МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет систем управления и робототехники

ОТЧЕТ
по лабораторной работе № 4:
СЛЕЖЕНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ: ВИРТУАЛЬНЫЙ ВЫХОД

Вариант 17

по дисциплине
«Теория автоматического управления»

Студент:
Группа № R3338 *А.А. Нечаева*

Предподаватель:
ассистент факультера СУиР, к. т. н. *А.В. Пашенко*

Санкт-Петербург 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1 КОМПЕНСИРУЮЩИЙ РЕГУЛЯТОР ПО СОСТОЯНИЮ.

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_f w_f, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \tag{1}$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -6 & -9 & -8 \\ 6 & 6 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

генератор внешнего возмущения

$$\dot{w}_f = \Gamma w_f, \quad w_f(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \tag{2}$$

где

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix}$$

и виртуальный выход вида

$$z = C_Z x, \tag{3}$$

где

$$C_Z = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Выполним следующие шаги:

– Найдем собственные числа матрицы Γ и определим характер внешнего возмущения.
– Построим схему моделирования системы (1), замкнутой компенсирующим регулятором

$$u = K_1 x + K_2 w_f, \tag{4}$$

обеспечивающим выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = 0 \tag{5}$$

при внешнем воздействии, задаваемом генератором (2).

– Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 компенсирующего регулятора (4) любым пройденным на курсе способом. Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_1.
– Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 компенсирующего регулятора (4). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2.
– Выполним компьютерное моделирование...
  – ...разомкнутой системы $(u = 0)$ и построим графики вектора состояния генератора внешнего возмущения $w_f(t)$, вектора состояния объекта управления $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.
  – ...системы, замкнутой регулятором только с «feedback»-компонентой $(u = K_1 x)$ и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.
  – ...системы, замкнутой компенсирующим регулятором (4) и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.
– Проанализируем полученные результаты и сделаем выводы.

1.1 Определение характера внешнего возмущения

Найдем собственные числа матрицы Γ и определим характер внешнего возмущения.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{1,2} = \pm 2i \in \overline{\mathbb{C}_+} \\ \lambda_{3,4} = \pm i \in \overline{\mathbb{C}_+} \end{cases} \tag{6}$$

Характер внешнего возмущения: незатухающие колебания (синусоиды).

1.2 Схема моделирования

Построим схему моделирования системы (1), замкнутой компенсирующим регулятором (4), обеспечивающим выполнение целевого условия (5) при внешнем воздействии, задаваемом генератором (2).

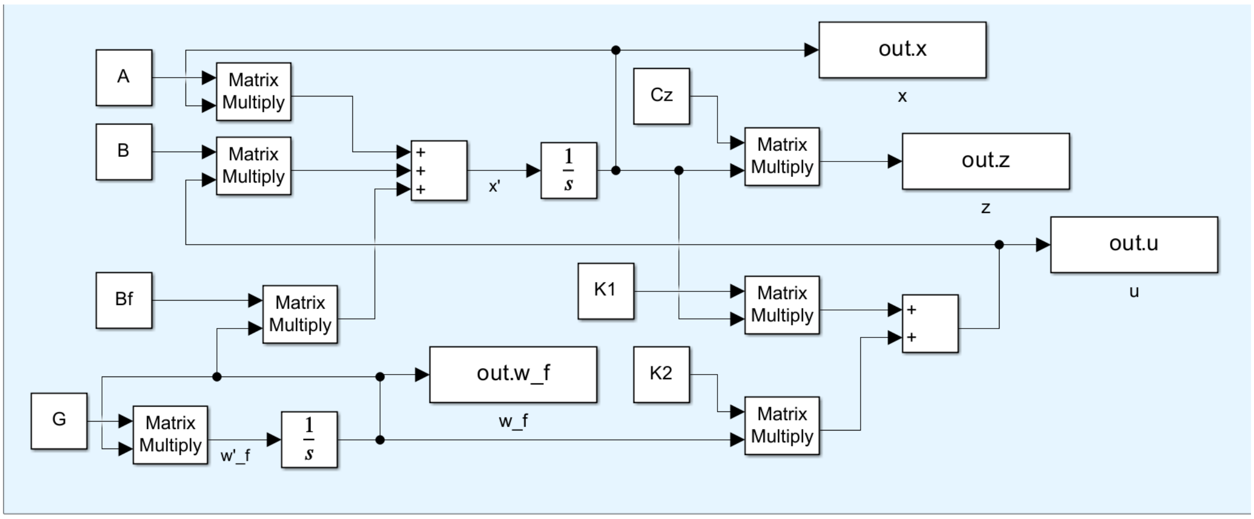

Рисунок 1 — Схема моделирования системы.

1.3 Синтез «feedback»-компоненты

Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 компенсирующего регулятора (4) с помощью модального управления. Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_1.

Найдем собственные числа матрицы A.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -6 & -9 & -8 \\ 6 & 6 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = -3 \\ \lambda_2 = 2 - 3i \\ \lambda_3 = 2 + 3i \end{cases}$$

Определим управляемость собственных чисел с помощью матриц Хаутуса.

Для собственного числа $\lambda_1 = -3$:

$$U_1 = \begin{bmatrix} A - \lambda_1 I & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 8 & 5 & 2 \\ -6 & -6 & -8 & 0 \\ 6 & 6 & 8 & 0 \end{bmatrix}, \quad rank(U_1) = 2 \tag{7}$$

Ранг U_1 меньше порядка системы, следовательно, собственного число λ_1 неуправляемо.

Для собственного числа $\lambda_2 = 2 - 3i$:

$$U_2 = \begin{bmatrix} A - \lambda_1 I & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+3i & 8 & 5 & 2 \\ -6 & -11+3i & -8 & 0 \\ 6 & 6 & 3+3i & 0 \end{bmatrix}, \ rank(U_2) = 3 \quad (8)$$

Ранг U_2 равно порядку системы, следовательно, собственного число λ_2 управляемо.

Для собственного числа $\lambda_3 = 2 + 3i$:

$$U_3 = \begin{bmatrix} A - \lambda_1 I & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-3i & 8 & 5 & 2 \\ -6 & -11-3i & -8 & 0 \\ 6 & 6 & 3-3i & 0 \end{bmatrix}, \ rank(U_3) = 3 \quad (9)$$

Ранг U_3 равно порядку системы, следовательно, собственного число λ_3 управляемо.

Система в целом не является полностью управляемой, из-за того, что собственное число $\lambda_1 = -3$ неуправляемо. В то же время $Re(\lambda_1) < 0$, то есть данное собственное число устойчивое, следовательно, система стабилизируема.

Для нахождения матрицы регулятора K_1 воспользуемся системой

$$\begin{cases} AP_1 - P_1\Phi = BY_1 \\ K_1 = -Y_1 P_1^+ \end{cases} \quad (10)$$

Пусть желаемый спектр замкнутой системы $\sigma(A + BK_1) = \{-3, \ -4, \ -5\} \in \mathbb{C}_-$. Составим матрицу Φ в Жордановой форме так, чтобы её спектр совпадал с $\sigma(A + BK_1)$.

$$\Phi = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Теперь подберем такую матрицу Y_1, чтобы (Y_1, Φ) была ненаблюдаема для неуправляемого собственного числа $\lambda = -3$ и наблюдаема для всех остальных собственных чисел.

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

После решения системы (10) получим

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.1379 & 0.1333 & 0 \\ 0.2069 & 0.2667 & 0 \\ -0.2069 & -0.2667 & 0 \end{bmatrix}, \quad K_1 = \begin{bmatrix} -6.50 & -0.25 & 0.25 \end{bmatrix} \tag{13}$$

1.4 Синтез «feedforward»-компоненты

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 компенсирующего регулятора (4). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2.

Сначала найдем P_2 и Y_2 такие, что

$$\begin{cases} P_2\Gamma - AP_2 = BY_2 + B_f \\ C_Z P_2 + D_Z = 0 \end{cases} \tag{14}$$

Так как мы исследуем задачу компенсации, то $D_Z = 0$.

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.2077 & 0.3231 & -0.4846 & 0.3923 \\ 14.2615 & 4.6846 & -11.0769 & 7.0385 \\ -14.6769 & -5.3308 & 12.0462 & -7.8231 \end{bmatrix}, \quad Y_2 = \begin{bmatrix} -20.4346 \\ -6.7038 \\ 16.1308 \\ -10.6654 \end{bmatrix}^T \tag{15}$$

Вычислим K_2 по формуле

$$K_2 = Y_2 - K_1 P_2 = \begin{bmatrix} -11.8500 & -2.1000 & 7.2000 & -4.4000 \end{bmatrix} \tag{16}$$

1.5 Компьютерное моделирование

1.5.1 Моделирование разомкнутой системы

Выполним компьютерное моделирование разомкнутой системы ($u = 0$) и построим графики вектора состояния генератора внешнего возмущения $w_f(t)$, вектора состояния объекта управления $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.

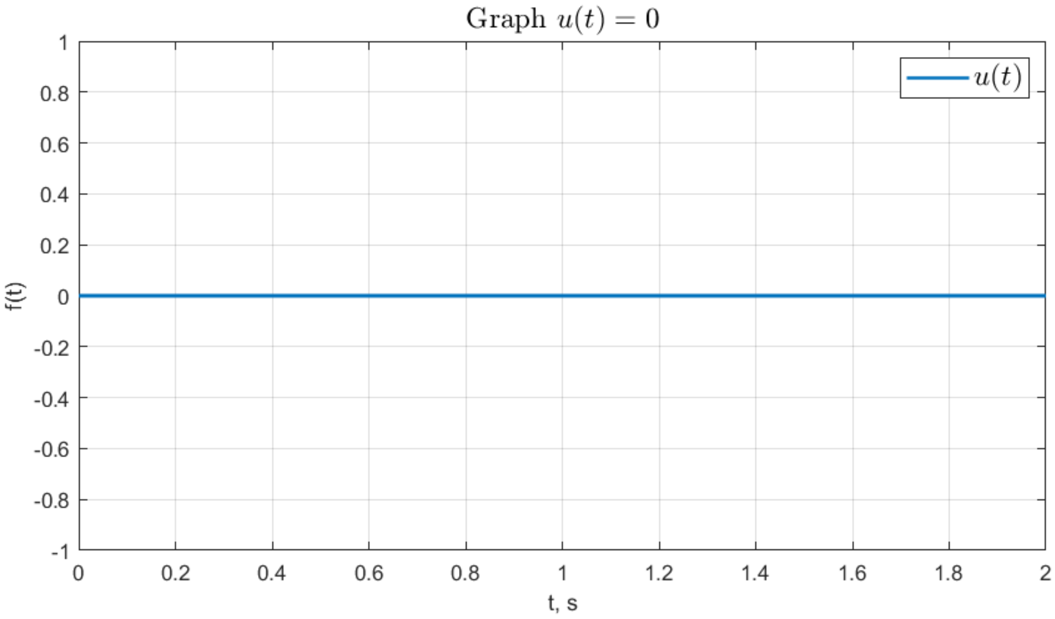

Рисунок 2 — График $u(t)$ для разомкнутой системы.

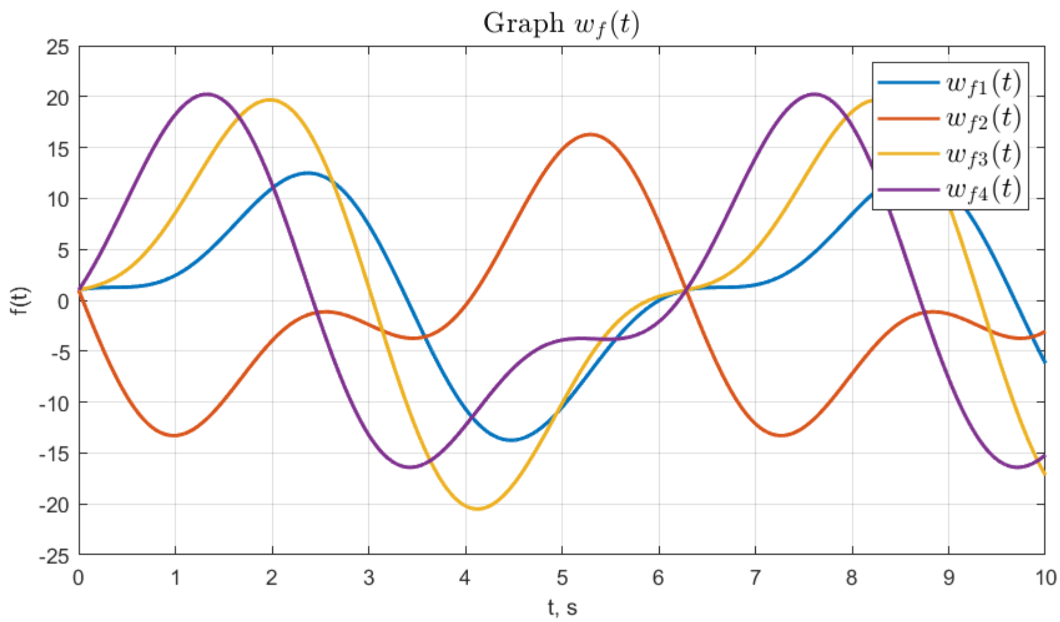

Рисунок 3 — График вектора состояния генератора внешнего возмущения $w_f(t)$.

1.5.2 Моделирование с «feedback»

Выполним компьютерное моделирование системы, замкнутой регулятором только с «feedback»-компонентой $(u = K_1 x)$ и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.

