



LFTC - Aula 05

AFND: com e sem movimentos
vazios

Celso Olivete Júnior

celso.olivete@unesp.br



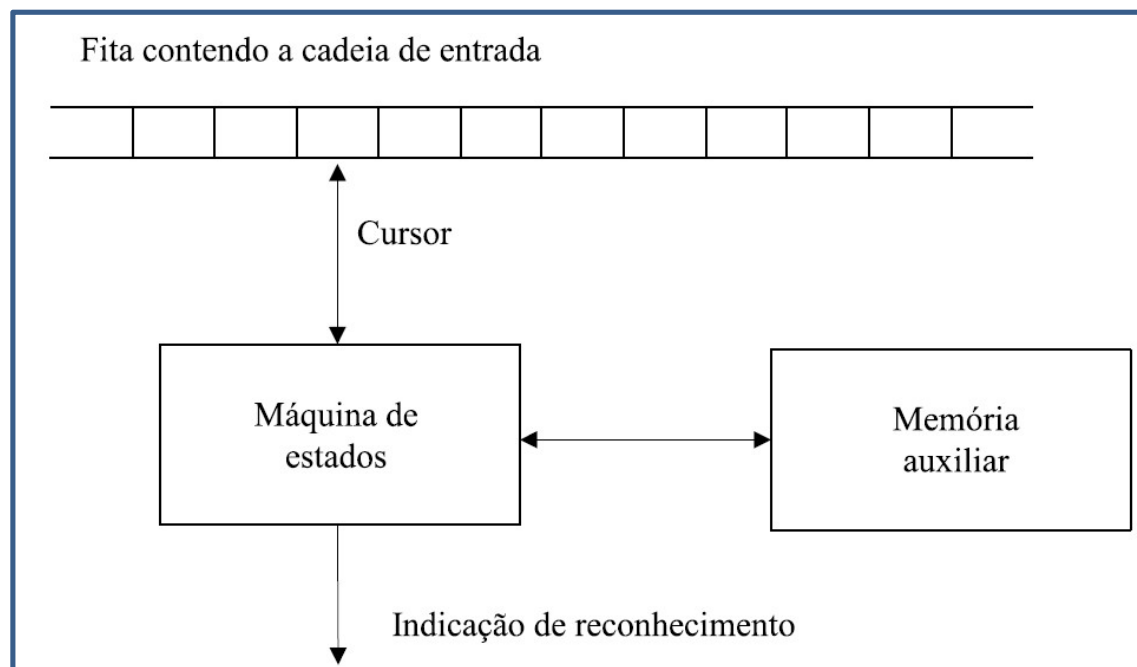
Na aula passada...

- Reconhecedores genéricos
- Autômatos finitos determinísticos



Na aula passada...

- Estrutura de um reconhecedor genérico





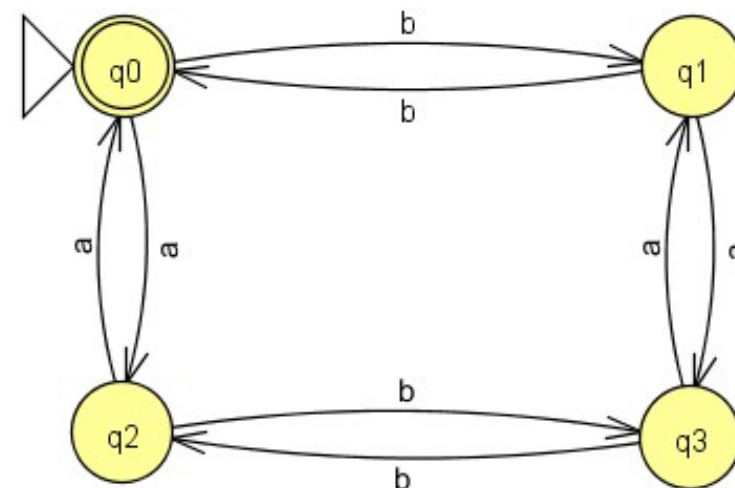
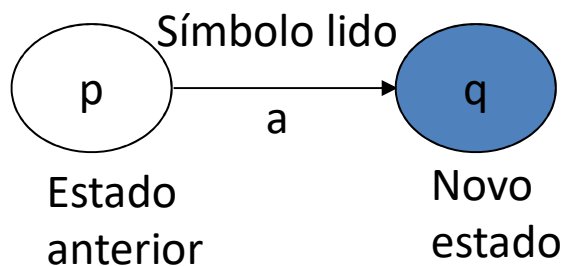
Na aula passada...

- Reconhecedor autômato finito- particularidades:

1. Inexistência de memória auxiliar;
2. Utilização do cursor da fita de entrada apenas para leitura de símbolos, não havendo operações de escrita sobre a fita;
3. Movimentação do cursor de leitura em apenas um sentido, da esquerda para a direita;
4. A fita de entrada possui comprimento limitado, suficiente apenas para acomodar a cadeia a ser analisada

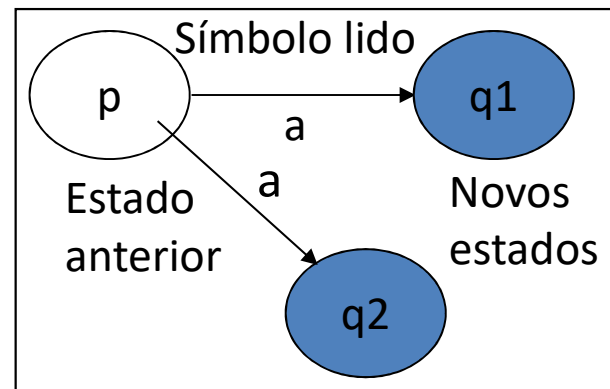
Na aula passada...

- Autômato finito determinístico
 - Para cada entrada (símbolo) existe **um e somente um estado** ao qual o autômato pode transitar **a partir de seu estado atual e do símbolo lido**



Na aula de hoje...

- Autômato finito não-determinístico com e sem movimentos vazios
 - O autômato tem o poder de estar em **vários estados ao mesmo tempo**



No estado **p** ao ler o símbolo **a** assume **q1** e **q2** como novos estados atuais



AFND: aceitação e rejeição

- Diz-se que um autômato finito não-determinístico **aceita** uma cadeia de entrada quando houver alguma sequência de movimentos que o leve da configuração inicial para uma configuração final.
- Diferentemente do autômato finito determinístico, em que essa sequência, se existir, é única para cada cadeia de entrada, no caso do **autômato finito não-determinístico é possível que exista mais de uma sequência que satisfaça a essa condição para uma dada cadeia de entrada.**
- Sempre que o **AFND** se deparar com mais de uma possibilidade de movimentação, **é feita a escolha (arbitrária)** de uma das alternativas; em caso de insucesso no reconhecimento, deve-se **considerar sucessivamente cada uma das demais alternativas ainda não consideradas**, até o seu esgotamento; persistindo o insucesso, e esgotadas as alternativas, diz-se que o autômato **rejeita** a cadeia.

