Курсовая работа по дисциплине

Теория принятия решений

Вводное занятие 1

Пономарев Андрей Васильевич

Организационное

- Много информации, имеющей отношение к курсовой:
  - **http://avponomarev.bitbucket.io** (далее просто Сайт),
  - **http://a-v-ponomarev.github.io**
- Три задачи – как правило, две ЛП, одна ДП
  - Найти решение задачи оптимизации
  - Ответить на вопросы по заданию
- Варианты индивидуальных заданий
  - Сами задания лежат на Сайте
  - Для назначения вариантов необходимо **отправить мне на почту списки групп**
- Отчетность
  - Отчет
    - Формализация – решение – интерпретация – ответы на доп. вопросы
    - Требования по содержанию и оформлению (и шаблон) – на Сайте
  - Защита
    - Могу попросить изменить какое-нибудь условие, что-то добавить и т.п.

Организационное. Режим

- Лекции – Николай Алексеевич
- Курсовая – Андрей Васильевич (то есть, я)

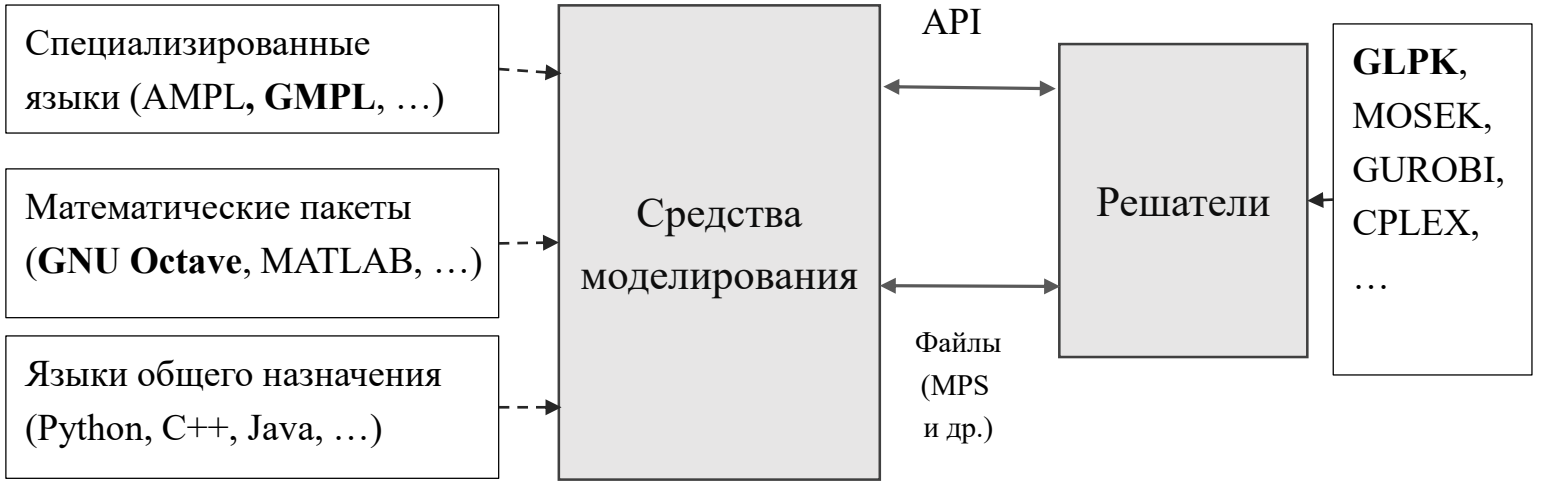
- Фазы нашего взаимодействия:
  1. Введение (~до середины ноября)
     - Я рассказываю о том, как предполагается решать задачи
  2. Развитие
     - Консультации, прием
  3. Прием (последнее занятие)

Программное обеспечение

- Инструменты:
  - Рекомендуемый инструмент: Python (Jupyter, CVXOPT, seaborn, pandas etc.)
  - Возможно (legacy mode):
    - Для задачи динамического программирования - Octave/C++/Python/Java
    - Для линейного программирования – Octave (glpk) или GLPK (через GUSEK)
- Почему это так?
  - Вы решали задачи линейного программирования, транспортные задачи, "руками" в соответствующих курсах
  - В рамках курсовой работы будет полезно познакомиться с тем, что представляет собой мир **ПО для оптимизации** и "пощупать" его руками
  - Python. Набирающая популярность инфраструктура для *анализа данных*
    - + язык достаточно широкого назначения (чем выгодно отличается от Octave/R и пр.)

