



# Aula 9.2

## Compressão de Imagens



## Image Compression

### Estimativa de segunda ordem

Melhores resultados de estimativas da entropia podem ser gerados com um exame de frequência relativa dos blocos de pixels, que são agrupamentos de pixels adjacentes

21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243

Na medida que o tamanho do bloco se aproxima do infinito, a estimativa se aproxima da verdadeira entropia da fonte

Nível de cinza	Contagem	probabilidade
(21,21)	8	1/4
(21,95)	4	1/8
(95,169)	4	1/8
(169,243)	4	1/8
(243,243)	8	1/4
(243,21)	4	1/8



# Image Compression

## Estimativa de segunda ordem

21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243

Nível de cinza	Contagem	probabilidade
(21,21)	8	1/4
(21,95)	4	1/8
(95,169)	4	1/8
(169,243)	4	1/8
(243,243)	8	1/4
(243,21)	4	1/8

$$H(z) = - \sum_{j=1}^J P(a_j) \log P(a_j)$$

$$\ln(1/4) * 1/4 / \ln(2) +$$

$$\ln(1/8) * 1/8 / \ln(2) +$$

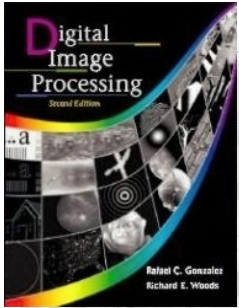
$$\ln(1/8) * 1/8 / \ln(2) +$$

$$\ln(1/8) * 1/8 / \ln(2) +$$

$$\ln(1/4) * 1/4 / \ln(2) +$$

$$\ln(1/8) * 1/8 / \ln(2) = 2.5/2 = 1.25$$

O 2 no denominador é porque usou blocos de tamanho 2

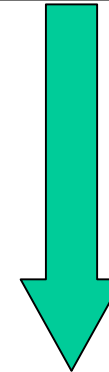


## Image Compression

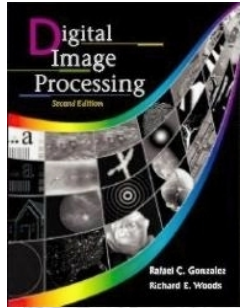
### Resultados com a entropia

As diferenças entre a entropia de primeira ordem e as entropias de ordem mais elevadas significam haver redundância interpixels

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32



21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243

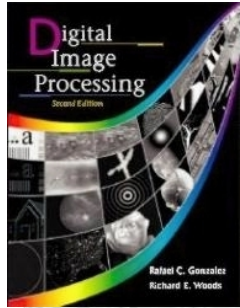


## Image Compression

### Resultados com a entropia

**A estimativa de primeira ordem é um limite inferior da compressão, que pode ser atingida por unicamente codificação de tamanho variado**

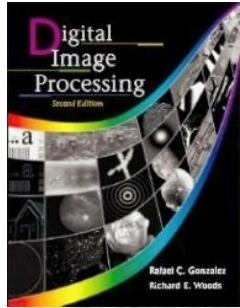
**Se as entropias de ordem superior forem iguais a de primeira ordem, não existe redundância interpixel e a codificação por tamanho variável fornece a compressão ótima**



## Image Compression

### Resultados com a entropia

Embora as estimativas de terceira, quarta ou ordens superiores possam fornecer aproximações ainda melhores da entropia da fonte, a convergência destas estimativas para a verdadeira entropia é lenta e computacionalmente cara

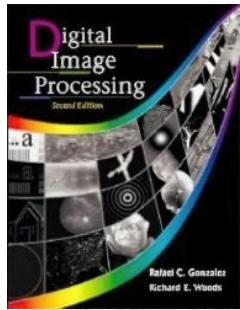


## Image Compression

### Resultados com a entropia

Embora o cálculo da verdadeira entropia de uma imagem seja difícil de obter, as estimativas superiores dão uma idéia melhor da compressibilidade da imagem

A estimativa de primeira ordem é apenas um limite inferior de compressão, que pode ser obtida por unicamente codificação de tamanho variável, tratada adiante com **Huffman**



## Image Compression

### Resultados com a entropia

As diferenças entre as estimativas de ordens mais elevadas da entropia e a de primeira ordem indicam a presença ou ausência de redundância interpixel

Ou seja, revelam se os pixels de uma imagem são estatisticamente independentes

No exemplo anterior, as estimativas 1.81 e 1.25, possuem um diferença de 0.56 bit/pixel indicam que é possível criar um mapeamento que elimine 0.56 bit/pixel





