

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

## Отчет по проектной работе

### "Движение частицы с зарядом $q$ и массой $m$ в кулоновском поле неподвижной частицы с зарядом $Q$ "

по дисциплине Электричество и магнетизм

Выполнили: студенты

Нечаева А. А.  
Попов В. А.

Преподаватель: *Смирнов Александр Витальевич*

Санкт-Петербург, 2023-2024

# 1 Постановка задачи.

Рассмотреть движение частицы с зарядом  $q$  и массой  $m$  в кулоновском поле другой частицы с зарядом  $Q$ , положение которой зафиксировано. Построить траекторию движения в плоскости линии зарядов – начальная скорость частицы с заданным начальным расстоянием между зарядами и заданным вектором начальной скорости. Провести моделирование для случая зарядов одного знака и разных знаков.

# 2 Построение математической модели.

Движение заряженной частицы в кулоновском поле другой частицы описывается с помощью закона *Ньютона* и закона *Кулона*.

$$F = k \frac{qQ}{r^2}, \quad (1)$$

где  $F$  – сила Кулона,  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ,  $q$  – заряд первой частицы,  $Q$  – заряд второй, неподвижной, частицы,  $r$  – расстояние между ними.

В векторной форме:

$$\vec{F} = -k \frac{qQ}{r^3} \vec{r}, \quad (2)$$

Знак "минус" возникает при разноименных зарядах, которые притягиваются, действительно, сила  $F$  стремится сократить расстояние между частицами. При моделировании в случае взаимодействия частиц с одинаковым знаком заряда будем использовать аналогичную формулу, но без знака "минус".

В системе координат, начало которой привязано к телу с большой массой и зарядом  $Q$ , уравнения модели имеют вид:

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = -k \frac{qQx}{(x^2+y^2)^{3/2}}, & v_x = \frac{dx}{dt} \\ m \frac{dv_y}{dt} = -k \frac{qQy}{(x^2+y^2)^{3/2}}, & v_y = \frac{dy}{dt} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x'' + \frac{kqQ}{m} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 0 \\ y'' + \frac{kqQ}{m} \frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Начальные условия определяются двумя параметрами: начальной скоростью и углом  $\alpha$ .

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ y(0) = y_0 \\ v_{x0} = v_0 \cos \alpha \\ v_{y0} = v_0 \sin \alpha \end{cases} \quad (5)$$

### 3 Результаты работы программы

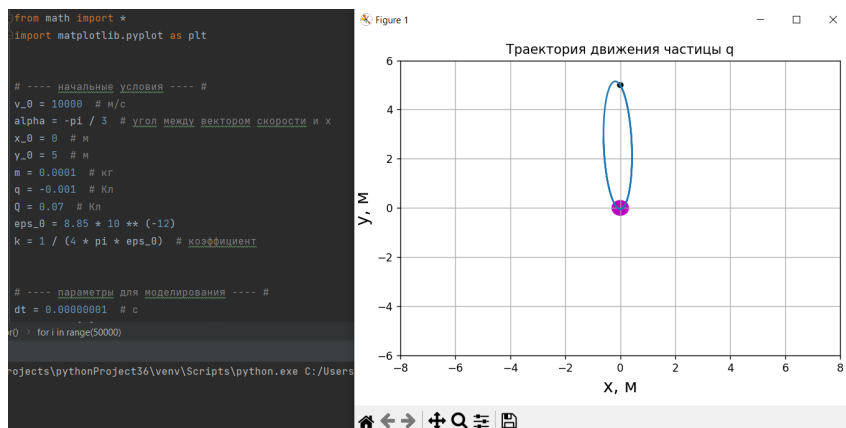


Рис. 1. Траектория 1 движения частицы  $q$  при соответствующих параметрах.

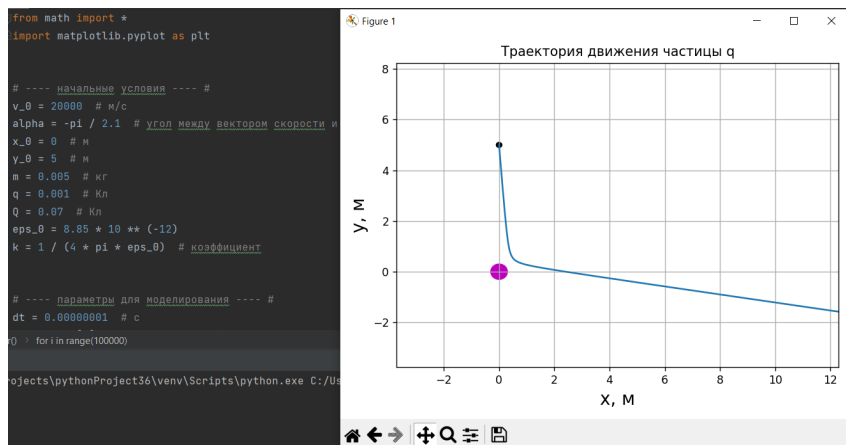


Рис. 2. Траектория 2 движения частицы  $q$  при соответствующих параметрах.