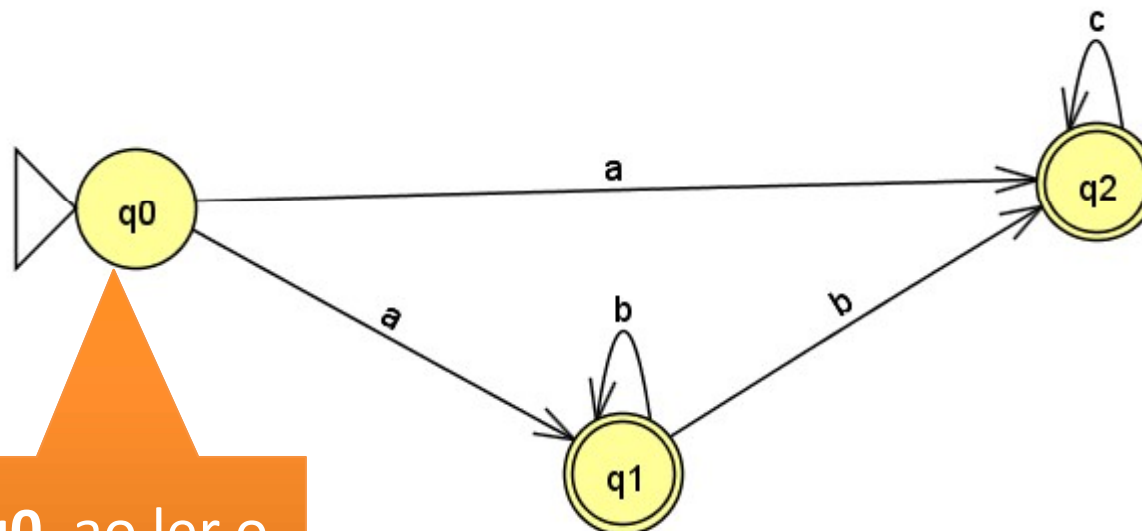


Aceitação e rejeição de cadeias em AF's

	Dada uma cadeia de entrada, ele:		Aceita a cadeia de entrada se:	Rejeita a cadeia de entrada se:
AFD	Executa uma única sequência de movimentos.		Parar em uma configuração final.	Parar em uma configuração não-final.
AFND	Pode executar várias sequências distintas de movimentos.		Parar em uma configuração final.	Parar sem conseguir atingir nenhuma configuração final.

Exemplo de AFND

- Reconhece a linguagem ab^*c^*



No estado q_0 , ao ler o símbolo a , o autômato vai para os estados q_1 e q_2



AFD *versus* AFND

- os autômatos finitos não-determinísticos, em certos casos, podem mostrar-se mais simples de serem analisados do que as correspondentes versões determinísticas