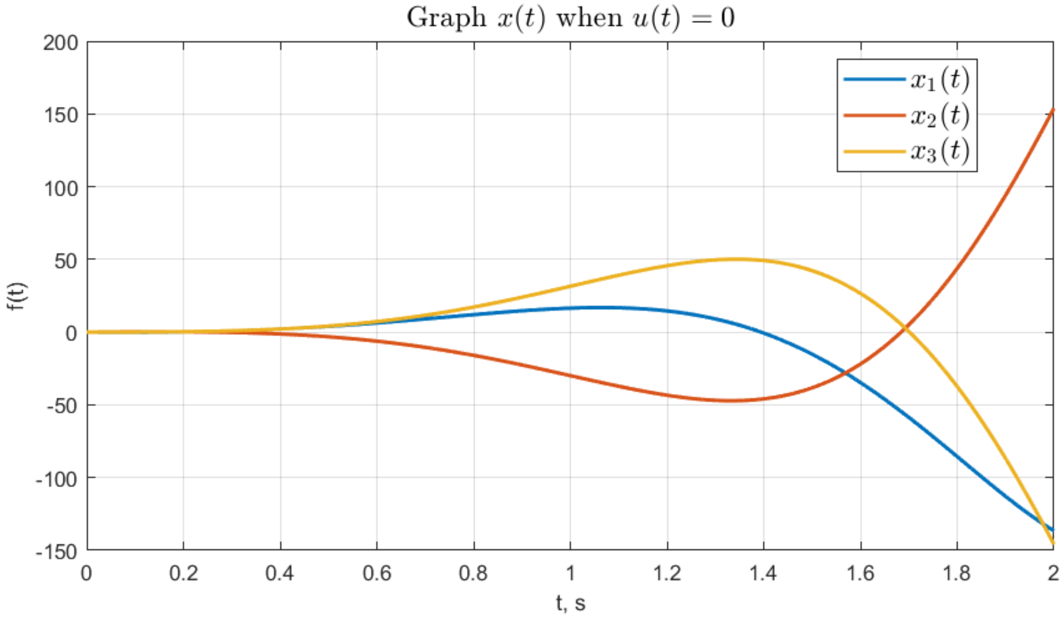

Рисунок 4 — График вектора состояния объекта управления $x(t)$.

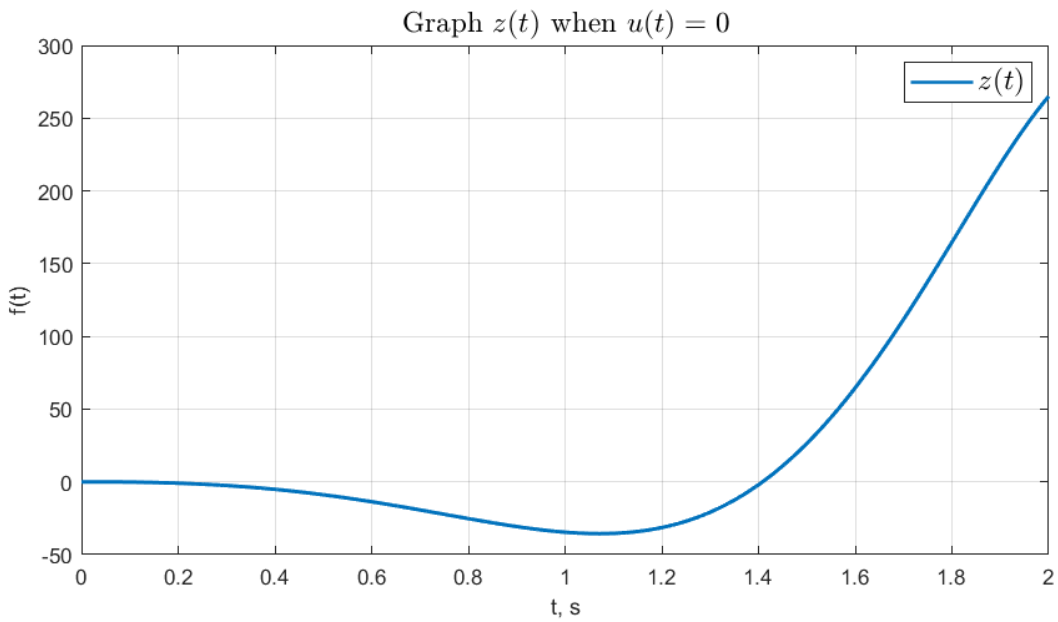

Рисунок 5 — График виртуального выхода $z(t)$.

1.5.3 Моделирование системы, замкнутой компенсирующим регулятором

Выполним компьютерное моделирование системы, замкнутой компенсирующим регулятором (4) и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.

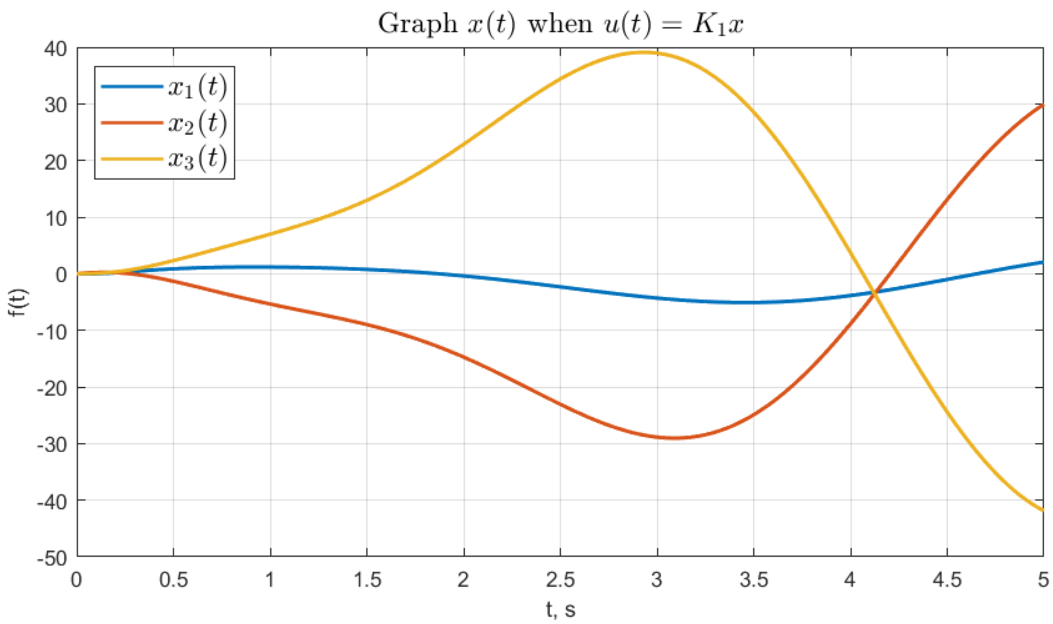

Рисунок 6 — График вектора состояния объекта управления $x(t)$.

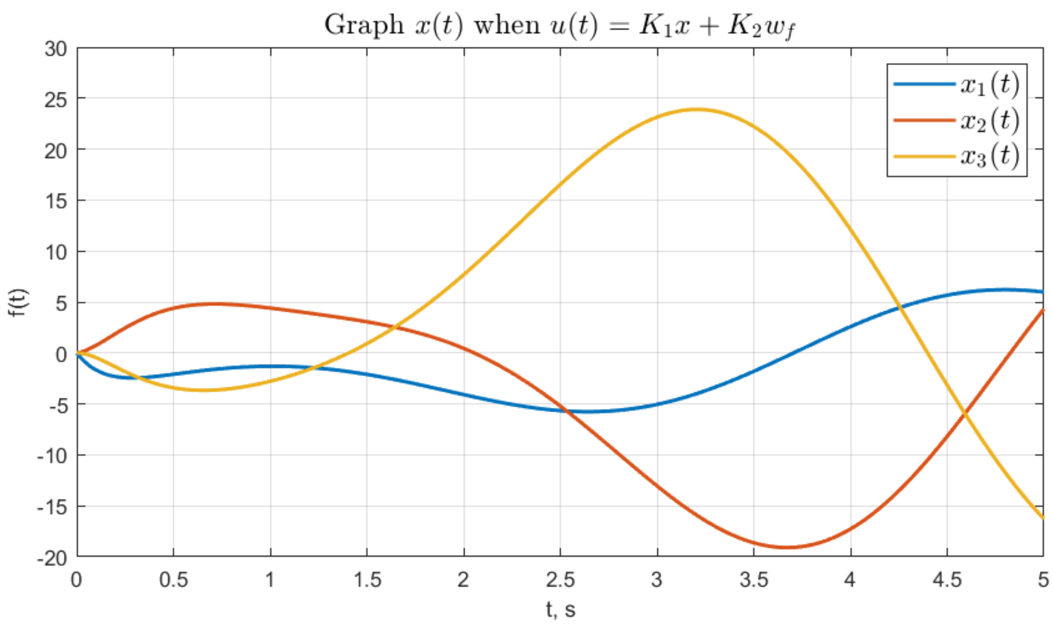

Рисунок 7 — График вектора состояния объекта управления $x(t)$.

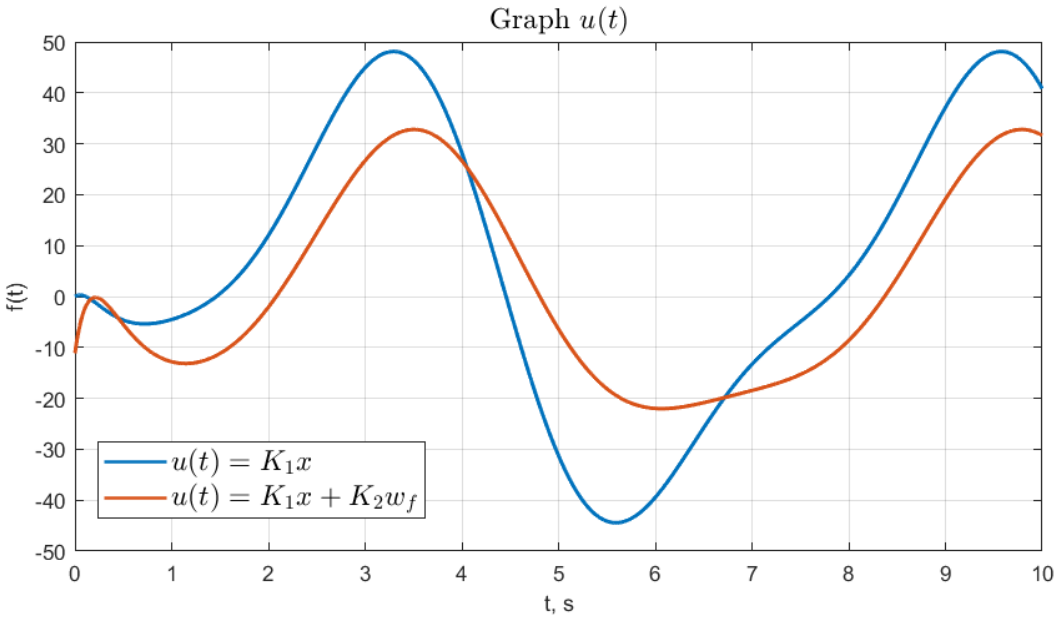

Рисунок 8 — График управляющего воздействия $u(t)$.

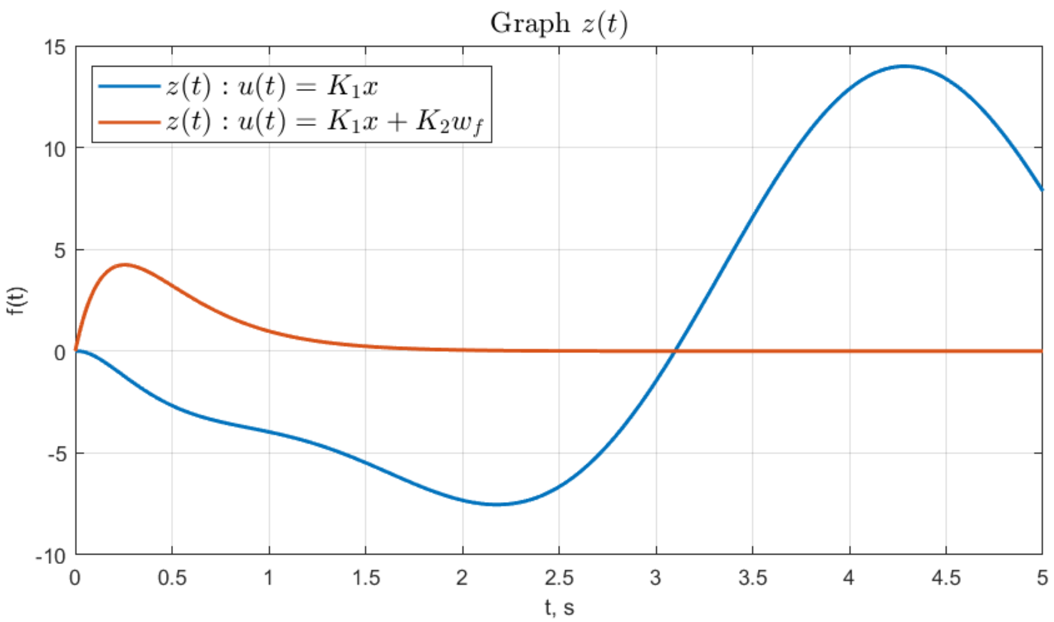

Рисунок 9 — График виртуального выхода $z(t)$.

1.6 Анализ результатов

Как можно заметить на рисунке 9 компенсирующий регулятор обеспечивает выполнение целевого условия (5), график $z(t) : u(t) = K_1x + K_2w_f$ действительно стремится к нулю с течением времени. График вектора состояния внешнего возмущения (рисунок 3) действительно представлен незатухающими колебаниями, похож на сумму синусоид. Управляющее воздействие $u(t) = K_1x + K_2w_f$ стремится компенсировать внешнее возмущение, воздействующее на систему. В случае $u(t) = K_1x$ не удается компенсировать внешнее возмущение, однако выход системы все же становится более устойчивым, чем при $u(t) = 0$.

2 СЛЕДЯЩИЙ РЕГУЛЯТОР ПО СОСТОЯНИЮ

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \tag{17}$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -6 & -9 & -8 \\ 6 & 6 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

генератор задающего сигнала

$$\dot{w}_g = \Gamma w_g, \quad w_g(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \tag{18}$$

где

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix}$$

и виртуальный выход вида

$$z = C_Z x + D_Z w_g, \tag{19}$$

где

$$C_Z = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad D_Z = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

Выполним следующие шаги:

– Найдем собственные числа матрицы Γ и определим характер внешнего возмущения.
– Построим схему моделирования системы (17), замкнутой следящим регулятором

$$u = K_1 x + K_2 w_g, \tag{20}$$

обеспечивающим выполнение целевого условия (5) при внешнем воздействии, задаваемом генератором (18).

- Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 следящего регулятора (20) любым пройденным на курсе способом. Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_1.
- Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 следящего регулятора (18). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2.
- Выполним компьютерное моделирование...
  - ...разомкнутой системы ($u = 0$) и построим графики вектора состояния генератора задающего сигнала $w_g(t)$, вектора состояния объекта управления $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$
  - ...системы, замкнутой регулятором только с «feedback»-компонентой ($u = K_1 x$) и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.
  - ...системы, замкнутой следящим регулятором (20) и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.
- Проанализируем полученные результаты и сделаем выводы.

2.1 Определение характера внешнего возмущения

Найдем собственные числа матрицы Γ и определим характер внешнего возмущения.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{1,2} = \pm 2i \in \overline{\mathbb{C}_+} \\ \lambda_{3,4} = \pm i \in \overline{\mathbb{C}_+} \end{cases} \tag{21}$$

Характер внешнего возмущения: незатухающие колебания (синусоиды).

2.2 Схема моделирования

Построим схему моделирования системы (17), замкнутой следящим регулятором 20, обеспечивающим выполнение целевого условия (5) при внешнем воздействии, задаваемом генератором (18).

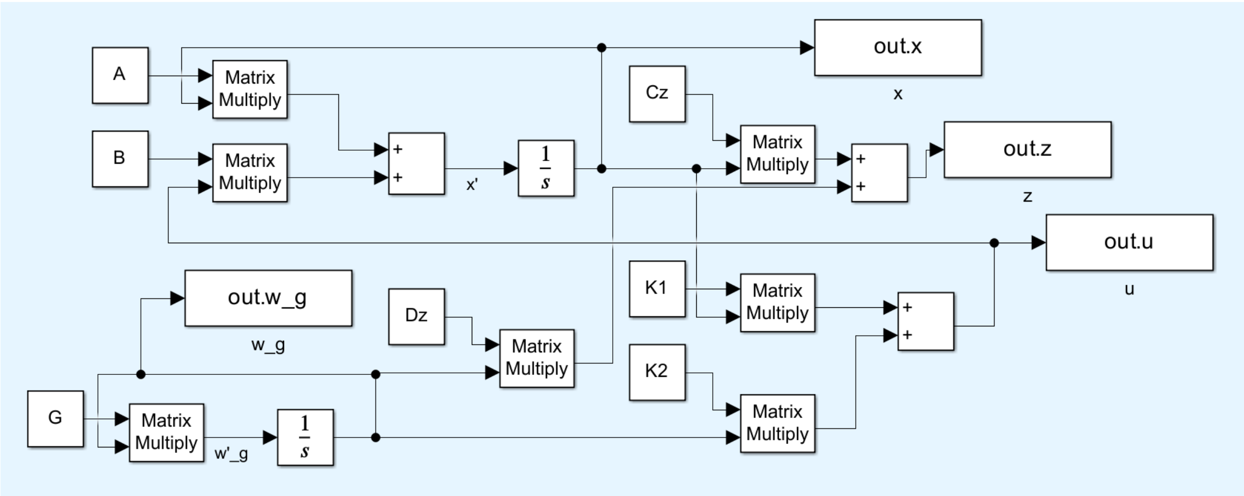

Рисунок 10 — Схема моделирования системы.

2.3 Синтез «feedback»-компоненты

Воспользуемся результатами, полученными при выполнении первого задания и запишем «feedback»-компоненту K_1 следящего регулятора (4)

$$K_1 = \begin{bmatrix} -6.50 & -0.25 & 0.25 \end{bmatrix}. \tag{22}$$

2.4 Синтез «feedforward»-компоненты

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 следящего регулятора (4). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2.

Сначала найдем P_2 и Y_2 такие, что

$$\begin{cases} P_2\Gamma - AP_2 = BY_2 + B_f \\ C_Z P_2 + D_Z = 0 \end{cases} \tag{23}$$

Так как мы исследуем задачу слежения, то $B_f = 0$.

$$P_2 = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 & -1.5 \\ 22.8 & 7.8 & -18 & 12 \\ -22 & -7.8 & 18 & -12 \end{bmatrix}, \quad Y_2 = \begin{bmatrix} -28.2 \\ -8.7 \\ 21.5 \\ -13.75 \end{bmatrix}^T \tag{24}$$

Вычислим K_2 по формуле

$$K_2 = Y_2 - K_1 P_2 = \begin{bmatrix} -29.8 & -11.3 & 25.5 & -17.5 \end{bmatrix} \tag{25}$$

2.5 Компьютерное моделирование

2.5.1 Моделирование разомкнутой системы.

Выполним компьютерное моделирование разомкнутой системы ($u = 0$) и построим графики вектора состояния генератора задающего сигнала $w_g(t)$, вектора состояния объекта управления $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$

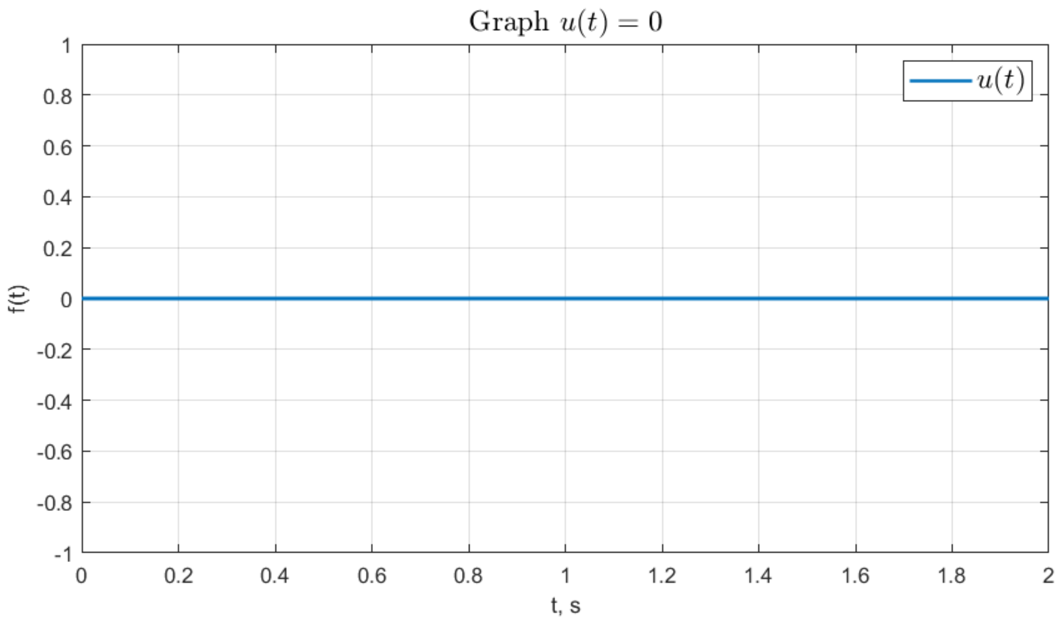

Рисунок 11 — График $u(t)$ для разомкнутой системы.

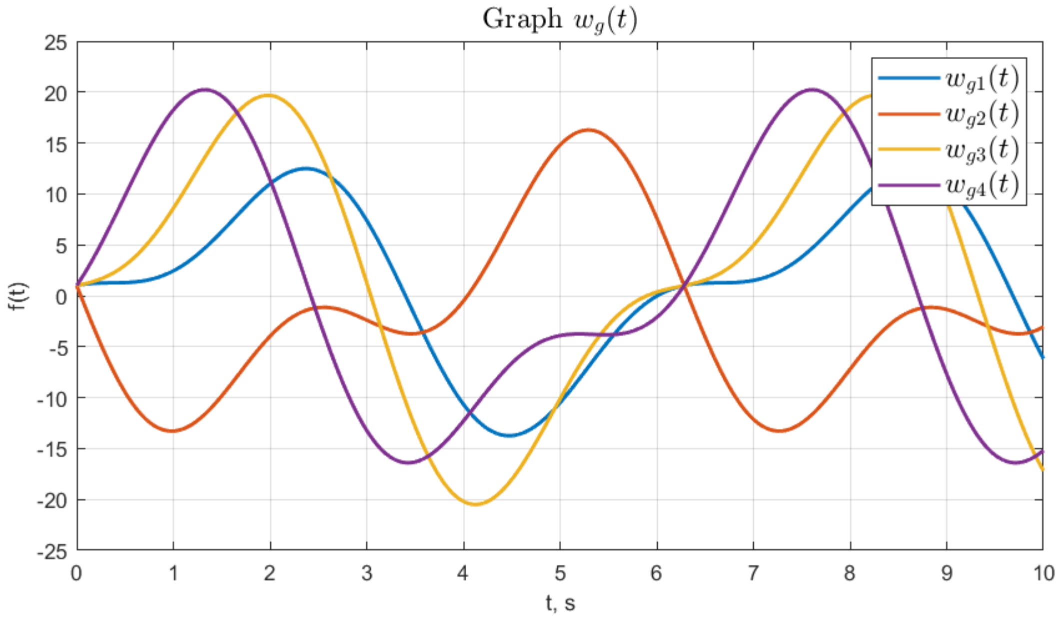

Рисунок 12 — График вектора состояния генератора задающего сигнала $w_g(t)$.

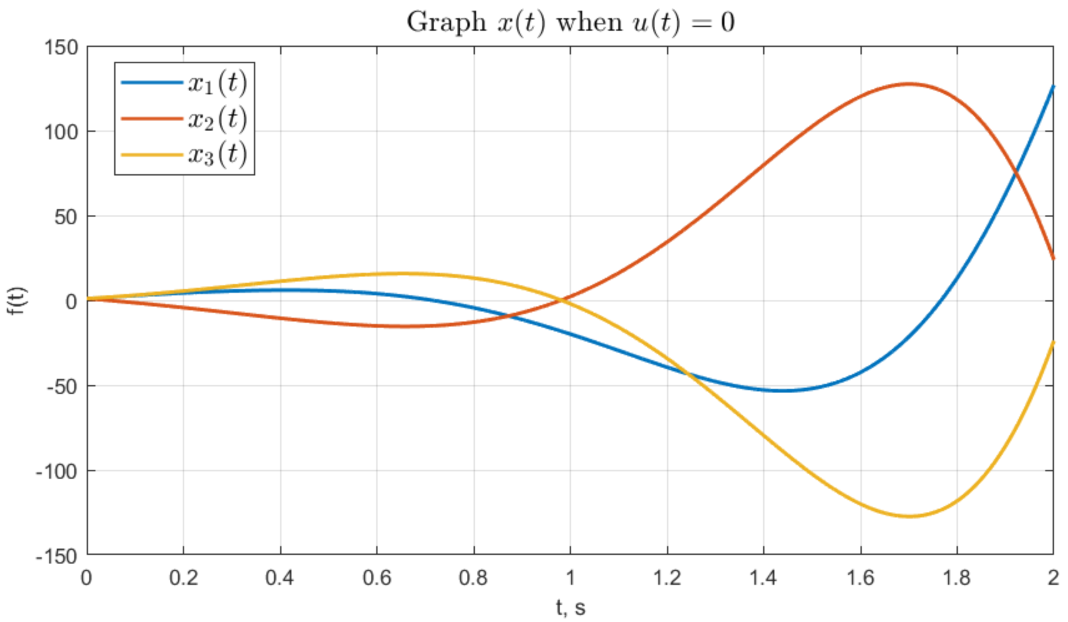

Рисунок 13 — График вектора состояния объекта управления $x(t)$.

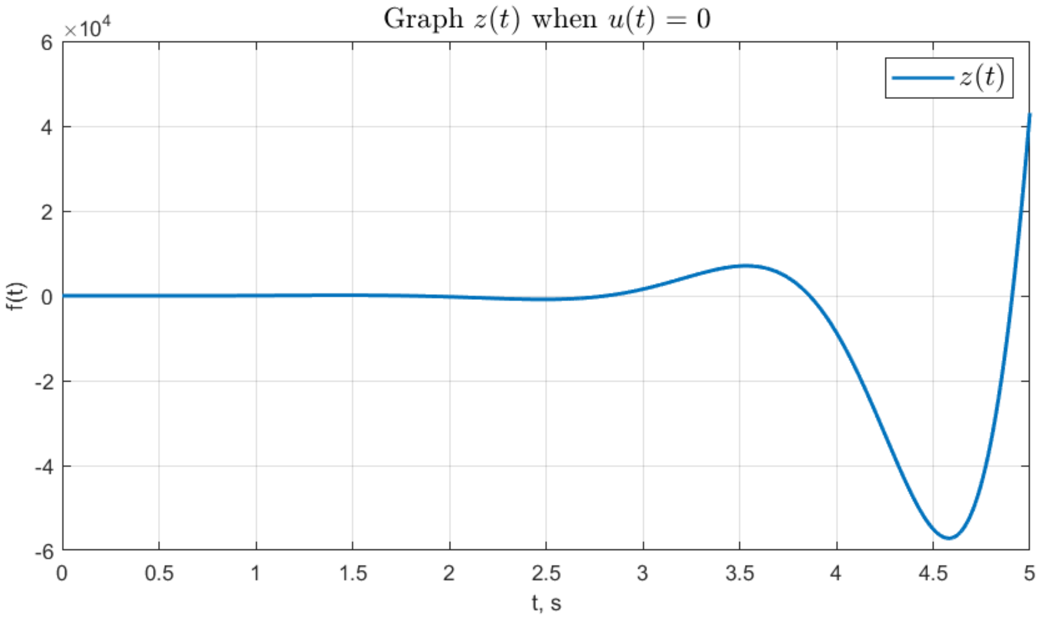

Рисунок 14 — График виртуального выхода $z(t)$.

2.5.2 Моделирование системы, замкнутой регулятором только с «feedback»

Выполним компьютерное моделирование системы, замкнутой регулятором только с «feedback»-компонентой ($u = K_1 x$) и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.

