Теория автоматического управления

Слежение и компенсация:

Наблюдатели внешних воздействий

Слежение и компенсация

Слежение + Компенсация (общая)

Закон управления:

$$u = Kx + K_g w_g + K_f w_f$$

Но полагать w_g/ w_f измеримыми самонадеянно

Стабилизирующий … м желаемым образом:

Задание с… ивости; LQR; …

Матричные уравнения Франкиса-Дэвисона:

$$\begin{cases} P_g \Gamma_g - (A + BK) P_g = BK_g \\ (C + DK) P_g + DK_g = Y_g \end{cases} \qquad \begin{cases} P_f \Gamma_f - (A + BK) P_f - B_f Y_f = BK_f \\ (C + DK) P_f + DK_f = -D_f Y_f \end{cases}$$

Слежение и компенсация

Слежение + Компенсация (общая)

Закон управления:

$$u = Kx + K_g w_g + K_f w_f$$

Но полагать w_g/ w_f измеримыми самонадеянно

Хорошо, что существуют специальные наблюдатели

Модели внешних воздействий

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}, \quad w_g(0)$$

Почему именно в такой форме?

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}, \quad w_f(0)$$

1. Задача слежения или компенсации может быть решена только для **детерминированных** (не случайных) сигналов;
2. Мы работаем в парадигме линейных систем, любые рассматриваемые сигналы должны быть способны порождаться линейными системами.

Григорьев В.В., Бойков В.И., Парамонов А.В., Быстров С.В. «Проектирование регуляторов систем управления.»

Модели внешних воздействий

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases},$$

$$w_g(0)$$

Измерению будет доступно только $g(t)$

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases},$$

$$w_f(0)$$

С крайне высокой вероятностью не измерить НИЧЕГО

Модели внешних воздействий

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases},$$

$$w_g(0)$$

Строим наблюдатель?

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases},$$

$$w_f(0)$$

Строим наблюдатель!

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Слежение

Закон управления:

$$u = Kx + K_g w_g$$

Но измеряем только g

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Слежение

Закон управления:

$$u = Kx + K_g \hat{w}_g$$

Но измеряем только g

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t \to \infty} \left\| w_g(t) - \hat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\bar{w}_g = Q\hat{w}_g$$

Допущение:
Γ_g и Y_g известны

Идейно похоже на наблюдатель пониженной размерности:
$\hat{w}_g$ – **оценка** вектора состояния, а $\bar{w}_g$ – вектор состояния **наблюдателя**, одно в другое переходит через смену базиса!

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_g(t) - \hat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\overline{w}_g = Q\widehat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\overline{w}}_g = \Gamma \overline{w}_g + Y g$$

Допущение:
Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_g(t) - \widehat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Структурно наблюдатель очень прост,
задается в лоб как своеобразный фильтр
Только нужно найти Q

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\overline{w}_g = Q\widehat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\overline{w}}_g = \Gamma\overline{w}_g + Yg$$

Допущение:
Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_g(t) - \widehat{w}_g(t)\right\| = 0$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\widetilde{w}_g = w_g - \widehat{w}_g$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\bar{w}_g = Q\hat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\bar{w}}_g = \Gamma \bar{w}_g + Y g$$

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_g(t) - \hat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_g = w_g - \hat{w}_g,$$

$$\dot{\tilde{w}}_g = \dot{w}_g - \dot{\hat{w}}_g$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\bar{w}_g = Q\hat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\bar{w}}_g = \Gamma\bar{w}_g + Y g$$

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_g(t) - \hat{w}_g(t)\right\| = 0$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_g = w_g - \hat{w}_g,$$
$$\dot{\tilde{w}}_g = \dot{w}_g - Q^{-1}\dot{\bar{w}}_g$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\overline{w}_g = Q\widehat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\overline{w}}_g = \Gamma \overline{w}_g + Y g$$

