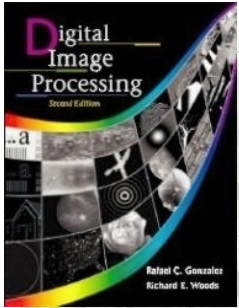




Aula 11.2

Representação e Descrição de Imagens



Representation & Description

Descritores de Fourier

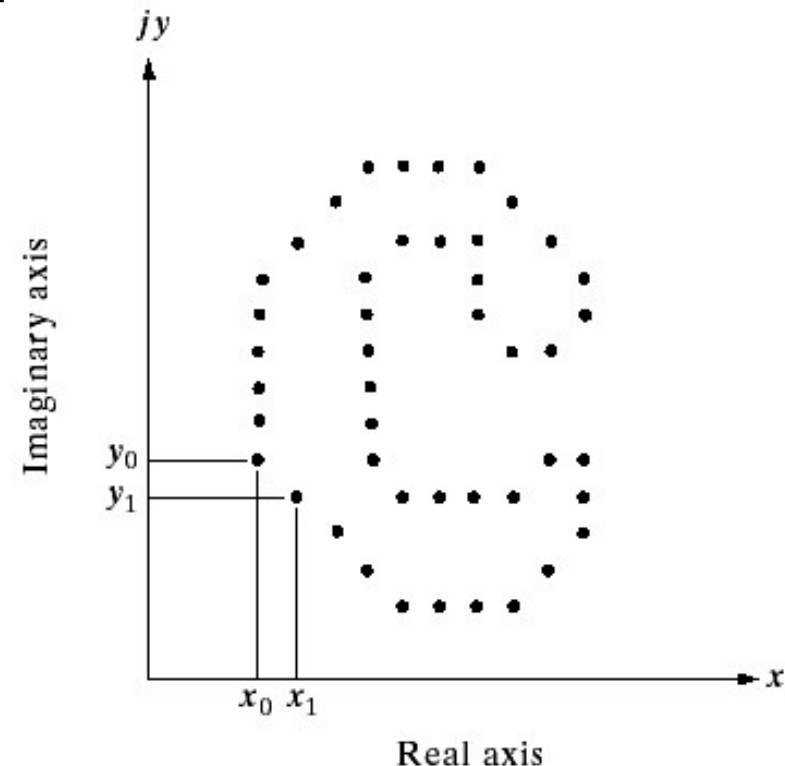
A figura abaixo consiste em uma fronteira digital com n pontos no plano xy , começando em um ponto x_0, y_0 (arbitrário)

Tratando cada par x, y como um número complexo $s(k) = x(k) + y(k)i$ e a transformada

de fourier é aplicada

gerando $a(u) = F(s(k))$

$$a(u) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s(k) \exp[-j2\pi uk / N]$$





Representation & Description

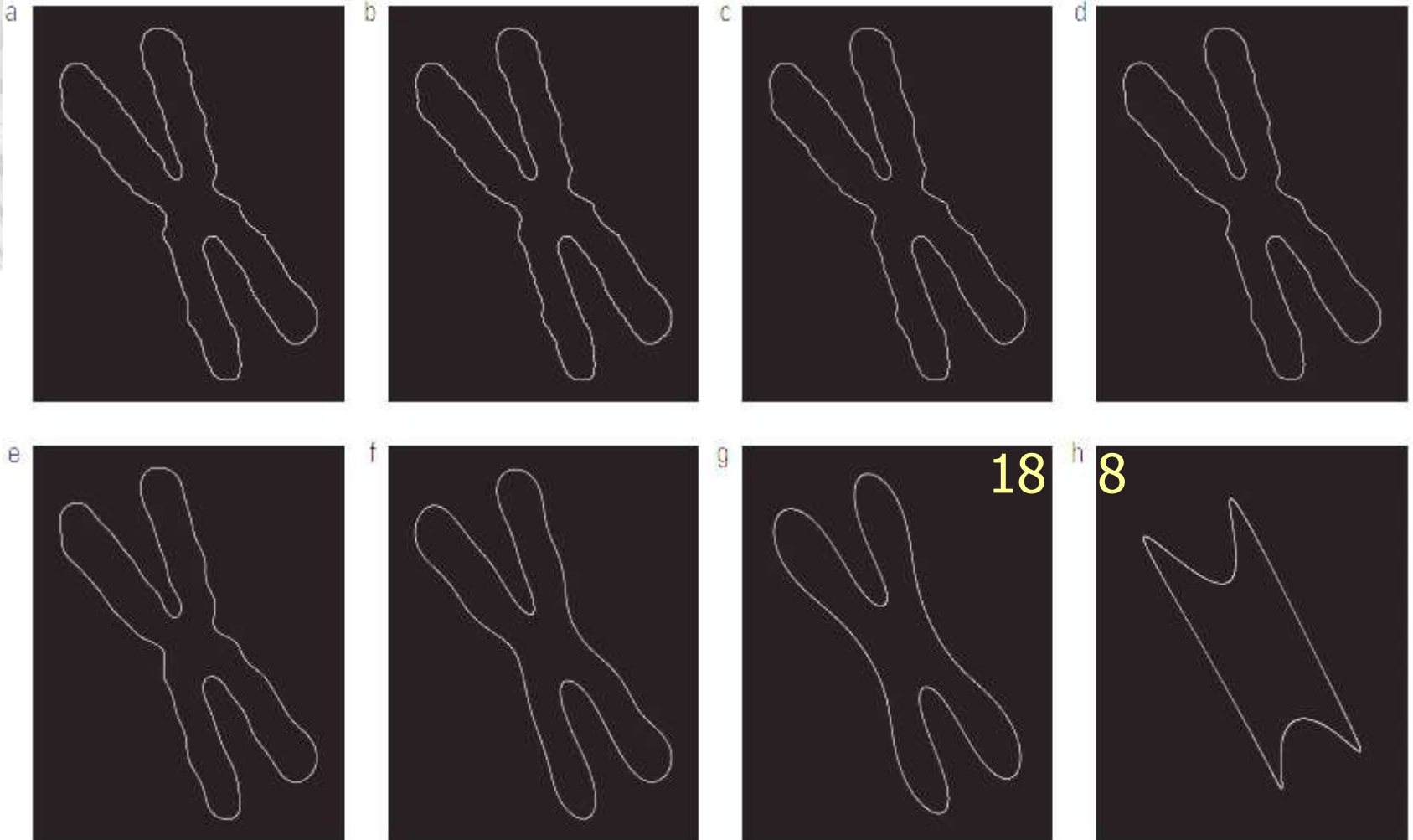
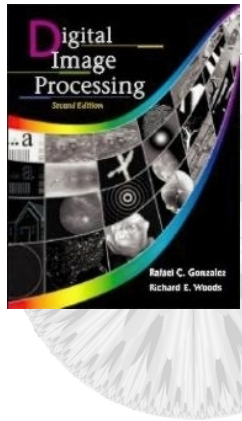
Descritores de Fourier

Agora, se apenas uns poucos termos iniciais de $a(u)$ forem mantidos, ainda assim, consegue-se uma boa aproximação do contorno

A transformada inversa de Fourier desses coeficientes reconstrói $s(k)$

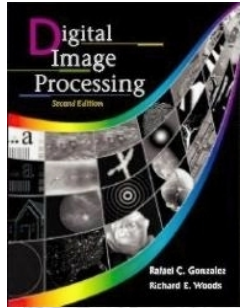
$$s(k) = \frac{1}{K} \sum_{u=0}^{K-1} a(u) e^{j2\pi uk/K}$$

para $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$.



