ИТМО

Теория автоматического управления

Слежение и компенсация:

Многоканальная среда

Слежение и компенсация: из другой презентации

Слежение

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + BK_g w_g - Bu \\ \varepsilon = Ce + DK_g w_g - Du \end{cases}$$

Компенсация (по входу)

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + BK_f w_f - Bu \\ y = -DK_f w_f - Ce + Du \end{cases}$$

В общем случае метод выводился для многоканальных систем (Multi-Input-Multi-Output)
Для одноканальных упрощается

…анкиса-Дэвисона (общий вид):

$$\ldots K + Y_1 = P\Gamma$$

$$\ldots K + Y_2 = 0$$

Следствие:

1. Множество нулей системы $W(s)$ не пересекается со спектром Γ;
2. Система $W(s)$ полностью управляема по выходу;
3. Количество входов равно или больше количества выходов системы;
4. Если количество входов равно количеству выходов, то система $W(s)$ должна быть невырожденной

Слежение и компенсация: из другой презентации

Слежение

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + BK_g w_g - Bu \\ \varepsilon = Ce + DK_g w_g - Du \end{cases}$$

Компенсация (по входу)

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + BK_f w_f - Bu \\ y = -DK_f w_f - Ce + Du \end{cases}$$

В общем случае метод выводился для многоканальных систем (Multi-Input-Multi-Output)
Для одноканальных упрощается

анкиса-Дэвисона (общий вид):

$K + Y_1 = P\Gamma$

$DK + Y_2 = 0$

Следствие:

1. Множество нулей системы W
2. Система $W(s)$ полностью упра
3. Количество входов равно или
4. Если количество входов равно количеству выходов, то система $W(s)$ должна быть невырожденной

Какие вообще сложности могут возникнуть из-за того, что система многоканальная?

Особенности многоканальной среды

ВСВ:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

ВВ:

$$y(t) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \cdots & W_{n1}(p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1n}(p) & \cdots & W_{nn}(p) \end{bmatrix} [u(t)]$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

- Временные и частотные характеристики для каждой передаточной функции передаточной матрицы определяются отдельно;
- Нули и полюса квадратной передаточной матрицы определяются из корней числителя и знаменателя определителя передаточной матрицы;
- Структурные свойства многоканальной системы определяются таким же образом, как и для одноканальной.

Особенности многоканальной среды

ВСВ:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

ВВ:

$$y(t) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \cdots & W_{n1}(p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1n}(p) & \cdots & W_{nn}(p) \end{bmatrix} [u(t)]$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

Условия существования единственного невырожденного решения P уравнения Сильвестра $AP - P\Gamma = BY$:

- $\sigma(A) \cap \sigma(\Gamma) = \emptyset$ (спектры не пересекаются);
- (A, B) – управляема;
- (Y, Γ) – наблюдаема;
- …

Особенности многоканальной среды

ВСВ:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

ВВ:

$$y(t) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \cdots & W_{n1}(p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1n}(p) & \cdots & W_{nn}(p) \end{bmatrix} [u(t)]$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

Условия существования единственного невырожденного решения P уравнения Сильвестра $AP - P\Gamma = BY$:

- $\sigma(A) \cap \sigma(\Gamma) = \emptyset$ (спектры не пересекаются);
- (A, B) – управляема;
- (Y, Γ) – наблюдаема;
- Ранг матрицы BY единичный
- Произведение матриц BY декомпозируемо на произведение векторов $BY = bh$, для которых выполняется условие полной управляемости (A, b) и полной наблюдаемости (h, Γ).

