

Δομές Ιούνιος 2020 (Άρτιοι)

Θέμα 1.

Δίνονται 9 αλγόριθμοι που λύνουν το ίδιο πρόβλημα και η πολυπλοκότητα τους στη χειρότερη περίπτωση δίνεται από τις παρακάτω παραστάσεις (n είναι το μέγεθος του προβλήματος και οι λογάριθμοι είναι με βάση 2):

- α. $4n \log n + 2n$ β. 2^5 γ. $2^{3 \log n}$ δ. $3n + 100 \log n$ ε. $5n$ ζ. 2^n
η. $n^2 + 10n$ θ. n^5 ι. $n \log n$

Πώς ταξινομούνται οι παραπάνω αλγόριθμοι από τον καλύτερο στο χειρότερο με βάση την πολυπλοκότητά τους;

Θέμα 2.

Έστω G ένας μη κατευθυνόμενος γράφος του οποίου οι κορυφές είναι οι ακέραιοι από το 1 έως το 6, και οι γειτονικές κορυφές κάθε κορυφής δίνονται από τον παρακάτω πίνακα.

Κορυφή	Γειτονικές Κορυφές
1	2, 4, 5
2	1, 3, 4
3	2, 4, 5, 6
4	1, 2, 3
5	1, 3, 6
6	3, 5

Υποθέστε ότι ο γράφος υλοποιείται χρησιμοποιώντας λίστες γειτνίασης και αυτές οργανώνονται όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα. Ποια από τις παρακάτω ακολουθίες κορυφών του G είναι αυτή που επισκέπτεται ο αλγόριθμος αναζήτησης πρώτα κατά βάθος (depth-first search) ξεκινώντας από την κορυφή 1; Υποθέτουμε ότι ο αλγόριθμος υλοποιείται αναδρομικά όπως έχουμε εξηγήσει στις διαλέξεις.

Θέμα 3.

Θεωρήστε ξανά το γράφο του θέματος 2 και την υλοποίησή του με λίστες γειτνίασης. Ποια από τις παρακάτω ακολουθίες κορυφών του G είναι αυτή που επισκέπτεται ο αλγόριθμος αναζήτησης πρώτα κατά πλάτος (breadth-first search) ξεκινώντας από την κορυφή 1; Υποθέτουμε ότι ο αλγόριθμος υλοποιείται με χρήση ουράς αναμονής όπως έχουμε εξηγήσει στις διαλέξεις.

Θέμα 4.

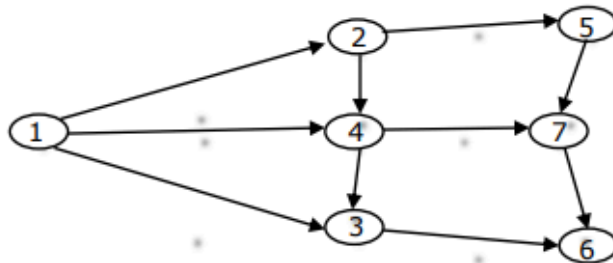
Θεωρήστε ξανά το γράφο του θέματος 2 και τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται σε αυτόν:

- α. Η ακολουθία κορυφών (1, 4, 3, 5, 6) είναι μονοπάτι
- β. Η ακολουθία κορυφών (1, 4, 3, 2, 4, 3, 5, 6) δεν είναι μονοπάτι
- γ. Η ακολουθία κορυφών (1, 4, 3, 2, 4, 3, 5, 6) είναι κύκλος
- δ. Η ακολουθία κορυφών (1, 4, 3, 2, 1) είναι κύκλος
- ε. Η ακολουθία κορυφών (1, 4, 3, 5, 6) είναι απλό μονοπάτι
- ζ. Το μήκος του μονοπατιού (1, 4, 3, 5, 6) είναι 4.
- η. Το μήκος του μονοπατιού (1, 4, 3, 5, 6) είναι 5.
- θ. Ο βαθμός της κορυφής 4 είναι 4.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι αληθείς;

Θέμα 5.