- (a) Fronteira de um cromossomo humano (2.868 pontos)
(b) a (h) Fronteiras reconstruídas usando 1.434, 286, 144, 72, 36, 18 e 8 descritores de Fourier, respectivamente (Estes números são aproximadamente 50%, 10%, 5%, 2,5%, 1,25%, 0,63% e 0,28% de 2.868, respectivamente)

com apenas 18 de 2.868 se consegue uma boa representação

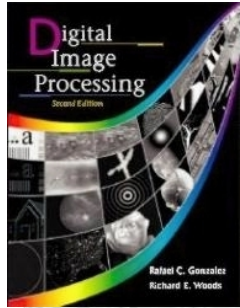


Representation & Description

Descritores de Fourier

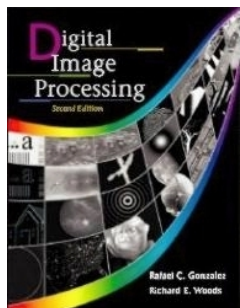
Algumas propriedades básicas do descritor de Fourier

Transformation	Boundary	Fourier Descriptor
Identity	$s(k)$	$a(u)$
Rotation	$s_r(k) = s(k)e^{j\theta}$	$a_r(u) = a(u)e^{j\theta}$
Translation	$s_t(k) = s(k) + \Delta_{xy}$	$a_t(u) = a(u) + \Delta_{xy}\delta(u)$
Scaling	$s_s(k) = \alpha s(k)$	$a_s(u) = \alpha a(u)$
Starting point	$s_p(k) = s(k - k_0)$	$a_p(u) = a(u)e^{-j2\pi k_0 u/K}$



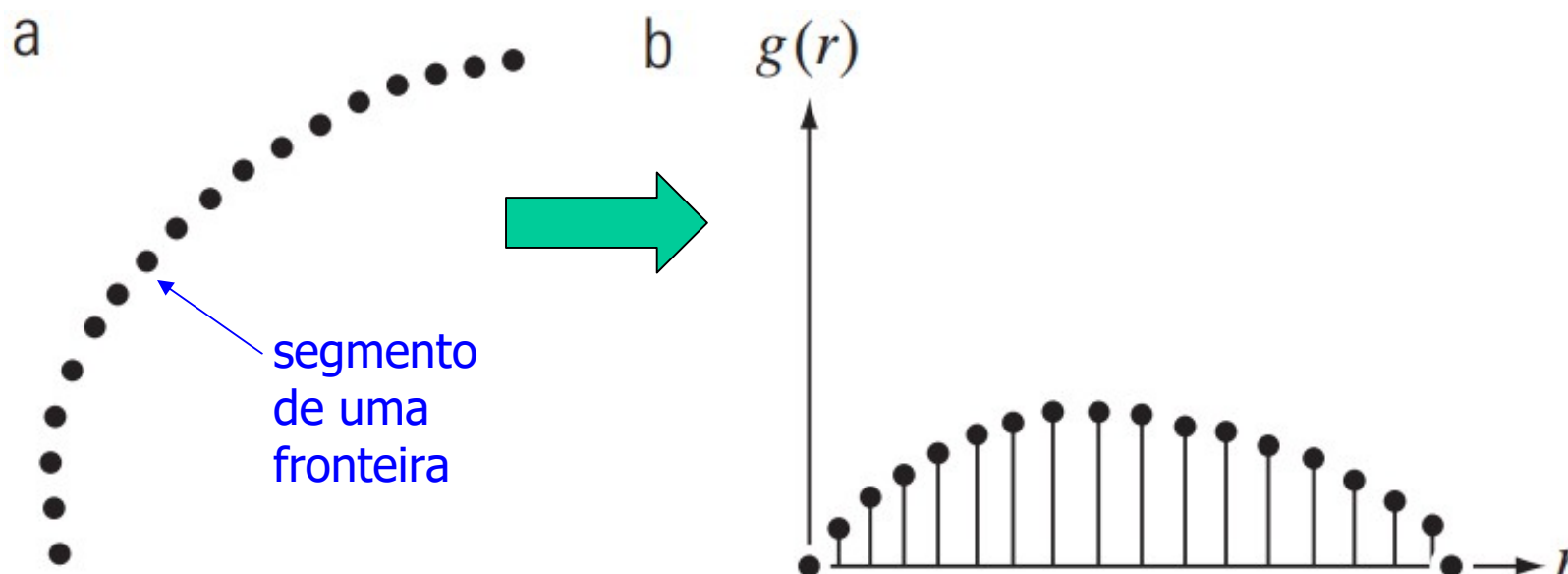
Momentos Estatísticos

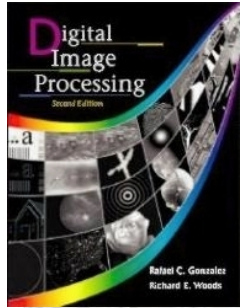
O formato dos segmentos de fronteira (e das assinaturas) pode ser descrito quantitativamente usando momentos estatísticos, como média, variância e momentos de ordem superior



Momentos Estatísticos

Representa-se o segmento de uma fronteira como uma função 1-D $g(r)$ de uma variável arbitrária r



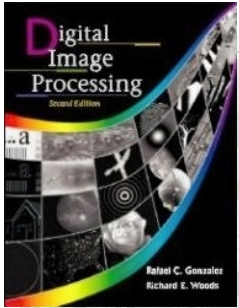


Momentos estatísticos

Tratando a amplitude de g como uma variável aleatória discreta v e formando um histograma de amplitude $p(v_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, A - 1$, tem-se que o n -ésimo momento de v em relação à sua média é

$$\mu_n(v) = \sum_{i=0}^{A-1} (v_i - m)^n p(v_i)$$

$$\text{sendo: } m = \sum_{i=0}^{A-1} v_i p(v_i)$$



Momentos estatísticos

Se $g(r)$ tem a área unitária, a equação anterior

$$\mu_n(v) = \sum_{i=0}^{A-1} (v_i - m)^n p(v_i)$$

ficará

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{K-1} (r_i - m)^n g(r_i)$$

sendo:
$$m = \sum_{i=0}^{K-1} r_i g(r_i)$$



Representation & Description

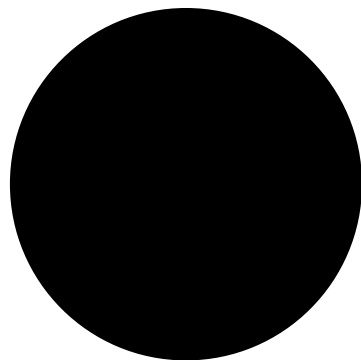
Descritores regionais

Área - é definida pelo número de pixels contidos dentro de sua fronteira

Perímetro - é o comprimento da fronteira

Entretanto, estas duas medidas são variantes em relação a escala

Compacidade - é definida por $\text{perímetro}^2 / \text{área}$ é uma medida sem dimensão e também invariante a rotação



Compacidade mínima



compacidade grande

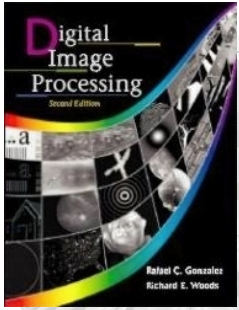


Representation & Description

Descritores regionais

Outros descritores regionais simples são:

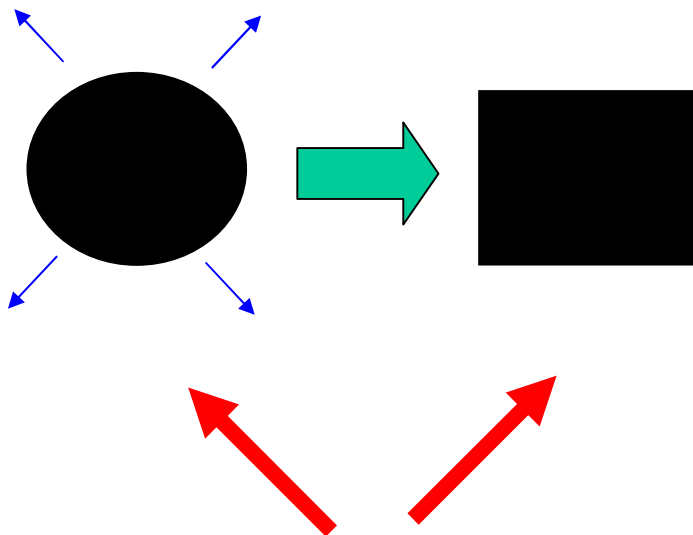
- Média e mediana dos níveis de cinza
- Valores mínimos e máximos
- Número de pixels com valor acima e abaixo da média
- etc.