## Image Compression

### Resultados com a entropia

**Exemplo:** Usando um mapeamento baseado em diferenças  
Considere o mapeamento dos pixels abaixo

21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243
21	21	21	95	169	243	243	243

Aqui usa-se uma matriz, mantendo-se a primeira coluna e, em seguida, são inseridas as diferenças da coluna atual para a anterior

Usando diferenças entre as colunas tem-se

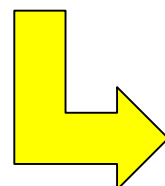
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0



## Image Compression

### Resultados com a entropia

21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0



Assim, tem-se:

Nível de cinza	Contagem	Probabilidade
0	16	1/2
21	4	1/8
74	12	3/8

$$\ln(1/2) * 1/2 / \ln(2) + \ln(1/8) * 1/8 / \ln(2) + \ln(3/8) * 3/8 / \ln(2) = 1.41$$

Logo, mesmo usando apenas um pixel de cada vez, porém, trabalhando com as diferenças, já se obtém uma entropia menor que antes (1.8112)



## Image Compression

### Resultados com a entropia

**Como  $1.41 > 1.25$  (de segunda ordem), conclui-se que é possível obter um mapeamento ainda melhor**



## Image Compression

### Resultados com a entropia

**Suponha um mapeamento que faz também a diferença entre as diferenças nas linhas<sup>(\*)</sup>**

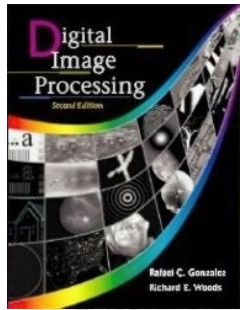
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0
21	0	0	74	74	74	0	0

21	0	0	74	74	74	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	28/32
21	1/32
74	3/32

0,64497

\* o importante é que os mapeamentos sejam reversíveis



## **Image Compression**

# **Compressão livre de erro**

Em muitas situações, a compressão livre de erro é a única aceitável

- Winzip, WinRar (compactação de documentos e programas)

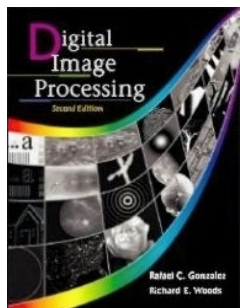
- Imagens médicas

- etc.

É comum usar os termos compactação e compressão como sinônimos, mas em PDI, não são

As principais técnicas nesta categoria são:

- Codificação por tamanho variável (Codificação de huffman)
- Codificação por planos de bits
- Codificação previsora sem perdas



# Image Compression

## Compressão livre de erro

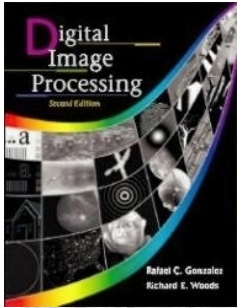
### Codificação por tamanho variável

Atua de modo a minimizar a equação 
$$L_{\text{médio}} = \sum_{k=0}^{L-1} l(r_k) p_r(r_k)$$

### Codificação de Huffman

Esta que é a técnica mais comum, no seu primeiro passo, cria uma série de **reduções** de fonte

Original source		Source reduction			
Symbol	Probability	1	2	3	4
$a_2$	0.4	0.4	0.4	0.4	0.6
$a_6$	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4
$a_1$	0.1	0.1	0.2	0.3	
$a_4$	0.1	0.1	0.1		
$a_3$	0.06	0.1			
$a_5$	0.04				



## Image Compression

### Compressão livre de erro

#### Codificação de Huffman

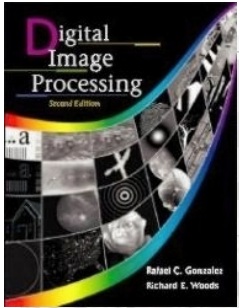
No segundo passo, é feita a codificação, começando com a menor fonte continuando para trás, até a fonte original

Original source			Source reduction			
Sym.	Prob.	Code	1	2	3	4
$a_2$	0.4	1	0.4	1	0.4	1
$a_6$	0.3	00	0.3	00	0.3	00
$a_1$	0.1	011	0.1	011	0.2	010
$a_4$	0.1	0100	0.1	0100	0.1	011
$a_3$	0.06	01010	0.1	0101		
$a_5$	0.04	01011				

Mantendo os maiores em cima

O tamanho médio deste código é  $L_{\text{médio}} = \sum_{k=0}^{L-1} l_2(r_k) p_r(r_k) = 0,4(1) + 0,3(2) + 0,1(3) +$