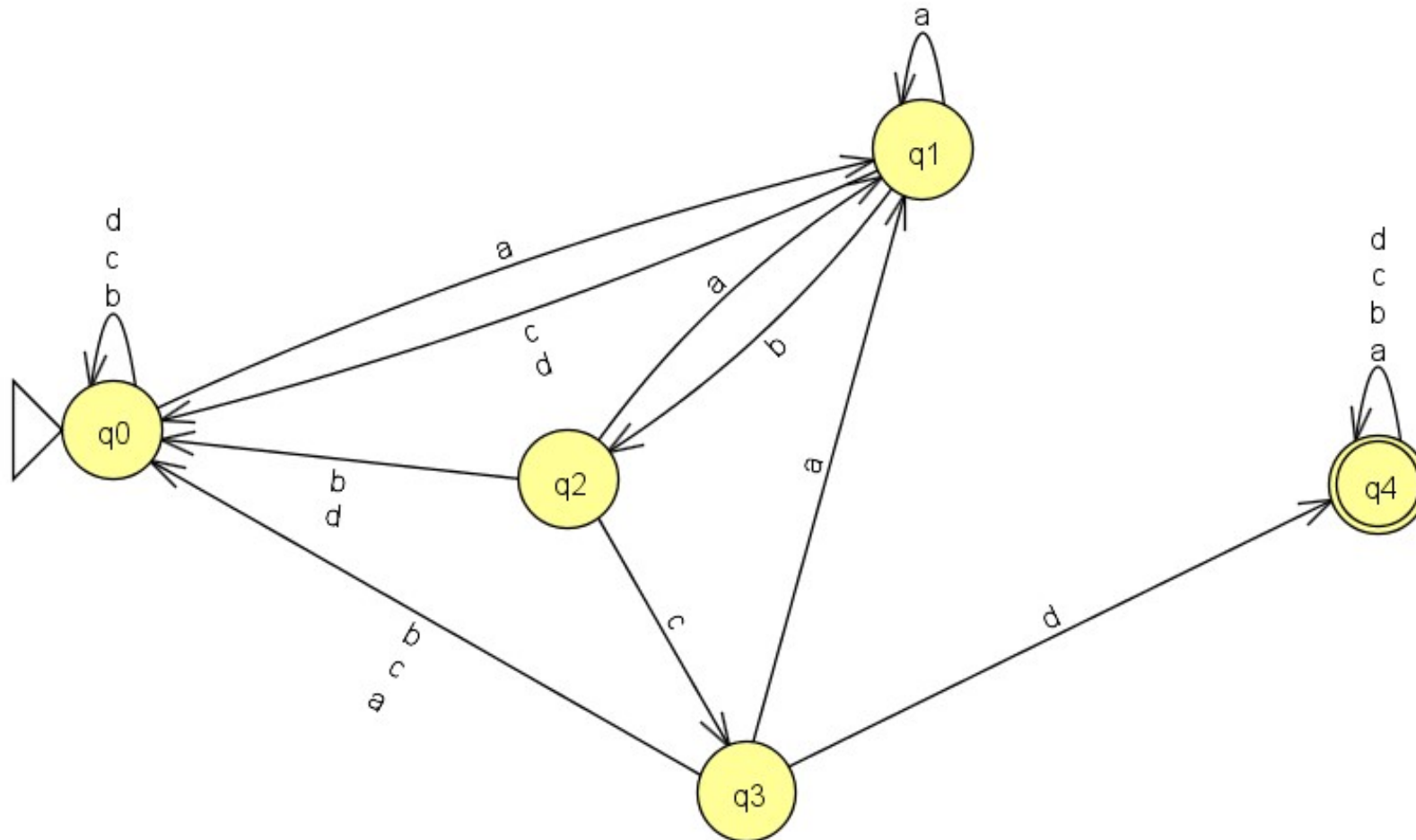


EXEMPLO



AFD versus AFND

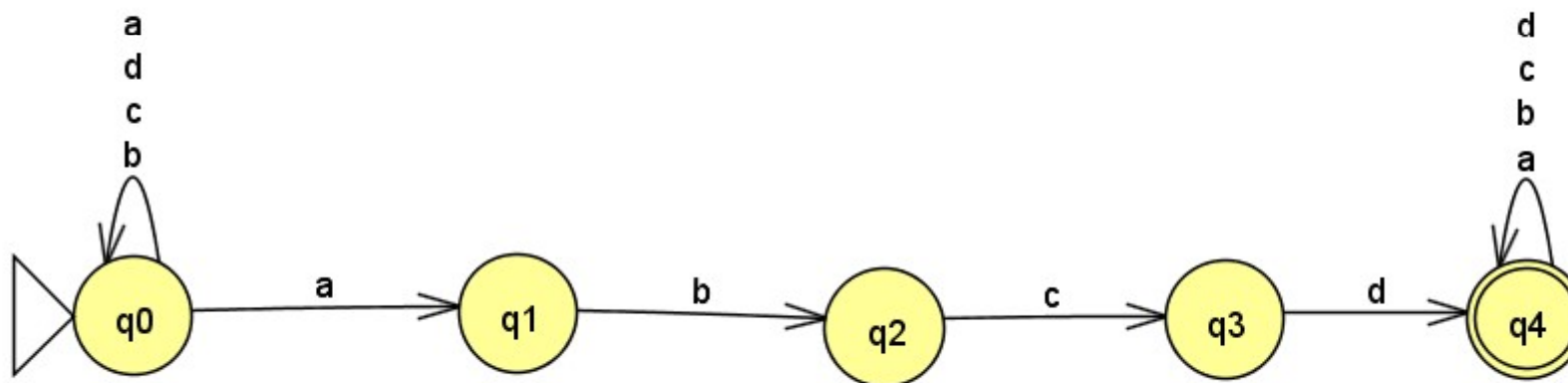
- AFD: Reconhece a linguagem $(a|b|c|d)^*abcd(a|b|c|d)^*$



AFD versus AFND

- AFND: Reconhece a mesma linguagem

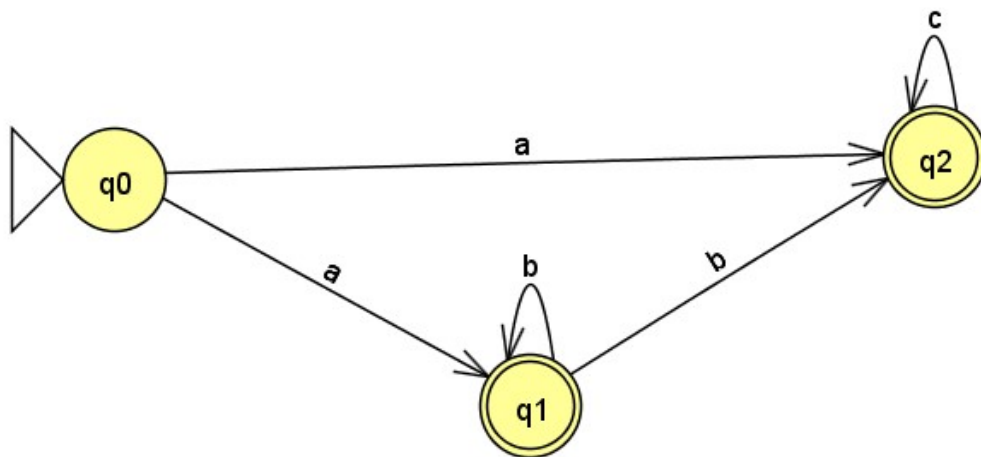
$(a|b|c|d)^*abcd(a|b|c|d)^*$



Mais simples de
ser analisado

AFND: notação tabular (tabela de transição)

- Cada **linha** da tabela **representa** um **estado** distinto q do autômato, e cada **coluna** é associada a um **elemento** distinto de seu **alfabeto** Σ de entrada. As células correspondentes à intersecção de cada linha com cada coluna são preenchidas com o elemento (conjunto) determinado pela função de transição



notação tabular

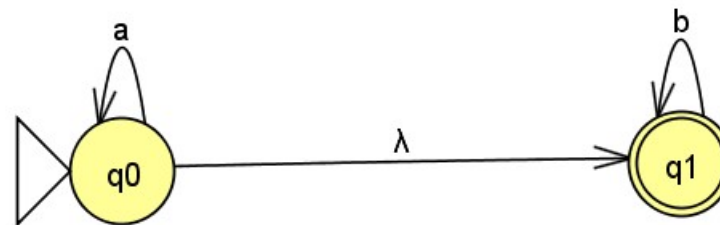
δ	a	b	c
$\rightarrow q0$	{q1,q2}	\emptyset	\emptyset
$*q1$	\emptyset	{q1,q2}	\emptyset
$*q2$	\emptyset	\emptyset	{q2}



**AFND com movimentos vazios (transições
em vazio) \rightarrow AFND ϵ**

AFND com **movimentos vazios** (transições em vazio) \rightarrow AFND ϵ

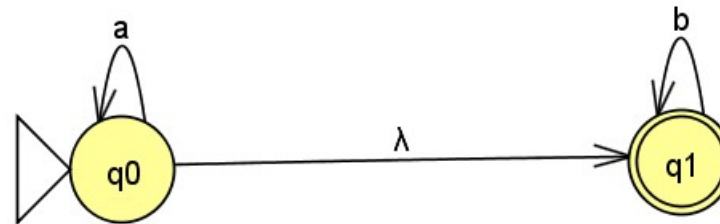
- AFND que apresentam **transições em vazio** são aqueles que admitem transições de um estado para outro com ϵ ou λ , além das transições normais, que utilizam os símbolos do alfabeto de entrada.



- Transições em vazio são executadas sem que seja necessário consultar o símbolo corrente da fita de entrada, e sua execução nem sequer causa o deslocamento do cursor de leitura.

AFND ϵ

- Quando um autômato **transita em vazio**, isso significa que ele **muda de estado sem consultar a cadeia de entrada**.