Программное. Пояснения

- В мире оптимизации существует два класса приложений:
  - 1) **программные средства для моделирования** - с их помощью вы на понятном, удобном синтаксисе записываете математическую модель вашей задачи.
  - 2) **солверы**. Они либо встраиваемые (линкуются как библиотеки), либо считывают файлы какого-либо из проприетарных или распространенных форматов (mps).



План

- Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП) (почти как в индивидуальных заданиях)
- Решение ЗЛП в Python
- Решение ЗЛП в GNU Octave
- Решение ЗЛП в GLPK/MathProg

Постановка задачи линейного программирования (почти как в индивидуальных заданиях)

Условие

- Рацион стада крупного рогатого скота включает **пищевые продукты A, B, C, D, E**.
- В сутки одно животное должно съедать **не менее A1 [кг] продукта A, B1 [кг] продукта B, C1 [кг] продукта C, D1 [кг] продукта D, E1 [кг] продукта E**. Однако в чистом виде указанные продукты не производятся.
- Они содержатся в кормовых культурах **К-1, К-2, К-3, К-4**. Известно **процентное содержание** продуктов в **килограмме** кормовой культуры.
- Известны **суточные нормы A1-E1 (в кг)**.
- Определить **максимальное поголовье скота**, которое можно содержать, используя имеющийся запас культур.

Решение

- *Параметры*
  - Будем использовать *i* для индексирования продуктов, *j* – для индексирования культур.
  - Процентное содержание (r_{ij}), *i* in {1..5}, *j* in {1..4}.
  - Суточные нормы продуктов d_i, i in {1..5} [кг].
  - Запас культур s_j [т].
- Переменные
  - *n* – количество животных.
  - x_j in {1..4} – количество культуры j-того типа, которую мы используем в кормовом плане [т].
- Тогда
  - (ЦФ) n -> max
  - $x_1r_{11} + x_2r_{12} + x_3r_{13} + x_4r_{14} >= 0{,}365\ d_1\ n$ - слева количество первого продукта
  - …
  - $x_1 <= s_1$ (согласовать единицы измерения!)

Линейные задачи. Таблица

	X1	**X2**	**X3**	**X4**	**n**	**Неравенство**	**Правая часть**
f	0	0	0	0	1	-	max
y1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	$-0{,}365*d_1$	>=	0
…	…	…	…	…	…	…	…
y6	1	0	0	0	0	<=	s_1
…	…	…	…	…	…	<=	…

Решение задачи ЛП в Python

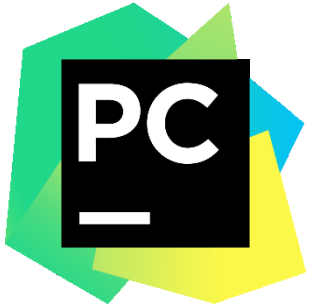
Конфигурирование среды

1. Установить менеджер пакетов, зависимостей и окружений – Conda (Miniconda)
   - Особенно важно для Windows
   - Вариант: весь дистрибутив Anaconda (но это overkill)
2. Сконфигурировать окружение:

```
conda create --name dmt python=3.9
conda activate dmt
conda install jupyter cvxopt seaborn pandas
jupyter notebook
```

