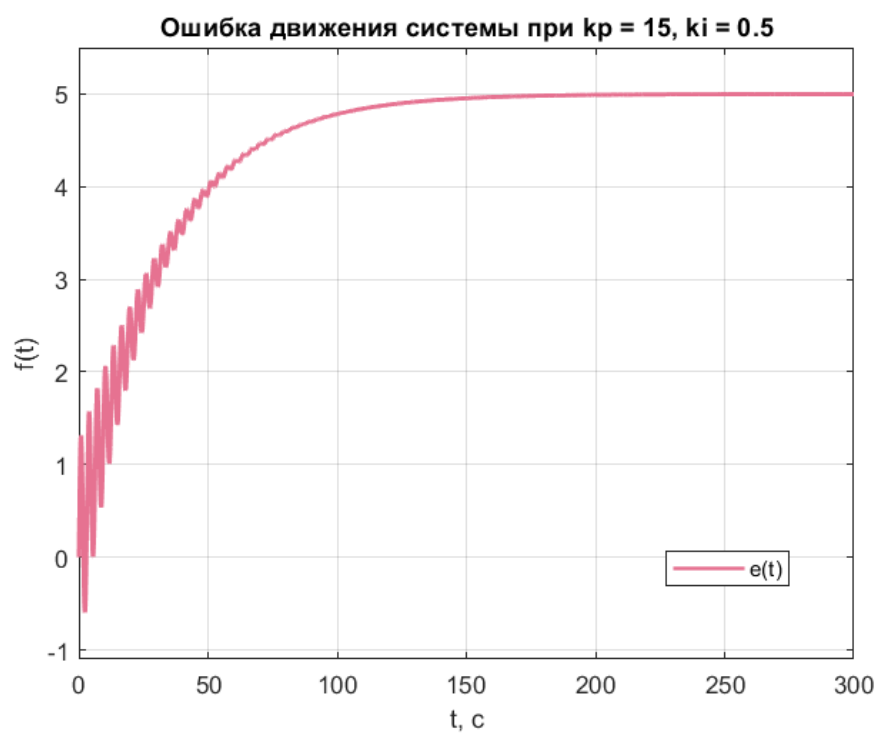


Рисунок 71 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

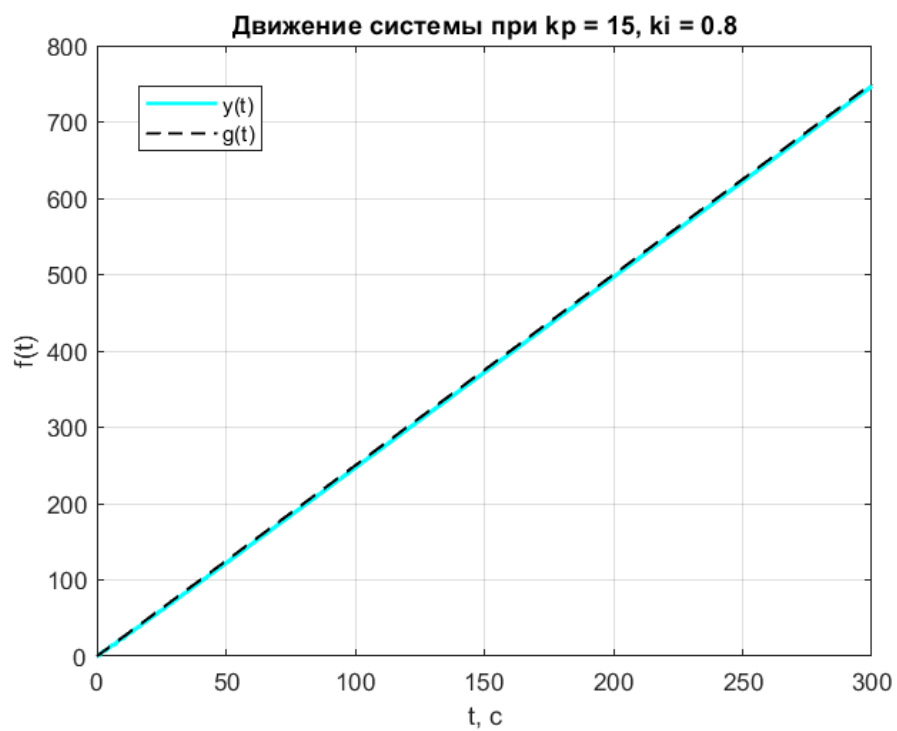


Рисунок 72 — Движение системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.8$.

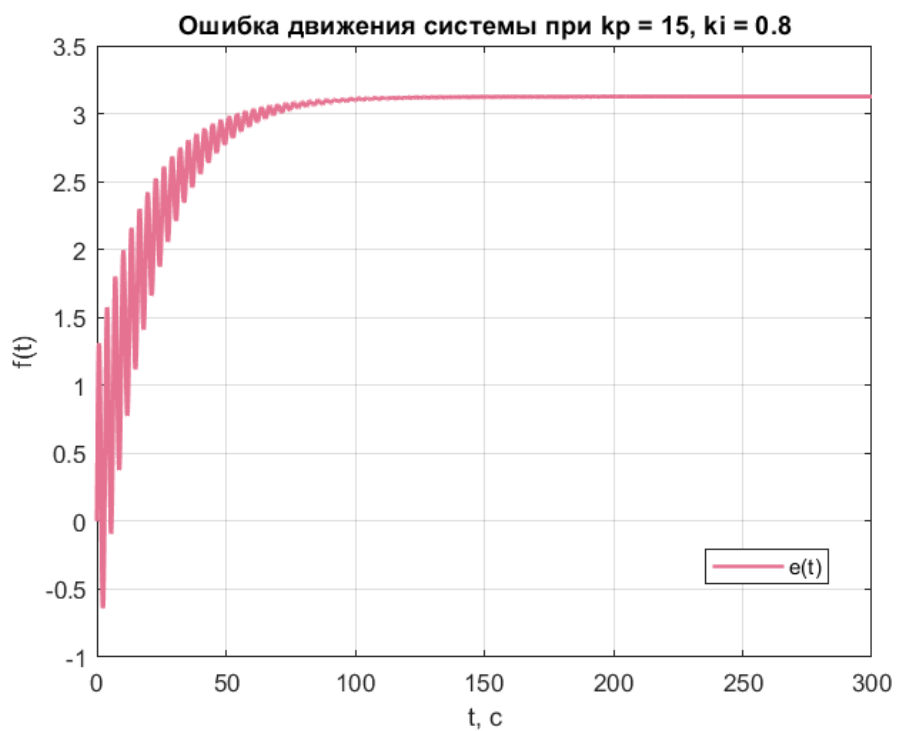


Рисунок 73 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.8$.

5.2.3 Выводы

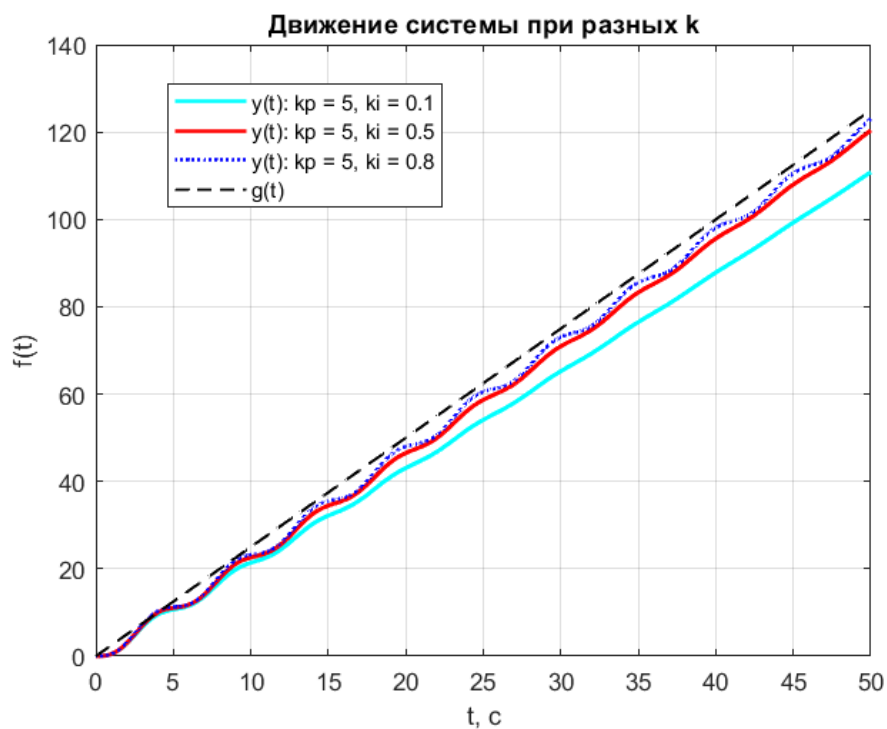


Рисунок 74 — Движение системы при разных k_p, k_i , часть 1.