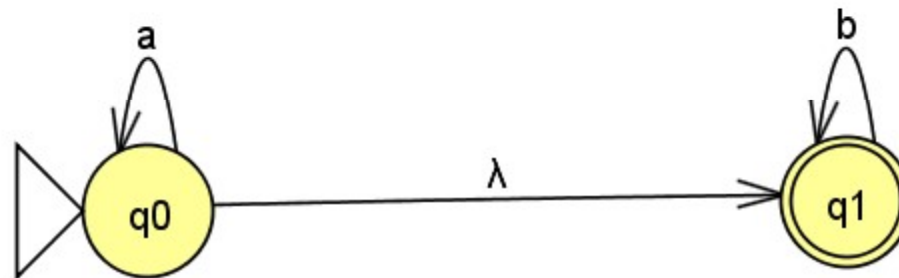


- Sempre que ocorrer a simultaneidade entre alguma transição em vazio e outras transições (vazias ou não) com origem em um mesmo estado, isso acarreta a necessidade de uma escolha arbitrária da transição a ser aplicada na respectiva configuração, e isso, por sua vez, **caracteriza a manifestação de um não-determinismo**.



AFND ϵ

- Reconhece a cadeia a^*b^*



- Simule para a entrada ab

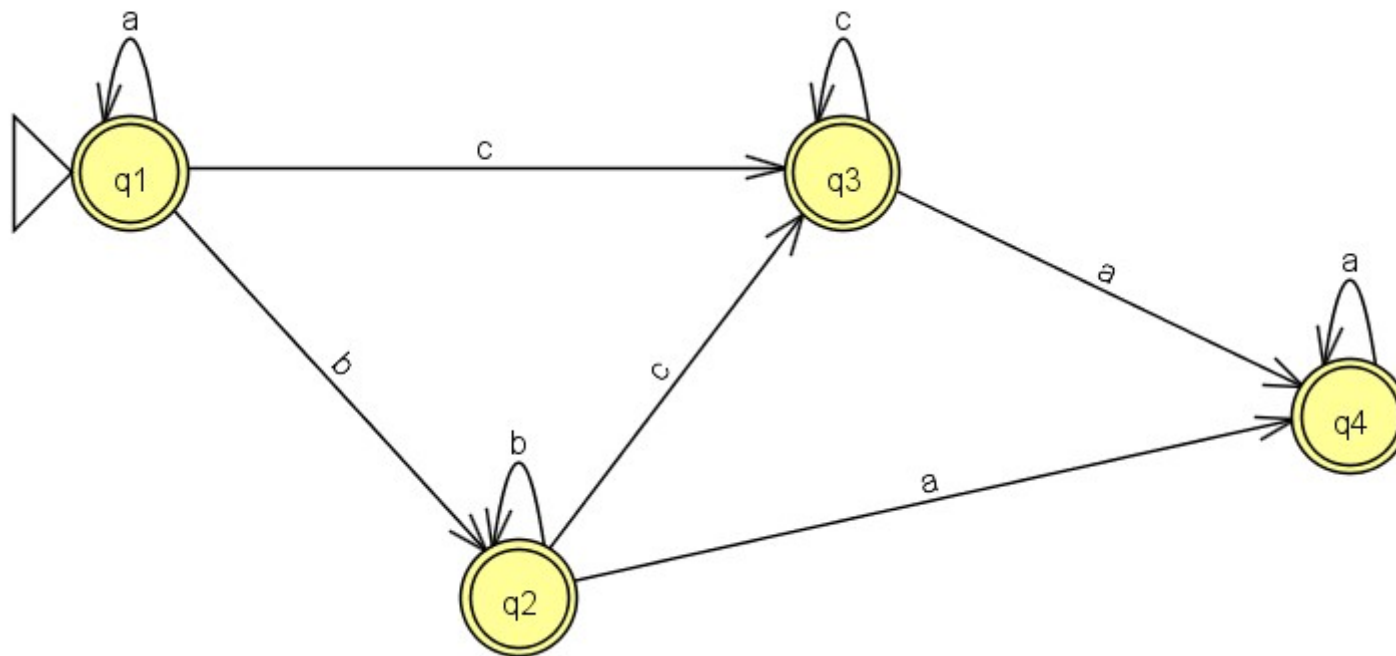


Uso de transições em vazio

- Assim como ocorre no caso dos AFD's e AFND's, alguns $AFND\epsilon$ se mostram mais simples de serem analisados do que as correspondentes versões isentas de transições em vazio.

AF que reconhece a linguagem $a^*b^*c^*a^*$.

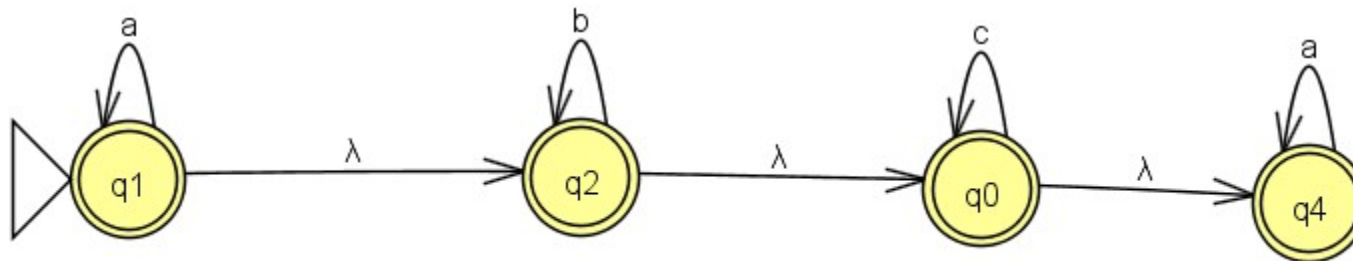
- sem movimento vazio





AF que reconhece a linguagem $a^*b^*c^*a^*$.

- com movimento vazio





AF com e sem movimento vazio - Linguagem

- Todo autômato com transições em vazio gera uma linguagem que é aceita por algum autômato finito que não contém transições em vazio

Eliminação de transições em vazio



Eliminação de transições em vazio

- Algoritmo: *"Obtenção de um autômato finito N , sem transições em vazio, a partir de um autômato finito M , com transições em vazio."*
- Entrada: um autômato finito com transições em vazio M ;
- Saída: um autômato finito sem transições em vazio N , tal que $L(N) = L(M)$;
- Método:



1. Eliminação das transições em vazio

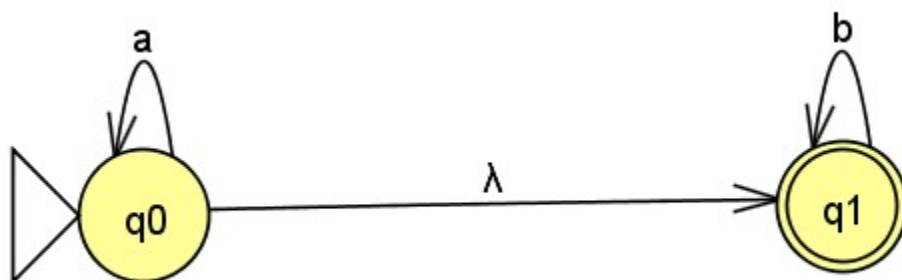
- Considere-se um estado qualquer $q_i \in Q$. Se houver uma transição em vazio de q_i para q_j , deve-se eliminá-la, copiando-se para a linha que representa o estado q_i todas as transições que partem dos estados q_j para os quais é feita a transição em vazio.
- Esse procedimento corresponde, em notação tabular, à realização de uma fusão ("merge") entre a linha do estado q_i que contém a transição em vazio para o estado-destino q_j e a própria linha do estado q_j , armazenando-se o resultado novamente na linha correspondente ao estado q_i .
- Havendo mais de uma transição em vazio indicadas, deve-se repetir cumulativamente o procedimento para todas elas.
- Se $\delta(q_i, \lambda) \in F$, então $F' \leftarrow F' \cup \{q_i\}$, sendo que inicialmente $F' \leftarrow F$.