Δίδεται ο παρακάτω κατευθυνόμενος ακυκλικός γράφος G:



Θεωρήστε τώρα τις ακόλουθες ακολουθίες κορυφών του G:

- α. (1, 2, 5, 4, 7, 3, 6)
- β. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)

γ. (1, 3, 6, 4, 7, 2, 5)

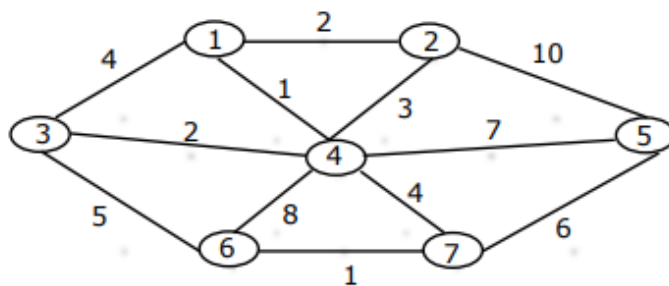
δ. (1, 4, 7, 2, 3, 5, 6)

ε. (1, 2, 4, 3, 5, 7, 6)

Ποιες από τις παραπάνω ακολουθίες είναι τοπολογικές διατάξεις (topological orderings) του G;

Θέμα 6.

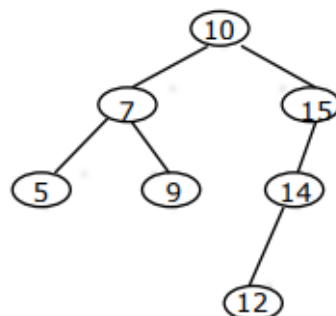
Θεωρήστε τον παρακάτω μη κατευθυνόμενο γράφο G:



Ποιες από τις παρακάτω ακμές σχηματίζουν ένα ελάχιστο επικαλύπτον δένδρο (minimum spanning tree) του G;

Θέμα 7.

Θεωρήστε το παρακάτω δένδρο δυαδικής αναζήτησης:



Το δένδρο είναι AVL.

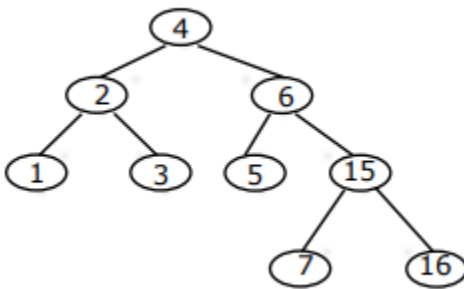
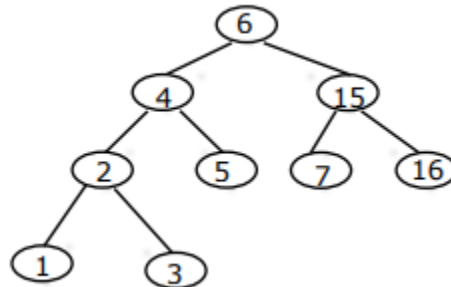
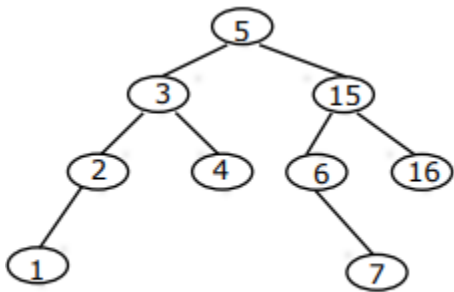
Το δένδρο δεν είναι AVL.

Ο κόμβος με κλειδί 15 δεν έχει την ιδιότητα AVL.

Ο κόμβος με κλειδί 14 είναι αριστερά υψηλότερος (left-higher, /).

Θέμα 8.