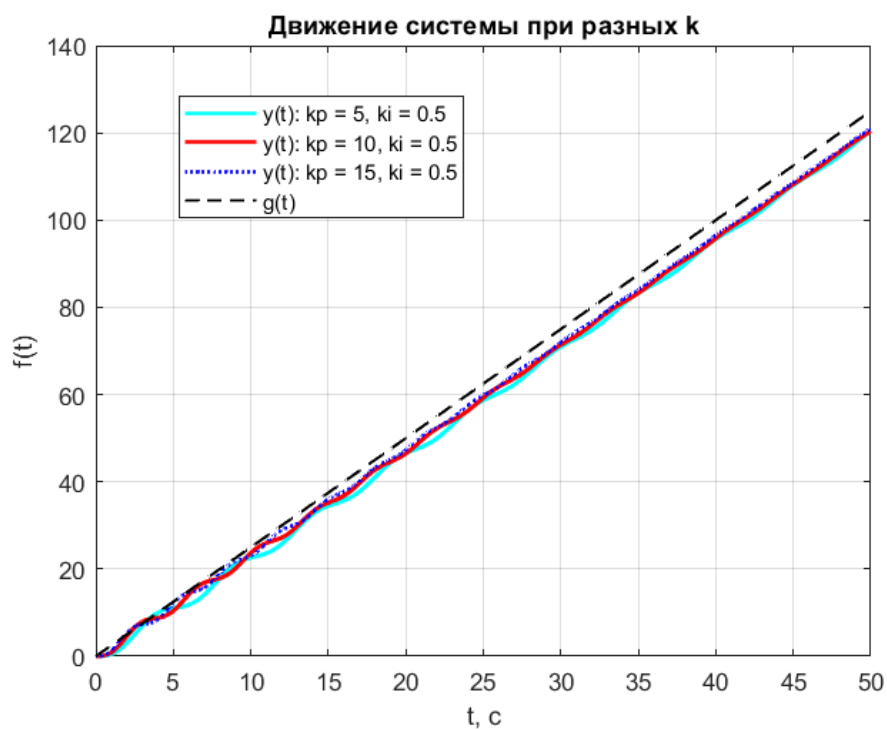


Рисунок 75 — Движение системы при разных k_p, k_i , часть 2.

На рисунке 74 заметно, что чем больше коэффициент $k_{\text{И}}$, тем меньше расстояние между $y(t)$ и $g(t)$. По графикам ошибок движения системы заметно, что в пределе подтверждается аналитически вычисленное значение для ошибки.

5.3 Режим слежения за гармоническим сигналом

Будем исследовать систему при $g = 3 \sin(0.4t)$.

5.3.1 Определение ошибки $e_{\text{уст.}}$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) \quad (54)$$

$$\begin{aligned} W_{g \rightarrow e}(s) &= \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{пер.}}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \left(\frac{k_{\text{И}}}{s} + k_{\text{П}} \right)} = \frac{1}{1 + \frac{k_{\text{И}} + k_{\text{П}}s}{4s^3 + 0.6s^2 + s}} = \\ &= \frac{4s^3 + 0.6s^2 + s}{4s^3 + 0.6s^2 + s + k_{\text{И}} + k_{\text{П}}s} \quad (55) \end{aligned}$$

$$G(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} = \frac{1.2}{s^2 + 0.16} \quad (56)$$

$$E(s) = \frac{1.2(4s^3 + 0.6s^2 + s)}{(s^2 + 0.16)(4s^3 + 0.6s^2 + s + k_{\text{И}} + k_{\text{П}}s)} \quad (57)$$

В данном случае невозможно вычислить ошибку с помощью предела.

5.3.2 Моделирование

Результаты моделирования движения системы и графики ошибки представлены на рисунках 76-93

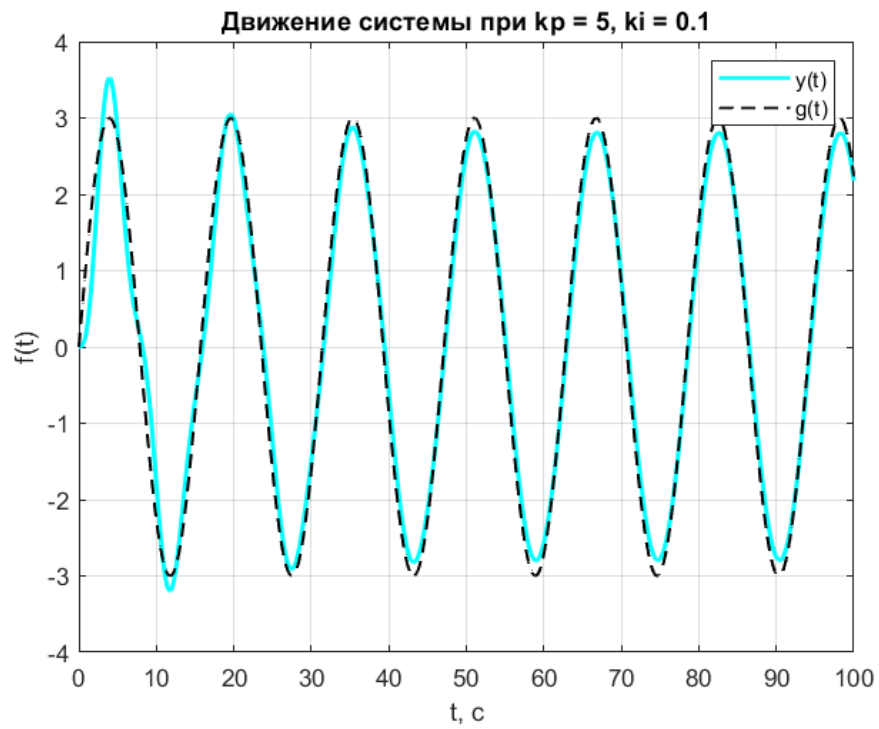


Рисунок 76 — Движение системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

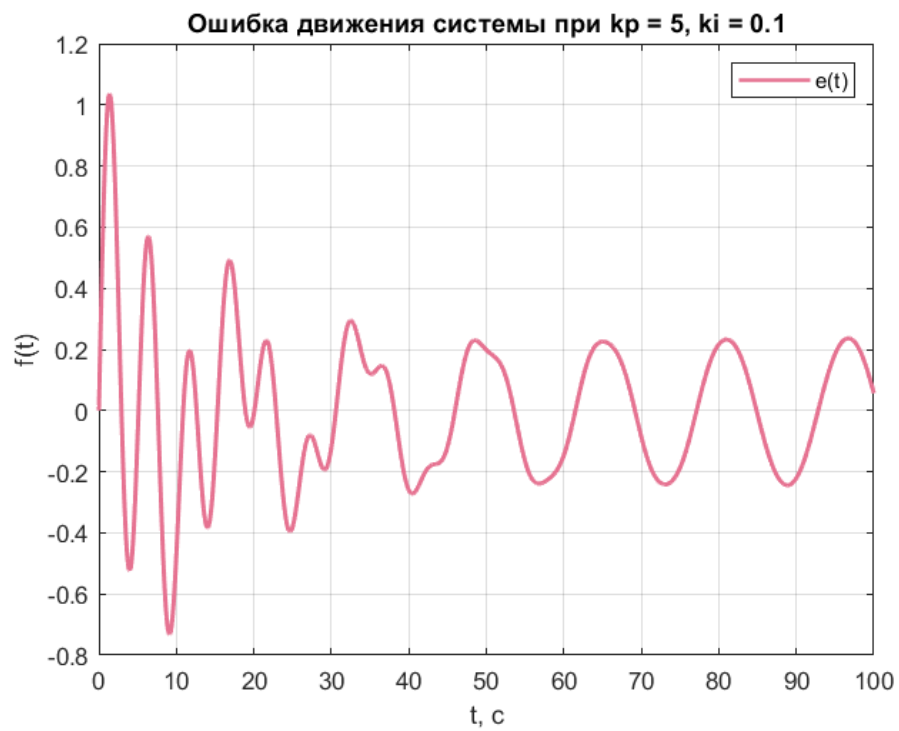


Рисунок 77 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

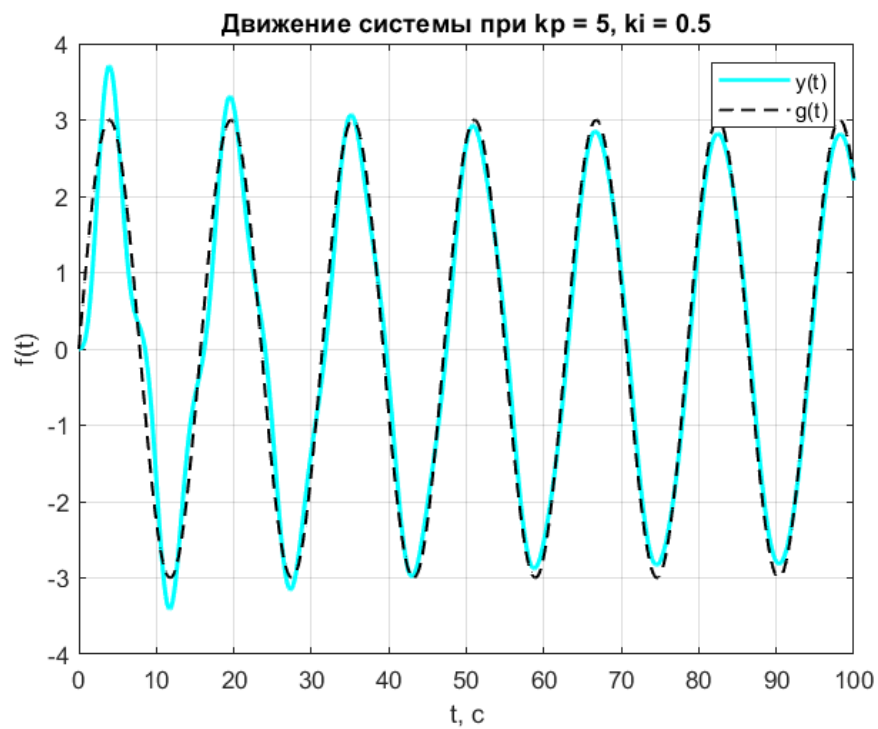


Рисунок 78 — Движение системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