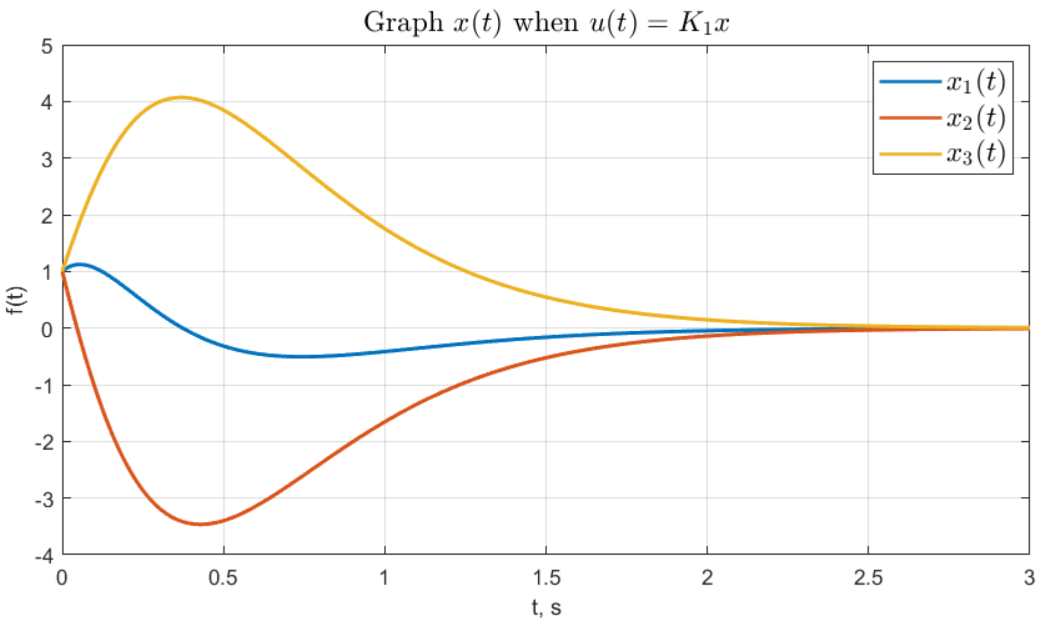

Рисунок 15 — График вектора состояния объекта управления $x(t)$.

2.5.3 Моделирование системы, замкнутой следящим регулятором

Выполним компьютерное моделирование системы, замкнутой следящим регулятором (20) и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$ и виртуального выхода $z(t)$.

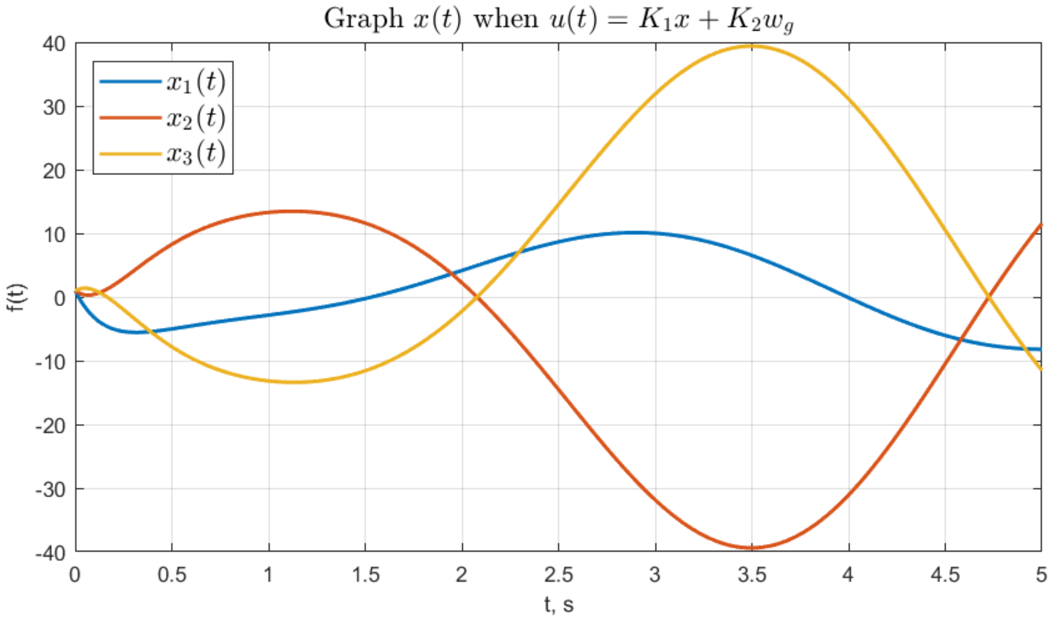

Рисунок 16 — График вектора состояния объекта управления $x(t)$.

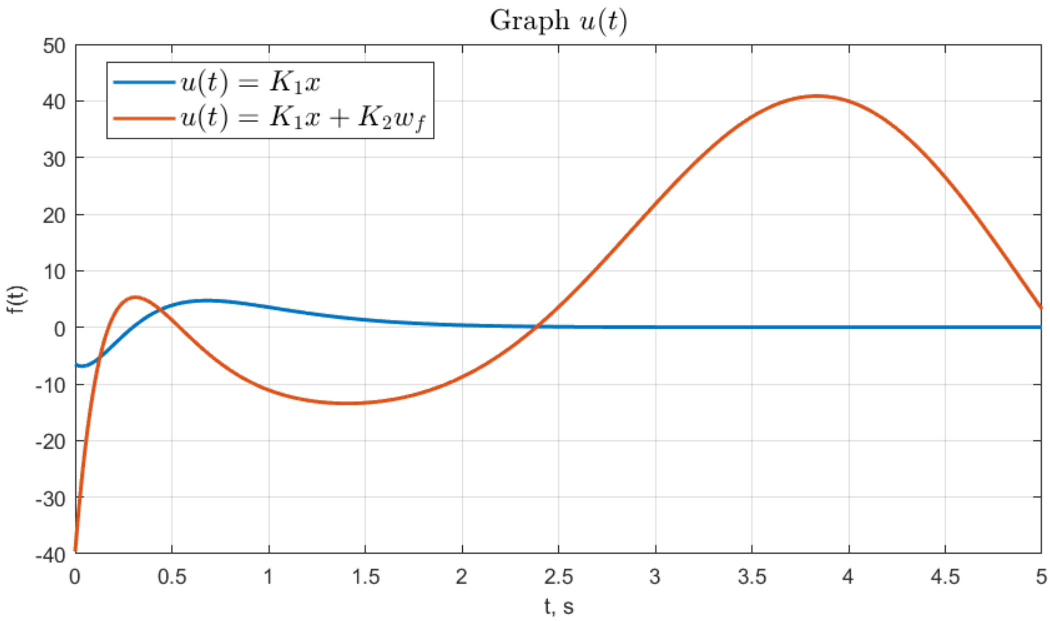

Рисунок 17 — График управляющего воздействия $u(t)$.

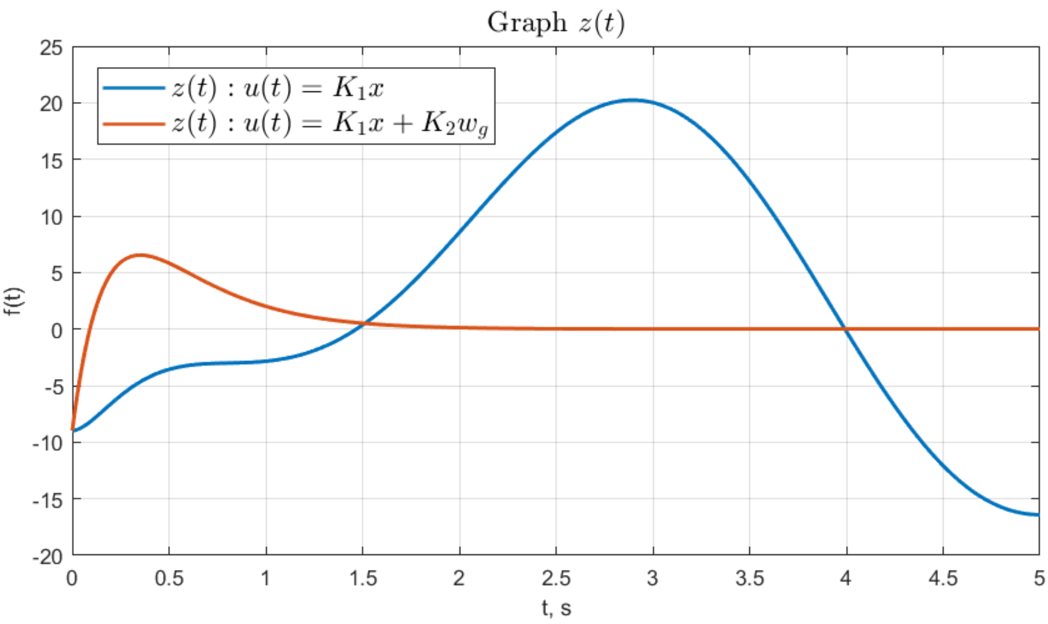

Рисунок 18 — График виртуального выхода $z(t)$.

2.6 Анализ результатов

Как можно заметить на рисунке 18 следящий регулятор обеспечивает выполнение целевого условия (5), график $z(t) : u(t) = K_1x + K_2w_g$ действительно стремится к нулю с течением времени. График вектора состояния внешнего возмущения (рисунок 12) действительно представлен незатухающими колебаниями, похож на сумму синусоид. Управляющее воздействие $u(t) = K_1x + K_2w_g$ обеспечивает слежение за задающим сигналом. В случае $u(t) = K_1x$ не удается обеспечить выполнение целевого условия, однако виртуальный выход системы все же становится более устойчивым, чем при $u(t) = 0$.

3 СЛЕЖЕНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ ПО ВЫХОДУ.

Рассмотрим систему

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f w, \\ y = Cx + Dw, \end{cases} \qquad x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \tag{26}$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -6 & -9 & -8 \\ 6 & 6 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix};$$

и генератор внешнего воздействия

$$\dot{w} = \Gamma w, \;\; w(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \tag{27}$$

где

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix}$$

Выполним следующие шаги:

- Найдем собственные числа матрицы Γ и определим характер внешнего возмущения.
- Проверим пару
$$\begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \text{ и } \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix}$$
на обнаруживаемость и сделаем вывод о возможности осуществления слежения и компенсации по выходу.
- Построим схему моделирования системы (26), замкнутой регулятором, состоящим из расширенного наблюдателя
$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} = \bar{A} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} - Ly \tag{28}$$

и закона управления

$$u = K_1 \hat{x} + K_2 \hat{w}, \tag{29}$$

обеспечивающего выполнение целевого условия (5) при внешнем воздействии, задаваемом генератором (27).

– Синтезируем «feedback»-компоненту K_1 следящего регулятора (29) любым пройденным на курсе способом. Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_1.
– Синтезируем матрицу коррекции L наблюдателя (28). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу L.
– Рассмотрим два случая виртуального выхода:
  – $z = C_Z x + D_Z w$, где
$$C_Z = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad D_Z = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$
  – $z = y$.

  Для каждого из вариантов виртуального выхода:
  – Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 следящего регулятора (29). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2.
  – Выполним компьютерное моделирование замкнутой системы с нулевыми начальными условиями наблюдателя. Построим график формируемого регулятором управления $u(t)$, сравнительные графики $\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}$, график ошибки наблюдателя $e(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}$ и сравнительные графики фактического и виртуального выходов $y(t)$ и $z(t)$
  – Найдем собственные числа матрицы системы регулятора в форме В-С-В и сравним с собственными числами матрицы генератора (27) Г.

– Проанализируем полученные результаты и сделаем выводы.

3.1 Определение характера внешнего возмущения

Найдем собственные числа матрицы Γ и определим характер внешнего возмущения.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{1,2} = \pm 2i \in \overline{\mathbb{C}_+} \\ \lambda_{3,4} = \pm i \in \overline{\mathbb{C}_+} \end{cases} \tag{30}$$

Характер внешнего возмущения: незатухающие колебания (синусоиды).

3.2 Определение возможности слежения и компенсации по выходу

Проверим пару

$$\begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \text{ и } \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix}$$

на обнаруживаемость и сделаем вывод о возможности осуществления слежения и компенсации по выходу.

Запишем исследуемые матрицы

$$\begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 5 & -3 & 0 & 0 & 1 \\ -6 & -9 & -8 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 6 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix} \tag{31}$$

Пусть $\zeta = \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix}$, $\Lambda = \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix}$. Проверим систему на наблюдаемость, составим матрицу наблюдаемости

$$V = \begin{bmatrix} \zeta \\ \zeta\Lambda \\ \dots \\ \zeta\Lambda^6 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -3 & -2 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ 16 & 31 & 24 & 1 & 4 & -12 & 8 \\ 38 & -7 & -48 & 69 & -7 & -20 & 13 \\ -56 & 79 & 6 & 255 & 150 & -302 & 248 \\ -718 & -1123 & -882 & 473 & -105 & -170 & -71 \\ -2144 & -929 & 984 & 379 & 754 & -936 & 2 \\ 758 & -2887 & 1632 & -15927 & -5827 & 15988 & -11915 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow rank(V) = 7 \quad (32)$$

Так как ранг матрицы наблюдаемости равен размерности системы, то пара

$$\begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \text{ и } \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix}$$

является полностью наблюдаемой, следовательно, и обнаруживаемой, значит, возможно реализовать слежение и компенсацию по выходу.

3.3 Схема моделирования

Построим схему моделирования системы (26), замкнутой регулятором, состоящим из расширенного наблюдателя (28) и закона управления (29) обеспечивающего выполнение целевого условия (5) при внешнем воздействии, задаваемом генератором (27).