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_g(t) - \widehat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\widetilde{w}_g = w_g - \widehat{w}_g,$$

$$\dot{\widetilde{w}}_g = \dot{w}_g - Q^{-1}\dot{\overline{w}}_g =$$

$$= \Gamma_g w_g - Q^{-1}\Gamma \overline{w}_g - Q^{-1} Y g$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\bar{w}_g = Q\hat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\bar{w}}_g = \Gamma\bar{w}_g + Y g$$

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_g(t) - \hat{w}_g(t)\right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_g = w_g - \hat{w}_g,$$

$$\dot{\tilde{w}}_g = \dot{w}_g - Q^{-1}\dot{\bar{w}}_g =$$

$$= \Gamma_g w_g - Q^{-1}\Gamma\bar{w}_g - Q^{-1}YY_g w_g =$$

$$= (\Gamma_g - Q^{-1}YY_g)w_g - Q^{-1}\Gamma\bar{w}_g$$

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\bar{w}_g = Q\hat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\bar{w}}_g = \Gamma\bar{w}_g + Yg$$

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_g(t) - \hat{w}_g(t)\right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_g = w_g - \hat{w}_g,$$

$$\dot{\tilde{w}}_g = \dot{w}_g - Q^{-1}\dot{\bar{w}}_g =$$

$$= \Gamma_g w_g - Q^{-1}\Gamma\bar{w}_g - Q^{-1}YY_g w_g =$$

$$= (\Gamma_g - Q^{-1}YY_g)w_g - Q^{-1}\Gamma Q\hat{w}_g$$

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\bar{w}_g = Q\hat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\bar{w}}_g = \Gamma \bar{w}_g + Y g$$

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Нужно соотношение:

$$Q^{-1}\Gamma Q = \Gamma_g - Q^{-1} Y Y_g$$

или

$$\Gamma Q = Q\Gamma_g - Y Y_g$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_g(t) - \hat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_g = w_g - \hat{w}_g,$$

$$\dot{\tilde{w}}_g = (\Gamma_g - Q^{-1} Y Y_g) w_g - Q^{-1}\Gamma Q \hat{w}_g$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Уравнение типа Сильвестра

$$Q\Gamma_g - \Gamma Q = Y Y_g$$

Решаем относительно Q

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\overline{w}_g = Q\widehat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\overline{w}}_g = \Gamma\overline{w}_g + Yg$$

Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Нужно соотношение:

$$Q^{-1}\Gamma Q = \Gamma_g - Q^{-1}YY_g$$

или

$$\Gamma Q = Q\Gamma_g - YY_g$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_g(t) - \widehat{w}_g(t)\right\| = 0$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\widetilde{w}_g = w_g - \widehat{w}_g,$$

$$\dot{\widetilde{w}}_g = Q^{-1}\Gamma Q\left(w_g - \widehat{w}_g\right) = Q^{-1}\Gamma Q\widetilde{w}_g$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Уравнение типа Сильвестра

$$Q\Gamma_g - \Gamma Q = YY_g$$

Решаем относительно Q

Наблюдатель зад…

Задающее воздейств…

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_g(t) - \hat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Если задались устойчивой системой (т.е. Γ – Гурвицева), то ошибка $\tilde{w}_g$ будет сходиться к 0 со скоростью, определяемой конкретной выбранной Γ

Допущение: Γ_g и Y_g известны

Нужно соотношение:

$$Q^{-1}\Gamma Q = \Gamma_g - Q^{-1} Y Y_g$$

или

$$\Gamma Q = Q\Gamma_g - Y Y_g$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_g = w_g - \hat{w}_g,$$

$$\dot{\tilde{w}}_g = Q^{-1}\Gamma Q\left(w_g - \hat{w}_g\right) = Q^{-1}\Gamma Q \tilde{w}_g$$

Уравнение типа Сильвестра

$$Q\Gamma_g - \Gamma Q = Y Y_g$$

Решаем относительно Q

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\bar{w}_g = Q\hat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\bar{w}}_g = \Gamma \bar{w}_g + Y g$$