Representation & Description

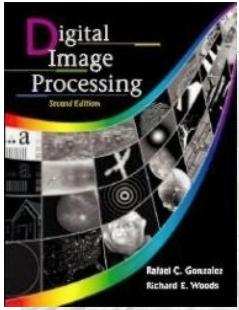
Descritores topológicos

A topologia é o estudo das propriedades de uma forma que não é afetada por deformações, na medida que não ocorre divisão ou fusão da forma



Se esticar uma bola de borracha, ela se transformará em um quadrado e, tudo que estava dentro da bola estará dentro do quadrado

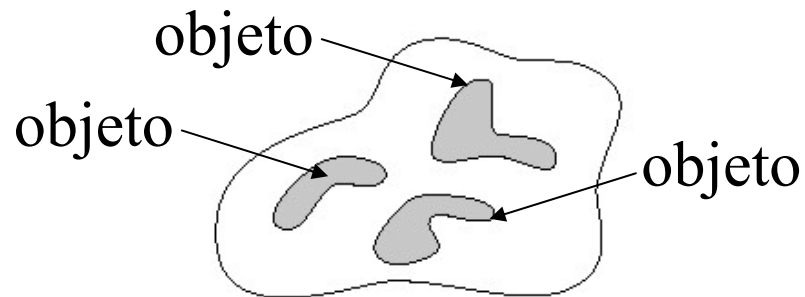
Objetos topologicamente idênticos



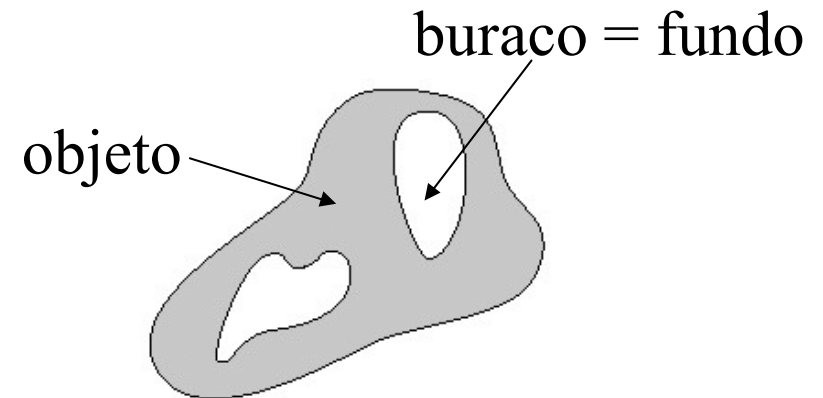
Representation & Description

Descritores topológicos

Número de componentes conexos (C) e Buracos (H) - são descritores importantes



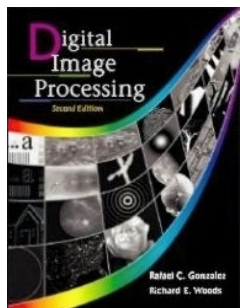
Região com três componentes
conexos (C)



Região com dois buracos (H)

Número de buracos (H) e o Número de componentes conectados (C) podem ser usado para definir o número de Euler, dado por:

$$E = C - H$$



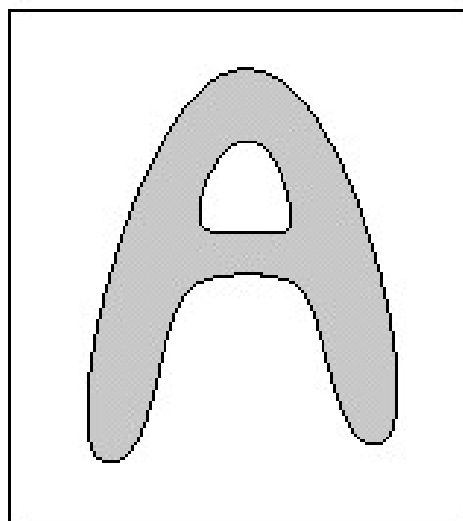
Representation & Description

Descritores topológicos

Componentes Conexos (C)

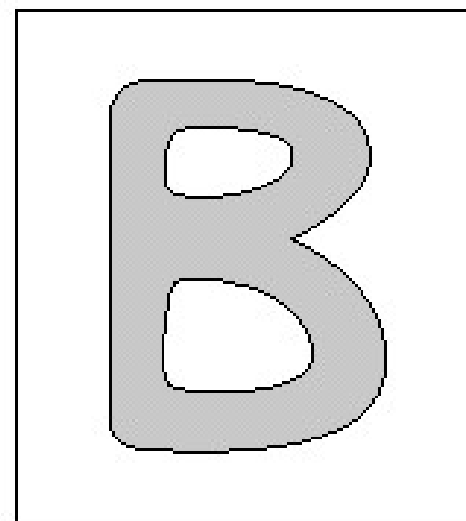
Buracos (H)

$$E = C - H$$



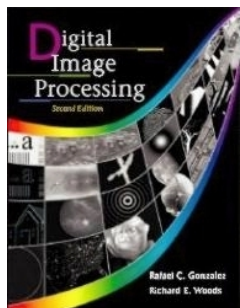
$$C = 1 \text{ e } H = 1$$

$$E = 0$$



$$C = 1 \text{ e } H = 2$$

$$E = - 1$$



Representation & Description

Descritores topológicos

As regiões representadas por segmentos de linhas retas, chamadas redes poligonais, possuem uma interpretação simples do número de Euler

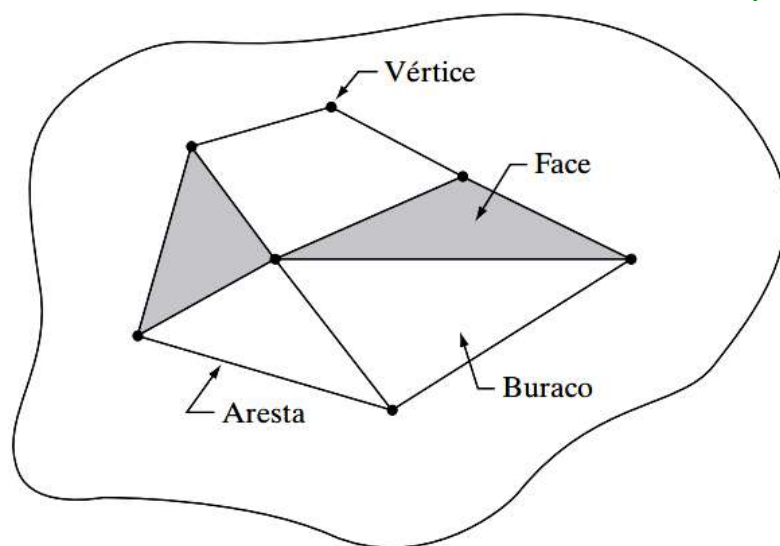
Sejam: W : número de vértices

Q : número de arestas

F : número de faces

tem-se a seguinte relação, conhecida como fórmula de Euler

$$W - Q + F = C - H = E$$



7 vértices (W)

11 arestas (Q)

2 faces (F)

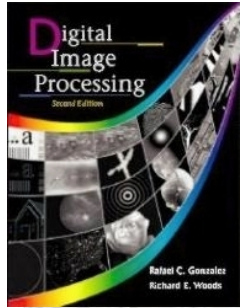
1 região conectada (C)

3 buracos (H)

$$W - Q - F = 7 - 11 + 2 = -2$$

$$C - H = -2$$

$$\rightarrow E = -2$$



Representation & Description

Descritores baseado em textura

A informação da textura pode ser usada para descrever o conteúdo de uma região

Algumas medidas iniciais que podem representar a textura são:

- suavidade
- rugosidade
- regularidade



Representation & Description

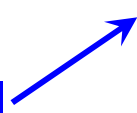
Momentos para caracterização de texturas

Momentos são importantes para caracterizar texturas em uma imagem

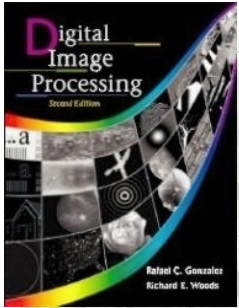
Dada uma imagem bidimensional $f(x,y)$ o momento de ordem $p+q$ é definido como

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy$$

Os momentos centrais podem ser definidos por

MI  $\mu_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) dx dy$
(grego)

onde: $\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$ e $\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$



Representation & Description

Momentos para caracterização de texturas

No caso de uma imagem digital os momentos centrais ficam

$$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y)$$

Os momentos centrais até a ordem 3 são:

$$\begin{aligned} \mu_{00} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^0 (y - \bar{y})^0 f(x, y) \\ &= \sum_x \sum_y f(x, y) \\ &= m_{00} \\ \mu_{01} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^0 (y - \bar{y})^1 f(x, y) \\ &= m_{01} - \frac{m_{01}}{m_{00}} (m_{00}) \\ &= 0 \\ \mu_{10} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^1 (y - \bar{y})^0 f(x, y) \\ &= m_{10} - \frac{m_{10}}{m_{00}} (m_{00}) \\ &= 0 \\ \mu_{11} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^1 (y - \bar{y})^1 f(x, y) \\ &= m_{11} - \frac{m_{10} m_{01}}{m_{00}} \\ &= m_{11} - \bar{x} m_{01} = m_{11} - \bar{y} m_{10} \end{aligned}$$