Найдем матрицу $\bar{A}$ в

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} = \bar{A} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} - Ly$$

из уравнений регулятора по выходу

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + B_f\hat{w} + L_1(\hat{y} - y) \\ \dot{\hat{w}} = \Gamma\hat{w} + L_2(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = C\hat{x} + D\hat{w} \\ u = K_1\hat{x} + K_2\hat{w} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B(K_1\hat{x} + K_2\hat{w}) + B_f\hat{w} + L_1(C\hat{x} + D\hat{w} - y) \\ \dot{\hat{w}} = \Gamma\hat{w} + L_2(C\hat{x} + D\hat{w} - y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\hat{x}} = (A + BK_1 + L_1C)\hat{x} + (BK_2 + B_f + L_1D)\hat{w} - L_1y \\ \dot{\hat{w}} = (\Gamma + L_2D)\hat{w} + L_2C\hat{x} - L_2y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{A} = \begin{bmatrix} A + BK_1 + L_1C & BK_2 + B_f + L_1D \\ L_2C & \Gamma + L_2D \end{bmatrix} \quad (33)$$

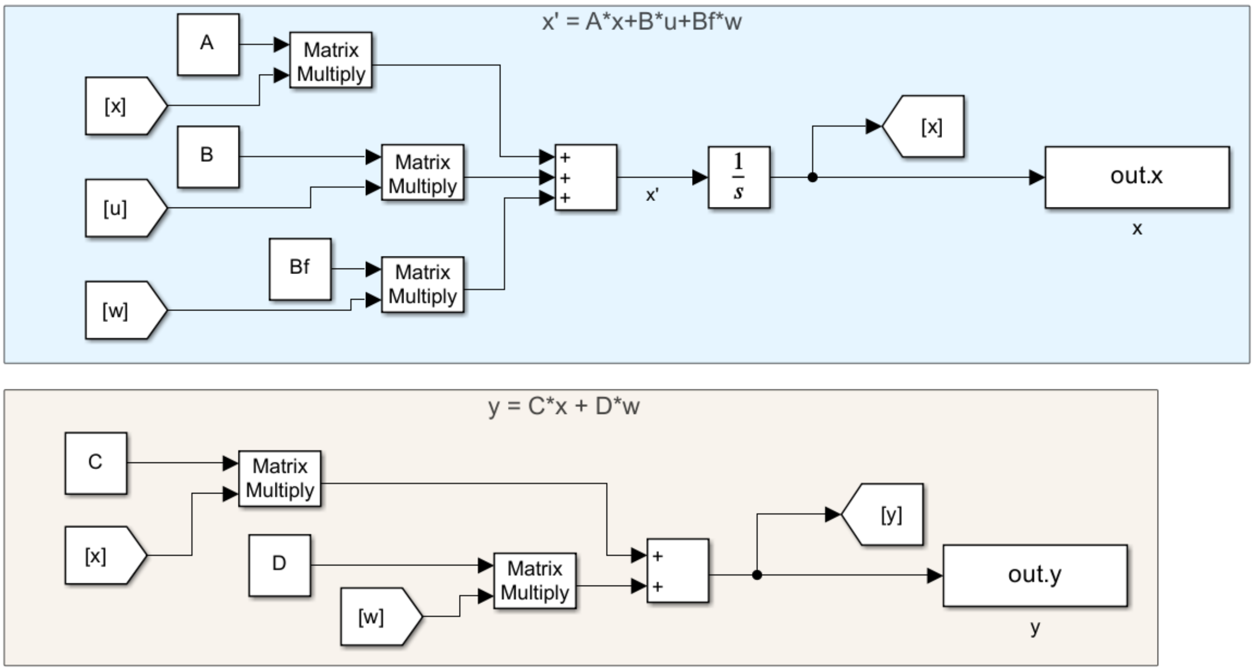

Рисунок 19 — Схема моделирования системы.

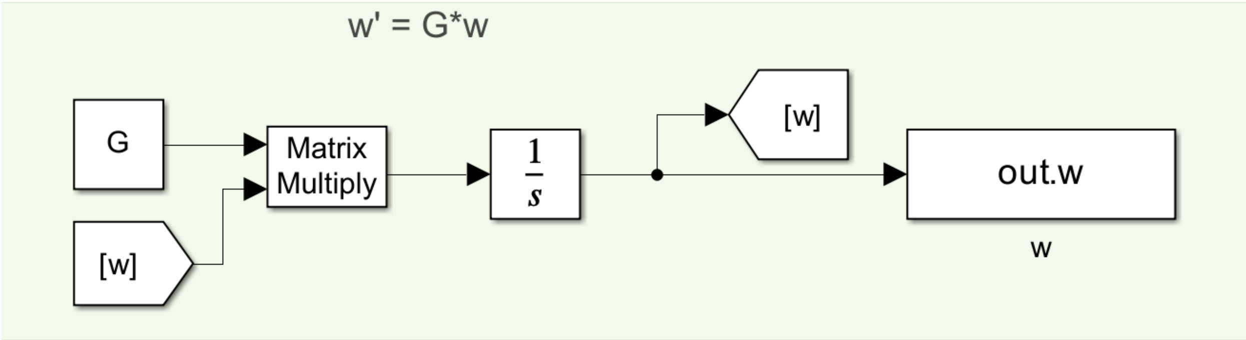

Рисунок 20 — Схема моделирования генератора внешнего воздействия.

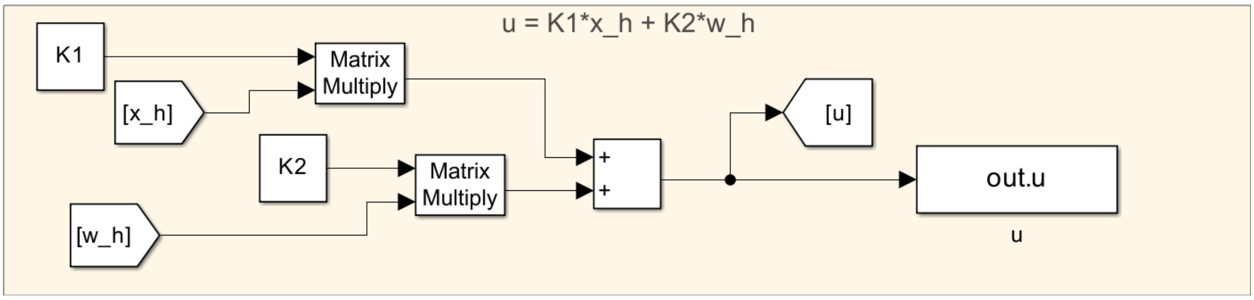

Рисунок 21 — Схема моделирования закона управления.

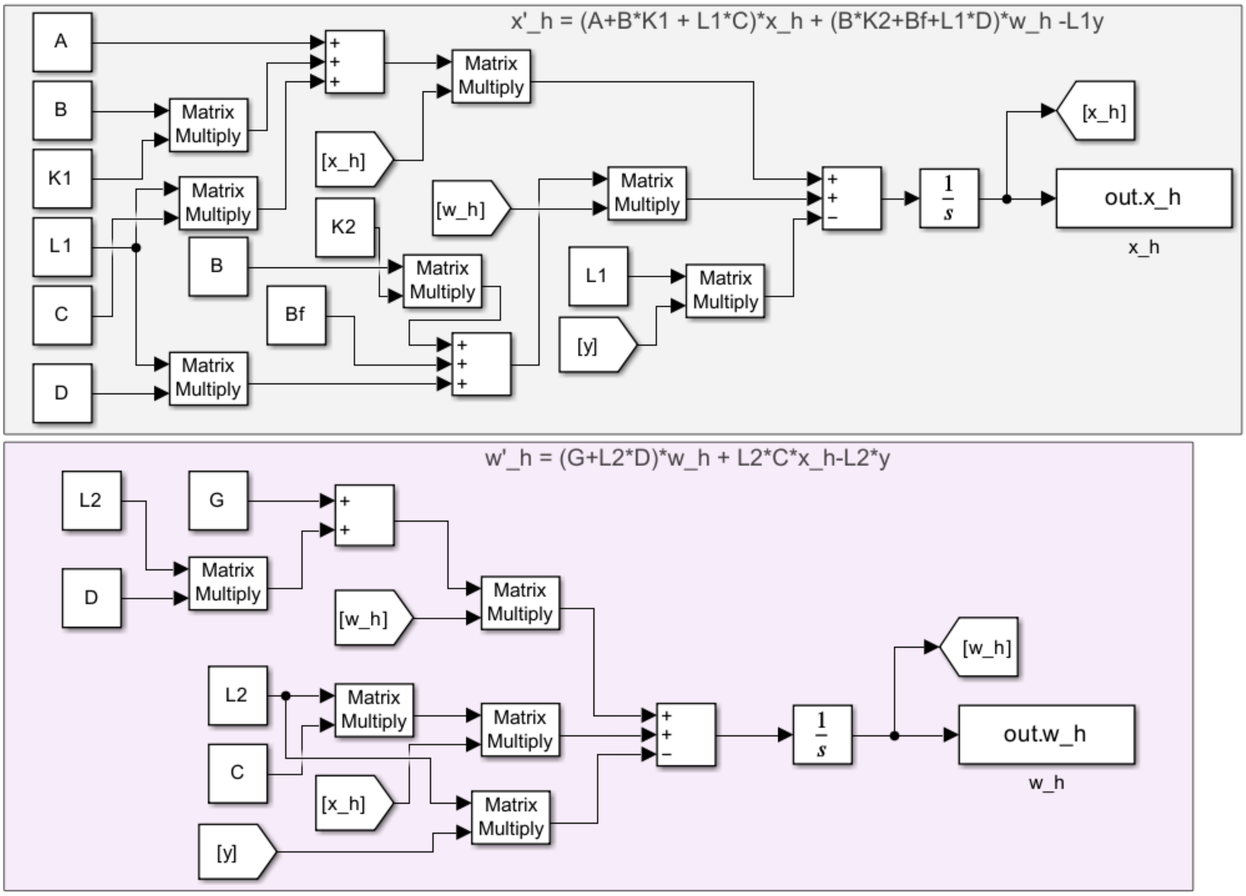

Рисунок 22 — Схема моделирования расширенного наблюдателя.

3.4 Синтез «feedback»-компоненты следящего регулятора

Воспользуемся результатами первого задания и запишем «feedback»-компоненту K_1 следящего регулятора (29)

$$K_1 = \begin{bmatrix} -6.50 & -0.25 & 0.25 \end{bmatrix}. \tag{34}$$

3.5 Синтез матрицы коррекции наблюдателя

Синтезируем матрицу коррекции L наблюдателя (28). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу L.

Необходимо, чтобы было выполнено условие

$$\begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \prec 0 \tag{35}$$

Воспользуемся уравнением модального регулятора

$$\begin{cases} \Phi Q - Q \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} = X \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = Q^+ X \end{cases} \tag{36}$$

Пусть желаемый спектр матрицы (35)

$$\sigma = \{-2.5, -2.5, -3.5, -4, -4.05, -4.5, -4.5\}$$

Тогда

$$\Phi = \begin{bmatrix} -4.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.5 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{37}$$

В результате получим матрицу корреляции наблюдателя

$$L = \begin{bmatrix} -6.3196 \\ -36.6327 \\ 51.9155 \\ 20.1333 \\ 9.8566 \\ 28.7566 \\ -2.7313 \end{bmatrix} \tag{38}$$

То есть искомые L_1 и L_2:

$$L_1 = \begin{bmatrix} -6.3196 \\ -36.6327 \\ 51.9155 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 20.1333 \\ 9.8566 \\ 28.7566 \\ -2.7313 \end{bmatrix} \tag{39}$$

3.6 Первый виртуальный выход

Рассмотрим виртуальный выход:

$$z = C_Z x + D_Z w,$$

где

$$C_Z = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad D_Z = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

3.6.1 Синтез «feedforward»-компоненты

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 следящего регулятора (29). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2.

Найдем P и Y как решение системы уравнений

$$\begin{cases} P\Gamma - AP = BY + B_f \\ C_Z P + D_Z = 0 \end{cases} \tag{40}$$

$$P = \begin{bmatrix} -1.7923 & -0.6769 & 1.5154 & -1.1077 \\ 37.0615 & 12.4846 & -29.0769 & 19.0385 \\ -37.4769 & -13.1308 & 30.0462 & -19.8231 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} -48.6346 & -15.4038 & 37.6308 & -24.4154 \end{bmatrix} \tag{41}$$

$$K_2 = Y - K_1 P = \begin{bmatrix} -41.6500 & -13.4000 & 32.7000 & -21.9000 \end{bmatrix} \tag{42}$$

3.6.2 Компьютерное моделирование

Выполним компьютерное моделирование замкнутой системы с нулевыми начальными условиями наблюдателя. Построим график формируемого регулятором управления $u(t)$, сравнительные графики $\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}$, график ошибки наблюдателя $e(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}$ и сравнительные графики фактического и виртуального выходов $y(t)$ и $z(t)$

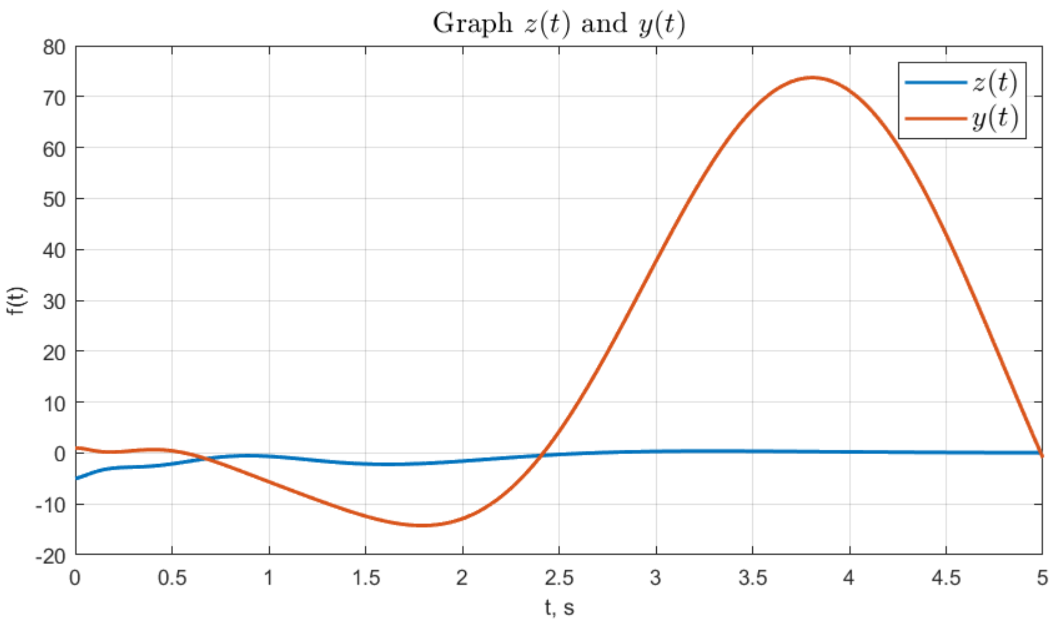

Рисунок 23 — Сравнительные графики фактического и виртуального выходов $y(t)$ и $z(t)$.