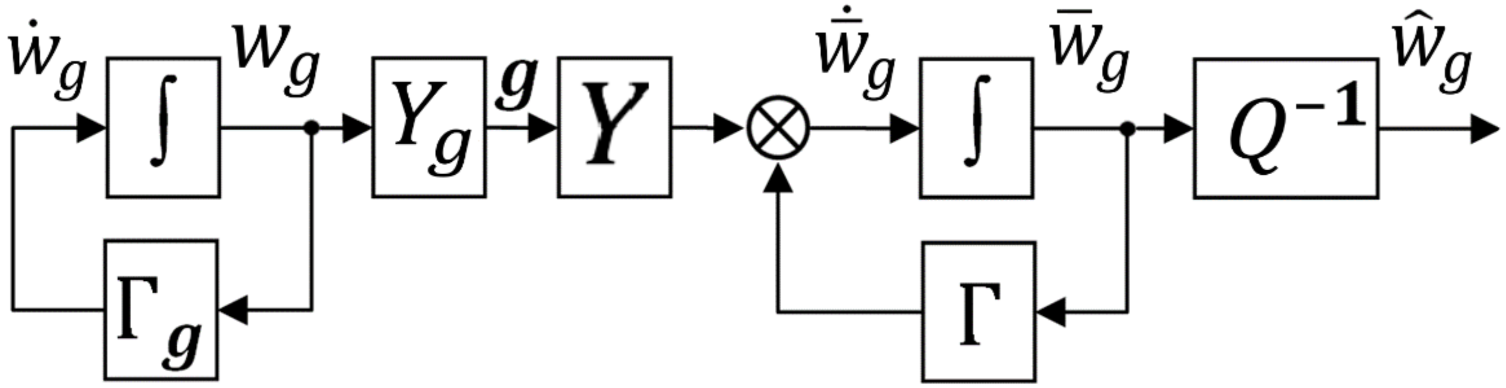
Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_g(t) - \hat{w}_g(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)



Оценка w_g для следящего регулятора получена, можно управлять!

Наблюдатель задающего воздействия

Задающее воздействие:

$$\begin{cases} \dot{w}_g = \Gamma_g w_g \\ g = Y_g w_g \end{cases}$$

Преобразование базиса:

$$\overline{w}_g = Q\widehat{w}_g$$

Наблюдатель сигнала задания:

$$\dot{\overline{w}}_g = \Gamma\overline{w}_g + Yg$$

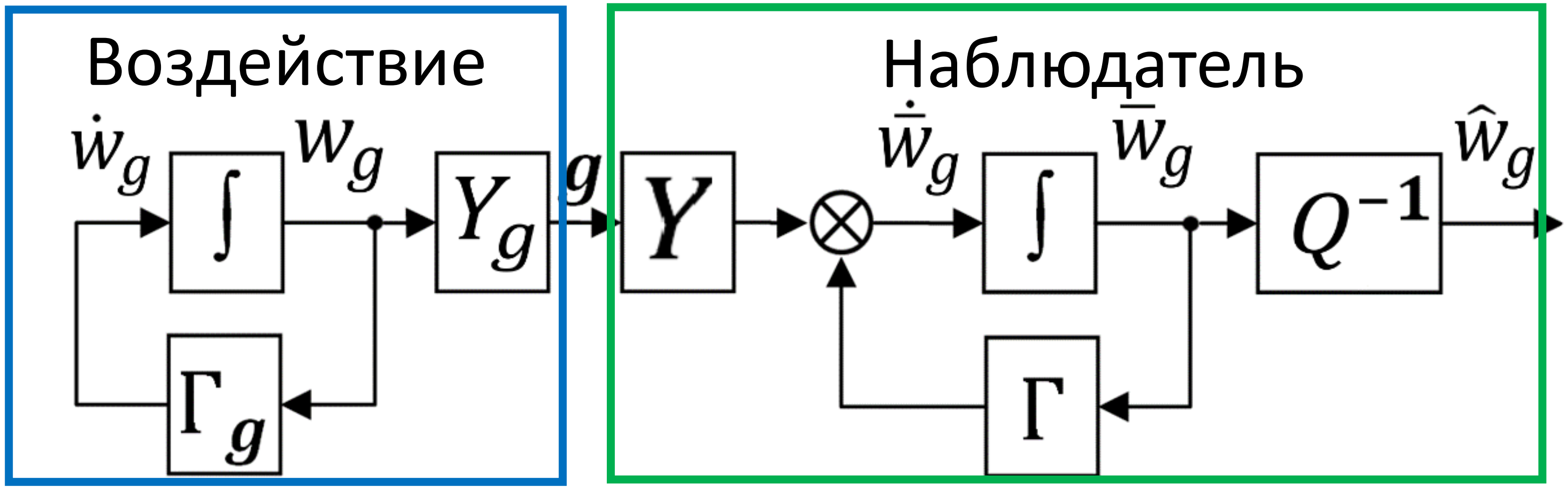
Допущение:

Γ_g и Y_g известны

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_g(t) - \widehat{w}_g(t)\right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)



Оценка w_g для следящего регулятора получена, можно управлять!

Наблюдатель расширенной размерности

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Компенсация (общая)

Закон управления:

$$u = Kx + K_f w_f$$

Но измеряем только y

Допущение:

Γ_f и Y_f известны

Наблюдатель расширенной размерности

Допущение:

Γ_f и Y_f известны

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t \to \infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Компенсация (общая)

Закон управления:

$$u = Kx + K_f \hat{w}_f$$

Но измеряем только y

Наблюдатель расширенной размерности

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ \dot{x} = Ax + Bu + B_f Y_f w_f \\ y = Cx + Du + D_f Y_f w_f \end{cases}$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

Расширили модель объекта управления, объединив с моделью внешнего возмущения

Цель:

$$\lim_{t \to \infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель расширенной размерности

ИТМО

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ \dot{x} = Ax + Bu + B_f Y_f w_f \\ y = Cx + Du + D_f Y_f w_f \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{x}_f = \bar{A} x_f + \bar{B} u \\ y = \bar{C} x_f + Du \end{cases}$$

Допущение:

Γ_f и Y_f известны

$$x_f = \begin{bmatrix} w_f \\ x \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_f & 0 \\ B_f Y_f & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_f & C \end{bmatrix}$$

Наблюдатель расширенной размерности

ИТМО

Модель расширенной системы:

$$\begin{cases} \dot{x}_f = \bar{A}x_f + \bar{B}u \\ y = \bar{C}x_f + Du \end{cases}$$

$\Rightarrow$

Наблюдатель повышенной размерности:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f = \bar{A}\hat{x}_f + (\bar{B} + LD)u + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = \bar{C}\hat{x}_f \end{cases}$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

$$x_f = \begin{bmatrix} w_f \\ x \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_f & 0 \\ B_f Y_f & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_f & C \end{bmatrix}$$

Просто знакомый вам наблюдатель полной размерности, только для расширенной системы!
Как синтезировать – знаете!

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель расширенной размерности

Модель расширенной системы:

$$\begin{cases} \dot{x}_f = \bar{A}x_f + \bar{B}u \\ y = \bar{C}x_f + Du \end{cases}$$

$\Rightarrow$

Наблюдатель повышенной размерности:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f = \bar{A}\hat{x}_f + (\bar{B} + LD)u + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = \bar{C}\hat{x}_f \end{cases}$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

$$x_f = \begin{bmatrix} w_f \\ x \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_f & 0 \\ B_f Y_f & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_f & C \end{bmatrix}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Просто знакомый вам наблюдатель полной размерности, только для расширенной системы!
Как синтезировать – знаете!

Вообще он неявно приведен на Лекции 12 немного в других терминах: матрицы здесь и в Лекции немного перевернуты относительно друг друга, генератор задающего воздействия тоже объединен с расширенной системой, но суть та же
Можете пересмотреть лекцию и попробовать найти соответствие!