Representation & Description

$$\begin{aligned}\mu_{20} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})^0 f(x, y) \\ &= m_{20} - \frac{2m_{10}^2}{m_{00}} + \frac{m_{10}^2}{m_{00}} \\ &= m_{20} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}} \\ &= m_{20} - \bar{x}m_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{02} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^0 (y - \bar{y})^2 f(x, y) \\ &= m_{02} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}} \\ &= m_{02} - \bar{y}m_{01}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{21} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})^1 f(x, y) \\ &= m_{21} - 2\bar{x}m_{11} - \bar{y}m_{20} + 2\bar{x}^2m_{01}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{12} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^1 (y - \bar{y})^2 f(x, y) \\ &= m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2m_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{30} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^3 (y - \bar{y})^0 f(x, y) \\ &= m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2\bar{x}^2m_{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{03} &= \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^0 (y - \bar{y})^3 f(x, y) \\ &= m_{03} - 3\bar{y}m_{02} + 2\bar{y}^2m_{01}.\end{aligned}$$



Representation & Description

Momentos para caracterização de texturas

Resumindo

$$\mu_{00} = m_{00}$$

$$\mu_{10} = 0$$

$$\mu_{01} = 0$$

$$\mu_{11} = m_{11} - \bar{y}m_{10}$$

$$\mu_{20} = m_{20} - \bar{x}m_{10}$$

$$\mu_{02} = m_{02} - \bar{y}m_{01}$$

$$\mu_{30} = m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2\bar{x}^2m_{10}$$

$$\mu_{03} = m_{03} - 3\bar{y}m_{02} + 2\bar{y}^2m_{01}$$

$$\mu_{21} = m_{21} - 2\bar{x}m_{11} - \bar{y}m_{20} + 2\bar{x}^2m_{01}$$

$$\mu_{12} = m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2m_{10}$$

Os momentos centrais normalizados, denotados por η_{pq} são definidos por:

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^\gamma} \quad \text{onde} \quad \gamma = \frac{p+q}{2} + 1$$

ETA
(grego)

GAMA



Representation & Description

Momentos para caracterização de texturas

Um conjunto de sete momentos

invariantes pode ser
derivado a partir dos
segundo e terceiro
momentos

PHI

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

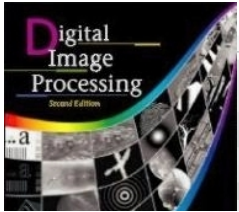
$$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

$$\phi_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]$$

$$\phi_6 = (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})$$

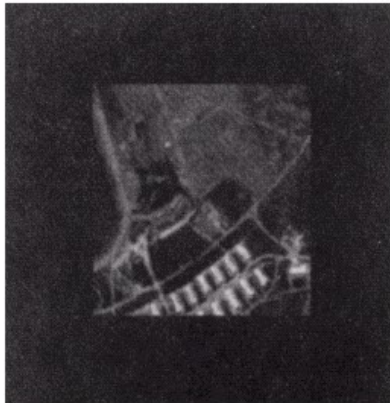
$$\phi_7 = (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + (3\eta_{12} - \eta_{30})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2]$$

Momentos de Hu



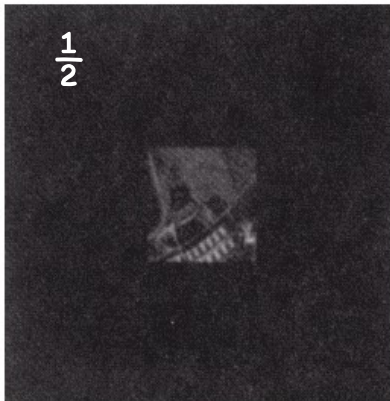
Representation & Description

original



Invariant (Log)	Original	Half Size	Mirrored	Rotated 2°	Rotated 45°
ϕ_1	6.249	6.226	6.919	6.253	6.318
ϕ_2	17.180	16.954	19.955	17.270	16.803
ϕ_3	22.655	23.531	26.689	22.836	19.724
ϕ_4	22.919	24.236	26.901	23.130	20.437
ϕ_5	45.749	48.349	53.724	46.136	40.525
ϕ_6	31.830	32.916	37.134	32.068	29.315
ϕ_7	45.589	48.343	53.590	46.017	40.470

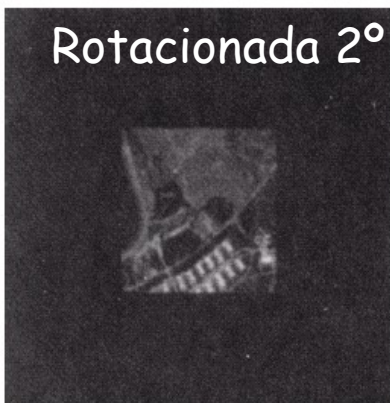
$\frac{1}{2}$



espelhada vertical



Rotacionada 2°

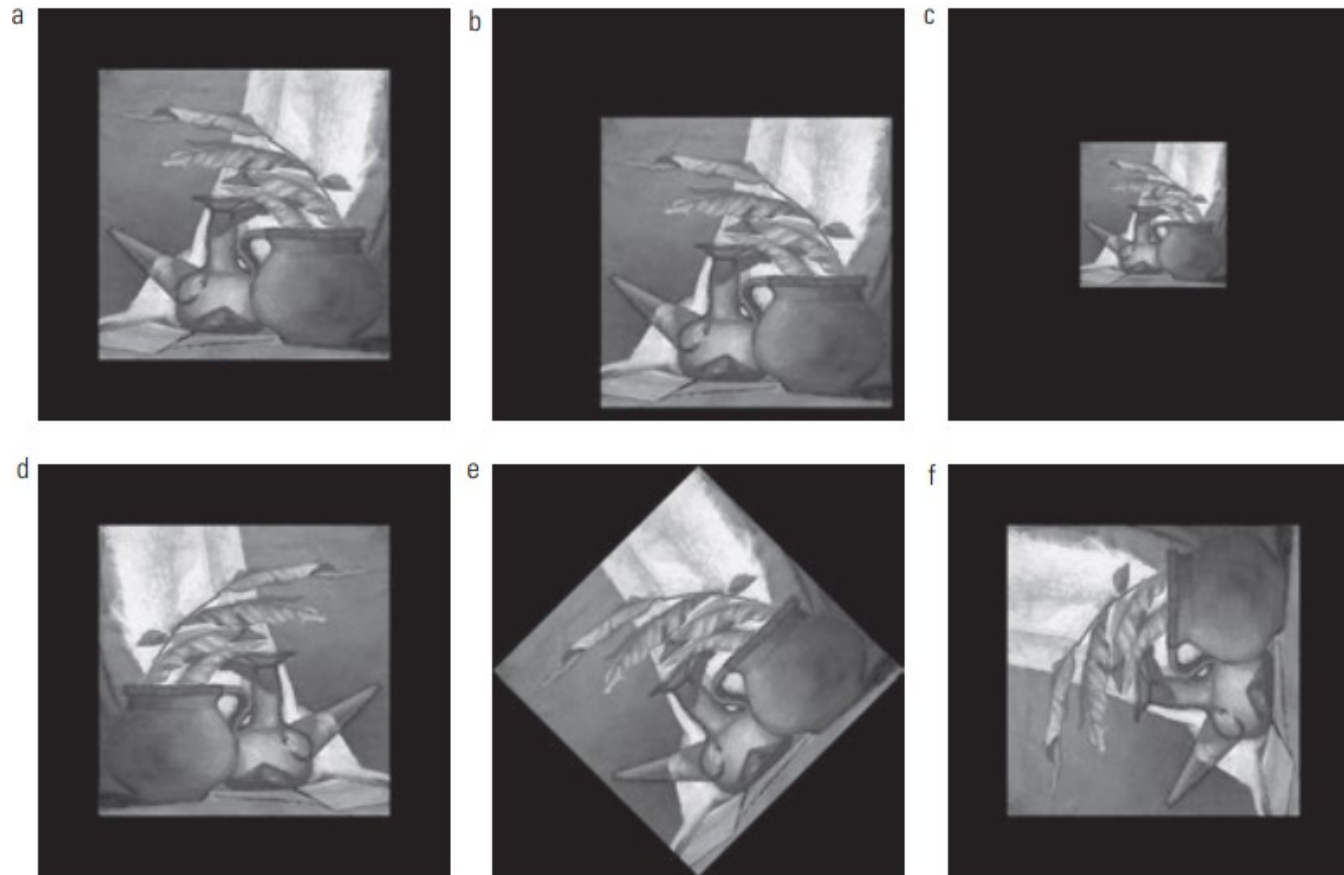


Rotacionada 45°

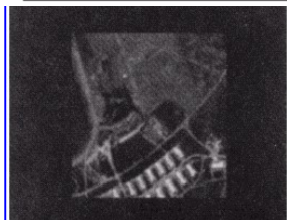


Os valores dos ϕ_i são bem preservados nas imagens alteradas:

- 1) reduzida pela metade
- 2) espelhada na vertical
- 3) rotacionada em 2 graus
- 4) rotacionada em 45 graus



- a) Imagem original
- b) transladada
- c) Escalada 0,5
- d) Espelhada
- e) Rotacionada 45°
- f) Rotacionada 90°



Slide anterior

Invariant (Log)	Original	Half Size	Mirrored	Rotated 2°	Rotated 45°
ϕ_1	6.249	6.226	6.919	6.253	6.318
ϕ_2	17.180	16.954	19.955	17.270	16.803
ϕ_3	22.655	23.531	26.689	22.836	19.724
ϕ_4	22.919	24.236	26.901	23.130	20.437
ϕ_5	45.749	48.349	53.724	46.136	40.525
ϕ_6	31.830	32.916	37.134	32.068	29.315
ϕ_7	45.589	48.343	53.590	46.017	40.470

Momento invariante	Imagem original	Transladada	Redimensio- nada por 0,5	Espelhada	Rotacionada em 45°	Rotacionada em 90°
ϕ_1	2,8662	2,8662	2,8664	2,8662	2,8661	2,8662
ϕ_2	7,1265	7,1265	7,1257	7,1265	7,1266	7,1265
ϕ_3	10,4109	10,4109	10,4047	10,4109	10,4115	10,4109
ϕ_4	10,3742	10,3742	10,3719	10,3742	10,3742	10,3742
ϕ_5	21,3674	21,3674	21,3924	21,3674	21,3663	21,3674
ϕ_6	13,9417	13,9417	13,9383	13,9417	13,9417	13,9417
ϕ_7	-20,7809	-20,7809	-20,7724	20,7809	-20,7813	-20,7809



Representation & Description

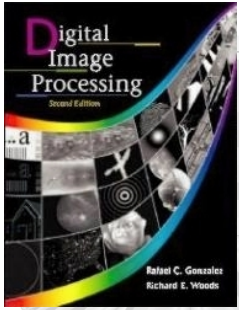
Texturas

As abordagens principais usadas no processamento de imagens para a descrição de texturas são a estatística e a espectral

Abordagem estatística

Utiliza os momentos, obtidos a partir dos histogramas de tons de cinza

$$\mu_n(z) = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^n p(z_i) \quad \text{onde} \quad m = \sum_{i=0}^{L-1} z_i p(z_i)$$



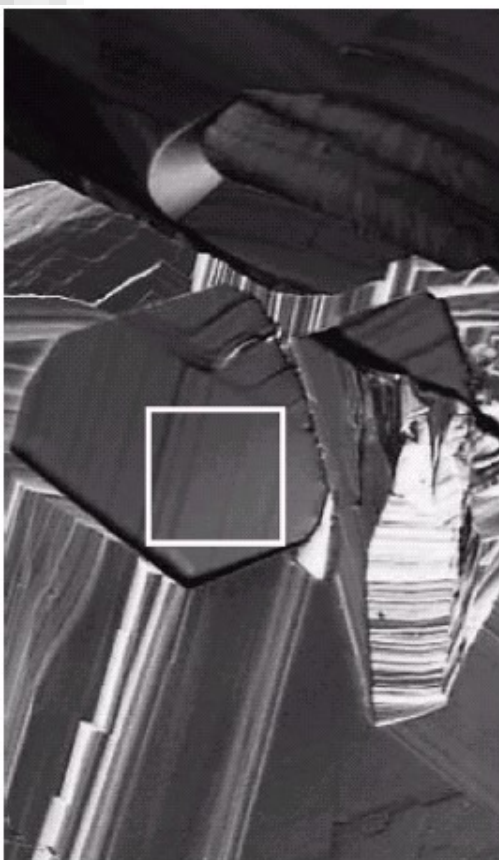
Representation & Description

O segundo momento (a variância $\sigma^2(z) = \mu_2(z)$) é importante na descrição de texturas

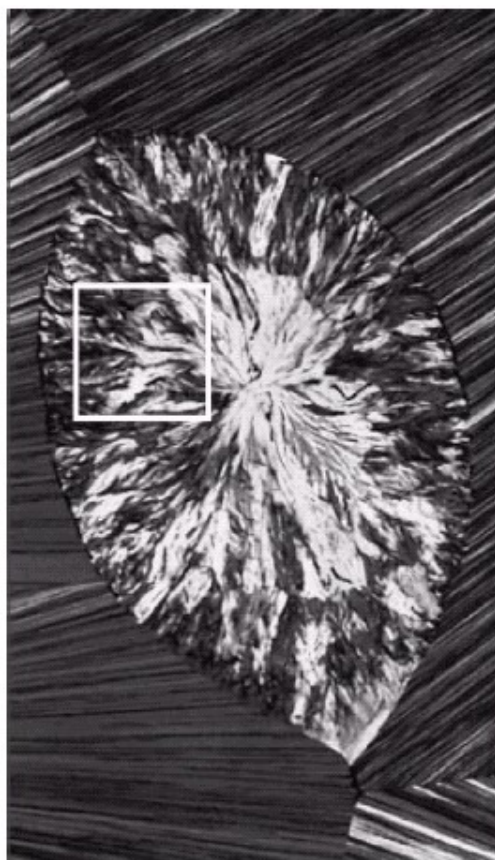
Ela fornece uma medida de contraste de intensidade que pode ser usada para estabelecer descritores de suavidade relativa

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2(z)}$$

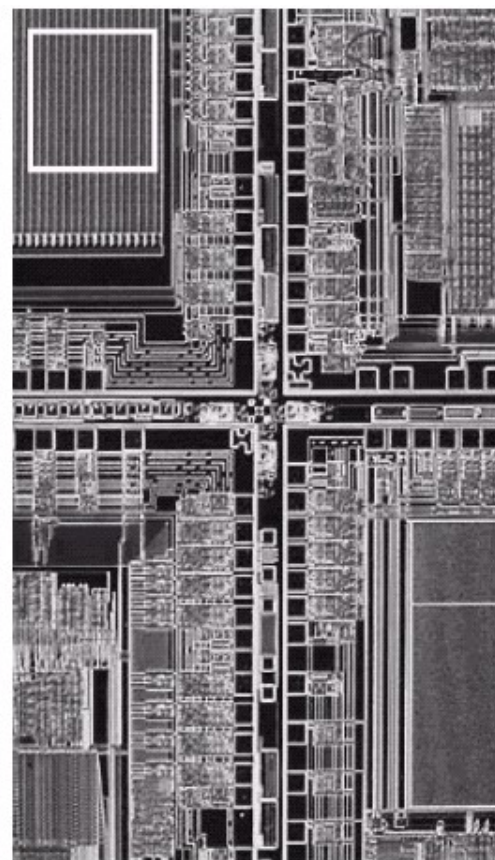
Uma normalização adequada para evitar valores muito grandes



Textura suave



Textura rugosa



Textura regular

Texture	Mean	Standard deviation	R (normalized)	Third moment	Uniformity	Entropy
Suave	82.64	11.79	0.002	-0.105	0.026	5.434
Rugosa	143.56	74.63	0.079	-0.151	0.005	7.783
Regular	99.72	33.73	0.017	0.750	0.013	6.674

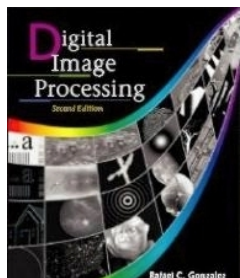
$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2(z)}$$



Representation & Description

Abordagem estatística

Medidas baseadas em histogramas sofrem a limitação de não carregarem informação sobre a posição relativa dos pixels em relação uns aos outros