$0,1(4) + 0,06(5) + 0,04(5) = 2,2 \text{ bits} / \text{simbolo}$  e, como a entropia da fonte é 2,14 bits/símbolo, a eficiência do código de Huffman é 0,973

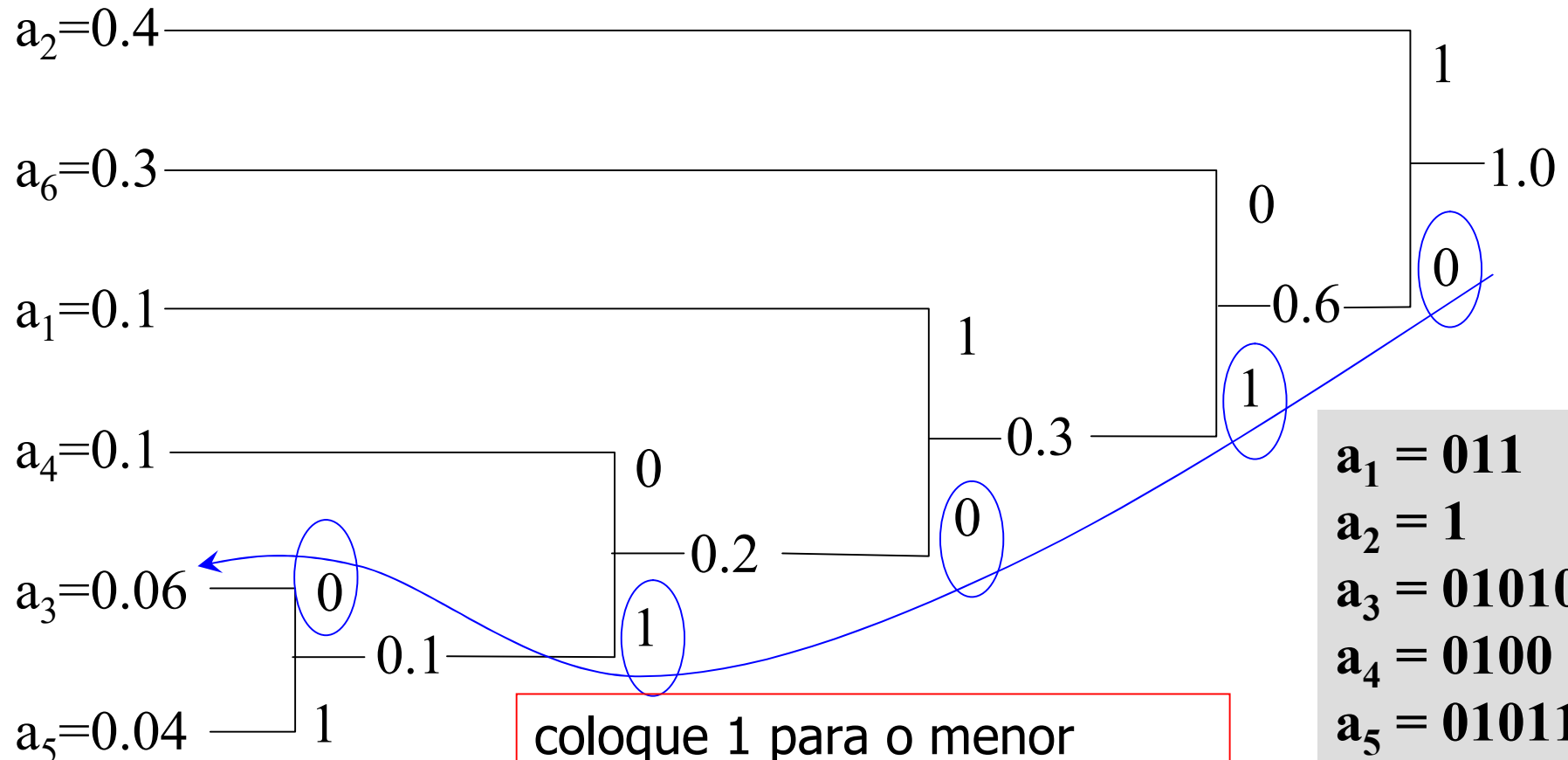


# Image Compression

## Compressão livre de erro

### Codificação de Huffman

Fonte original	
Símbolo	Probabilidade
$a_2$	0,4
$a_6$	0,3
$a_1$	0,1
$a_4$	0,1
$a_3$	0,06
$a_5$	0,04



coloque 1 para o menor  
se empate coloque 0 em cima

$a_1 = 011$   
 $a_2 = 1$   
 $a_3 = 01010$   
 $a_4 = 0100$   
 $a_5 = 01011$   
 $a_6 = 00$