Особенности многоканальной среды

ВСВ:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

ВВ:

$$y(t) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \cdots & W_{n1}(p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1n}(p) & \cdots & W_{nn}(p) \end{bmatrix} [u(t)]$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

Матричные уравнения Франкиса-Дэвисона:

$$\begin{cases} AP + BK + Y_1 = P\Gamma \\ CP + DK + Y_2 = 0 \end{cases}$$

Решение относительно P и K для произвольных Y_1 и Y_2 есть, если:

$$\operatorname{rank} \begin{bmatrix} A - I\lambda_{i\Gamma} & B \\ C & D \end{bmatrix} = \text{число строк}, \quad \begin{matrix} \lambda_{i\Gamma} - \text{собственные числа } \Gamma \\ W(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \end{matrix}$$

Особенности многоканальной среды

ВСВ:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

ВВ:

$$y(t) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \cdots & W_{n1}(p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{1n}(p) & \cdots & W_{nn}(p) \end{bmatrix} [u(t)]$$

$u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l$

Матричные уравнения Франкиса-Дэвисона:

$$\begin{cases} AP + BK + Y_1 = P\Gamma \\ CP + DK + Y_2 = 0 \end{cases}$$

Решение относительно P и K для произвольных Y_1 и Y_2 есть, если:

1. Множество нулей системы $W(s)$ не пересекается со спектром Γ;
2. Система $W(s)$ полностью управляема по выходу;
3. Количество входов равно или больше количества выходов системы;
4. Если количество входов равно количеству выходов, то система $W(s)$ должна быть невырожденной

Если $m > l$, то может быть больше одного решения!

Многоканальная среда: постановка задачи

Слежение + Компенсация

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f_1 \\ z = C_z x + D_z u - g \\ y = Cx + Du + D_f f_2 \end{cases}$$

Цель управления:

$$\lim_{t\to\infty} |z(t)| = 0$$

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ g = Y_g w \\ f_1 = Y_1 w \\ f_2 = Y_2 w \end{cases}, \quad w(0)$$

Допущение: Сигналы y, g доступны к прямому измерению, w, x, f_1, f_2, z – нет!

Все матрицы известны

Многоканальная среда: постановка задачи

Слежение + Компенсация

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f_1 \\ z = C_z x + D_z u - g \\ y = Cx + Du + D_f f_2 \end{cases}$$

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ g = Y_g w \\ f_1 = Y_1 w \\ f_2 = Y_2 w \end{cases}, \quad w(0)$$

Цель управления:

$$\lim_{t\to\infty} |z(t)| = 0$$

Модель ошибок:

$$\begin{cases} e = x - Pw \\ \varepsilon = z \end{cases}$$

Допущение: Сигналы y, g доступны к прямому измерению, w, x, f_1, f_2, z – нет!

Все матрицы известны

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} e = x - Pw \\ \varepsilon = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{e} = \dot{x} - P\dot{w} \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ax + Bu + B_f f_1 - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - Y_g w \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ax + Bu + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - Y_g w \end{cases}$$

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} e = x - Pw \\ \varepsilon = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{e} = \dot{x} - P\dot{w} \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ax + Bu + B_f f_1 - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - Y_g w \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ax + Bu + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - Y_g w \end{cases}$$

Закон управления:

$$u = \bar{u} + Kx$$

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

Закон управления:

$$u = \bar{u} + Kx$$

$$\begin{cases} e = x - Pw \\ \varepsilon = z \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = \dot{x} - P\dot{w} \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - g \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ax + Bu + B_f f_1 - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - Y_g w \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ax + B(\bar{u} + Kx) + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = C_z x + D_z(\bar{u} + Kx) - Y_g w \end{cases}$$

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} e = x - Pw \\ \varepsilon = z \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = \dot{x} - P\dot{w} \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - g \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = Ax + Bu + B_f f_1 - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = C_z x + D_z u - Y_g w \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)x + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)x + D_z \bar{u} - Y_g w \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Закон управления:} \\ u = \bar{u} + Kx\end{array}}$$

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)x + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \qquad \varepsilon = (C_z + D_z K)x + D_z \bar{u} - Y_g w \end{cases}$$

Закон управления:
$$u = \bar{u} + Kx$$

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)x + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)x + D_z \bar{u} - Y_g w \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)(Pw - e) + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)(Pw - e) + D_z \bar{u} - Y_g w \end{cases}$$