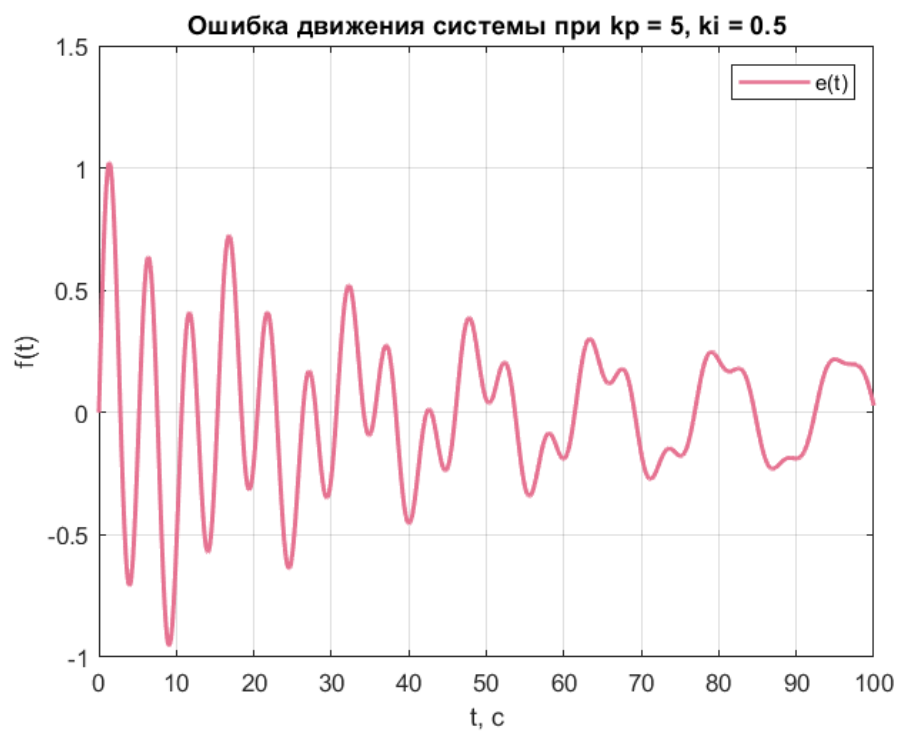


Рисунок 79 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 5$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

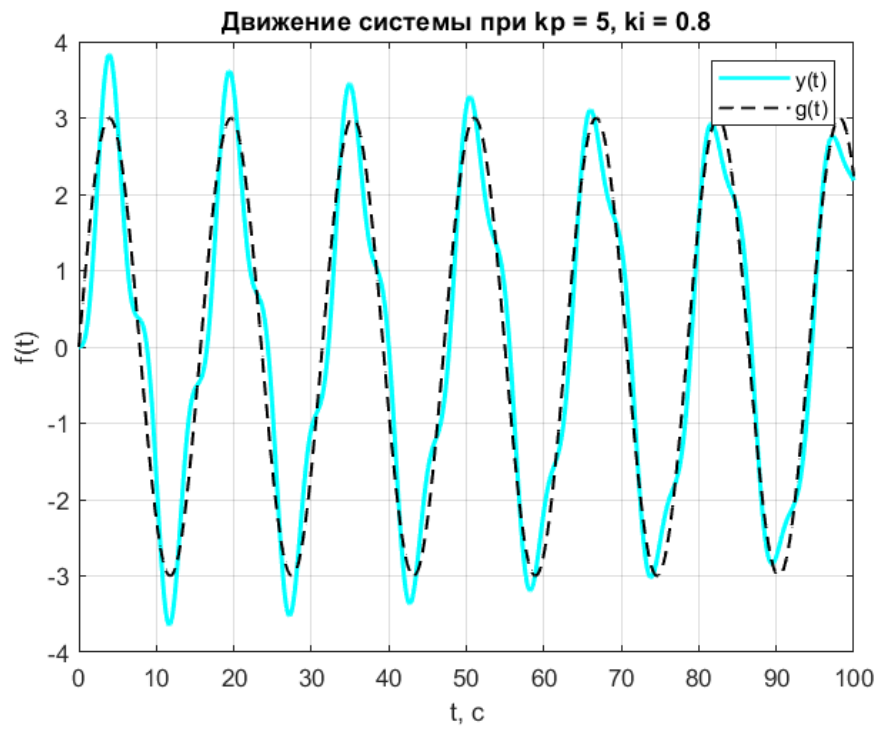


Рисунок 80 — Движение системы при $k_{\Pi} = 5, k_{\text{И}} = 0.8$.

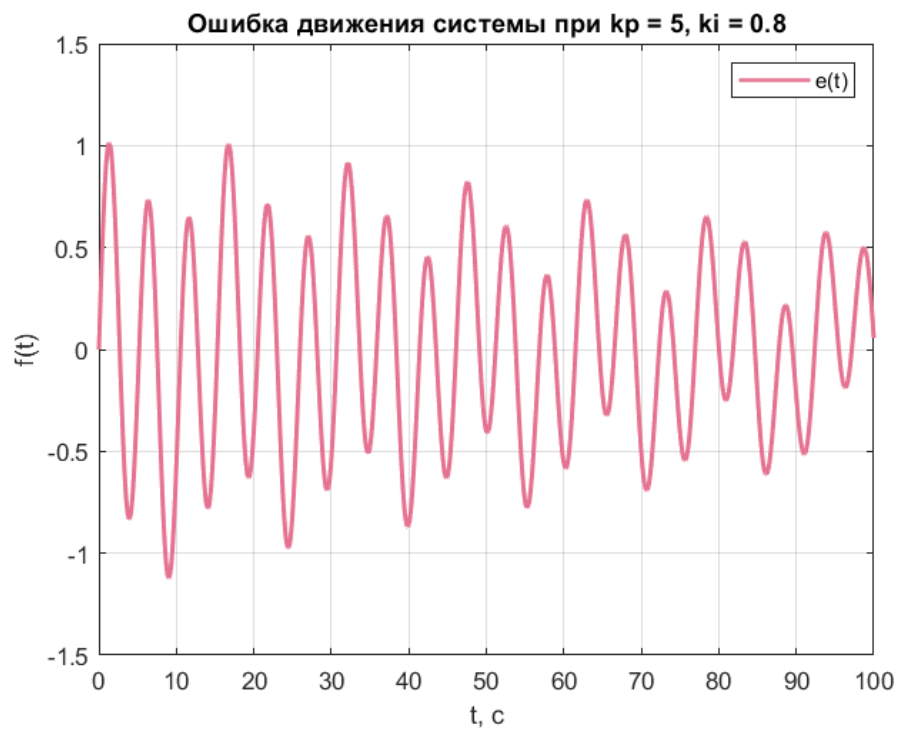


Рисунок 81 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 5, k_{\text{И}} = 0.8$.

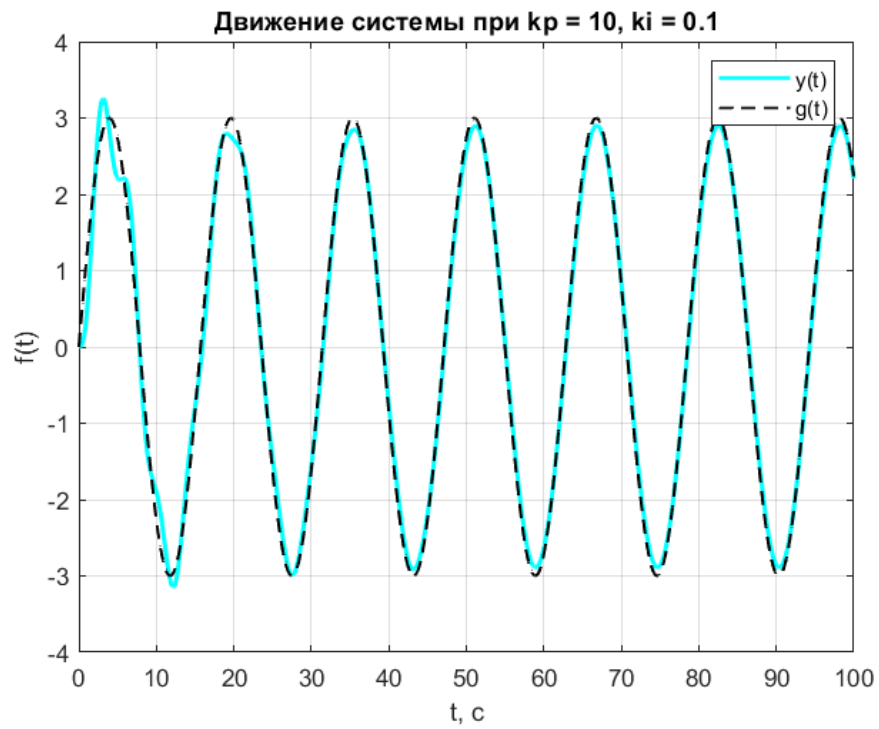


Рисунок 82 — Движение системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