Наблюдатель расширенной размерности

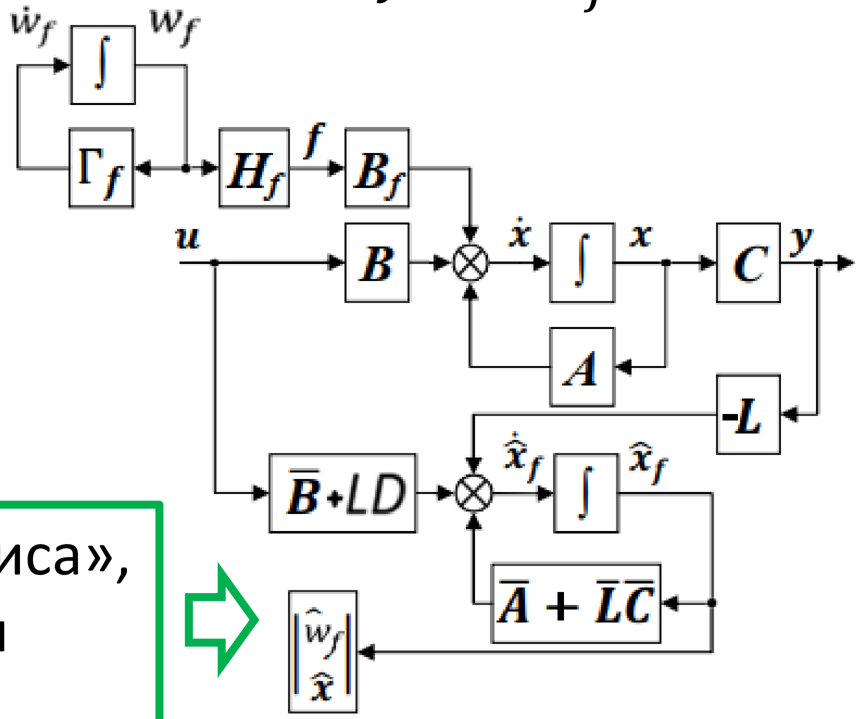
Модель расширенной системы:

$$\begin{cases} \dot{x}_f = \bar{A}x_f + \bar{B}u \\ y = \bar{C}x_f + Du \end{cases}$$

⇨

Наблюдатель повышенной размерности:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f = \bar{A}\hat{x}_f + (\bar{B} + LD)u + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = \bar{C}\hat{x}_f \end{cases}$$



Допущение:
Γ_f и Y_f известны

$$x_f = \begin{bmatrix} w_f \\ x \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_f & 0 \\ B_f Y_f & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_f & C \end{bmatrix}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Никаких «матриц смены базиса»,
что хотели, то и оценили
в явном виде!

Наблюдатель расширенной размерности

Модель расширенной системы:

$$\begin{cases}\dot{x}_f = \bar{A}x_f + \bar{B}u \\ y = \bar{C}x_f + Du\end{cases}$$

⇨

Наблюдатель повышенной размерности:

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}_f = \bar{A}\hat{x}_f + (\bar{B} + LD)u + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = \bar{C}\hat{x}_f\end{cases}$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

$$x_f = \begin{bmatrix} w_f \\ x \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma_f & 0 \\ B_f Y_f & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} D_f Y_f & C \end{bmatrix}$$