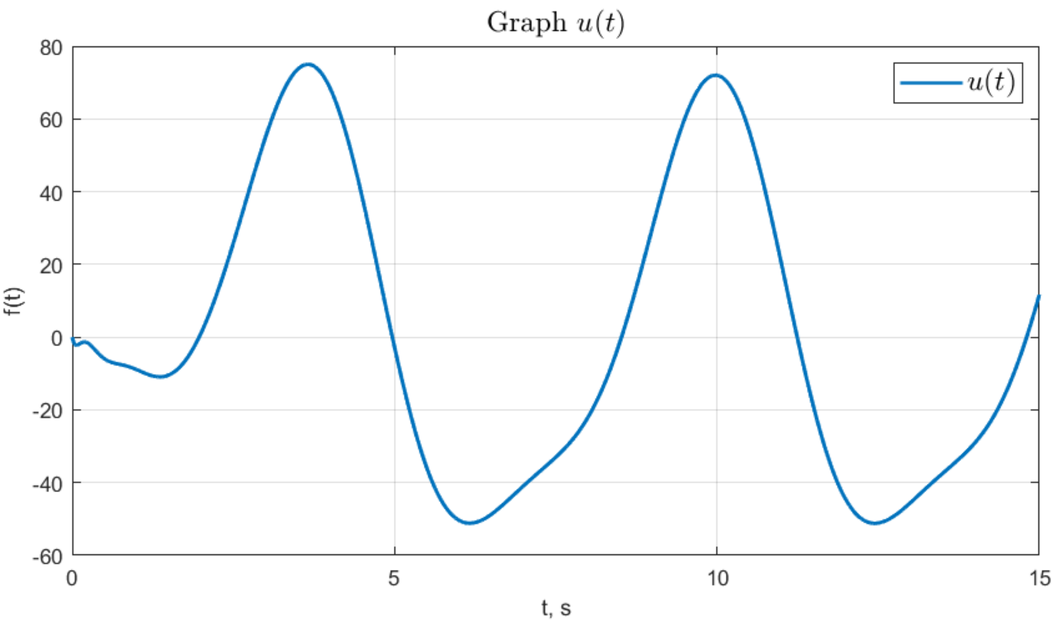

Рисунок 24 — График формируемого регулятором управления $u(t)$.

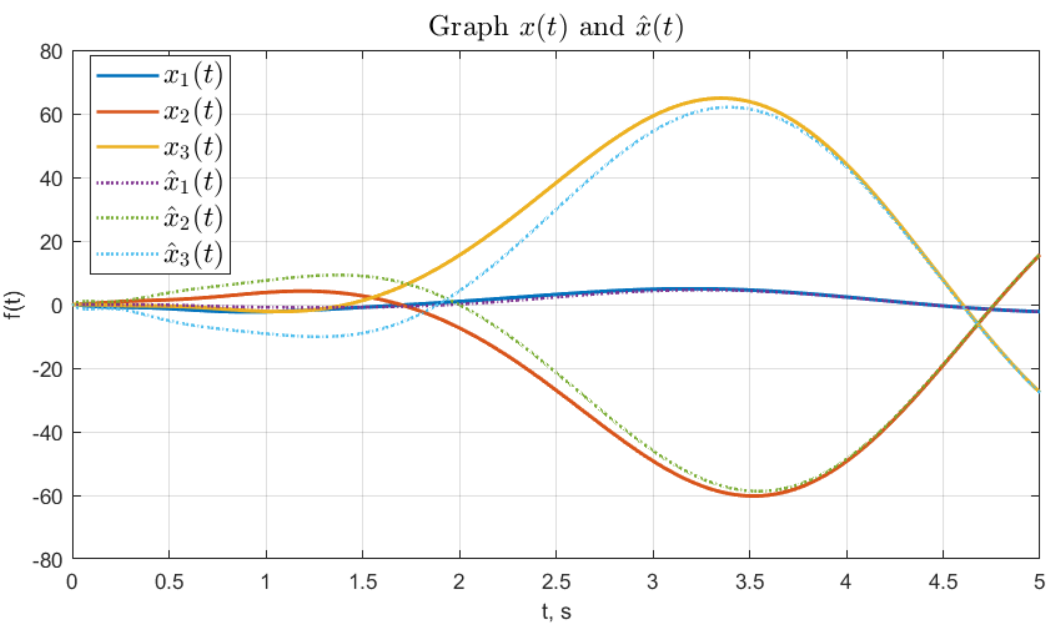

Рисунок 25 — Сравнительные графики $x(t)$ и $\hat{x}(t)$.

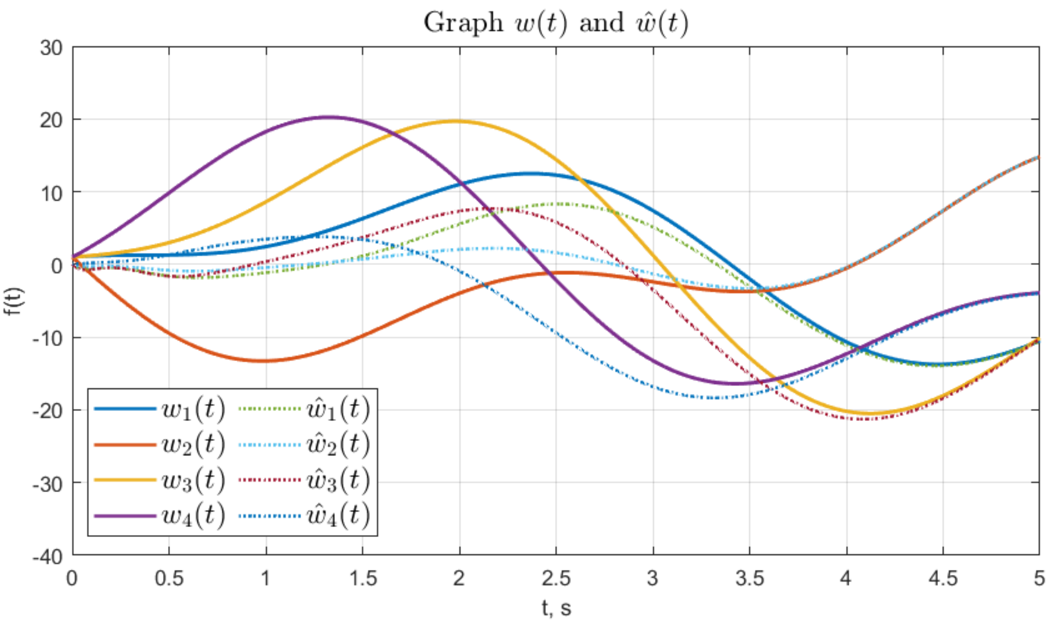

Рисунок 26 — Сравнительные графики $w(t)$ и $\hat{w}(t)$.

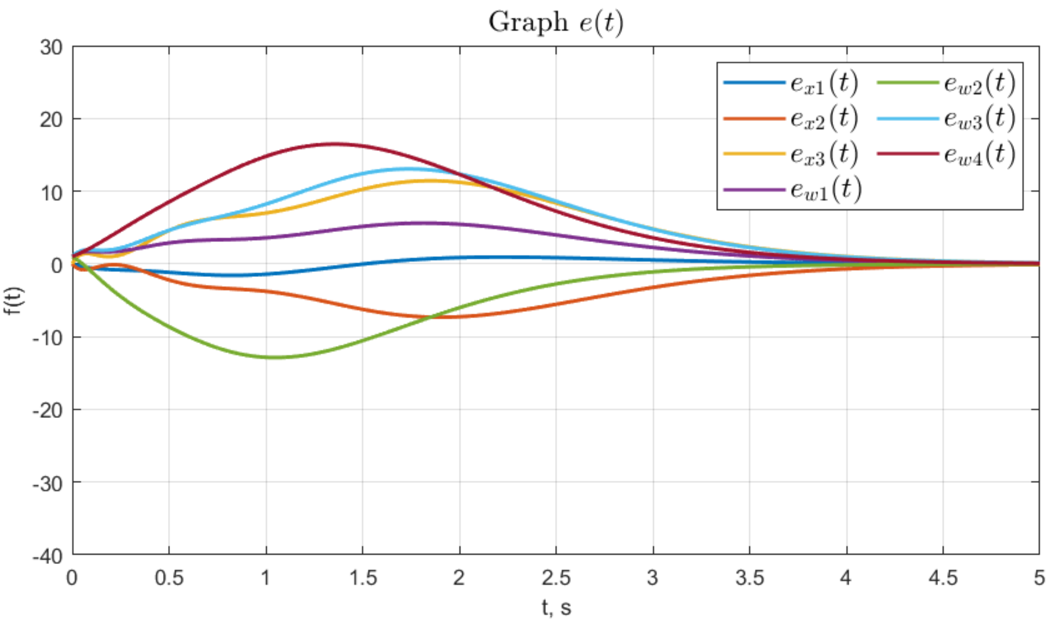

Рисунок 27 — Графики ошибки наблюдателя.

3.6.3 Собственные числа матрицы регулятора

Найдем собственные числа матрицы системы регулятора в форме В-С-В и сравним с собственными числами матрицы генератора (27) Г.

Запишем в форме В-С-В: входом регулятора является выход системы $y(t)$, а выходом управление $u(t)$.

$$
\begin{cases}
\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_1 + L_1C & BK_2 + B_f + L_1D \\ L_2C & \Gamma + L_2D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_1 \\ -L_2 \end{bmatrix} y \\
u = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix}
\end{cases}
\tag{43}
$$

$$
A_{reg} = \begin{bmatrix} A + BK_1 + L_1C & BK_2 + B_f + L_1D \\ L_2C & \Gamma + L_2D \end{bmatrix} \Rightarrow
$$

$$
\Rightarrow \begin{cases}
\lambda_1 = -28.9008 \\
\lambda_2 = 3.5667 \\
\lambda_3 = -4.4967 \\
\lambda_4 = -4.0000 \\
\lambda_5 = -2.9999 \\
\lambda_{6,7} = -0.8596 \pm 1.4320i
\end{cases}
\tag{44}
$$

$$
\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{1,2} = \pm 2i \\ \lambda_{3,4} = \pm i \end{cases}
\tag{45}
$$

Как можно заметить, спектр матрицы Γ не имеет пересечения со спектром матрицы системы регулятора. Регулятор не содержит в себе полную модель генератора возмущений. Так как виртуальный выход $z = C_Z x + D_Z w$, то регулятор может неполностью компенсировать внешнее возмущение.

3.7 Второй виртуальный выход

Рассмотрим виртуальный выход:

$$
z = y
$$

3.7.1 Синтез «feedforward»-компоненты

Синтезируем «feedforward»-компоненту K_2 следящего регулятора (29). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученную матрицу K_2.

Найдем P и Y как решение системы уравнений

$$\begin{cases} P\Gamma - AP = BY + B_f \\ CP + D = 0 \end{cases} \tag{46}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1.8188 & 1.0622 & -1.3389 & 1.1459 \\ 6.4683 & 3.4167 & -6.6163 & 4.8611 \\ -6.8837 & -4.0629 & 7.5855 & -5.6457 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} -16.3524 \\ -7.3512 \\ 14.1188 \\ -10.3829 \end{bmatrix}^T \tag{47}$$

$$K_2 = Y - K_1 P = \begin{bmatrix} -1.1923 & 1.4231 & 1.8654 & -0.3077 \end{bmatrix} \tag{48}$$

3.7.2 Компьютерное моделирование

Выполним компьютерное моделирование замкнутой системы с нулевыми начальными условиями наблюдателя. Построим график формируемого регулятором управления $u(t)$, сравнительные графики $\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}$, график ошибки наблюдателя $e(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}$ и сравнительные графики фактического и виртуального выходов $y(t)$ и $z(t)$

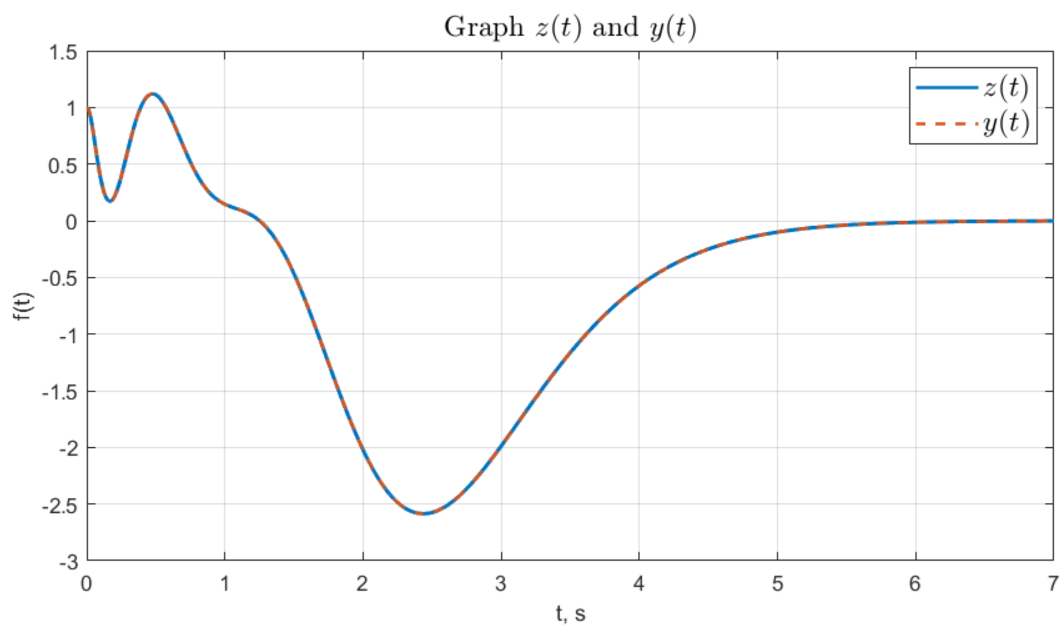

Рисунок 28 — Сравнительные графики фактического и виртуального выходов $y(t)$ и $z(t)$.