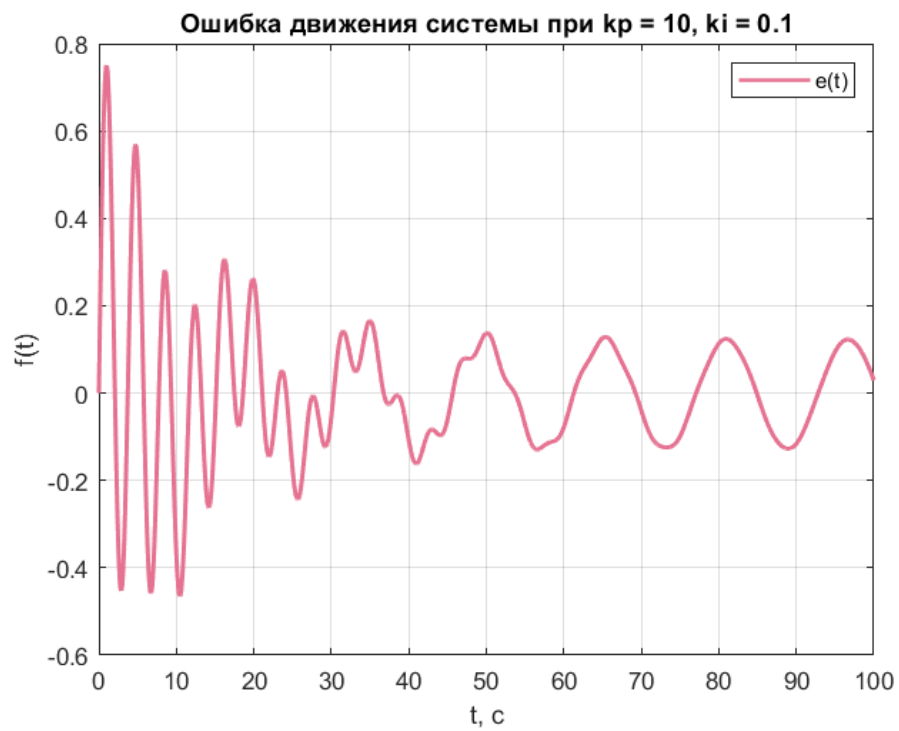


Рисунок 83 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.1$.

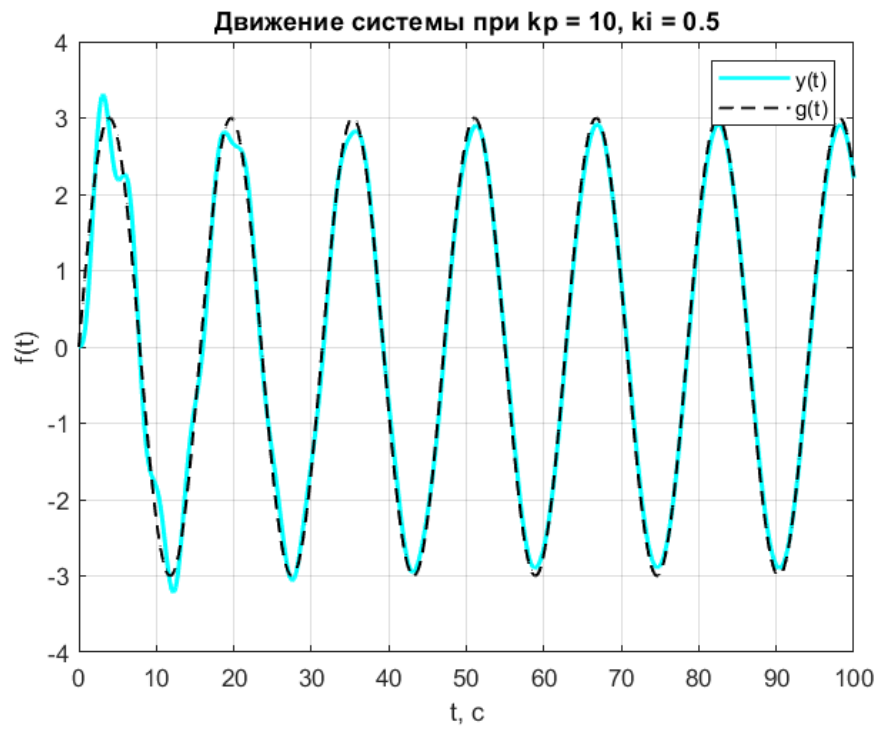


Рисунок 84 — Движение системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

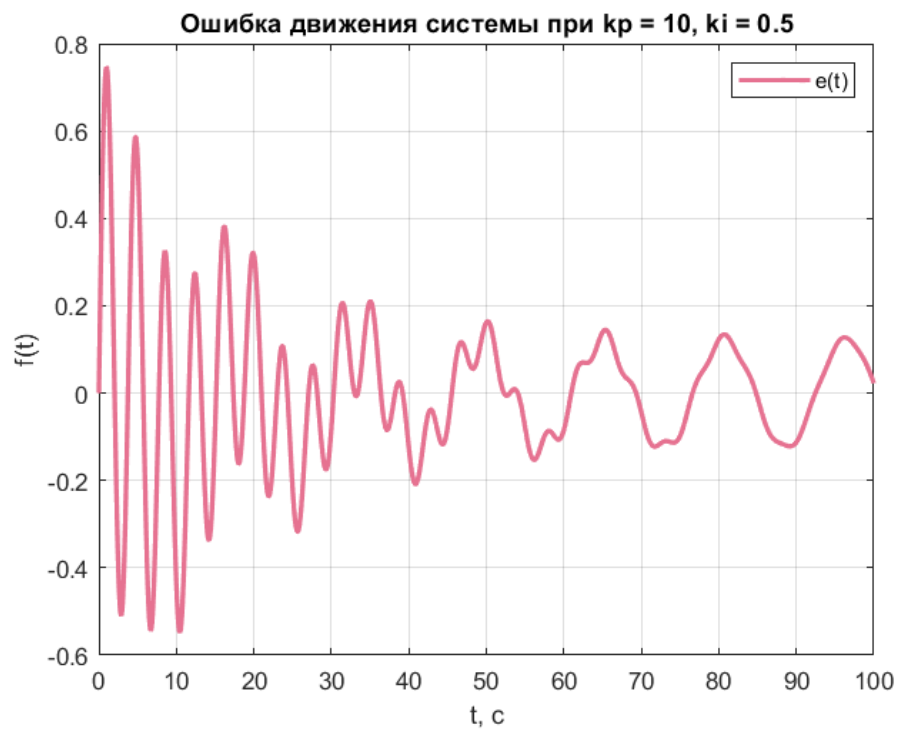


Рисунок 85 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.5$.

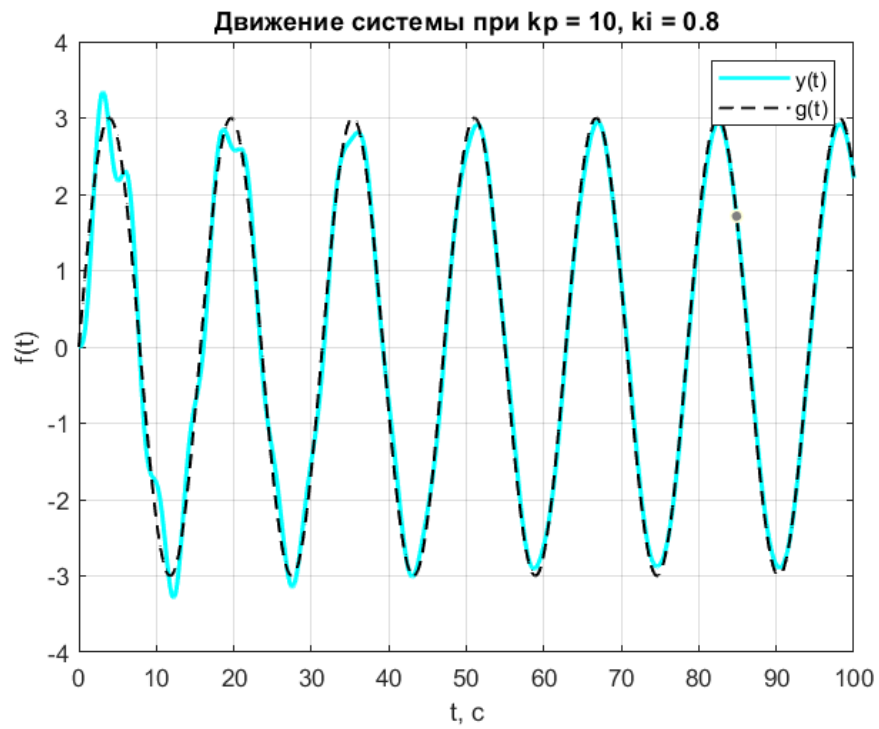


Рисунок 86 — Движение системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.8$.