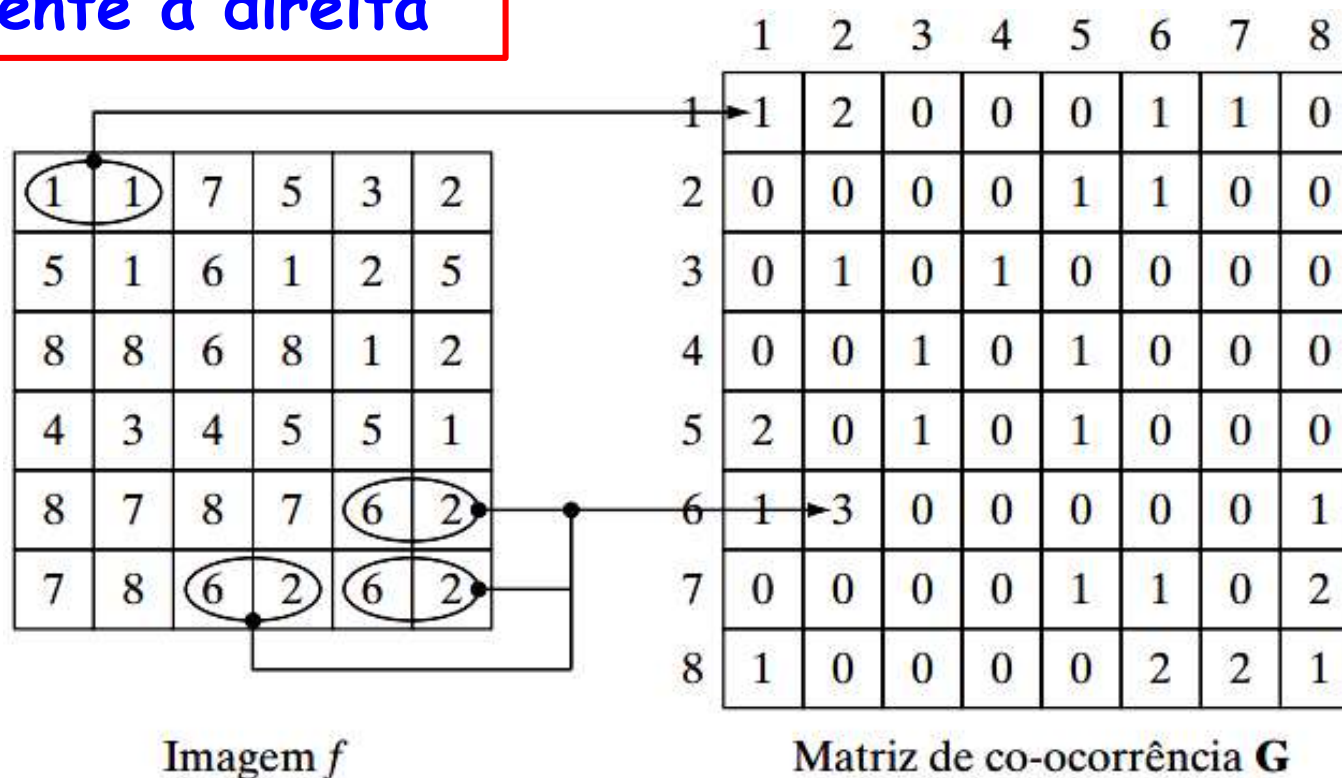


Representation & Description

Abordagem estatística

Uma matriz de co-ocorrência de níveis de cinza pode ser usada para resolver este problema, por exemplo, definindo as ocorrências de pares de pixels

Exemplo → "operador Q de posição definido como "um pixel imediatamente à direita"



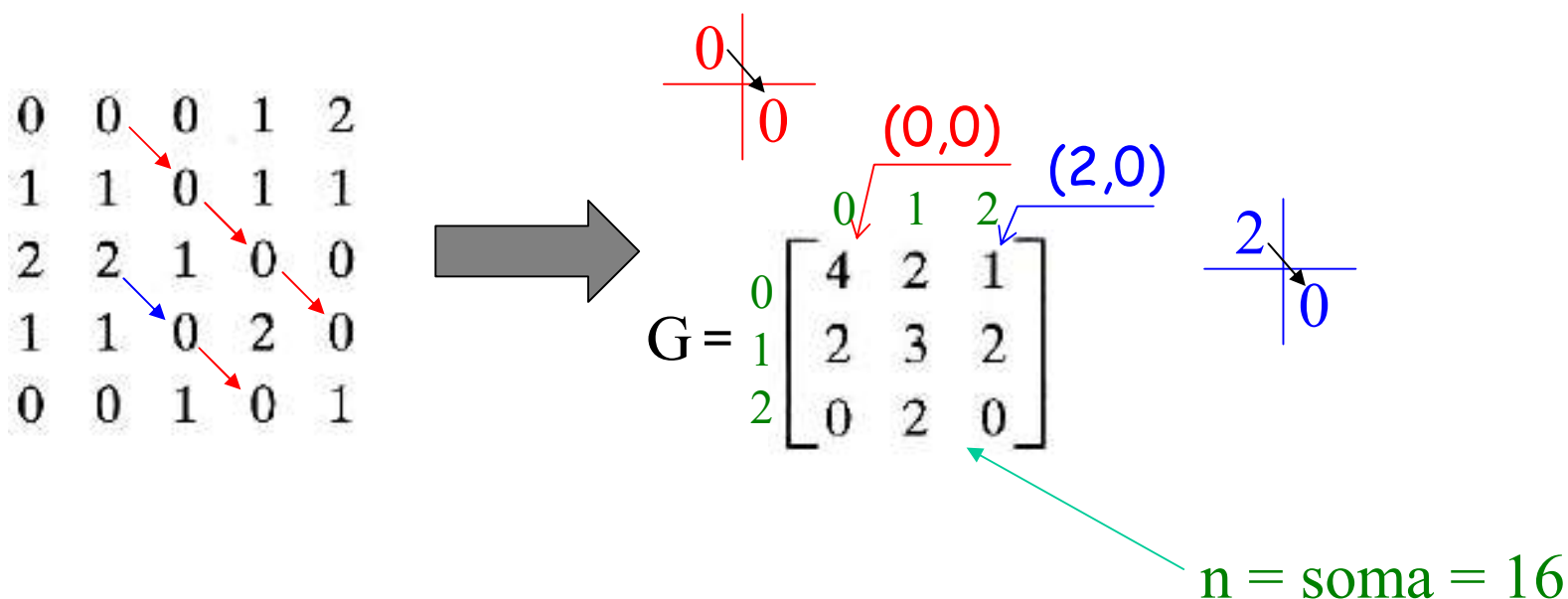


Representation & Description

Abordagem estatística

O uso de matrizes de co-ocorrência de níveis de cinza pode ser usado para resolver este problema, por exemplo, determinando as ocorrências de pares de pixels em uma disposição como:


Exemplo → “um pixel abaixo e a direita”





Representation & Description

Abordagem estatística

Alguns descritores que podem usar a informação na matriz de co-ocorrência **A** são: 

Onde $c_{i,j} = G_{i,j}/n$

A idéia básica aqui é caracterizar a matriz **C** através destes descritores

1. Maximum probability $\max_{i,j}(c_{ij})$

2. Element difference moment of order k

$$\sum_i \sum_j (i-j)^k c_{ij}$$

3. Inverse element difference moment of order k

$$\sum_i \sum_j c_{ij} / (i-j)^k \quad i \neq j$$

4. Uniformity

$$\sum_i \sum_j c_{ij}^2$$

5. Entropy

$$-\sum_i \sum_j c_{ij} \log c_{ij}$$



Representation & Description

Abordagem espectral

O espectro de Fourier é ideal para descrever padrões periódicos, pois:

1 – Picos predominantes no espectro fornecem a direção dos padrões

2 – A posição dos picos fornece o período espacial fundamental dos padrões

3 – A eliminação de componentes periódicas (filtragem) deixa elementos não periódicos, que podem ser descritos por técnicas estatísticas



Representation & Description

Abordagem espectral

Expressando o espectro como a função em coordenadas polares tem-se $S(r, \theta)$

Para cada direção θ , $S(r, \theta)$ pode ser considerada uma função $S_\theta(r)$

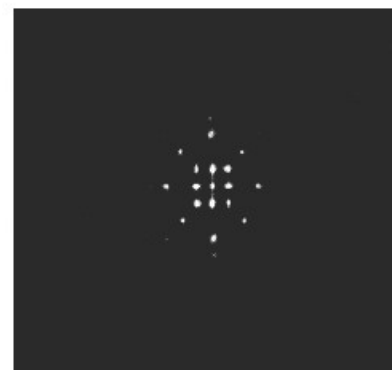
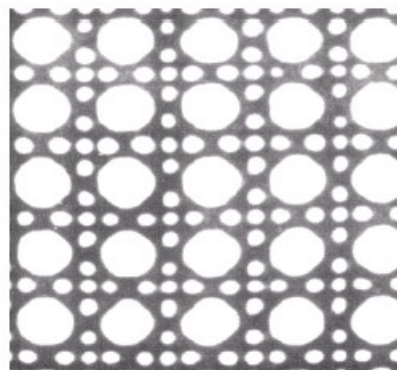
Para cada r , $S(r, \theta)$ pode ser considerada uma função $S_r(\theta)$