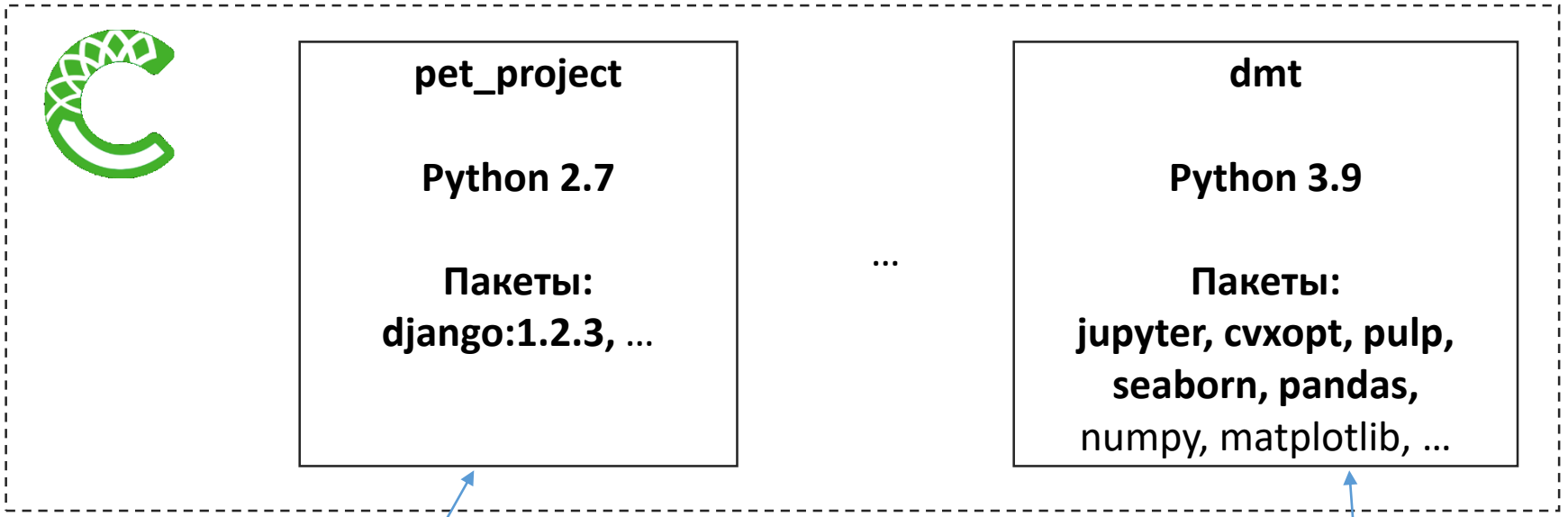
или

- создать проект в своей любимой IDE для Python (Pycharm?) указав, что он должен выполняться в соответствующем окружении



Больше информации на https://conda.io/

Менеджер пакетов, зависимостей и окружений Conda



Anaconda Prompt

```
(base) C:\> activate dmt
(dmt) C:\> jupyter notebook
```

Больше информации на https://conda.io/

Docker

```
$ docker pull jupyter/minimal-notebook
$ docker run -it --rm -p 8888:8888 jupyter/minimal-notebook
```

Внутри контейнера:

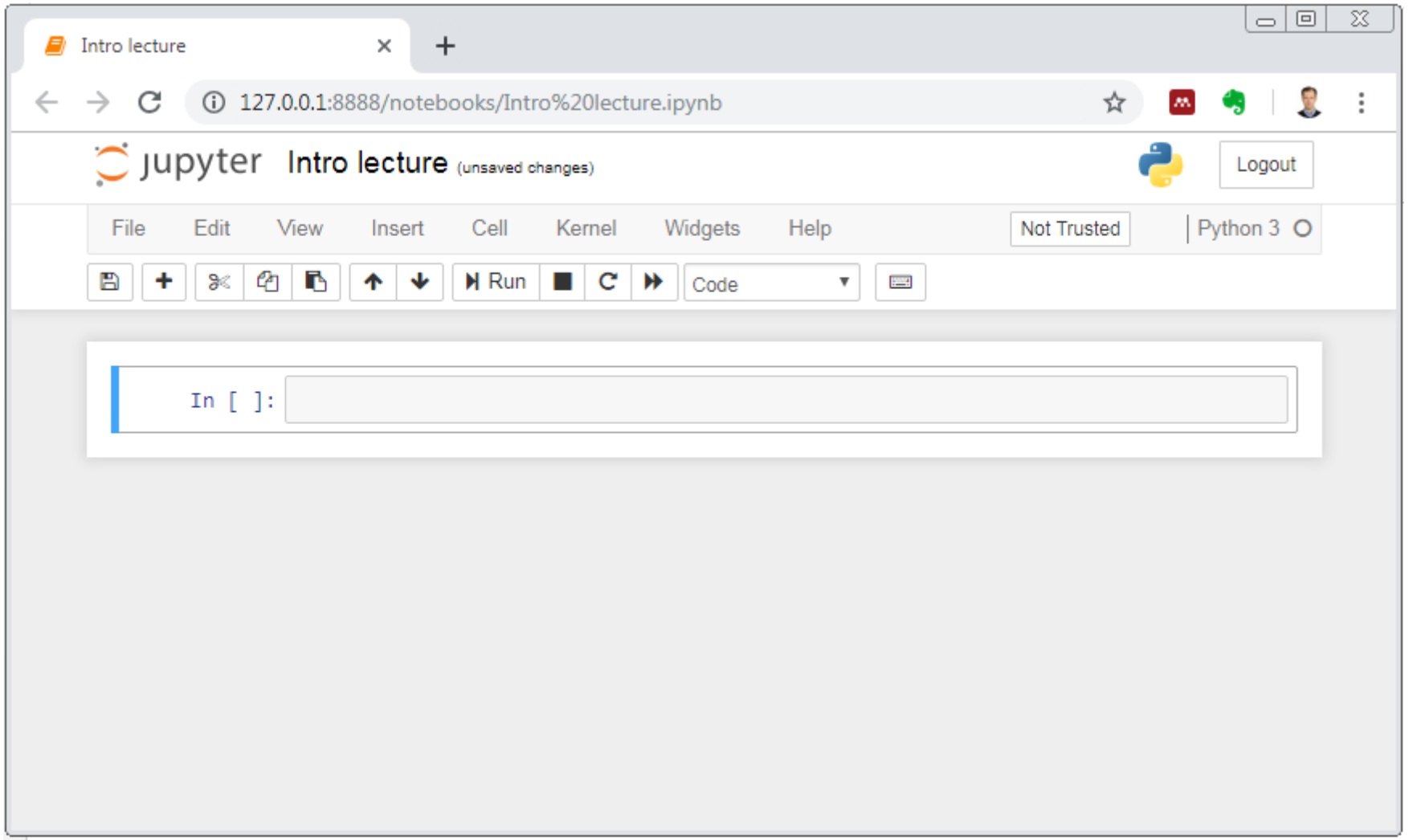
```
$ conda install cvxopt pulp seaborn pandas
```