## Image Compression

### Compressão livre de erro

## Exercício 2: codificar “ARARAQUARA”

Total de 4 símbolos → precisam de 2 bits cada

(A=00, R=01, Q=10 e U=11), como são 10 letras,

temos 2 bits x 10 letras = 20 bits para representar

[entregar agora](#)

Resposta na aula 9a



## Image Compression

### Compressão livre de erro

**Exemplo: codificar “ARARAQUARA”**

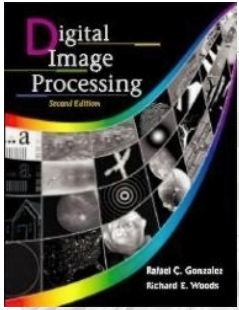
A = 0
R = 10
Q = 110
U = 111

Observe que, a partir dos código guardados, é preciso conhecer a tabela de símbolos, para a sua leitura (insere-se a tabela de símbolos no próprio arquivo da imagem)

exemplo: 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 1 0 0

lê o primeiro 0 (zero), como tem símbolo A=0, vai ler “A”  
lê o próximo 1 (um), como não tem um símbolo 1, pega o próximo 0 (zero), formando 10, como tem um símbolo 10, vai ler “R”

...

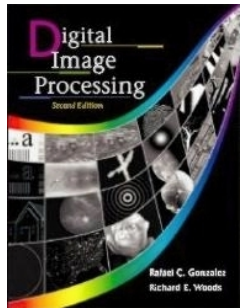


## Image Compression

### Compressão livre de erro

Quando se aplica Huffman em uma imagem, as cores ou tons de cinza dos pixels são os símbolos

Aqui usamos uma palavra para representar uma imagem e as letras para representar os pixels



## Image Compression

### Compressão livre de erro

#### Codificação por planos de bits

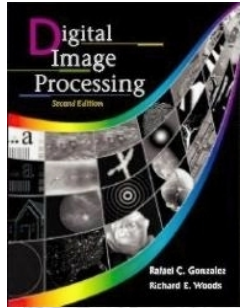
Esta técnica propõe decompor uma imagem com vários tons de cinza em várias imagens binárias e, em seguida, comprimí-la, usando uma técnica de compressão para dados binários

Os níveis de cinza de uma imagem de  $m$  bits podem ser decodificados na forma de um polinômio de base 2

$$a_{m-1} 2^{m-1} + a_{m-2} 2^{m-2} + \dots + a_1 2^1 + a_0 2^0$$

É interessante usar o código gray para evitar o problema de grandes mudanças no comportamento dos bits entre valores próximo, como por exemplo

127	e	128
01111111	e	10000000 (binário)
11000000	e	01000000 (gray)



## Image Compression

### Compressão livre de erro

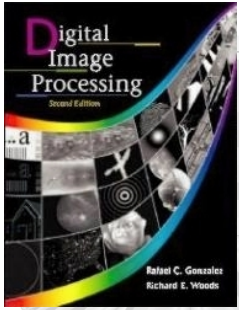
#### **Código binário para 4 bits**

0 = 0000  
1 = 0001  
2 = 0010  
3 = 0011  
4 = 0100  
5 = 0101  
6 = 0110  
7 = 0111  
8 = 1000  
9 = 1001  
10 = 1010  
11 = 1011  
12 = 1100  
13 = 1101  
14 = 1110  
15 = 1111

#### **Código Gray para 4 bits**

0 = 0000  
1 = 0001  
2 = 0011  
3 = 0010  
4 = 0110  
5 = 0111  
6 = 0101  
7 = 0100  
8 = 1100  
9 = 1101  
10 = 1111  
11 = 1110  
12 = 1010  
13 = 1011  
14 = 1001  
15 = 1000