Αν εισάγουμε τα κλειδιά 3, 2, 1, 4, 5, 6, 7, 16, 15 σε ένα δένδρο AVL που είναι αρχικά κενό, ποιο από τα παρακάτω δένδρα AVL θα προκύψει; Σημειώστε με κυκλάκι.



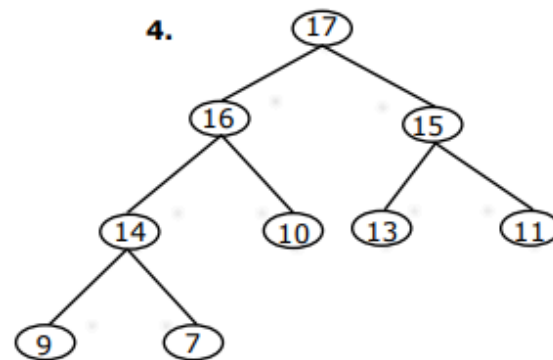
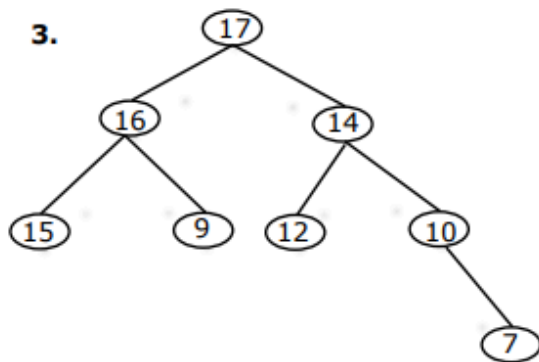
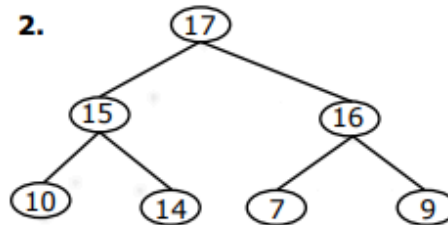
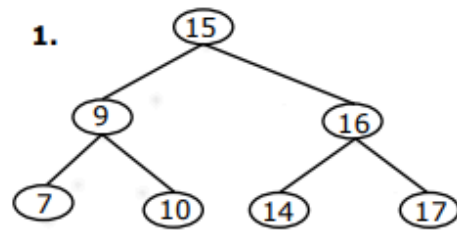
Κανένα από τα Α, Β και Γ.

Θέμα 9.

Δίνεται ένας πίνακας κατακερματισμού 7 θέσεων για τον οποίο επιλέγεται η μέθοδος κατακερματισμού (hashing) ανοικτή διευθυνσιοδότηση με γραμμική διερεύνηση (open addressing with linear probing). Η συνάρτηση κατακερματισμού που χρησιμοποιούμε είναι η $h(K) = K \% 7$. Υποθέστε ότι έχουν εισαχθεί στον πίνακα τα κλειδιά 49, 27, 141, 45 και 72. Σε ποια θέση του πίνακα θα εισαχθεί το κλειδί 24;

Θέμα 10.

Δίνονται τα παρακάτω δυαδικά δένδρα.



Ποια από αυτά είναι σωστά;

Θέμα 11.