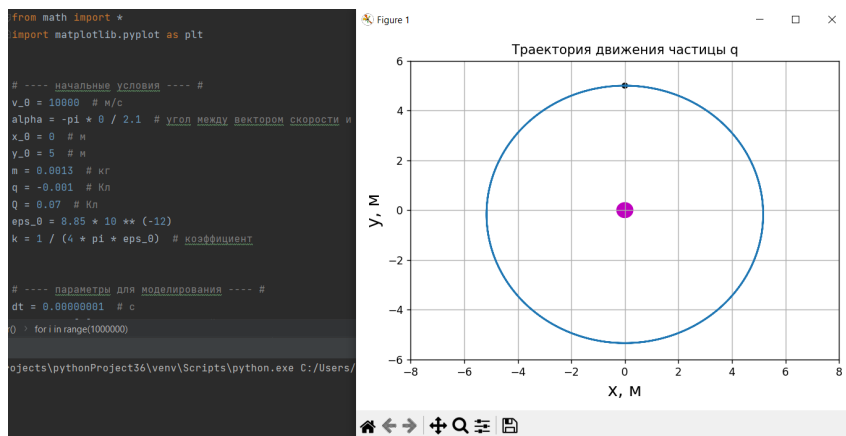


Рис. 3. Траектория 3 движения частицы  $q$  при соответствующих параметрах.

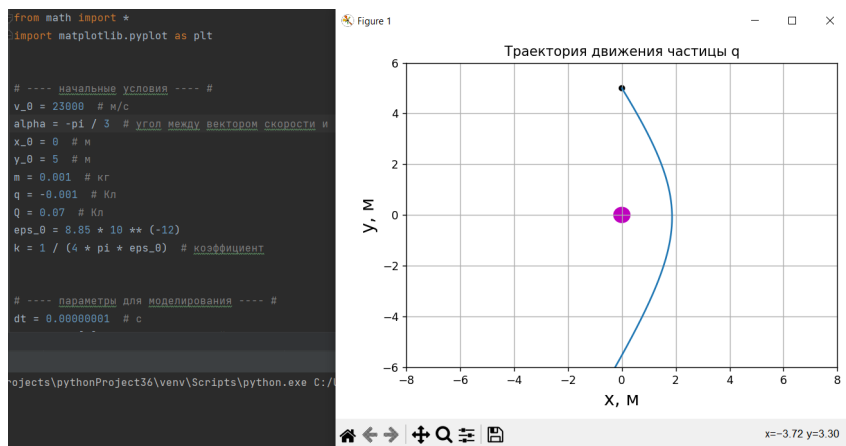


Рис. 4. Траектория 4 движения частицы  $q$  при соответствующих параметрах.

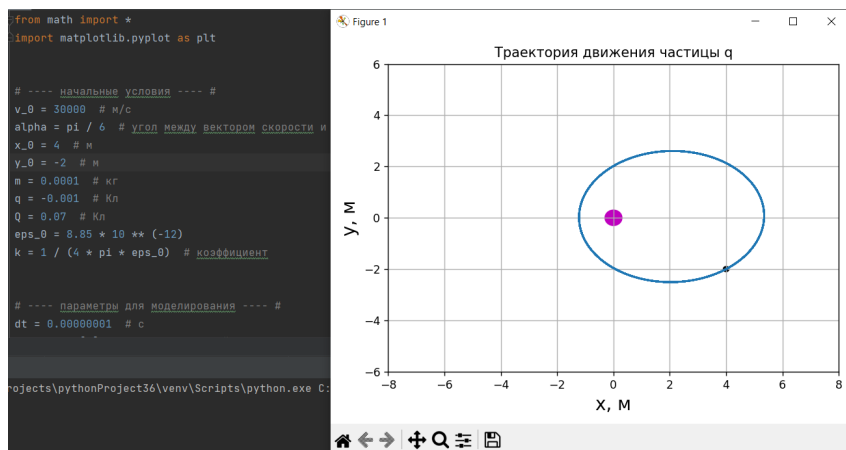


Рис. 5. Траектория 5 движения частицы  $q$  при соответствующих параметрах.

Для визуализации был написан код на языке *Python*.  
Код расположен на **GitHub**.

## 4 Анализ результатов работы и вывод.

В процессе работы мы наглядно убедились что силы электрического взаимодействия очень велики. Они легко притягивают тело летящее с огромной скоростью.

Моделируя тела разных зарядов а точке наибольшего сближения мы столкнулись с очень большими значениями скорости и ускорения. Для правильного отображения траектории было необходимо использовать очень малое приращение времени.

Для разноимённых зарядов нам удалось наблюдать траекторию подвижного тела в виде эллипса, окружности и гиперболы. К сожалению увидеть параболу не получилось, необходимы точные значения.

Как итог, поведение заряженной частицы в электрическом поле другой вполне предсказуемо и легко рассчитывается для любых значений скоростей, зарядов, масс, стартовых точек и направлений начальной скорости.