2. Iteração

- Repetir o passo anterior para os demais estados do autômato, até que todos eles tenham sido considerados (ou seja, até que a última linha tenha sido atingida).
- Nos casos em que houver transições em vazio para estados que por sua vez também transitam em vazio para outros estados, será necessário iterar o procedimento várias vezes sobre a tabela, até que todas as transições em vazio tenham sido eliminadas.

Exemplo: eliminação da transição em vazio



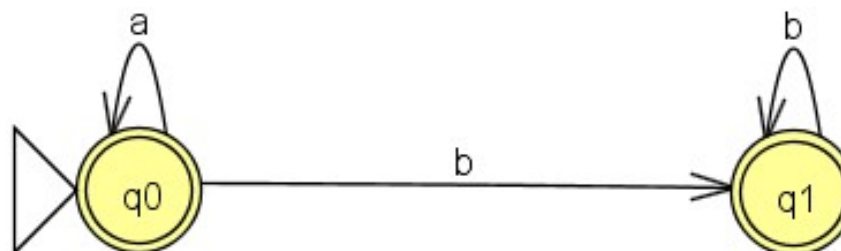
notação tabular

δ	a	b	λ
$\rightarrow q0$	{q0,q1}	{q1}	{q1}
*q1		{q1}	

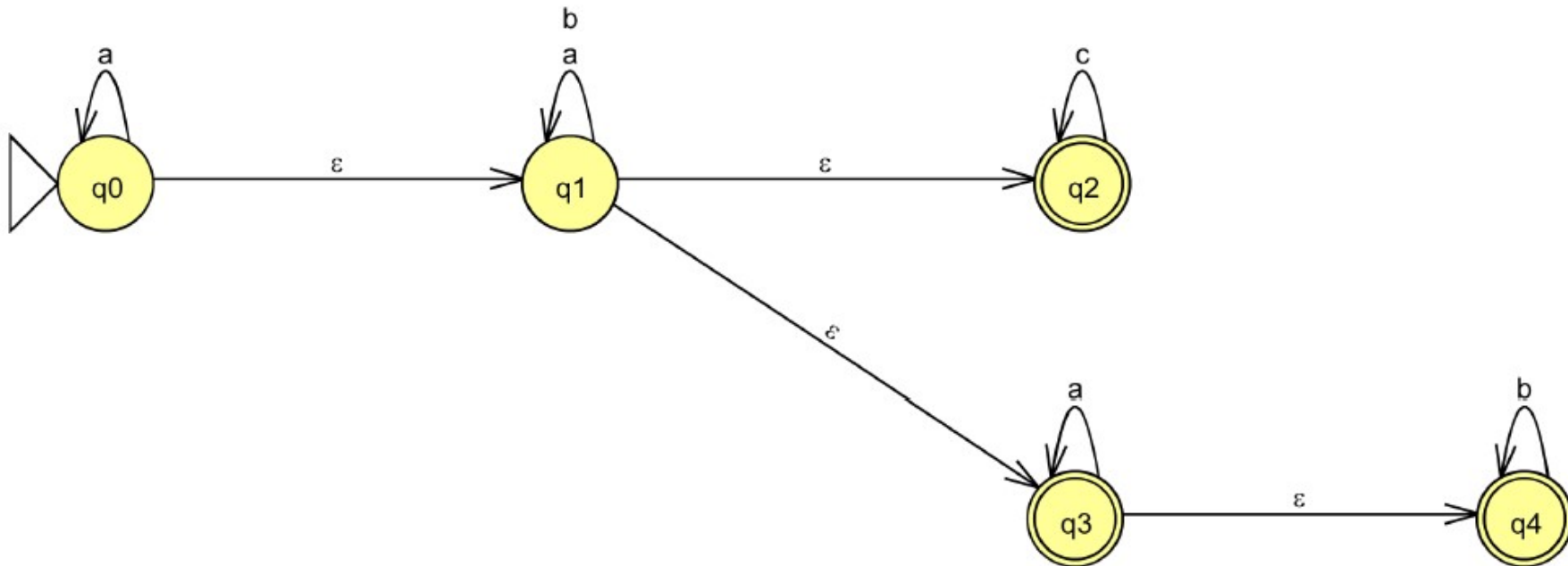
Como há uma transição em vazio de $q0$ para $q1$, deve-se copiar as transições de $q1$ para $q0$ ($\delta(q1,b)$ apenas, neste caso) e, além disso, considerar $q0$ como estado final, uma vez que $q1$ é estado final. Abaixo, a tabela e o AF sem movimento vazio.

notação tabular

δ	a	b
$\rightarrow^* q0$	{q0}	{q1}
*q1		{q1}



Exercício: Obter um AF sem movimento vazio





Exercícios

1. Construir 2 AFND's usando diagrama de transições (1 com movimento vazio e 1 sem movimento vazio), 1 ER e 1 GR que reconheça cada uma das as linguagens sobre o alfabeto $\{a,b\}$ e cujas sentenças estão descritas a seguir.

<ul style="list-style-type: none">a. Começam com aa;b. Não começam com aa;c. Terminam com bbb;d. Não terminam com bbb;e. Contém a subcadeia aabbb;f. Possuem comprimento maior ou igual a 3;g. Possuem comprimento menor ou igual a 3;	<ul style="list-style-type: none">h. Possuem comprimento diferente de 3;i. Possuem comprimento par;j. Possuem comprimento ímpar;k. Possuem comprimento múltiplo de 4;l. Possuem quantidade par de símbolos a;m. Possuem quantidade ímpar de símbolos b.
--	--

2. Escolha três sentenças qualquer e aplique o algoritmo de conversão de AFND $_{\epsilon}$ para AFND
3. Escolha três sentenças (exceto a e b) e construa o AFND (com ou sem ϵ) na forma de tabela de transições



Exercícios: Construa AFND's com ou sem movimentos vazios para as linguagens abaixo. Para os que apresentarem movimentos vazios, aplique o algoritmo de eliminação de movimentos vazios.