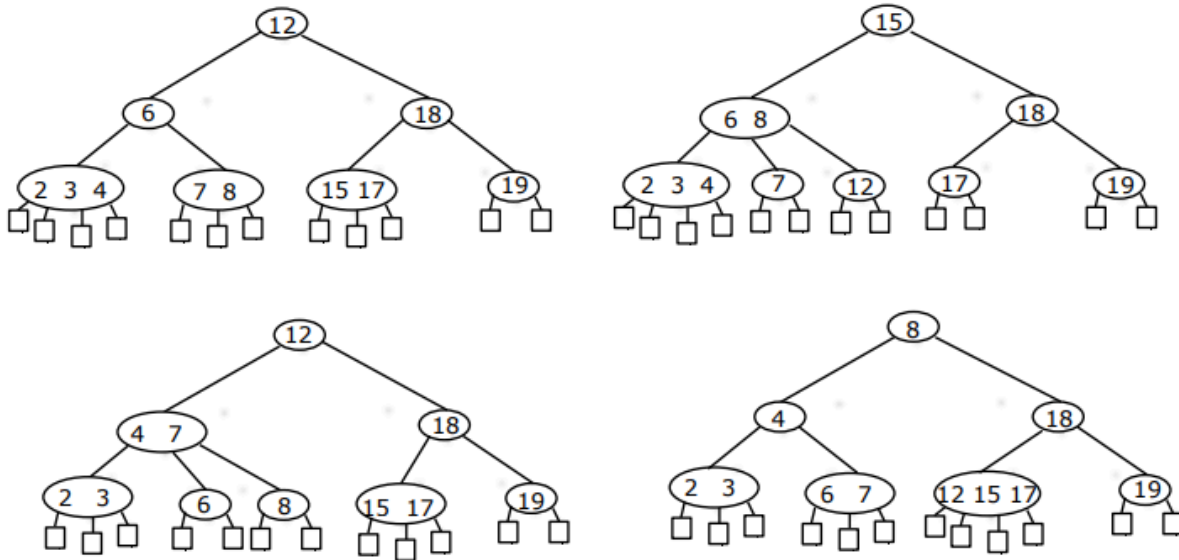
Θεωρήστε τις παρακάτω προτάσεις που αφορούν δένδρα κόκκινου-μαύρου:

1. Κάθε υποδένδρο ενός δένδρου κόκκινου-μαύρου είναι δένδρο κόκκινου-μαύρου.
2. Ο αδελφός ενός εξωτερικού κόμβου είναι εξωτερικός κόμβος ή κόκκινος κόμβος.
3. Υπάρχει ένα μοναδικό δένδρο (2,4) που αντιστοιχεί σε κάθε δοσμένο δένδρο κόκκινου-μαύρου.
4. Υπάρχει ένα μοναδικό δένδρο κόκκινου-μαύρου που αντιστοιχεί σε κάθε δοσμένο δένδρο (2,4).

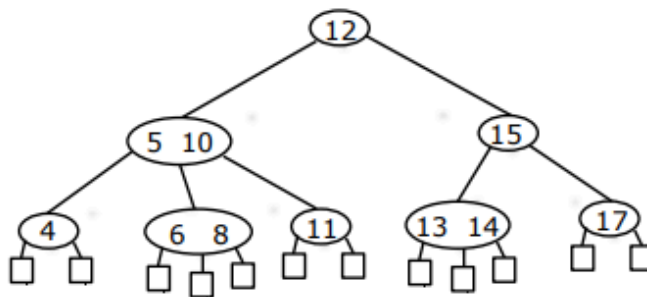
Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι αληθείς;

Θέμα 12.

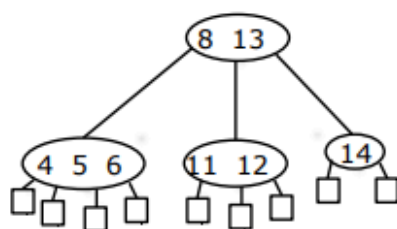
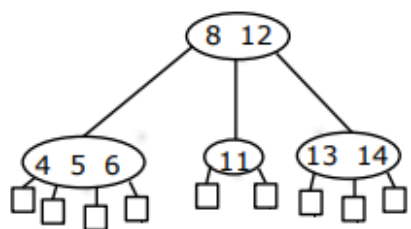
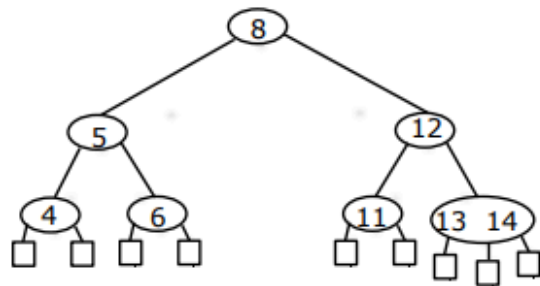
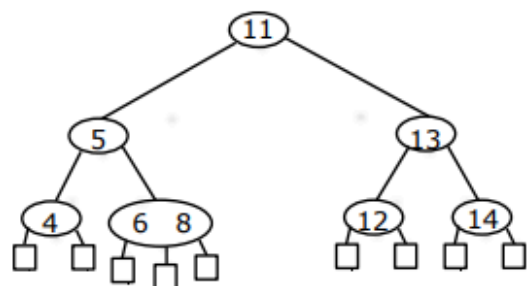
Αν εισάγουμε τα κλειδιά 4, 6, 12, 15, 17, 18, 19, 7, 8, 3, 2 σε ένα αρχικά κενό δένδρο (2,4), ποιο από τα παρακάτω δένδρα (2,4) θα προκύψει;