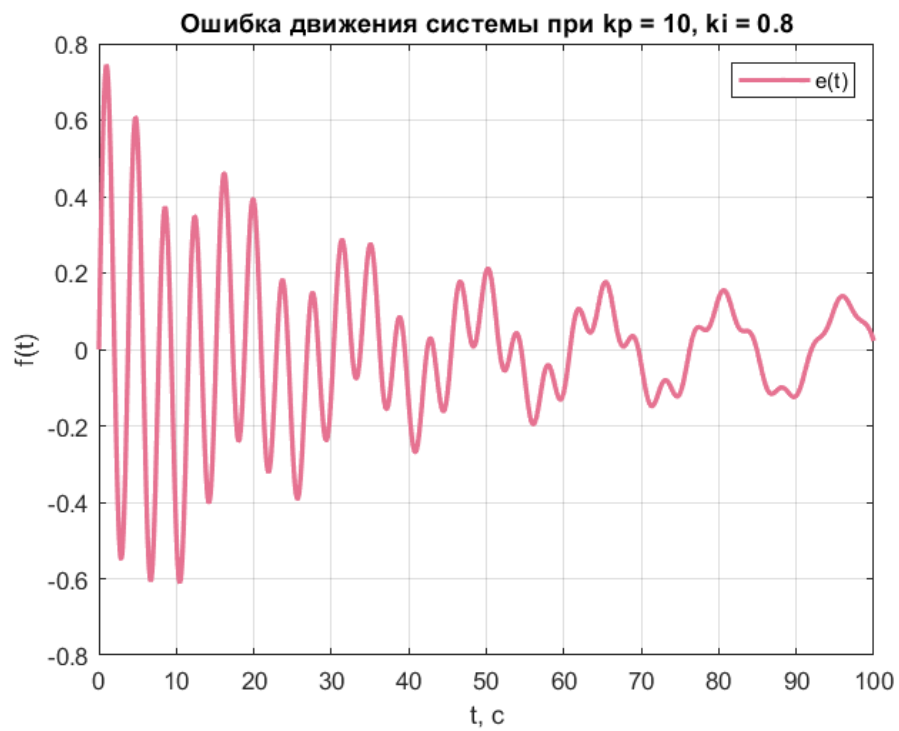


Рисунок 87 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 10$, $k_{\text{И}} = 0.8$.

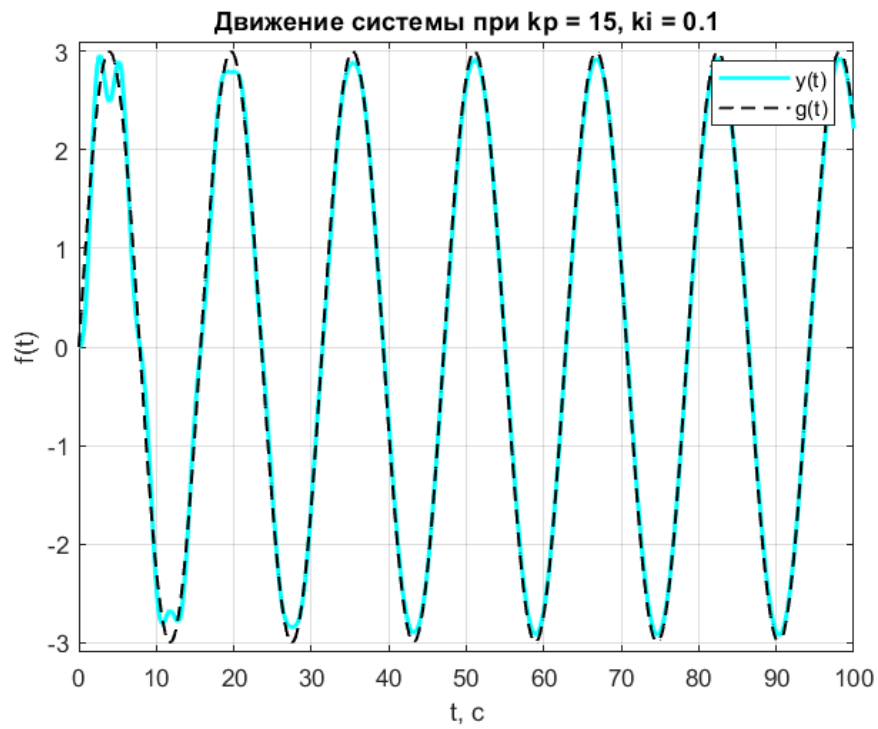


Рисунок 88 — Движение системы при $k_{\Pi} = 15, k_{\text{И}} = 0.1$.

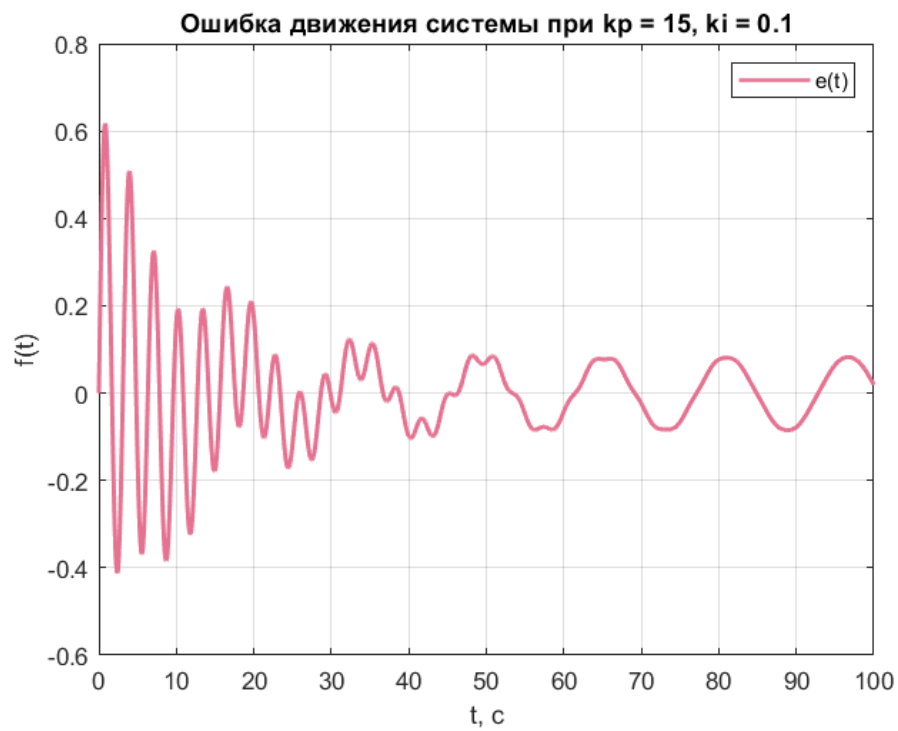


Рисунок 89 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 15, k_{\text{И}} = 0.1$.

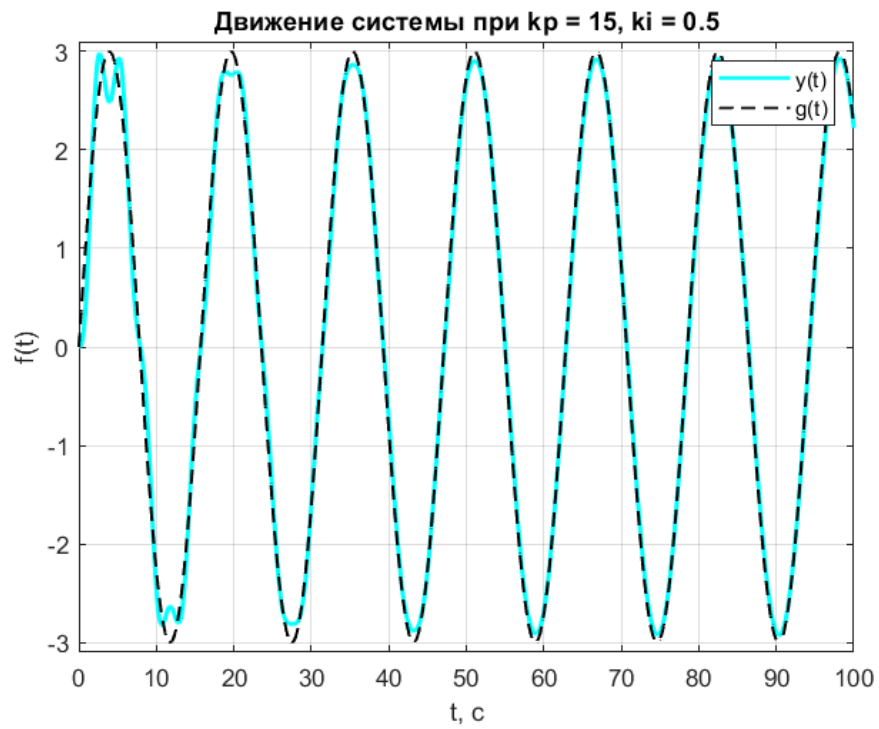


Рисунок 90 — Движение системы при $k_{\Pi} = 15, k_{\text{И}} = 0.5$.