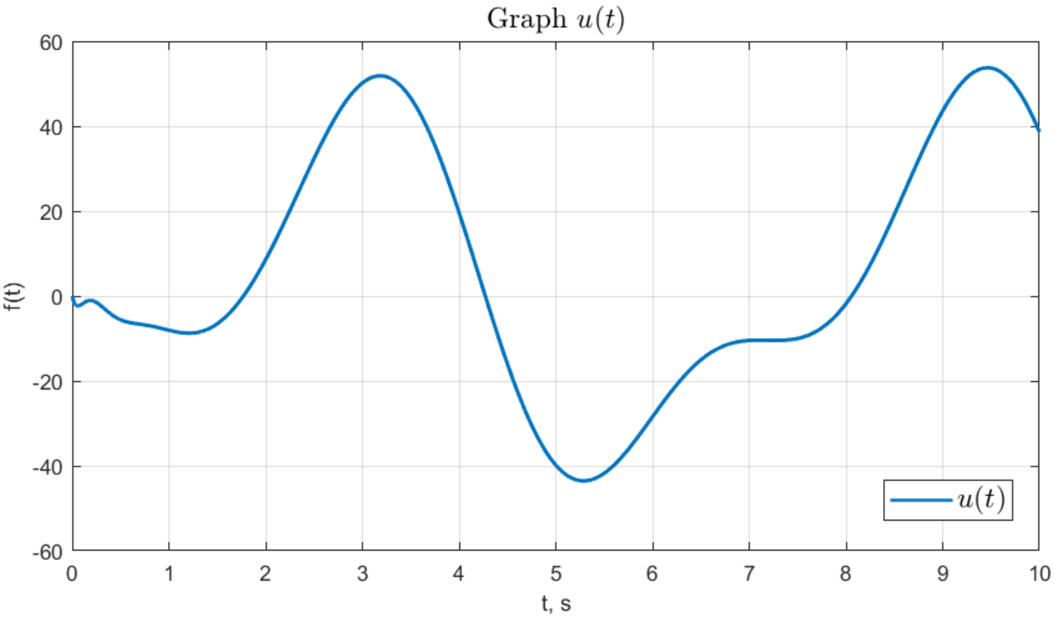

Рисунок 29 — График формируемого регулятором управления $u(t)$.

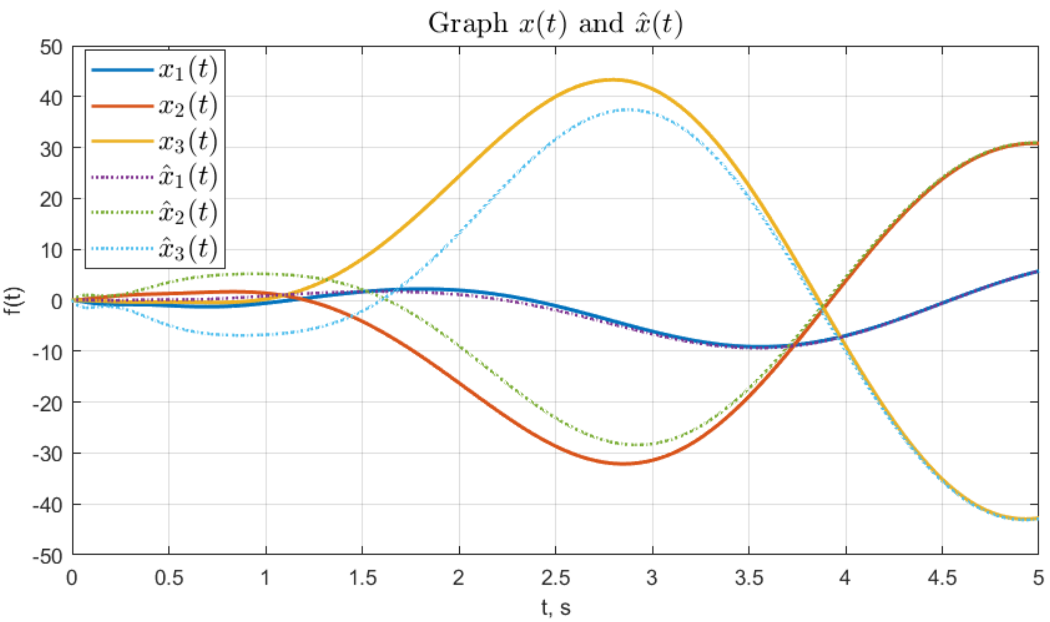

Рисунок 30 — Сравнительные графики $x(t)$ и $\hat{x}(t)$.

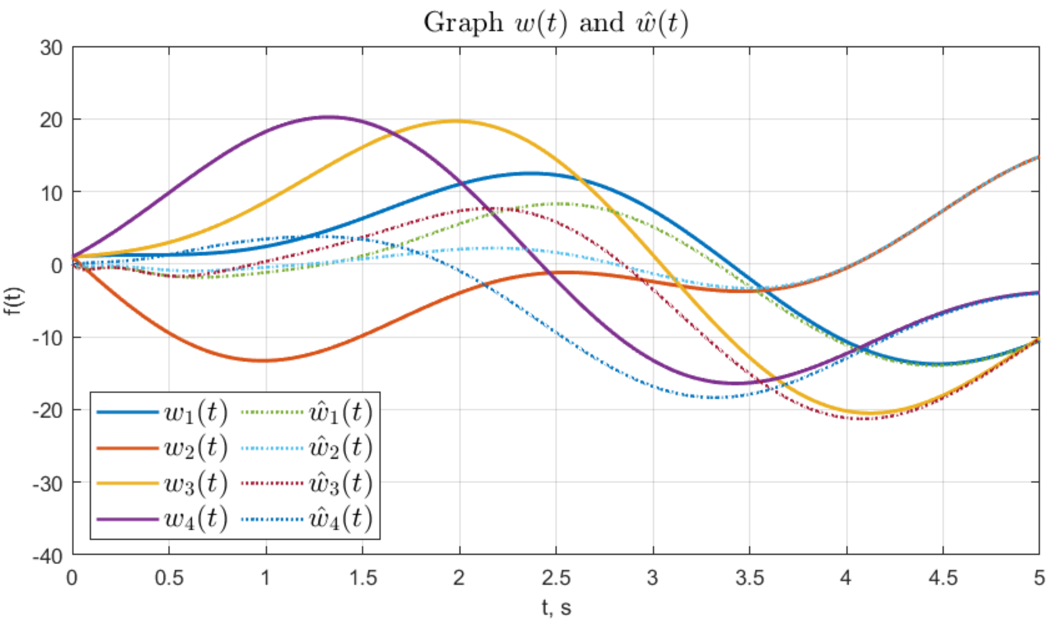

Рисунок 31 — Сравнительные графики $w(t)$ и $\hat{w}(t)$.

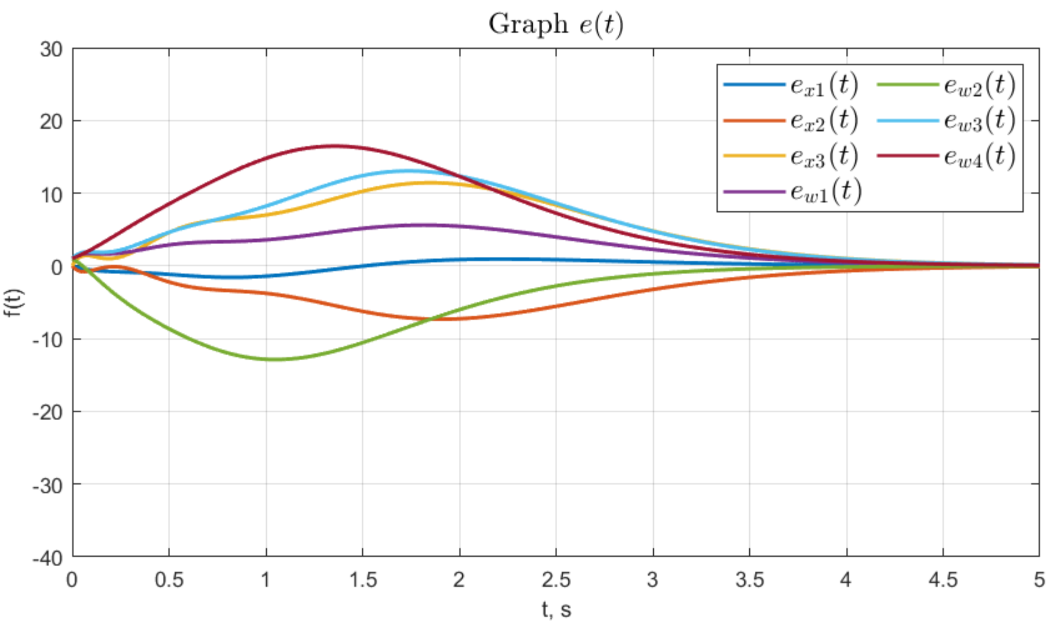

Рисунок 32 — Графики ошибки наблюдателя.

3.7.3 Собственные числа матрицы регулятора

Найдем собственные числа матрицы системы регулятора в форме В-С-В и сравним с собственными числами матрицы генератора (27) Г.

Запишем в форме В-С-В: входом регулятора является выход системы $y(t)$, а выходом управление $u(t)$.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_1 + L_1C & BK_2 + B_f + L_1D \\ L_2C & \Gamma + L_2D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_1 \\ -L_2 \end{bmatrix} y \\ u = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} \end{cases} \tag{49}$$

$$A_{reg} = \begin{bmatrix} A + BK_1 + L_1C & BK_2 + B_f + L_1D \\ L_2C & \Gamma + L_2D \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = -31.5500 \\ \lambda_{2,3} = \pm 2i \\ \lambda_{4,5} = \pm i \\ \lambda_6 = -4 \\ \lambda_7 = -3 \end{cases} \tag{50}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -26 & -7 & 20 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 16 & 4 & -14 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{1,2} = \pm 2i \\ \lambda_{3,4} = \pm i \end{cases} \tag{51}$$

Собственные числа матрицы Γ содержатся в спектре матрицы системы регулятора, это показывает то, что регулятор содержит модель генератора возмущений. Согласно принципу внутренней модели, это необходимо для того, чтобы компенсировать динамику возмущений. Виртуальный выход $z = y$ требует полной и точной компенсации внешних возмущений.

3.8 Анализ результатов

Заметим, что в обоих случаях виртуального выхода условие $\lim\limits_{t \to \infty} z(t) = 0$ выполнено (рисунки 23 и 28). Также графики ошибки наблюдателей неотличимы от нуля после $t = 4.5$ с, то есть задача слежения и компенсации выполнена успешно.

4 ТЕЛЕЖКА И МЕАНДР.

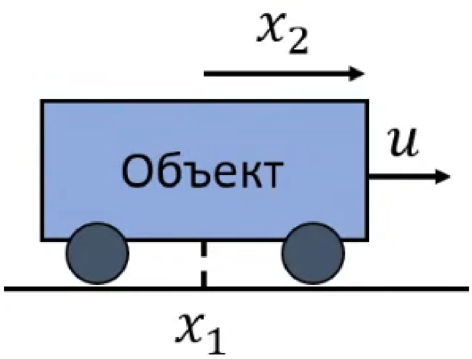

Рисунок 33 — Тележка.

Рассмотрим объект управления «тележка», представленный на рисунке 33, и выполним следующие шаги:

- Синтезируем математическую модель «тележки», приняв в качестве выхода линейную координату $y(t) = x_1(t)$.
- Примем задающий сигнал $g(t)$ меандром (англ. square wave) с произвольной амплитудой и периодом (выбрать самостоятельно).
- Разложим сигнал $g(t)$ в ряд Фурье и зададимся конечным числом гармоник m для использования конечной суммы ряда в качестве приближенного сигнала $\bar{g}(t)$.
- Сформируем генератор типа (18), способный порождать выбранные гармоники компоненты $\bar{g}(t)$. Необходимый порядок генератора определим самостоятельно.
- Зададимся виртуальным выходом $z(t)$ в форме (19) и зададим матрицы C_Z и D_z такими, чтобы при выполнении целевого условия (5) было справедливо

$$\bar{g} = D_Z w_g(t), \quad \lim_{t\to\infty} |\bar{g}(t) - y(t)| = 0$$

  Прокомментируем, какую задачу мы решаем таким образом.
- Синтезируем следящий регулятор (20), обеспечивающий выполнение целевого условия (5). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученные матрицы K_1 и K_2.

– Выполним компьютерное моделирование замкнутой системы и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$, задающего сигнала $g(t)$, приближенного задающего сигнала $\bar{g}(t)$ и выхода $y(t)$.
– Проанализируем полученные результаты и сделаем выводы о достоинствах и недостатках такого регулятора.

4.1 Синтез математической модели

Синтезируем математическую модель «тележки», приняв в качестве выхода линейную координату $y(t) = x_1(t)$.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + Bu, \\ y = C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \end{cases} \tag{52}$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4.2 Выбор задающего сигнала

Примем задающий сигнал $g(t)$ меандром (англ. square wave) с произвольной амплитудой и периодом. Пусть амплитуда $A = 5$, период $T = 2\pi$

$$g(t) = \begin{cases} -5, & t \in [\pi, 2\pi), \\ 5, & t \in [2\pi, 3\pi) \end{cases} \tag{53}$$

4.3 Разложение сигнала в ряд Фурье

Разложим сигнал $g(t)$ в ряд Фурье и зададимся конечным числом гармоник m для использования конечной суммы ряда в качестве приближенного сигнала $\bar{g}(t)$.

Запишем формулу для частичной суммы Фурье

$$F_m(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{m} \left(a_n \cos(nt) + b_n \sin(nt)\right), \tag{54}$$

где

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{\pi} \int\limits_{\pi}^{3\pi} g(t)dt = \frac{1}{\pi}(-10\pi + 10\pi) = 0, \\ a_n = \frac{1}{\pi} \int\limits_{\pi}^{3\pi} g(t) \cos(nt)dt = 0, \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int\limits_{\pi}^{3\pi} g(t) \sin(nt)dt = \frac{10(1-(-1)^n)}{\pi n} \end{cases} \tag{55}$$

Пусть $m = 6$ тогда получим приближенный сигнал $\bar{g}(t)$

$$\bar{g}(t) = \sum_{n=1}^{6} \left(\frac{10\left(1 - (-1)^n\right)}{\pi n} \sin(nt) \right) = \frac{10}{\pi} \sum_{n=1}^{6} \left(\frac{1 - (-1)^n}{n} \sin(nt) \right) = \\ = \frac{10}{\pi} \left(2\sin(t) + \frac{2}{3}\sin(3t) + \frac{2}{5}\sin(5t) \right) \tag{56}$$

4.4 Формирование генератора

Сформируем генератор типа (18), способный порождать выбранные гармоники компоненты $\bar{g}(t)$.

$$\dot{w} = \Gamma w, \tag{57}$$

Матрицу Γ зададим в виде блочной матрицы, каждый блок отвечает за определенную гармонику в сумме Фурье (56).