Закон управления:

$$u = \bar{u} + Kx$$

Модель ошибок:

$$e = x - Pw$$

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)x + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)x + D_z \bar{u} - Y_g w \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)(Pw - e) + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)(Pw - e) + D_z \bar{u} - Y_g w \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)Pw + (A + BK)e + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)e + (C_z + D_z K)Pw + D_z \bar{u} - Y_g w \end{cases}$$

Закон управления:
$u = \bar{u} + Kx$

Модель ошибок:
$e = x - Pw$

Многоканальная среда: синтез

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)Pw + (A + BK)e + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)e + D_z \bar{u} + (C_z + D_z K)Pw - Y_g w \end{cases}$$

Матричные уравнения Франкиса-Дэвисона:

$$\begin{cases} P\Gamma_w - (A + BK)P - B_f Y_1 = BK_w \\ (C_z + D_z K)P + D_z K_w = Y_g \end{cases}$$

Стабилизирующий регулятор K – любым желаемым образом

Закон управления:

$$u = K_w \hat{w} + K\hat{x}$$

$$u = \bar{K}\hat{x}_w$$

$$\hat{x}_w = \begin{bmatrix} \hat{w} \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_w & K \end{bmatrix}$$

Многоканальная среда: синтез

С точки зрения синтеза почти ничего не поменялось, только нужно отслеживать больше условий

Слежение + Компенсация

$$\begin{cases} \dot{e} = (A + BK)Pw + (A + BK)e + B\bar{u} + B_f Y_1 w - P\Gamma_w w \\ \varepsilon = (C_z + D_z K)e + D_z \bar{u} + (C_z + D_z K)Pw - Y_g w \end{cases}$$

Матричные уравнения Франкиса-Дэвисона:

$$\begin{cases} P\Gamma_w - (A + BK)P - B_f Y_1 = BK_w \\ (C_z + D_z K)P + D_z K_w = Y_g \end{cases}$$

Стабилизирующий регулятор K – любым желаемым образом

Закон управления:

$$u = K_w \widehat{w} + K\hat{x}$$

$$u = \bar{K}\hat{x}_w$$

$$\hat{x}_w = \begin{bmatrix} \widehat{w} \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_w & K \end{bmatrix}$$

Многоканальная среда: наблюдатель

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f_1 \\ y = C + Du + D_f f_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ g = Y_g w \\ f_1 = Y_1 w \\ f_2 = Y_2 w \end{cases},$$

$$w(0)$$

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ \dot{x} = Ax + Bu + B_f Y_1 w \\ y - g = Cx + Du + D_f Y_2 w - Y_g w \end{cases}$$

Просто расширяем систему

Многоканальная среда: наблюдатель

$$\begin{cases}\dot{x} = Ax + Bu + B_f f_1 \\ y = C + Du + D_f f_2\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dot{w} = \Gamma_w w \\ g = Y_g w \\ f_1 = Y_1 w \\ f_2 = Y_2 w\end{cases}, \quad w(0)$$

$$x_f = \begin{bmatrix} w \\ x \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_w & 0 \\ B_f Y_1 & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_2 - Y_g & C \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases}\dot{w} = \Gamma_w w \\ \dot{x} = Ax + Bu + B_f Y_1 w \\ y - g = Cx + Du + D_f Y_2 w - Y_g w\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dot{x}_f = \bar{A} x_f + \bar{B} u \\ y_f = y - g = \bar{C} x_f + Du\end{cases}$$

Просто расширяем систему

Многоканальная среда: наблюдатель

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f_1 \\ y = C + Du + D_f f_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ g = Y_g w \\ f_1 = Y_1 w \\ f_2 = Y_2 w \end{cases}, \quad w(0)$$

$$x_f = \begin{bmatrix} w \\ x \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_w & 0 \\ B_f Y_1 & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_2 - Y_g & C \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma_w w \\ \dot{x} = Ax + Bu + B_f Y_1 w \\ y - g = Cx + Du + D_f Y_2 w - Y_g w \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_f = \bar{A} x_f + \bar{B} u \\ y_f = y - g = \bar{C} x_f + Du \end{cases}$$

Просто строим наблюдатель полного порядка