

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа № 6
"Singular Value Decomposition"

по дисциплине Практическая линейная алгебра

Выполнила: студентка гр. **R3238**

Нечаева А. А.

Преподаватель: *Перегудин Алексей Алексеевич*

Санкт-Петербург, 2023-2024

1 Сжатие изображений.

Одно из самых наглядных применений сингулярного разложения.

1.1 Выбор изображения и подготовка.

Для выполнения работы веберем изображение какого-нибудь покемона, например *Ивизавра*. Далее преобразуем *Ивизавра* к оттенкам серого.



Рис. 1. Исходное изображение.

Листинг 1. Код для преобразования изображения к оттенкам серого

```
1 from PIL import Image
2 import matplotlib.image as mpimg
3 import numpy as np
4
5
6 img = Image.open('red_eye.png')
7 black_and_white = img.convert('L')
8 black_and_white.save('bw_red.png')
```



Рис. 2. Ивизавр в оттенках серого.

Далее представим изображение в виде матрицы:

Листинг 2. Получение изображения в виде матрицы

```
1 matrix_image = mpimg.imread('bw_red.png')
```

1.2 SVD-разложение полученной матрицы

Функция для выполнения SVD-разложения матрицы на языке *Python*:

Листинг 3. SVD-разложение матрицы

```
1 U, s, W = np.linalg.svd(matrix_image)
2 s = np.diag(s)
```

Дальше, найдем "укороченные" SVD-разложения этой матрицы, оставив только k первых (наибольших) сингулярных чисел и соответствующих им векторов.

Листинг 4. Фрагмент кода для нахождения "укороченных" SVD-разложений и отрисовки результата

```
1 k = [20000, 4500, 1000, 250, 150, 100, 50, 20, 10, 5, 1]
2
3 for i in k:
4     cut = U[:, :i] @ s[0:i, :i] @ W[:, :i]
5
6     fig, axs = plt.subplots(1, 2)
7     axs[0].axis('off')
8     axs[1].axis('off')
9
10    axs[0].imshow(matrix_image).set_cmap('grey')
11    axs[1].imshow(cut).set_cmap('grey')
12
13    axs[0].set_title('Original')
14    axs[1].set_title('After compression, k=' + str(i))
15    plt.show()
```

Результаты выполнения программы представлены ниже.

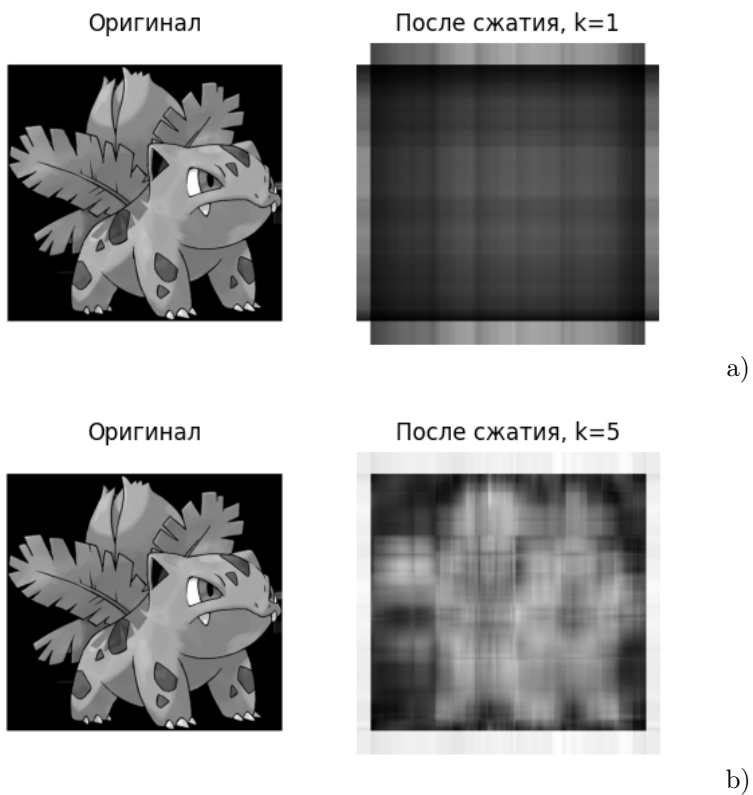


Рис. 3. Сжатие: а) $k = 1$, б) $k = 5$.

Для визуализации был написан код на языке *Python*.
Код расположен на **GitHub**.