L_1 = Aceita cadeias $\in \{1,2\}^*$ tal que o último símbolo na cadeia tenha aparecido anteriormente. Em seguida, construa a Tabela de Transição de Estados e a Função de Transição de Estados

L_2 = Aceita cadeias $\in \{1,2,3\}^*$ tal que o último símbolo na cadeia tenha aparecido anteriormente. Por exemplo, 121 é aceita; 31312 não é aceita. Em seguida, construa a Tabela de Transição de Estados e a Função de Transição de Estados

$L_3 = \{ w \mid w \in \{a,b,c\}^*, aa \text{ ou } bb \text{ é subpalavra e } cccc \text{ é sufixo de } w \}$

$L_4 = \{ w \mid w \in \{a,b\}^* \text{ e o quarto símbolo da direita para a esquerda de } w \text{ é } a \}$

$L_5 = \{ w_1 w_2 w_1 \mid w_1, w_2 \in \{0,1\}^* \text{ e } |w_1|=2 \}$



L6 - o conjunto de strings sobre o alfabeto $\{0,1,\dots,9\}$ tal que o dígito final não tenha aparecido antes

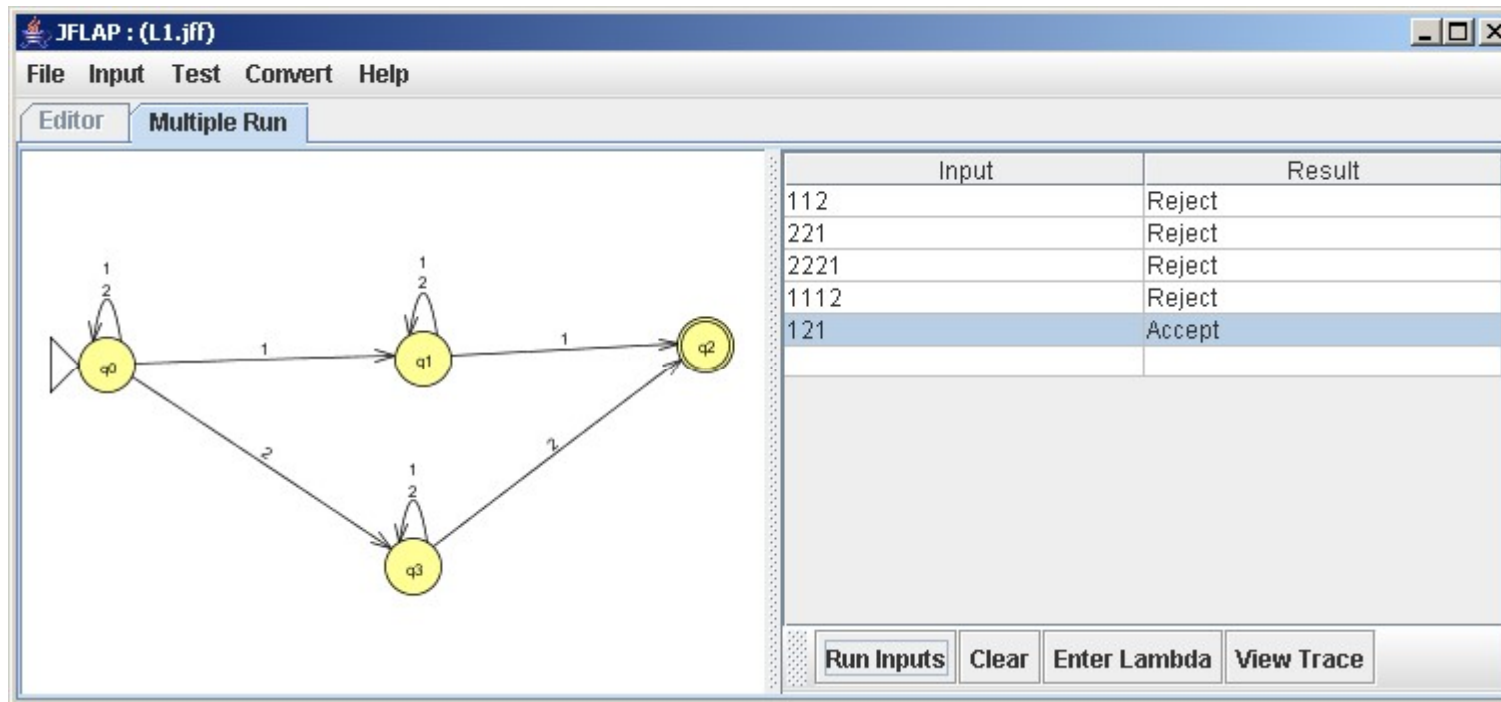
L7 - o conjunto de strings de 0's e 1's tais que não existam dois 0's separados por um número de posições que seja múltiplo de 4. Observe que 0 é um múltiplo permitido de 4.

L8 - Defina um AFND que tenha no máximo cinco estados e cuja linguagem seja o conjunto das sequências de x's, y's e z's do tipo $\alpha z \beta$ ou $\gamma x \beta$ onde $\alpha \beta \gamma \in \{x,y,z\}^*$, α é não vazia e não contém y's, β é não vazia e não contém z's e γ tem pelo menos um y e não contém z's.

- Verifique se a sequência xzx pertence a L8.