## Image Compression

### Compressão livre de erro



Codificação por  
planos de bits

Bit 7

Bit 6

Bit 5

Bit 4

Binário



Bit 7



Bit 7



Bit 6



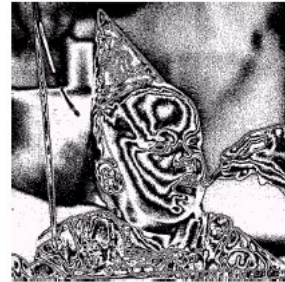
Bit 6



Bit 5



Bit 5



Bit 4

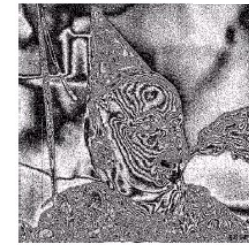


Bit 4

Gray

Binário

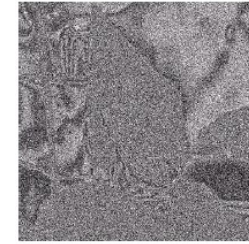
Gray é  
mais  
simples



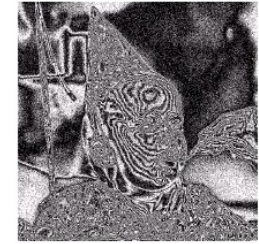
Bit 3



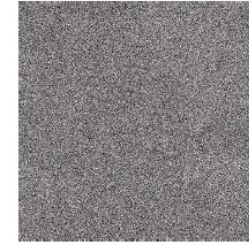
Bit 3



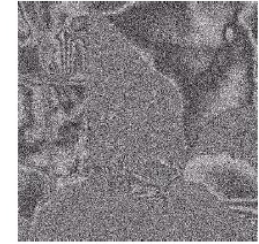
Bit 2



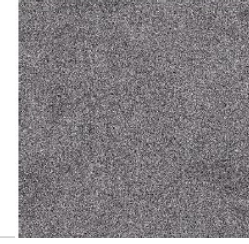
Bit 2



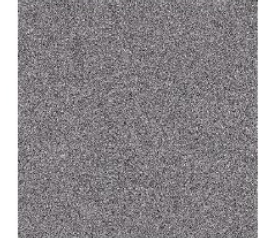
Bit 1



Bit 1



Bit 0



Bit 0

Gray

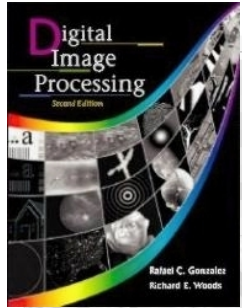


## Image Compression

### Compressão livre de erro

#### **Codificação por planos de bits**

Uma imagem com  $2^8$  tons de cinza (8 bits por pixel) vai gerar 8 imagens binárias, que deverão ser comprimidas



## Image Compression

### Compressão livre de erro

## Codificação binária

Codificação de área constante (CAC)