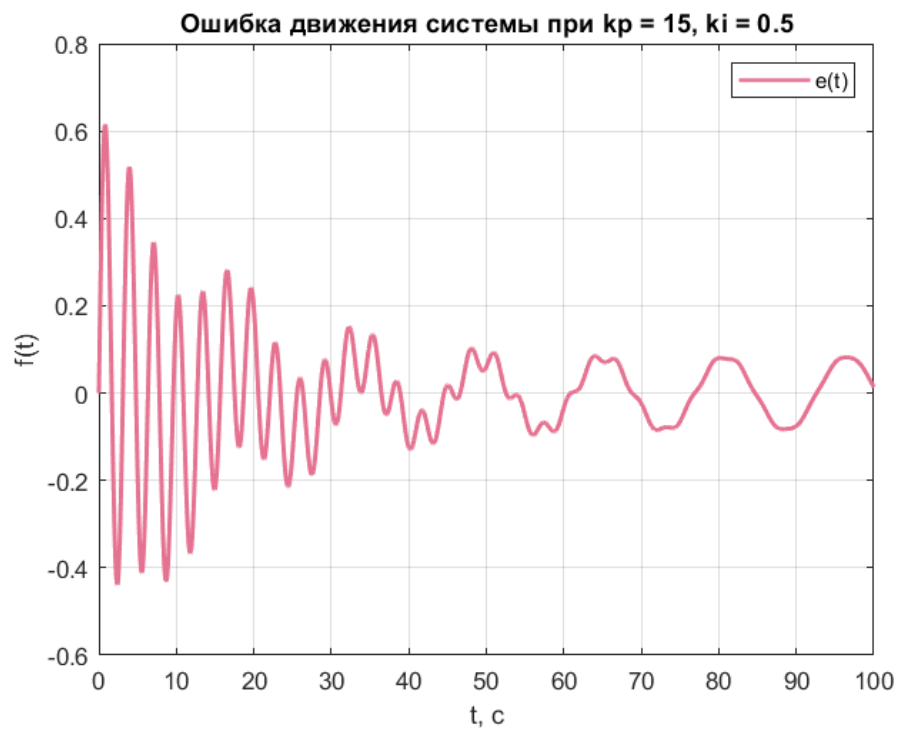


Рисунок 91 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 15, k_{\text{И}} = 0.5$.

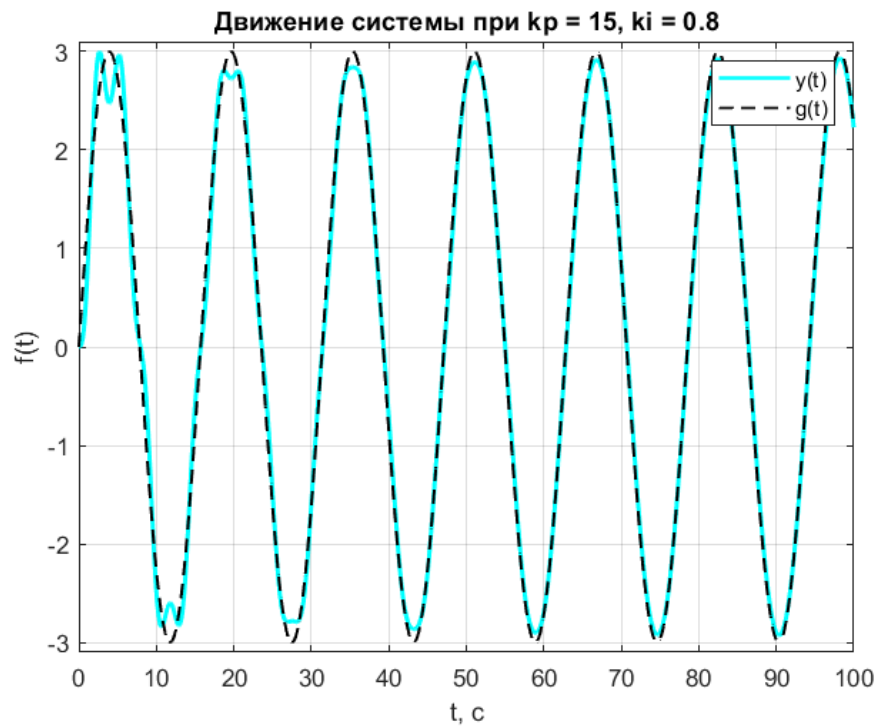


Рисунок 92 — Движение системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.8$.



Рисунок 93 — Ошибка движения системы при $k_{\Pi} = 15$, $k_{\text{И}} = 0.8$.

5.3.3 Вывод

Заметим, что для всех рассмотренных наборов коэффициентов график $y(t)$ близок к $g(t)$. Наибольшая ошибка возникает около точек, которым со-

ответствует максимальное значение амплитуды $g(t)$. Кроме того, значение ошибки ограничено и с течением времени амплитуда ее колебаний относительно нуля падает.

Рассмотрим сравнительные графики ошибки движения системы (рисунки 94-97). На рисунке 94 видно, что для одного и того же параметра $k_{\Pi} = 5$ амплитуда колебаний ошибки около нулевого значения снижается при уменьшении $k_{\text{И}}$. Для аналогичных экспериментов с $k_{\Pi} = 10$ и $k_{\Pi} = 15$ (рисунки 95 и 96 соответственно) наблюдается та же тенденция, но с меньшей разницей между графиками.

Отсюда можно сделать вывод о том, что ошибка для данной системы зависит от отношения между k_{Π} к $k_{\text{И}}$ и чем оно больше, тем стремительнее убывает значение ошибки, что подтверждает сравнение графиков на рисунке 97. Графики на рисунке 98 также подтверждают эту теорию.

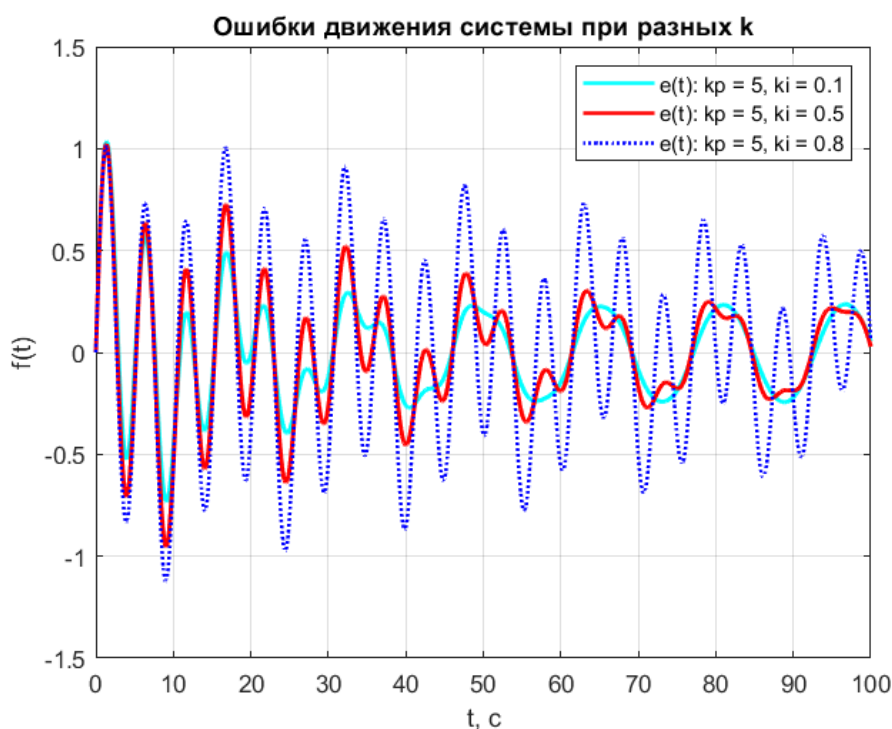


Рисунок 94 — Ошибка движения системы при различных наборах коэффициентов, часть 1.

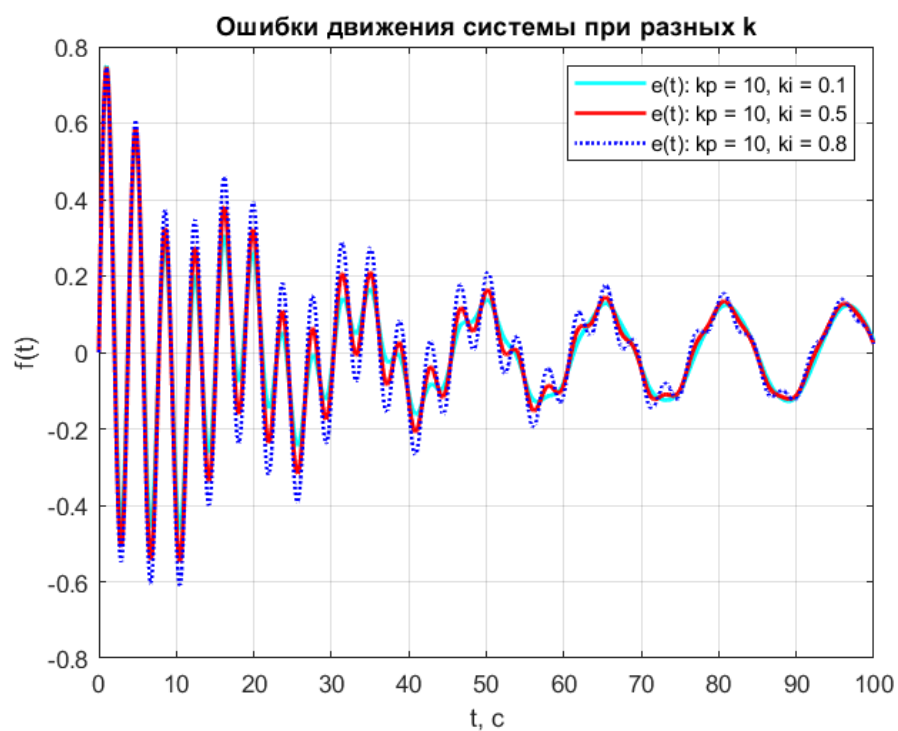


Рисунок 95 — Ошибка движения системы при различных наборах коэффициентов, часть 2.