Possível resposta

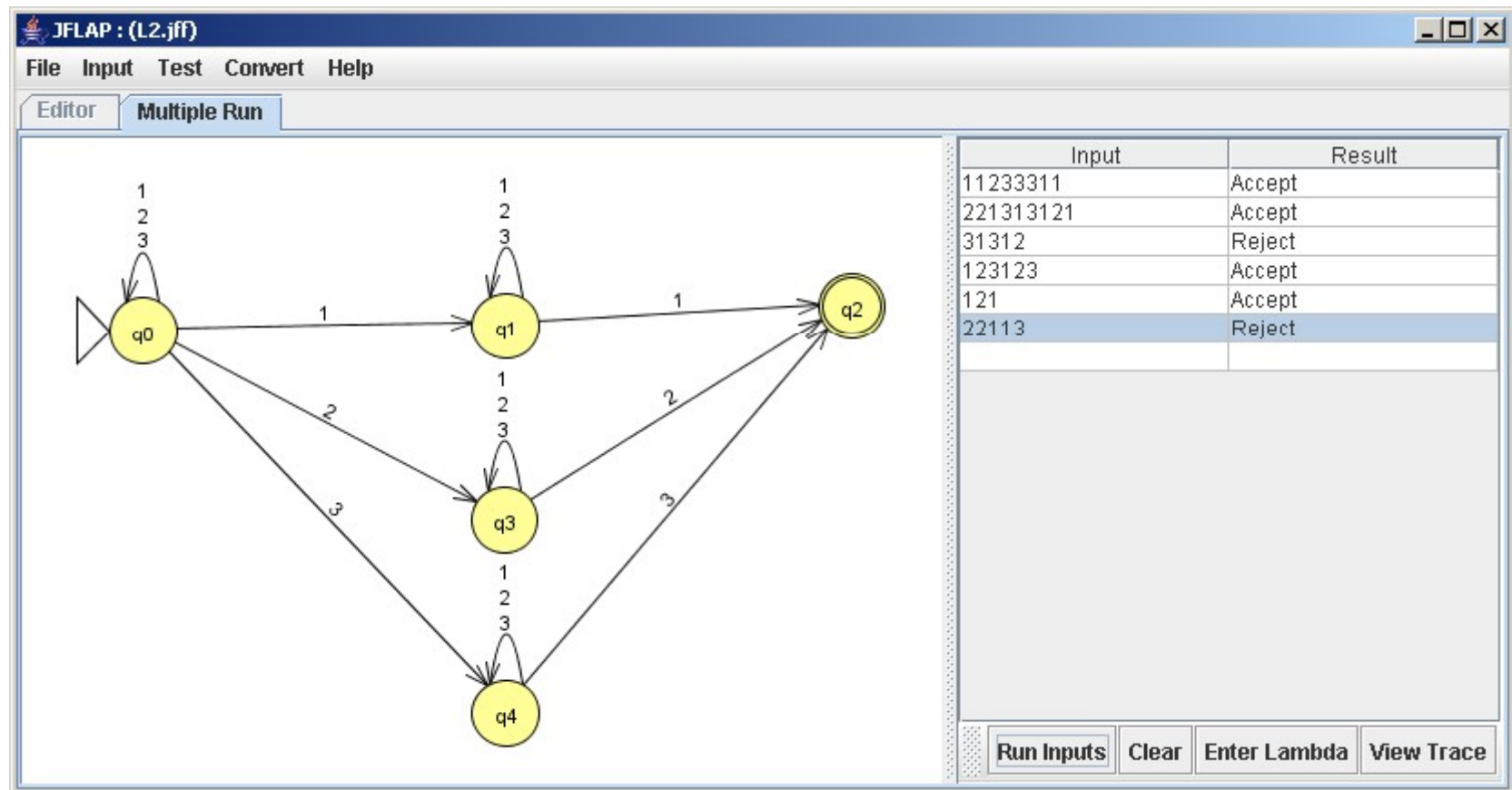
- L1



$$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{1, 2\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

Possível resposta

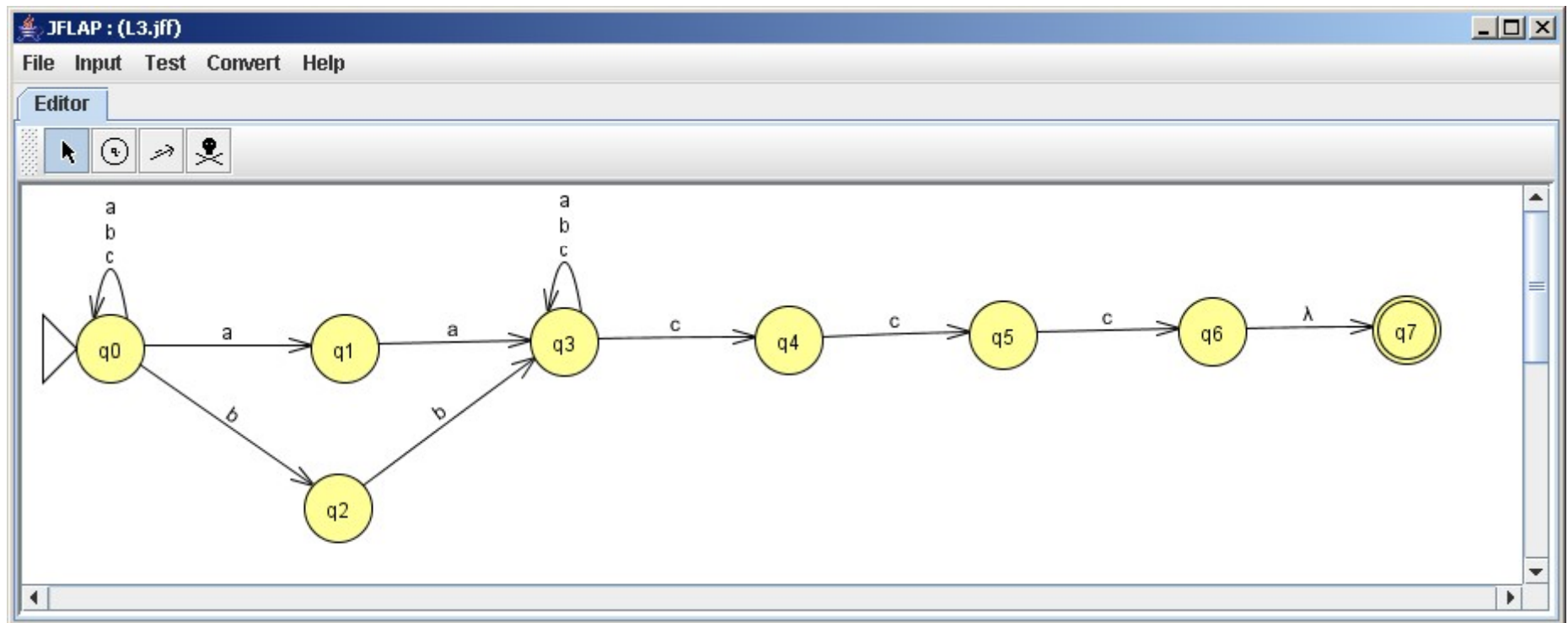
- L2



$$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{1, 2, 3\}, \delta, q_0, \{q_2\})$$

