А. Формы представления линейных систем. Преобразования структурных схем.

Задание А-1

Для системы

$$\ddot{y} - 2\ddot{y} - \dot{y} + 2y = 8\ddot{u} - 4\dot{u} - 6u$$

найти матрицы A, B, C, D для диагональной формы Вход-Состояние-Выход.

Задание А-2

Найти передаточную функцию W(s) для системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x. \end{cases}$$

Задание А-3

Даны уравнения двигателя постоянного тока

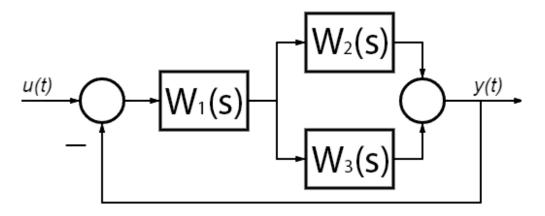
$$J\dot{\omega} = M + M_f, \quad M = k_m I, \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R}, \quad \varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_s, \quad \varepsilon_i = -k_e \omega, \quad \varepsilon_s = -L\dot{I}.$$

Найти матрицы A, B, C, D для формы Вход-Состояние-Выход, где

$$x = \begin{bmatrix} \omega \\ M \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} U \\ M_f \end{bmatrix}, \quad y = \varepsilon.$$

Задание А-4

Найти передаточную функцию W(s) системы, представленной структурной схемой

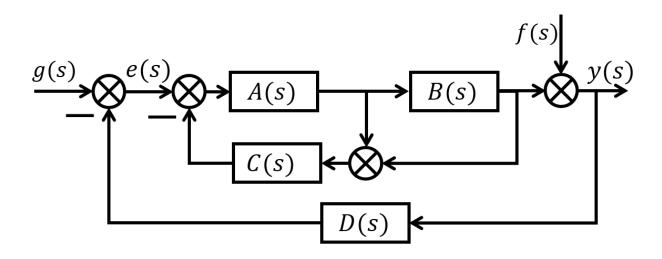


где

$$W_1(s) = \frac{s}{s+1}, \ W_2(s) = \frac{1}{s+2}, \ W_3(s) = \frac{2}{s}.$$

Задание А-5

Дана структурная схема многоконтурной системы:

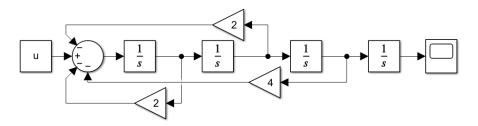


Найти эквивалентную передаточную функцию $\underset{f \to y}{W}(s)$ для выходной величины y по возмущению f.

В. Устойчивость линейных систем.

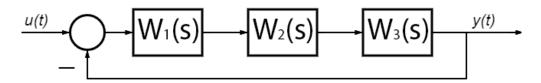
Задание В-1

Определить (с обоснованием) тип устойчивости системы



Задание В-2

Аналитически задать область устойчивости K(T) для системы, представленной структурной схемой



где

$$W_1(s) = \frac{1}{s+T}, \ W_2(s) = \frac{1}{s+2}, \ W_3(s) = \frac{K}{s}.$$

С. Преобразование Лапласа.

Задание С-1

Найти весовую функцию системы

$$\ddot{y} + 6\ddot{y} + 12\dot{y} + 8y = \ddot{u} + 6\dot{u} + 9u.$$

Задание С-2

Найти дифференциальное уравнение системы с переходной функцией

$$y_{s.r.}(t) = te^{-t} + \sin t.$$

D. Свободное и вынужденное движение.

Задание D-1

Найти свободную составляющую движения системы

$$\ddot{y} - 3\dot{y} + 4y = 6\dot{u} - u$$
, $u(t) = 2t + \sin 3t$, $y(0) = 3$, $\dot{y}(0) = 2$.

Задание D-2

Найти свободное движение x(t) системы $\dot{x} = Ax + Bu$, где

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Задание D-3

Для свободного движения

$$y(t) = e^{-t} + te^{-t} + \sin t$$

найти матрицы A, C и начальные условия x(0) для системы

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax, \\ y = Cx. \end{cases}$$

Задание D-4

Найти вынужденную составляющую движения системы

$$\ddot{y} + 9y = 2\dot{u}$$
, $u(t) = \sin 3t$, $y(0) = \dot{y}(0) = 2$.

Задание D-5

Найти выход y(t) системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x, \end{cases}$$