Usar palavras (códigos) para a identificação de grandes áreas de 1's ou 0's

A imagem deve ser dividida até que os blocos contenham apenas um tipo de valor

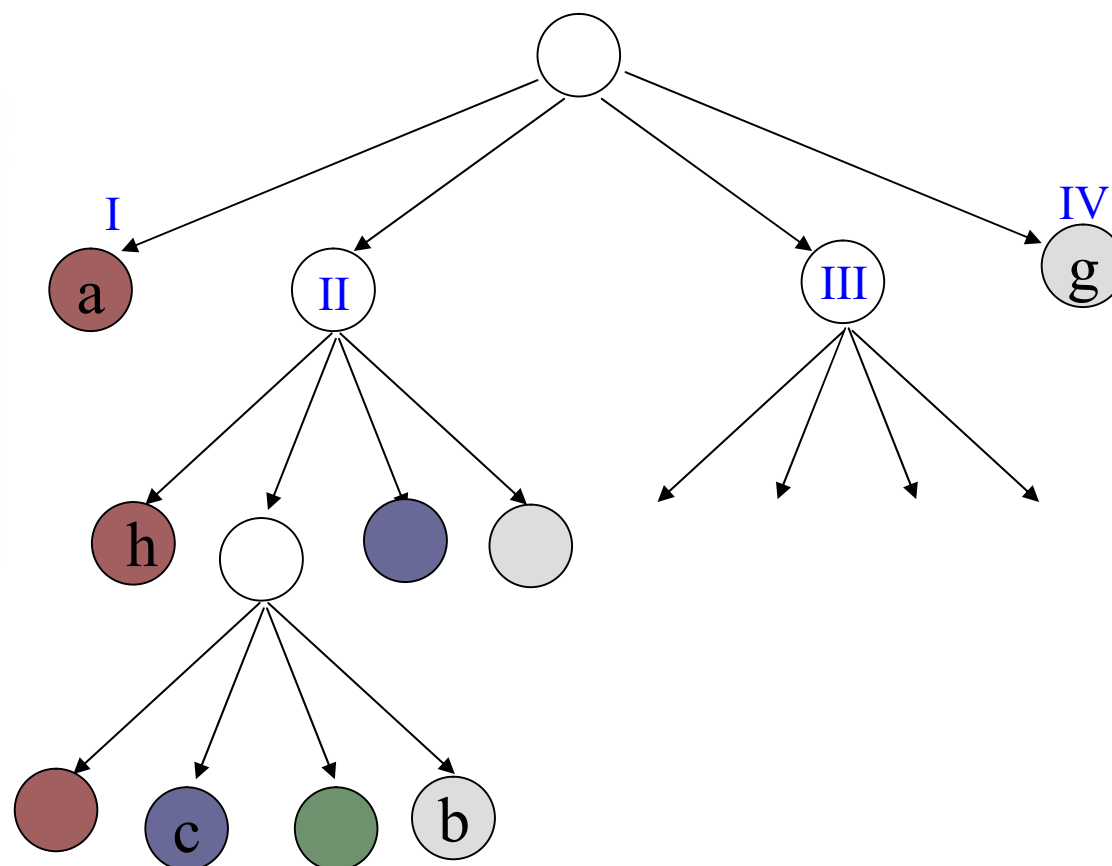
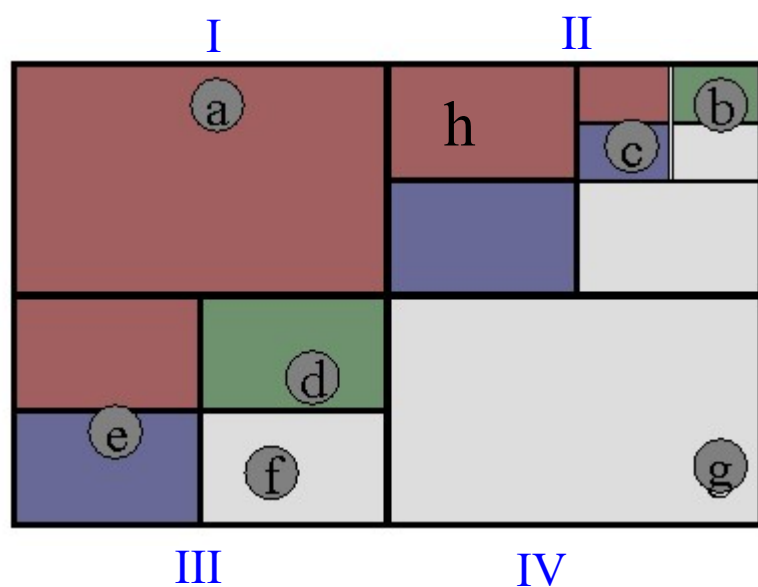




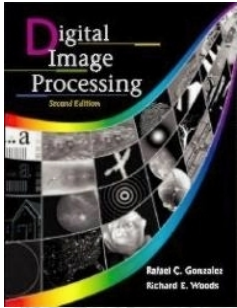
## Image Compression

### Compressão livre de erro

### Codificação de área constante (CAC)



Usando uma Quad Tree



## Image Compression

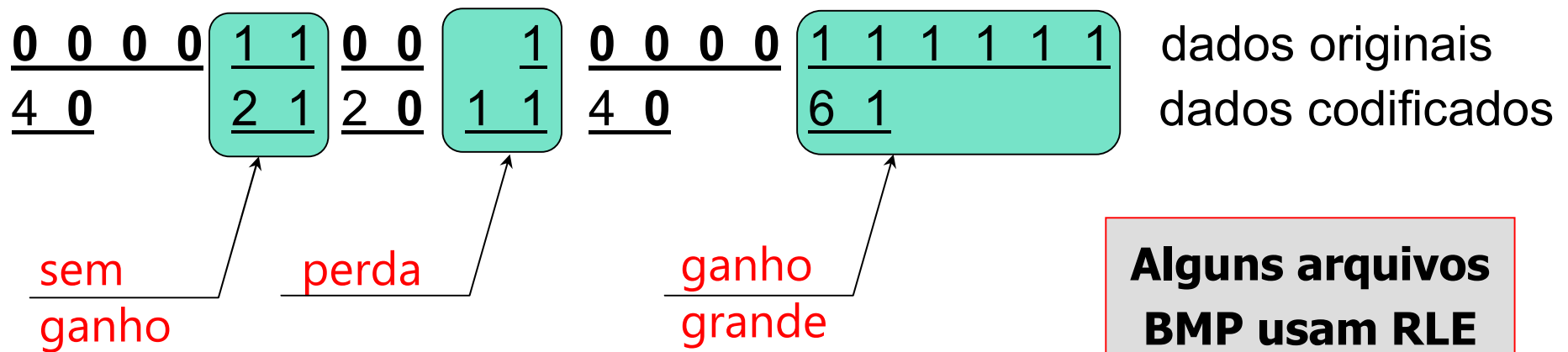
### Compressão livre de erro

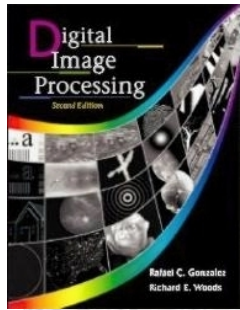
#### Codificação de corrida unidimensional (RLE – run-length encoding)