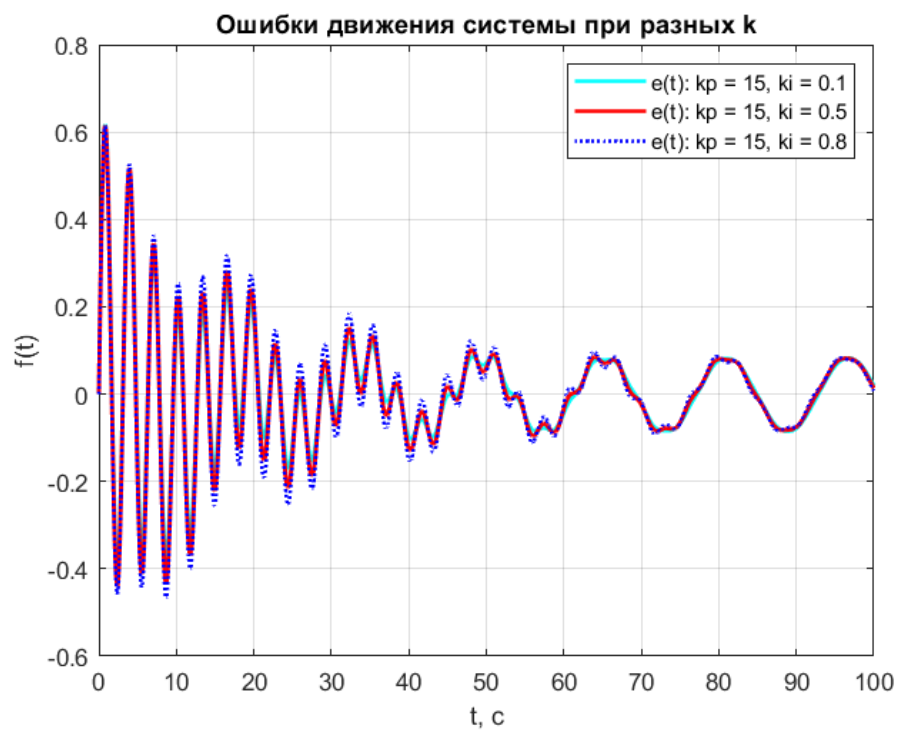


Рисунок 96 — Ошибка движения системы при различных наборах коэффициентов, часть 3.

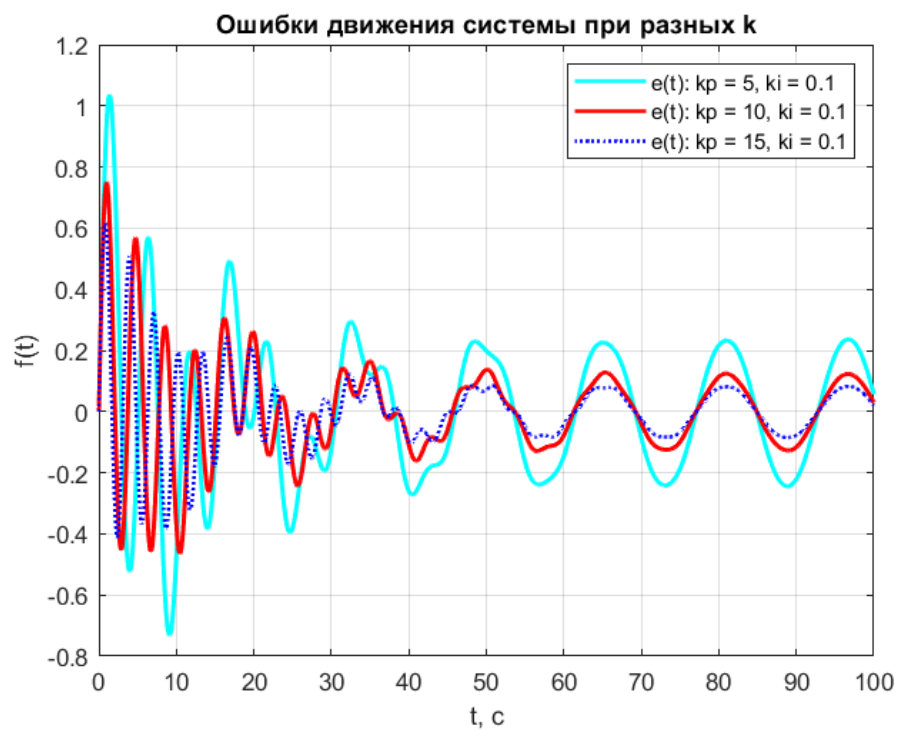


Рисунок 97 — Ошибка движения системы при различных наборах коэффициентов, часть 4.

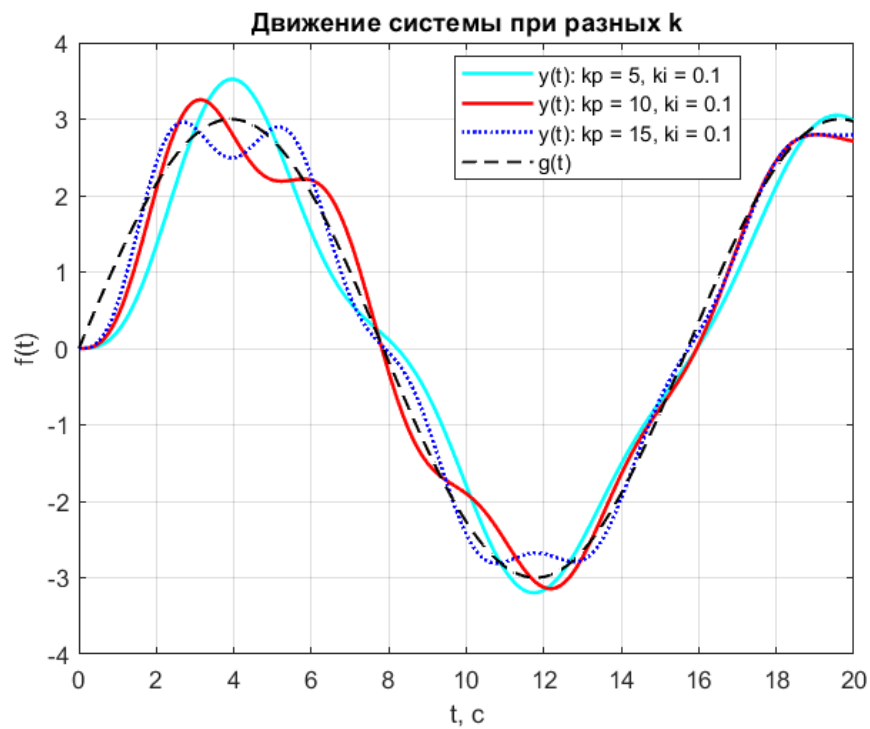


Рисунок 98 — Движение системы при различных наборах коэффициентов.

6 ЗАДАЧА СЛЕЖЕНИЯ ЗА ГАРМОНИЧЕСКИМ СИГНАЛОМ (РЕГУЛЯТОР ОБЩЕГО ВИДА)

Рассмотрим замкнутую систему, заданную с использованием регулятора общего вида

$$H(s) = \frac{\sum_{k=0}^m (b_k s^k)}{\sum_{k=0}^m (a_k s^k)} \quad (58)$$

и попробуем синтезировать физически реализуемый регулятор.