Google Colaboratory

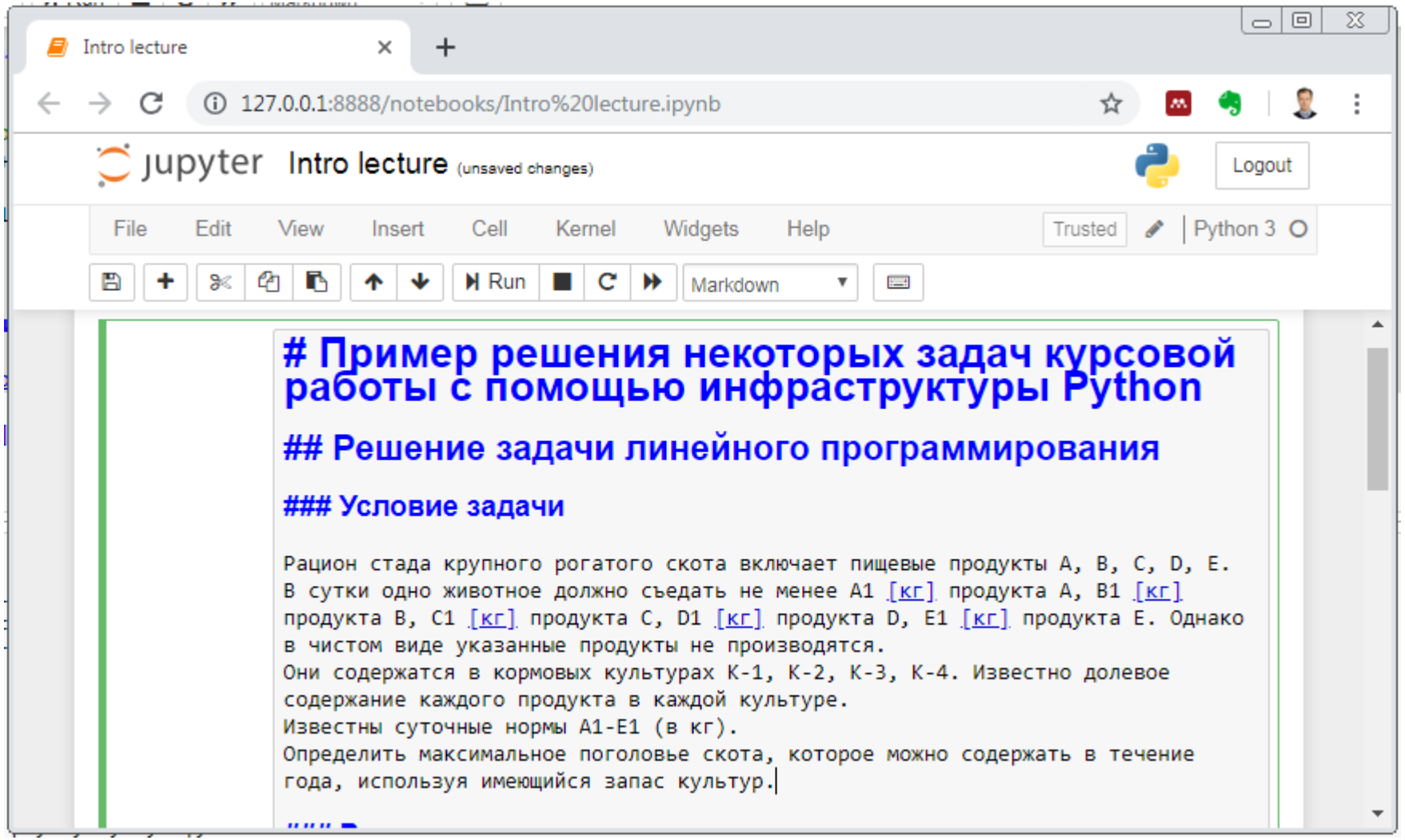
Некоторые библиотеки Python для решения задач ЛП

Библиотека	Матричный интерфейс	Моделирование	MILP	Анализ чувствительности	Пакет conda	Внешние солверы
CVXOPT	**+**	**+/-**	**+**	**+**	**+**	**+**
PuLP	**-**	**+**	**+**	**-**	**+**	**+**
scipy.optimize.linprog	+	-	-	-	+	-
Pyomo	-	+	+	?	+	?

