

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

## Лабораторная работа № 2 "2D-преобразования "

по дисциплине Практическая линейная алгебра

Выполнила: студентка гр. **R3238**

**Нечаева А. А.**

Преподаватель: *Перегудин Алексей Алексеевич*

Санкт-Петербург, 2023-2024

Перед началом выполнения работы выберем 4 различных числа:

$$a = 2$$

$$b = 8$$

$$c = 5$$

$$d = 3$$

Отображение имеет вид:

$$\begin{bmatrix} x_{new} \\ y_{new} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & * \\ * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{old} \\ y_{old} \end{bmatrix} \quad (1)$$

## 1 Задание.

Придумать матрицы  $2 \times 2$ , которые задают:

### 1.1

*Отражение (симметрию) плоскости относительно прямой  $y = ax$ , в нашем случае после подстановки  $a = 2$ , получаем  $y = 2x$ . Задача – найти матрицу вида:*

$$\begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} \\ m_{10} & m_{11} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Рассмотрим отражение 2 точек плоскости относительно прямой  $y = 2x$ .

Для точки  $A(2; 2)$ :

$$\begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} \\ m_{10} & m_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 2.8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2(m_{00} + m_{01}) = 0.4 \\ 2(m_{10} + m_{11}) = 2.8 \end{cases} \quad (3)$$

И, соответственно, для точки  $B(1; 2)$ :

$$\begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} \\ m_{10} & m_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} m_{00} + 2m_{01} = 1 \\ m_{10} + 2m_{11} = 2 \end{cases} \quad (4)$$

Объединим, системы уравнений:

$$\begin{cases} 2(m_{00} + m_{01}) = 0.4 \\ 2(m_{10} + m_{11}) = 2.8 \\ m_{00} + 2m_{01} = 1 \\ m_{10} + 2m_{11} = 2 \end{cases} \quad (5)$$

И получим ответ:

$$\begin{cases} m_{00} = -0.6 \\ m_{01} = 0.8 \\ m_{10} = 0.8 \\ m_{11} = 0.6 \end{cases} \quad (6)$$

**Искомая матрица:**

$$\begin{bmatrix} -0.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.6 \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 1.2

*Отображение всей плоскости в прямую  $y = bx$  ( $y = 8x$ ).* Предположим, что все точки плоскости сохраняют координату  $x$  и меняют только координату  $y$  по закону  $y = 8x$ . Рассмотрим также преобразование для двух точек.

Для точки  $A(1; 5)$ :

$$\begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} \\ m_{10} & m_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} m_{00} + 5m_{01} = 1 \\ m_{10} + 5m_{11} = 8 \end{cases} \quad (8)$$

И, соответственно, для точки  $B(3; 7)$ :

$$\begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} \\ m_{10} & m_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 24 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 3m_{00} + 7m_{01} = 3 \\ 3m_{10} + 7m_{11} = 24 \end{cases} \quad (9)$$

Заметим, что решением будет:

$$\begin{cases} m_{00} = 1 \\ m_{01} = 0 \\ m_{10} = 8 \\ m_{11} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

**Искомая матрица:**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 1.3

*Поворот плоскости на  $10 * 5 = 50$  градусов против часовой стрелки.*  
Запишем матрицу поворота при движении по часовой стрелке на угол  $\phi$ :

$$\begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (12)$$

И преобразуем матрицу для поворота против часовой стрелки (на угол  $-\phi$ ):

$$\begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (13)$$

Перед подстановкой угла, запишем преобразование его из градусов в радианы:

$$\phi = \frac{50\pi}{180} = \frac{5\pi}{18} \quad (14)$$

***Искомая матрица:***

$$\begin{bmatrix} \cos \frac{5\pi}{18} & -\sin \frac{5\pi}{18} \\ \sin \frac{5\pi}{18} & \cos \frac{5\pi}{18} \end{bmatrix} \quad (15)$$