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix} \tag{58}$$

Определим начальные условия состояния генератора, то есть w_0. Так как в выбранных гармониках $\bar{g}$ присутствуют только синусы, «занулим» компоненты w_0, соответствующие косинусам

$$w_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \tag{59}$$

4.5 Задание виртуального выхода

Зададимся виртуальным выходом $z(t)$ в форме

$$z = C_Z x + D_Z w_g \tag{60}$$

и зададим матрицы C_Z и D_z такими, чтобы при выполнении целевого условия

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = 0 \tag{61}$$

было справедливо

$$\bar{g} = D_Z w_g(t), \quad \lim_{t\to\infty} |\bar{g}(t) - y(t)| = 0$$

То есть

$$\lim_{t\to\infty} |\bar{g}(t) - y(t)| = \lim_{t\to\infty} |D_Z w_g(t) - Cx(t)| = 0 \tag{62}$$

и в то же время должно быть выполнено условие

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = \lim_{t\to\infty} C_Z x(t) + D_Z w_g(t) = 0 \tag{63}$$

Согласно выражениям (62) и (63) примем $C_Z = -C$.

$$C_Z = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{64}$$

Чтобы график $\bar{g} = D_Z w_g(t)$ представлял собой конечную сумму ряда, примем в качестве D_Z коэффициенты перед функциями в разложении $g(t)$ в конечную сумму Фурье (56)

$$D_Z = \frac{10}{\pi} \begin{bmatrix} 2 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{5} & 0 \end{bmatrix} \tag{65}$$

Таким образом, мы решаем классическую задачу слежения.

4.6 Синтез следящего регулятора

Синтезируем следящий регулятор

$$u = K_1 x + K_2 w, \tag{66}$$

обеспечивающий выполнение целевого условия (5). Приведем выкладки процедуры синтеза и полученные матрицы K_1 и K_2.

4.6.1 Синтез матрицы K_1

Проведем синтез на основе модального управления.

Пусть желаемый спектр системы $\sigma = \{-1,\ -1\}$, тогда составим матрицу Γ_{K_1} с помощью полинома Ньютона второго порядка так, чтобы её спектр совпадал с σ

$$\Gamma_{K_1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \tag{67}$$

Подберем матрицу Y_{K_1}

$$Y_{K_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{68}$$

Теперь с помощью $MATLAB$ решим уравнение Сильвестра

$$AP - P\Gamma_{K_1} = BY_{K_1}$$

относительно P и вычислим матрицу K_1:

$$K_1 = -Y_{K_1} P^+ = \begin{bmatrix} -1 & -2 \end{bmatrix} \tag{69}$$

4.6.2 Синтез матрицы K_2

Сначала найдем P_2 и Y_2 такие, что

$$\begin{cases} P_2\Gamma - AP_2 = BY_2 + B_f \\ C_Z P_2 + D_Z = 0 \end{cases} \tag{70}$$

Так как мы исследуем задачу слежения, то $B_f = 0$.

$$P_2 = \begin{bmatrix} 6.3662 & 0 & 2.1221 & 0 & 1.2732 & 0 \\ 0 & 6.3662 & 0 & 6.3662 & 0 & 6.3662 \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} -6.3662 & 0 & -19.0986 & 0 & -31.8310 & 0 \end{bmatrix} \quad (71)$$

Вычислим K_2 по формуле

$$K_2 = Y_2 - K_1 P_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 12.7324 \\ -16.9765 \\ 12.7324 \\ -30.5577 \\ 12.7324 \end{bmatrix}^T \quad (72)$$

4.7 Компьютерное моделирование

Выполним компьютерное моделирование замкнутой системы и построим графики формируемого регулятором управления $u(t)$, вектора состояния замкнутой системы $x(t)$, задающего сигнала $g(t)$, приближенного задающего сигнала $\bar{g}(t)$ и выхода $y(t)$.

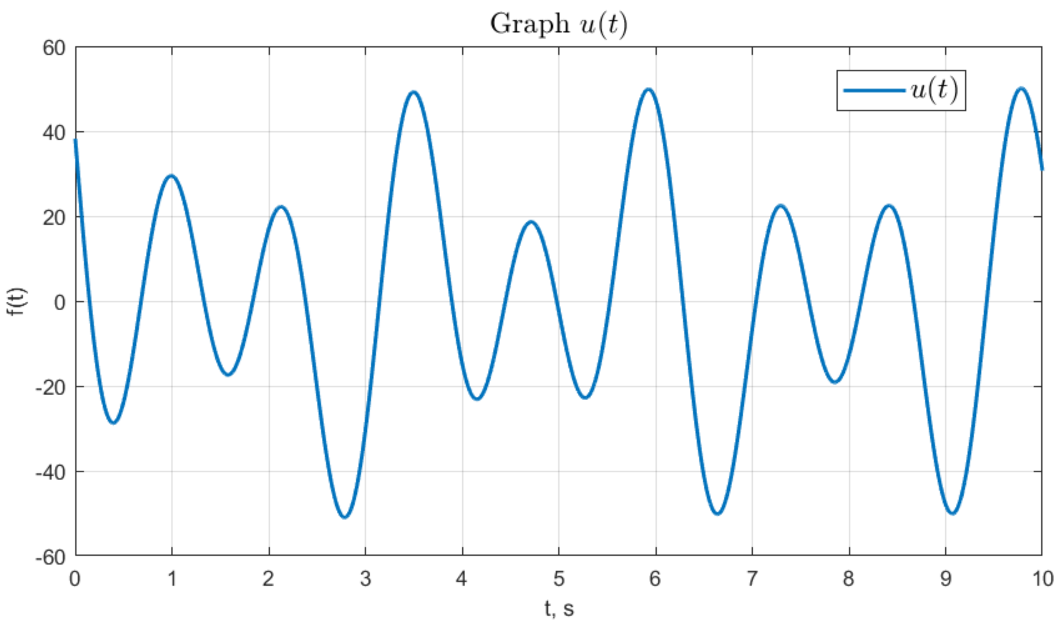

Рисунок 34 — График формируемого регулятором управления $u(t)$.

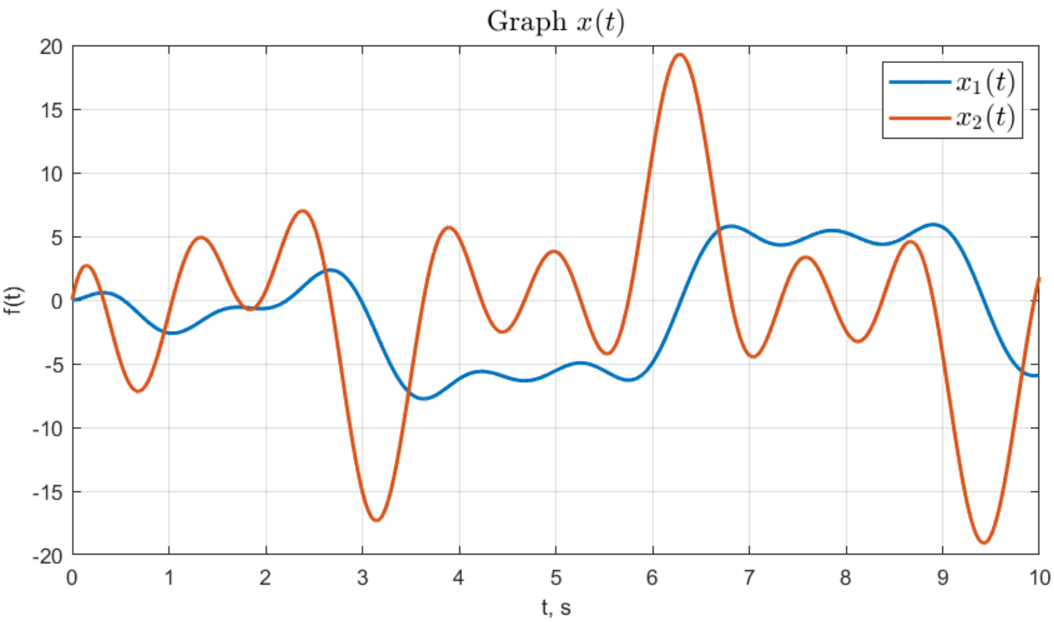

Рисунок 35 — График вектора состояния замкнутой системы $x(t)$.

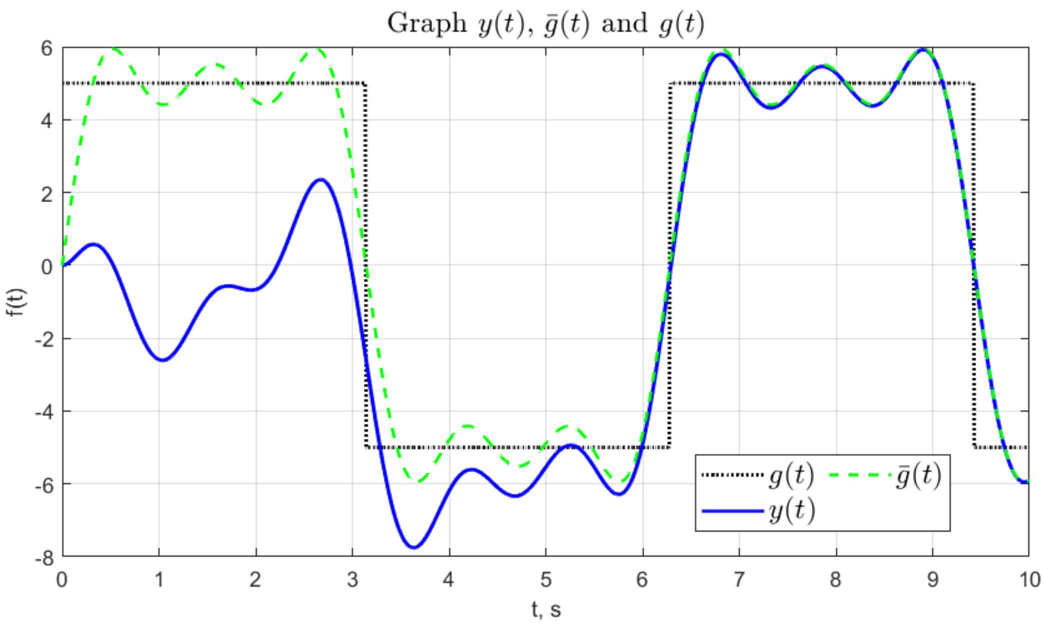

Рисунок 36 — Графики задающего сигнала $g(t)$, приближенного задающего сигнала $\bar{g}(t)$ и выхода $y(t)$.

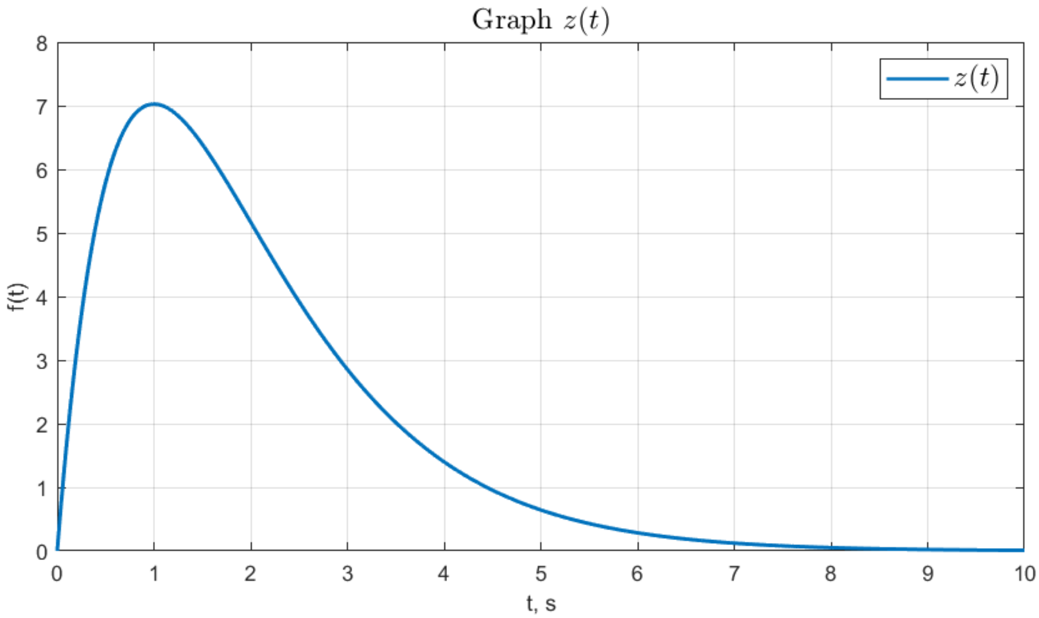

Рисунок 37 — График виртуального выхода $z(t)$.

4.8 Анализ результатов

Рисунки 36 и 37 сведетельствуют о том, что задача слежения выполнена и целевое условие $\lim\limits_{t\to\infty} z(t) = 0$ достигнуто. К плюсам данного регулятора можно отнести высокую точность при работе с периодическими сигналами и гибкость настройки при добавлении новых гармоник. Сложности данного регулятора заключаются в том, что при увеличении числа гармоник, будут сильно расти вычислительные затраты и размеры матриц.

5 ВЫВОД

В ходе выполнения лабораторной работы были применены на практике знания о синтезе компенсирующих и следящих регуляторов. В первом задании был синтезирован компенсирующий регулятор по состоянию, который нейтрализовал внешнее возмущение, воздействующее на систему. В следующем задании был синтезирован следящий регулятор по состоянию, задачей которого было обеспечить такое управление объектом, при котором его выходная переменная точно отслеживает заданный эталонный сигнал, используя полную информацию о состоянии системы. В третьем задании решалась комплексная задача слежения и компенсации по выходу, проводилась оценка вектора состояния и проводилось слежение за сигналом. В последнем задании был синтезирован следящий регулятор в случае представления задающего сигнала в виде суммы конечного ряда Фурье. В ходе выполнения каждого задания было проведено компьютерное моделирование, подтверждающее корректность выполненных расчетов.