Representation & Description

Abordagem espectral

Imagem com Textura



Espectro

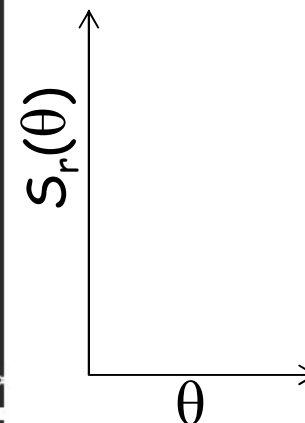
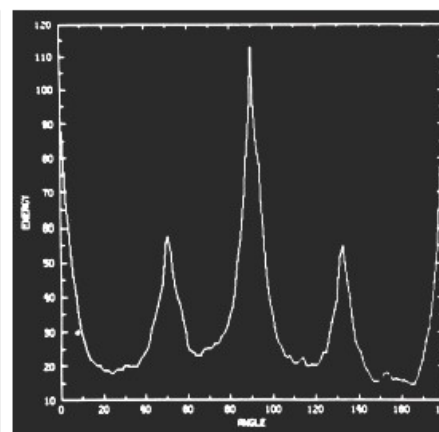
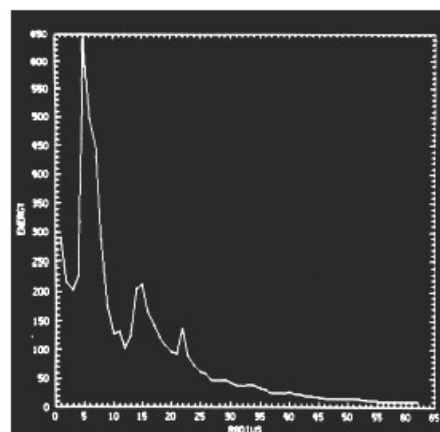
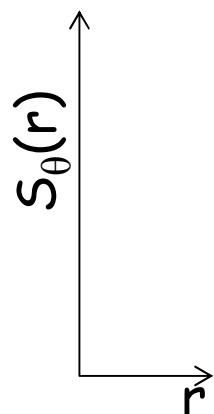
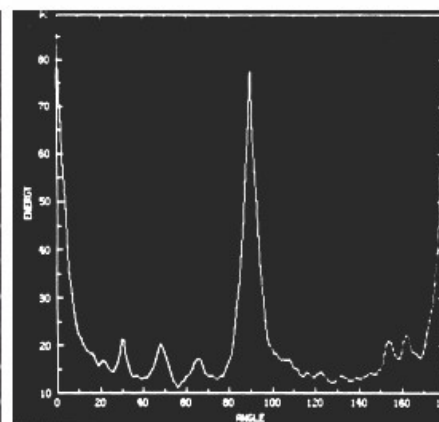
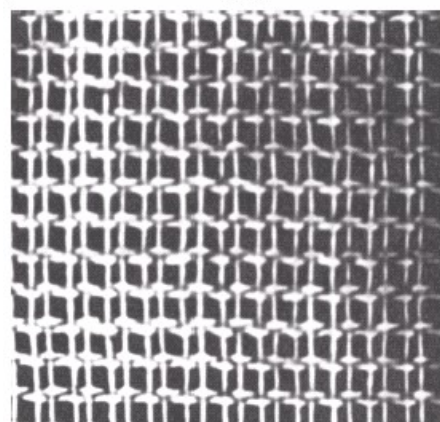


Imagem com textura



$S(\theta)$



Representation & Description

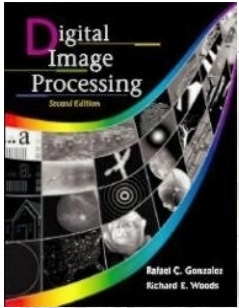
Abordagem espectral

Descritor Global - Somando todos os valores de $S_r(\theta)$ e $S_\theta(r)$ podem ser obtidos dois descritores globais importantes:

$$S(r) = \sum_{\theta=0}^{\pi} S_\theta(r)$$

$$S(\theta) = \sum_{r=1}^R S_r(\theta)$$

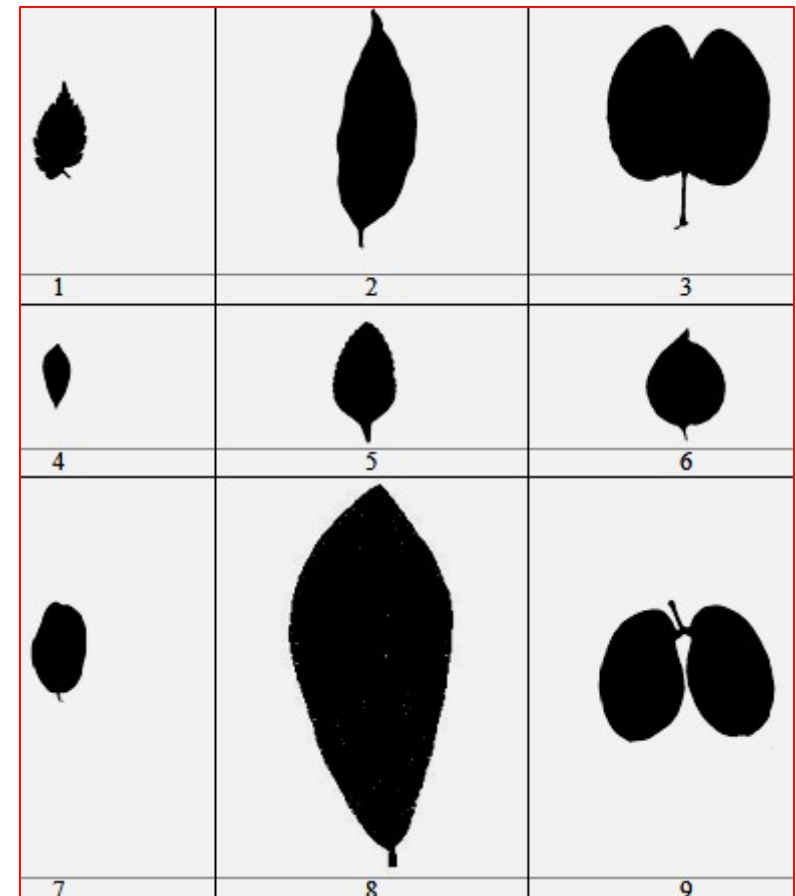
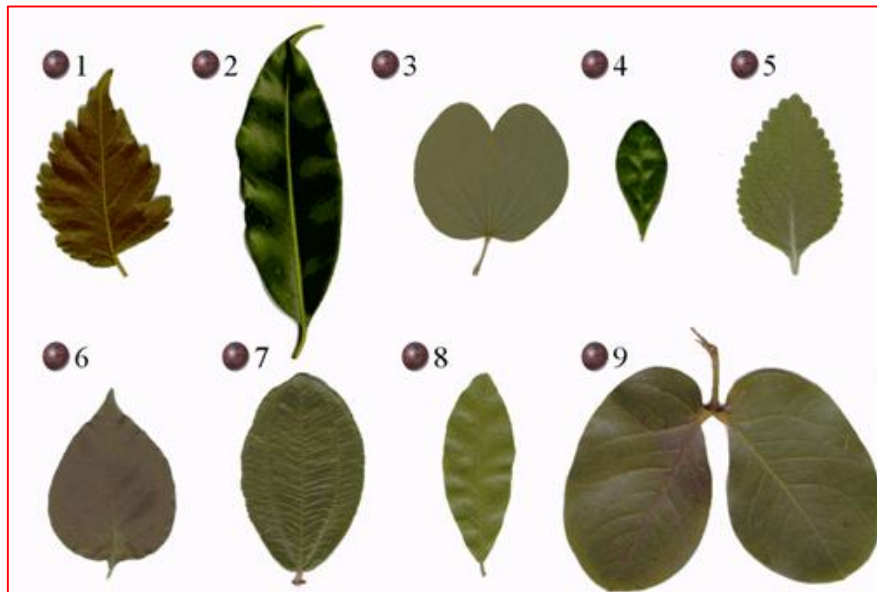
Onde para um espectro de $N \times N$,
 R é tipicamente dado por $N/2$