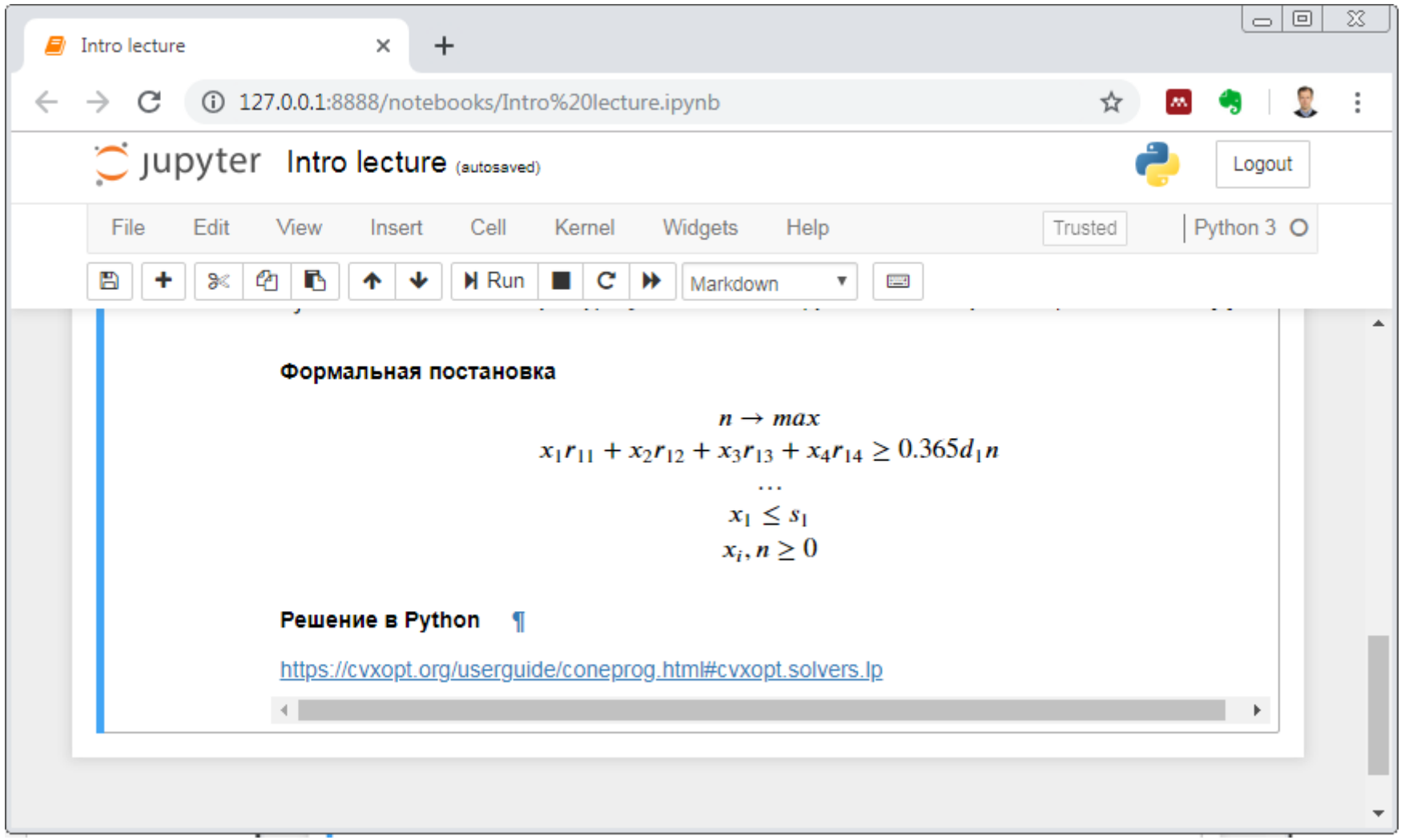
Использование Jupyter



Использование Jupyter



Использование Jupyter



Использование CVXOPT

`cvxopt.solvers.lp(`*c*, *G*, *h*[, *A*, *b*[, *solver*[, *primalstart*[, *dualstart*]]]]`)`

$$\begin{array}{ll} \textbf{minimize} & c^T x \\ \textbf{subject to} & Gx + s = h \\ & Ax = b \\ & s \succeq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \textbf{maximize} & -h^T z - b^T y \\ \textbf{subject to} & G^T z + A^T y + c = 0 \\ & z \succeq 0. \end{array}$$

Таким образом:

c – коэффициенты переменных в целевой функции;
G – коэффициенты переменных в ограничениях-неравенствах (<=);
h – правые части ограничений-неравенств (<=);
A – коэффициенты переменных в ограничениях-равенствах;
b – правые части ограничений-равенств.

Использование CVXOPT: заполнение матриц

	x1	x2	x3	x4	n	Неравенство	Пр. часть
c	0	0	0	0	1	-	max (-1)
y1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	R_{14}	$-0{,}365*d_1$	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…
y6	1	0	0	0	0	<=	s_1
…	…	…	…	…	…	…	…
y10	1	0	0	0	0	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…

!