**Θέμα 13.**

Δίνεται το παρακάτω δένδρο (2,4).



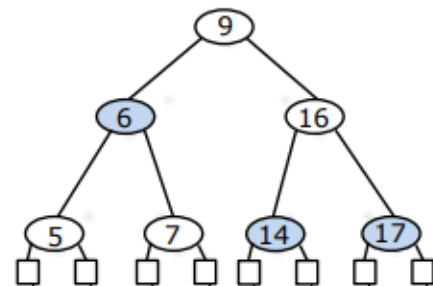
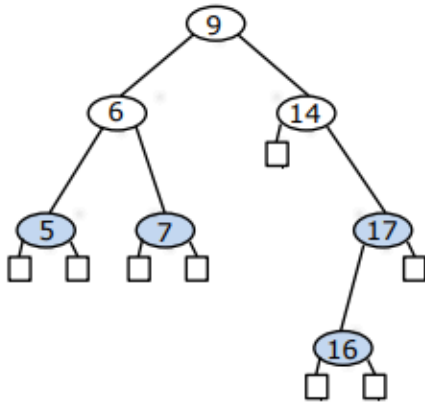
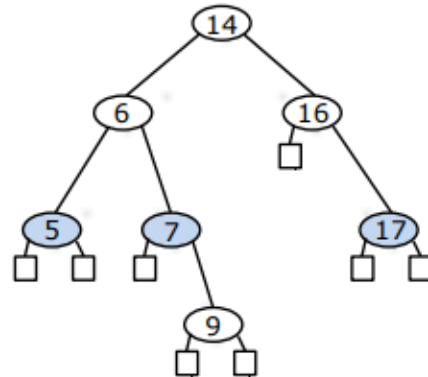
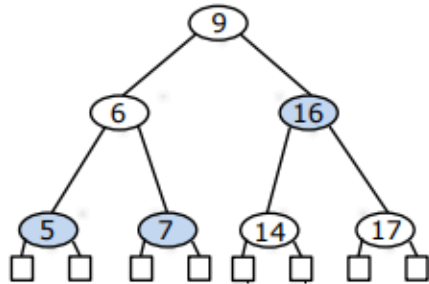
Αν διαγράψουμε τα κλειδιά 17, 15 και 10 χρησιμοποιώντας το γνωστό αλγόριθμο διαγραφής, ποιο από τα παρακάτω δένδρα (2,4) προκύπτει;



Κανένα από τα παραπάνω.

Θέμα 14.

Έστω ότι εισάγουμε τα κλειδιά 6, 9, 14, 17, 5, 7, 16 σε ένα αρχικά κενό κόκκινο-μαύρο δένδρο (οι σκιασμένοι κόμβοι είναι οι κόκκινοι). Ποιο από τα παρακάτω κόκκινα-μαύρα δένδρα προκύπτει;



Κανένα από τα παραπάνω.

Οι λύσεις βρίσκονται στο αρχείο solutions.txt