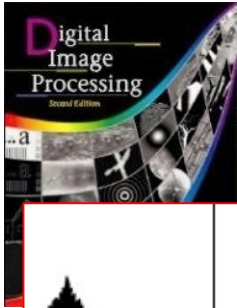


Representation & Description

Metodologia típica

As imagens capturadas são digitalizadas e convertidas para binário

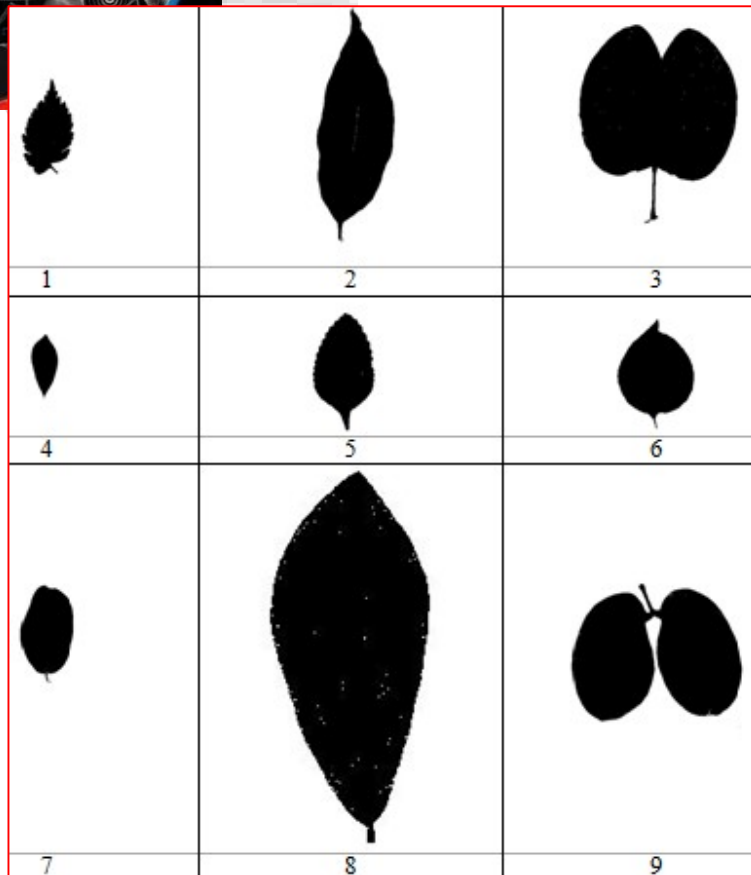
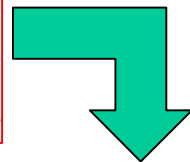




Representation & Description

Metodologia típica

Após a extração de diversos descritores, é possível utilizá-los em um classificador, como o classificador bayesiano ou uma rede neural, que usam valores numéricos como entradas



classe	area	perimetro	Descritor1	Descritor2	Descritor3	Descritor4	Descritor5	Descritor6	Descritor7	Descritor8	Descritor9
1	-0.57923	-0.080437	-0.45411	-0.62778	-0.20867	-0.11451	-0.61063	-0.59077	-0.0036343	0.061555	-0.76923
1	-0.41349	0.13211	-0.14118	-0.36916	-0.17063	-0.095285	-0.031013	-0.34875	0.28004	-0.35196	-0.016476
1	-0.28771	0.39021	-0.46211	-0.039138	0.35166	-0.079394	-0.21562	-0.21018	0.82859	-0.01619	0.62636

Momento1	Momento2	Momento3	Momento4	Momento5	Momento6	Momento7
-0.59061	-0.37346	-0.32627	-0.34197	-0.1961	-0.27141	0.20519
-0.48808	-0.40318	-0.32846	-0.33577	-0.19609	-0.27133	0.20491
0.0209	-0.12817	-0.2087	-0.22347	-0.19253	-0.23599	0.20104

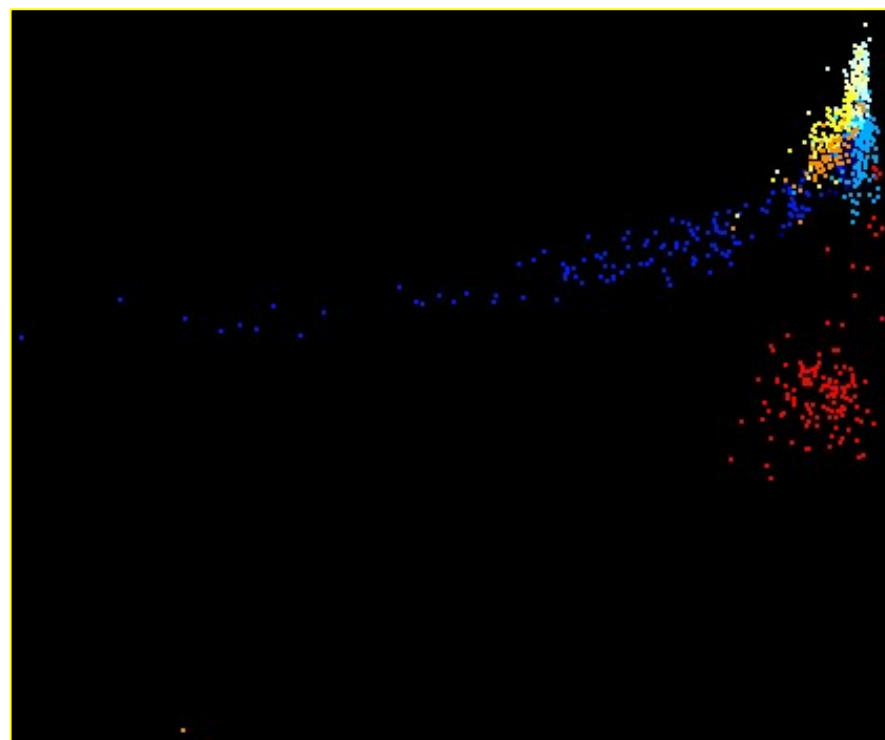
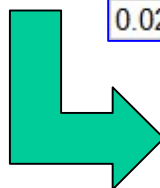


Representation & Description

Metodologia típica

classe	area	perimetro	Descritor1	Descritor2	Descritor3	Descritor4	Descritor5	Descritor6	Descritor7	Descritor8	Descritor9
1	-0.57923	-0.080437	-0.45411	-0.62778	-0.20867	-0.11451	-0.61063	-0.59077	-0.0036343	0.061555	-0.76923
1	-0.41349	0.13211	-0.14118	-0.36916	-0.17063	-0.095285	-0.031013	-0.34875	0.28004	-0.35196	-0.016476
1	-0.28771	0.39021	-0.46211	-0.039138	0.35166	-0.079394	-0.21562	-0.21018	0.82859	-0.01619	0.62636

Momento1	Momento2	Momento3	Momento4	Momento5	Momento6	Momento7
-0.59061	-0.37346	-0.32627	-0.34197	-0.1961	-0.27141	0.20519
-0.48808	-0.40318	-0.32846	-0.33577	-0.19609	-0.27133	0.20491
0.0209	-0.12817	-0.2087	-0.22347	-0.19253	-0.23599	0.20104





Representation & Description

Metodologia típica

O uso de bibliotecas como o OPENCV tem facilitado bastante a extração de descritores de imagens, pois apresenta as seguintes vantagens:

- Algoritmos já prontos para uso (leitura da imagem, conversão para cinza e binário, diversos filtros, extração de descritores como momentos de Hu, Fourier, etc.)
- Algoritmos testados e funcionais
- Algoritmos otimizados para uma alta velocidade de processamento, por exemplo usando CUDA em GPUs



Representation & Description

Abordagens Alternativas

Atualmente, tem crescido o uso das Redes Neurais Convolucionais (CNN), que embutem em seu processamento, a determinação de descritores das imagens

Nesta abordagem, as imagens são processadas diretamente pelas redes neurais



Trabalho Prático

Representation & Description

Implementar o afinamento de objetos, para a obtenção de Esqueletos de imagens binárias usando o algoritmo de Zhang e Suen



Usar a imagem teste.bmp para demonstrar

observe que esta imagem tem objeto branco e fundo preto

A algoritmo deve ser aplicado apenas nos pontos de borda, entretanto, pode ser aplicado em todos os pontos da imagem, gerando um processamento maior

o resultado obtido com este algoritmo será comparado com o resultado obtido pela operação de erosão, visto na próxima aula