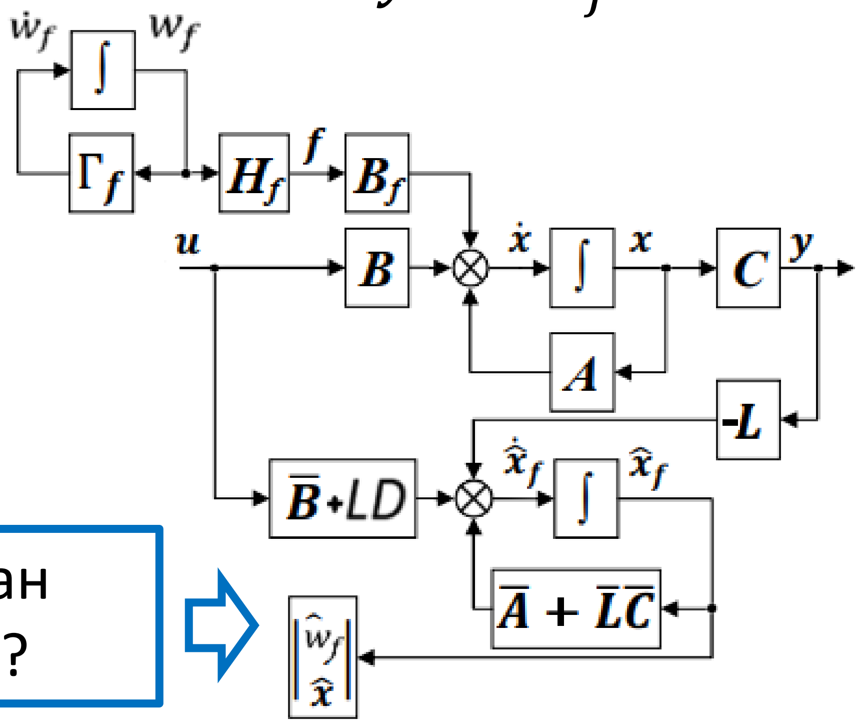
Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_f(t) - \hat{w}_f(t)\right\| = 0$$

наблюдателя:

А что, если объект обвешан датчиками и x измеряем?

⇨



Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Допущение:

Γ_f и Y_f известны

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Часто называется «наблюдатель редуцированной размерности»: сначала виртуально повысили размерность, потом опять понизили

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

$$\widehat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

Что это значит?

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \widehat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \widehat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

$$\widehat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x$$

Часть динамики оценим…

…а часть вычленим из измеримого!

Допущение: Γ_f и Y_f известны

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \widehat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

$$\widehat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x$$

Часть динамики оценим…

…а часть вычленим из измеримого!

Но как формировать $\hat{z}$, чтобы это работало?

Допущение: Γ_f и Y_f известны

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \widehat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \widehat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Это не то же $\bar{C}$, что было в расширенной размерности!

Этот наблюдатель сработает лишь при ненулевой B_f!

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \hat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$\tilde{w}_f = w_f - \hat{w}_f$,

$\dot{\tilde{w}}_f = \dot{w}_f - \dot{\hat{z}} - L\bar{C}\dot{x}$

Допущение: Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \widehat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \widehat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Допущение:

Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\widetilde{w}_f = w_f - \widehat{w}_f,$$

$$\dot{\widetilde{w}}_f = \dot{w}_f - \dot{\hat{z}} - L\bar{C}\dot{x} =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{z} - (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x + L\bar{C}Bu -$$

$$-L\bar{C}Ax - L\bar{C}Bu - L\bar{C}B_f f$$

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases}\dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f\end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases}\dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f\end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_f(t) - \hat{w}_f(t)\right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases}\hat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu\end{cases}$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_f = w_f - \hat{w}_f,$$

$$\dot{\tilde{w}}_f = \dot{w}_f - \dot{\hat{z}} - L\bar{C}\dot{x} =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{z} - (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x + L\bar{C}Bu -$$

$$-L\bar{C}Ax - L\bar{C}Bu - L\bar{C}B_f f =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{z} - FL\bar{C}x - Lf$$

Допущение: Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \widehat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \widehat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Допущение:

Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\widetilde{w}_f = w_f - \widehat{w}_f,$$

$$\dot{\widetilde{w}}_f = \dot{w}_f - \dot{\hat{z}} - L\bar{C}\dot{x} =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{z} - (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x + L\bar{C}Bu -$$

$$-L\bar{C}Ax - L\bar{C}Bu - L\bar{C}B_f f =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{z} - FL\bar{C}x - Lf =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\left(\widehat{w}_f - L\bar{C}x\right) - FL\bar{C}x - Lf$$

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \hat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Допущение: Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$$\tilde{w}_f = w_f - \hat{w}_f,$$

$$\dot{\tilde{w}}_f = \dot{w}_f - \dot{\hat{z}} - L\bar{C}\dot{x} =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{z} - (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x + L\bar{C}Bu -$$

$$- L\bar{C}Ax - L\bar{C}Bu - L\bar{C}B_f f =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{z} - FL\bar{C}x - Lf =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\left(\hat{w}_f - L\bar{C}x\right) - FL\bar{C}x - Lf =$$

$$= \Gamma_f w_f - F\hat{w}_f - LY_f w_f = \left(\Gamma_f - LY_f\right)w_f - F\hat{w}_f$$