No lugar de usar regiões, usa as linhas da imagem

Anota-se a sequência de 0's e 1's em uma linha da imagem

Usar palavras (códigos) para a identificação de grandes linhas de 1's ou 0's





*Digital Image Processing, 2nd ed.*

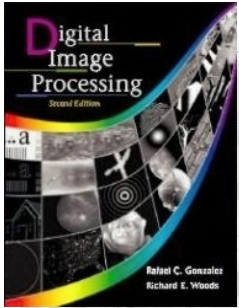
[www.imageprocessingbook.com](http://www.imageprocessingbook.com)

## Image Compression

# **Compressão com ERRO ou PERDA**

Em muitas situações, pequenas perdas, visualmente imperceptíveis, são aceitas, principalmente, quando se consegue altas taxas de compressão, como 30:1

A técnica mais conhecida nesta categoria é a codificação por transformada, em que uma operação de transformação (reversível) é aplicada aos dados

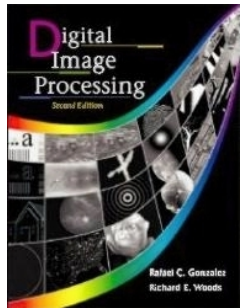


## Image Compression

# **Compressão com ERRO ou PERDA**

Em seguida os valores são quantizados, ou seja, divididos e truncados para um valor inteiro. Em seguida os valores obtidos são codificados e armazenados

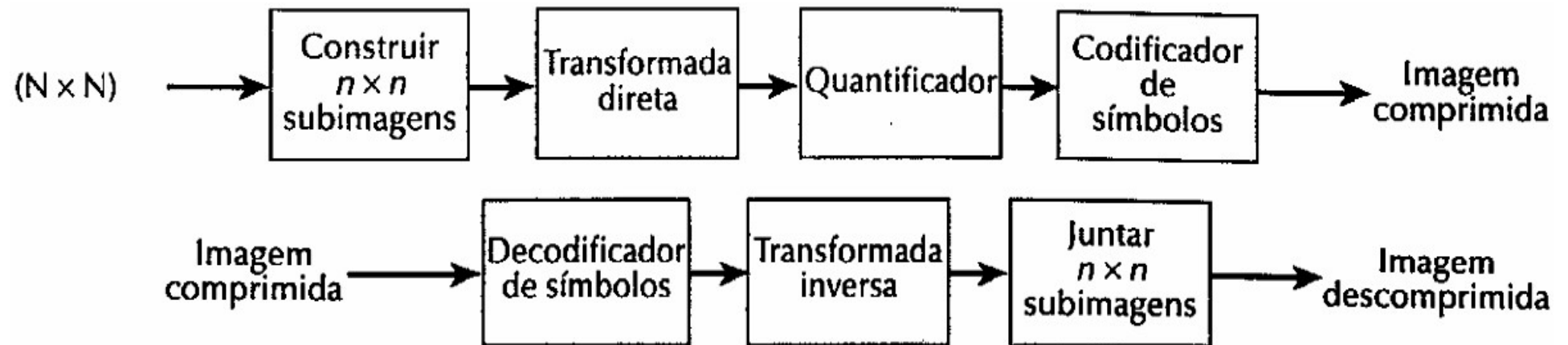
No processo de decodificação, os dados são recuperados e decodificados, em seguida, a operação de desquantização é aplicada, sendo que agora os valores são multiplicados e, por fim é aplicada a transformada inversa, para obter os valores originais+erro



## Image Compression

### Compressão com erro

Codificação por transformada



As transformadas podem ser:

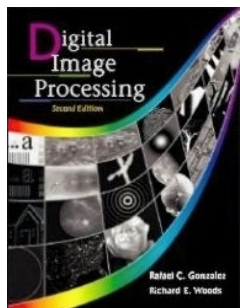
KLT – Karhunen-Loève

DFT – Discreta de Fourier

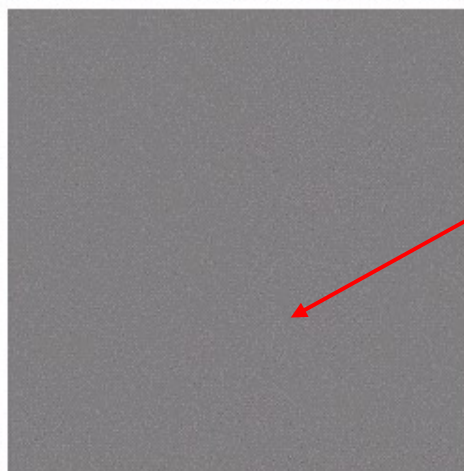
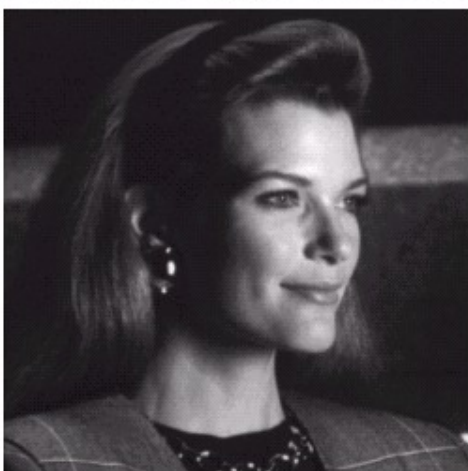
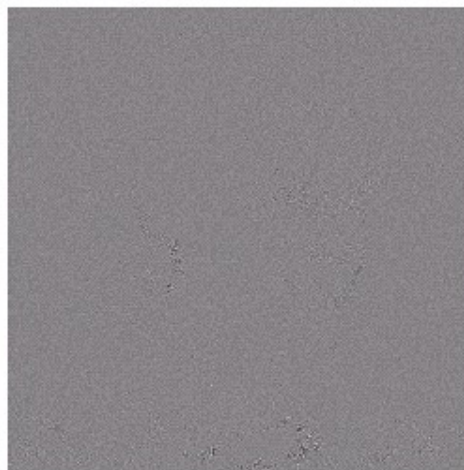
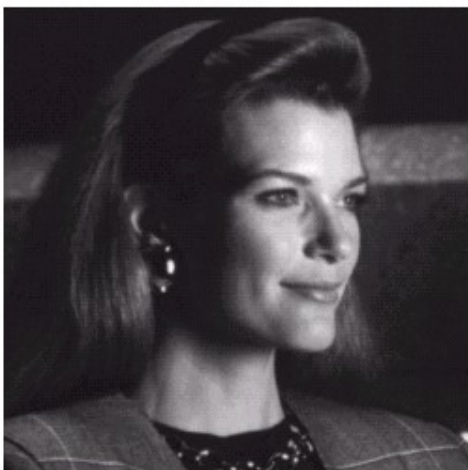
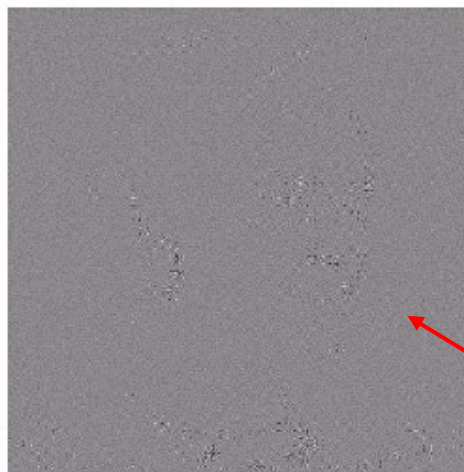
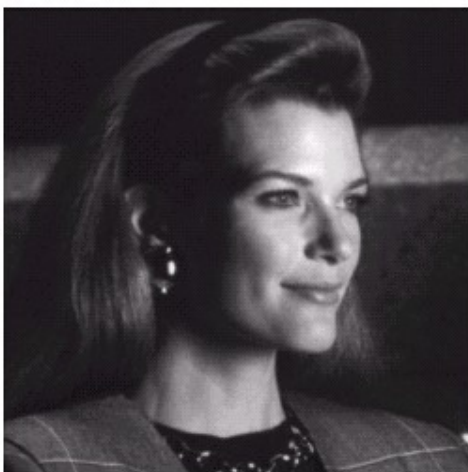
DCT – Discreta do Cosseno (JPG)

WHT – Walsh-Hadamard

etc.



Fourier



d.

[www.imageprocessingbook.com](http://www.imageprocessingbook.com)

## Image Compression

**Erros Maiores**

Erros obtidos

**Erros Menores**

A maioria dos sistemas práticos usa a DCT