Запишем входное воздействие, с которым будем работать

$$g = 3 \sin(0.4t) \quad (59)$$

Получим образ с помощью преобразования Лапласа

$$G(s) = \frac{1.2}{s^2 + 0.16} \quad (60)$$

Составим предполагаемую функцию для регулятора

$$H(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + 0.16} \quad (61)$$

6.1 Обеспечение асимптотической устойчивости

$$W(s) = \frac{1}{4s^2 + 0.6s + 1} \Rightarrow 4\ddot{y} + 0.6\dot{y} + y = u \quad (62)$$

Воспользуемся преобразованием Лапласа и примем начальные условия нулевыми:

$$\begin{aligned} 4s^2 Y(s) + 0.6s Y(s) + Y(s) &= -\frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + 0.16} Y(s) \Rightarrow \\ (s^2 + 0.16) (4s^2 Y(s) + 0.6s Y(s) + Y(s)) &+ (b_2 s^2 + b_1 s + b_0) Y(s) = 0 \Rightarrow \\ 4s^4 Y(s) + 0.6s^3 Y(s) + (1.64 + b_2) s^2 Y(s) &+ (0.96 + b_1) s Y(s) + \\ + (0.16 + b_0) Y(s) &= 0 \Rightarrow s^4 Y(s) + \frac{3}{20} s^3 Y(s) + 0.25 (1.64 + b_2) s^2 Y(s) + \\ + 0.25 (0.96 + b_1) s Y(s) &+ 0.25 (0.16 + b_0) Y(s) = 0 \quad (63) \end{aligned}$$

Применим критерий Гурвица:

$$\begin{cases} A_3 > 0, \\ A_3A_2 - A_4A_1 > 0, \\ A_1A_2A_3 - A_4A_1A_1 - A_3A_3A_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{20} > 0, \\ \frac{3}{20}(1.64 + b_2) - (0.96 + b_1) > 0, \\ (0.96 + b_1)(1.64 + b_2)\frac{3}{20} - (0.96 + b_1)^2 - \frac{9}{100}(0.16 + b_0) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.246 + 0.15b_2 > 0.96 + b_1, \\ (0.96 + b_1)(0.246 + 0.15b_2) - (0.96 + b_1)^2 - 0.0144 - 0.09b_0 > 0 \end{cases} \quad (64)$$

Пусть $b_0 = -0.06$:

$$\begin{cases} 0.246 + 0.15b_2 > 0.96 + b_1, \\ (0.96 + b_1)(0.246 + 0.15b_2) - (0.96 + b_1)^2 - 0.0144 + 0.0054 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0.15b_2 - 0.714 > b_1, \\ (0.96 + b_1)(0.246 + 0.15b_2) - (0.96 + b_1)^2 - 0.009 > 0 \end{cases} \quad (65)$$

Выберем одни из значений параметров, удовлетворяющих системе неравенств выше $b_1 = 0.04$, $b_2 = 10$.

Формула для регулятора:

$$H(s) = \frac{10s^2 + 0.04s - 0.06}{s^2 + 0.16} \quad (66)$$

6.2 Определение ошибки $e_{\text{уст.}}$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) \quad (67)$$

$$\begin{aligned} W_{g \rightarrow e}(s) &= \frac{1}{1 + W(s)W_{\text{пер.}}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{10s^2 + 0.04s - 0.06}{(4s^2 + 0.6s + 1)(s^2 + 0.16)}} = \\ &= \frac{(4s^2 + 0.6s + 1)(s^2 + 0.16)}{(4s^2 + 0.6s + 1)(s^2 + 0.16) + 10s^2 + 0.04s - 0.06} \end{aligned} \quad (68)$$

$$G(s) = \frac{1.2}{s^2 + 0.16} \quad (69)$$

$$e_{\text{уст.}} = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)W_{g \rightarrow e}(s) =$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1.2s}{s^2 + 0.16} \frac{(4s^2 + 0.6s + 1)(s^2 + 0.16)}{(4s^2 + 0.6s + 1)(s^2 + 0.16) + 10s^2 + 0.04s - 0.06} = 0 \quad (70)$$

6.3 Моделирование движения системы

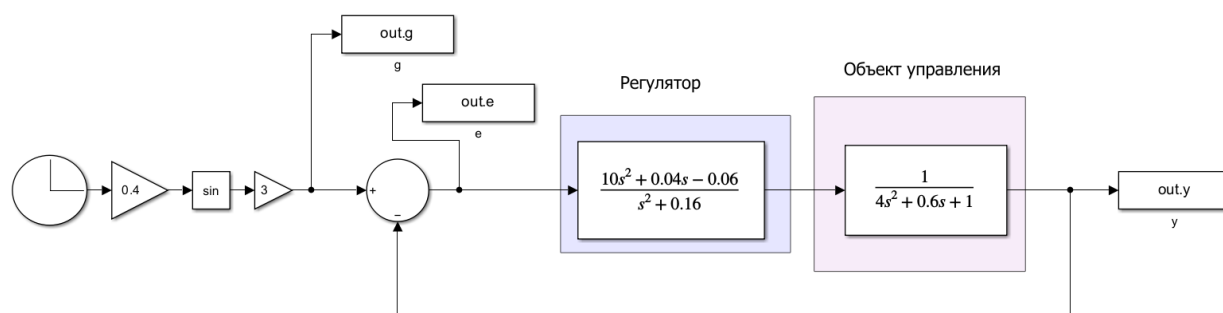


Рисунок 99 — Схема для моделирования движения системы.

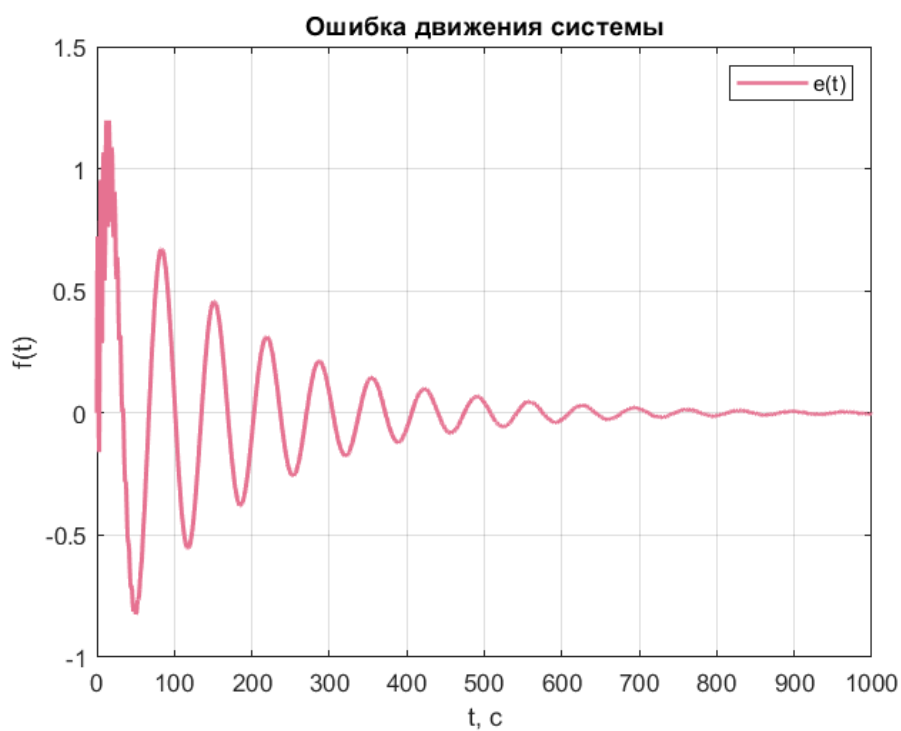


Рисунок 100 — График ошибки движения системы.

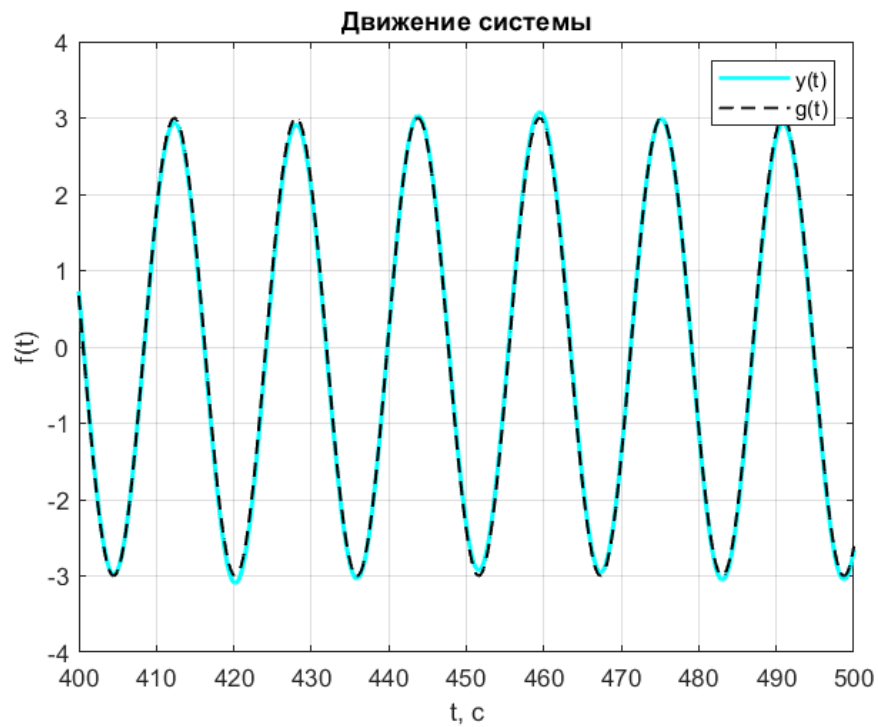


Рисунок 101 — График движения системы.

6.4 Вывод

Заметим, что ошибка действительно в пределе стремится к нулю (рисунок 100), а на определенном временном участке можно заметить практически полное совпадение графиков $y(t)$ и $g(t)$ (рисунок 101).

7 ВЫВОД

В ходе выполнения лабораторной работы были применены на практике знания о точностных свойствах систем и регуляторах. Рассмотрены и изучены задачи стабилизации для идеального и реального дифференцирующих звеньев. Исследованы задачи слежения для систем с астатизмами нулевого и первого порядков. Теоретические знания были использованы в задаче слежения за гармоническим сигналом при синтезе регулятора общего вида.