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \hat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$\tilde{w}_f = w_f - \hat{w}_f$,

$\dot{\tilde{w}}_f = (\Gamma_f - LY_f) w_f - F\hat{w}_f$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Нужны соотношения:

$$F = \Gamma_f - LY_f$$

(чтобы сгруппировать)

$$QFQ^{-1} = \Gamma$$

(для желаемой динамики)

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \hat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$\tilde{w}_f = w_f - \hat{w}_f$,

$\dot{\tilde{w}}_f = \left(\Gamma_f - LY_f\right)w_f - F\hat{w}_f$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Нужны соотношения:

$F = \Gamma_f - LY_f$

(чтобы сгруппировать)

$QFQ^{-1} = \Gamma$

(для желаемой динамики)

Уравнение типа Сильвестра

$$Q\Gamma - \Gamma_f^T Q = Y_f^T Y$$

$$L^T = -YQ^{-1}$$

Опять и снова!

Наблюдатель возмущения: через состояние

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \hat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель редуцированной размерности:

$$\begin{cases} \hat{w}_f = \hat{z} + L\bar{C}x \\ \dot{\hat{z}} = F\hat{z} + (FL\bar{C} - L\bar{C}A)x - L\bar{C}Bu \end{cases}$$

Допущение:

Γ_f и Y_f известны

$$\bar{C}B_f = I$$

Рассмотрим ошибку оценки (вектор невязки):

$\tilde{w}_f = w_f - \hat{w}_f$,

$\dot{\tilde{w}}_f = (\Gamma_f - LY_f)w_f - F\hat{w}_f =$

$= F(w_f - \hat{w}_f) = F\tilde{w}_f$

Нужны соотношения:

$F = \Gamma_f - LY_f$

(чтобы сгруппировать)

$QFQ^{-1} = \Gamma$

(для желаемой динамики)

Уравнение типа Сильвестра

$$Q\Gamma - \Gamma_f^T Q = Y_f^T Y$$

$$L^T = -YQ^{-1}$$

Наблюдатель возмущения: через выход

Возмущение:

$$\begin{cases} \dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f \end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f \end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty} \left\| w_f(t) - \widehat{w}_f(t) \right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель возмущения:

$$\begin{cases} \hat{f} = D_f f = y - Cx - Du \\ \dot{\overline{w}}_f = \Gamma \overline{w}_f + Y \hat{f} \\ \widehat{w}_f = Q^{-1} \overline{w}_f \end{cases}$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

Как задача **Компенсации по выходу** сводится к задаче **Слежения**, так и наблюдатель возмущения по выходу по сути аналогичен наблюдателю задающего воздействия!

Этот наблюдатель сработает лишь при ненулевой D_f!

Наблюдатель возмущения: через выход

Возмущение:

$$\begin{cases}\dot{w}_f = \Gamma_f w_f \\ f = Y_f w_f\end{cases}$$

Объект управления:

$$\begin{cases}\dot{x} = Ax + Bu + B_f f \\ y = Cx + Du + D_f f\end{cases}$$

Цель:

$$\lim_{t\to\infty}\left\|w_f(t) - \widehat{w}_f(t)\right\| = 0$$

Желаемая динамика наблюдателя: (Γ, Y)

Наблюдатель возмущения:

$$\begin{cases}\hat{f} = D_f f = y - Cx - Du \\ \dot{\overline{w}}_f = \Gamma\overline{w}_f + Y\hat{f} \\ \widehat{w}_f = Q^{-1}\overline{w}_f\end{cases}$$

Допущение:
Γ_f и Y_f известны

Уравнение типа Сильвестра
$$Q\Gamma_f - \Gamma Q = Y D_f Y_f$$
Решаем относительно Q