Possível resposta

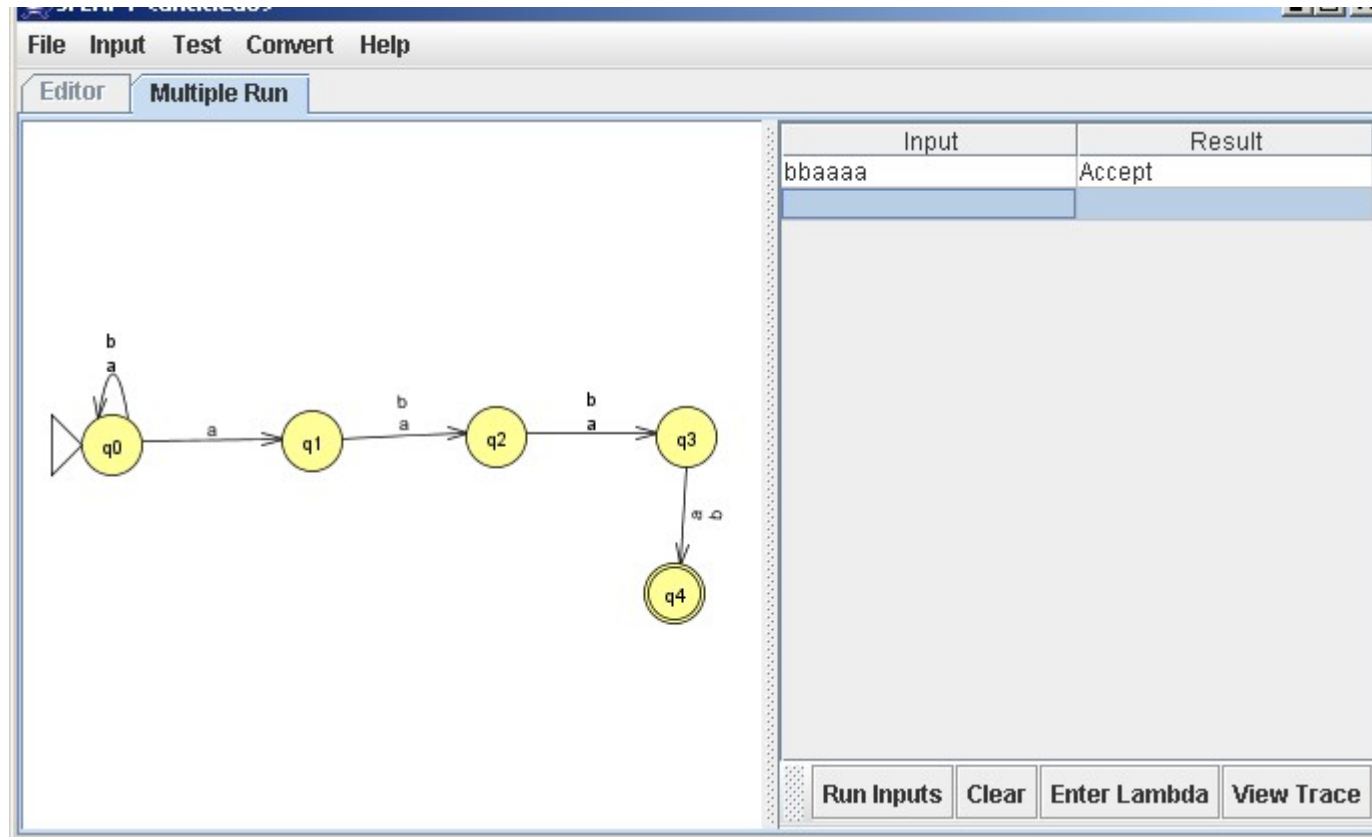
- L3



$$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_7\})$$

Possível resposta

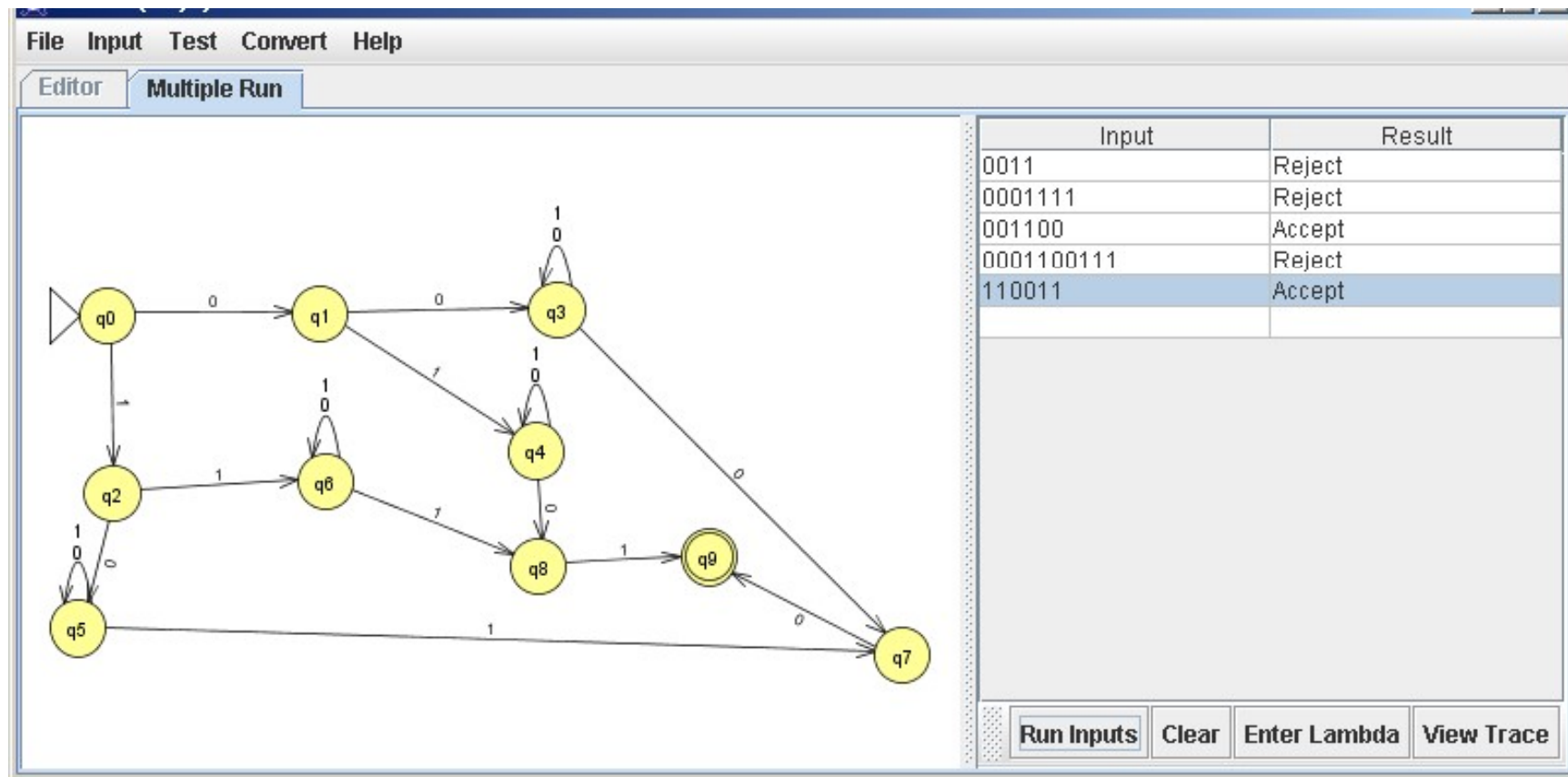
- L4



$$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_4\})$$

Possível resposta

- L5



$$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_9\})$$