Использование CVXOPT: заполнение матриц

c – коэффициенты переменных в целевой функции

	x1	**x2**	**x3**	**x4**	**n**	**Неравенство**	**Пр. часть**
c	0	0	0	0	1	-	max (-1)
y1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	R_{14}	-0,365*d_1	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…
y6	1	0	0	0	0	<=	s_1
…	…	…	…	…	…	…	…
y10	1	0	0	0	0	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…

Использование CVXOPT: заполнение матриц

G – коэффициенты переменных в ограничениях-неравенствах

	x1	x2	x3	x4	n	Неравенство	Пр. часть
c	0	0	0	0	1	-	max (-1)
y1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	R_{14}	$-0{,}365*d_1$	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…
y6	1	0	0	0	0	<=	s_1
…	…	…	…	…	…	…	…
y10	1	0	0	0	0	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…

Использование CVXOPT: заполнение матриц

h – значения правых частей ограничений-неравенств

	x1	**x2**	**x3**	**x4**	**n**	**Неравенство**	**Пр. часть**
c	0	0	0	0	1	-	max (-1)
y1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	R_{14}	-0,365*d_1	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…
y6	1	0	0	0	0	<=	s_1
…	…	…	…	…	…	…	…
y10	1	0	0	0	0	>= (-1)	0
…	…	…	…	…	…	…	…

Пример решения ЗЛП с помощью CVXOPT

```
from cvxopt import matrix, solvers

c = matrix([0, 0, 0, 0, -1], tc='d')
G = matrix([[-0.05,-0.13,    0,    0,  0.365 * 1.5],
            [-0.10,-0.20,-0.10,    0,  0.365 * 1.4],
            [-0.04,-0.06,-0.15,    0,  0.365 * 1.0],
            [   0, -0.10,-0.08,-0.15,  0.365 * 0.8],
            [-0.15,    0,-0.14,-0.10,  0.365 * 0.6],
            [1, 0, 0, 0, 0],
            [0, 1, 0, 0, 0],
            [0, 0, 1, 0, 0],
            [0, 0, 0, 1, 0],
            [-1, 0, 0, 0, 0],
            [ 0,-1, 0, 0, 0],
            [ 0, 0,-1, 0, 0],
            [ 0, 0, 0,-1, 0],
            [ 0, 0, 0, 0,-1],
           ], tc='d')
```

```
h = matrix([0, 0, 0, 0, 0, 5, 6, 7, 8,
                                    0, 0, 0, 0, 0], tc='d')

solution = solvers.lp(c, G.T, h, solver='glpk')
print('Status: ', solution['status'])
print('x = \n', solution['x'])
print('Objective: ', solution['primal objective'])
```

```
Status: optimal
x =
[ 5.00e+00]
[ 6.00e+00]
[ 8.44e-01]
[ 0.00e+00]
[ 1.88e+00]
Objective: -1.881278538812786
```

Решение задачи ЛП в GNU Octave

Пример решения ЗЛП в Octave (1)

- Параметры функции **glpk**:
  - c – вектор-столбец коэффициентов целевой функции;
  - A – матрица с коэффициентами ограничений;
  - b – вектор-столбец со значениями свободных членов;
  - lb – вектор с нижними границами для каждой переменной (0);
  - ub – вектор с верхними границами для каждой переменной, если нет, то бесконечность;
  - ctype – массив символов с типами ограничений:
    - F – свободное ограничение (не ограничение вовсе);
    - U – <= (upper bound)
    - S - =
    - L - >= (lower bound)
    - D - -b <= Ax <= b
  - vartype – строка с типами переменных:
    - C – непрерывная переменная;
    - I – дискретная переменная.
  - sense – 1 – minimization (default), -1 – maximization.
  - param – структура с дополнительными параметрами.
- Возвращает:
  - xopt, fmin, status, extra. Status должен быть 180 – найдено оптимальное решение. Если нет, то нужно анализировать.

Пример решения ЗЛП в Octave (2)

- Возвращает:
  - xopt – значения переменных;
  - fopt – значение целевой функции;
  - errnum – код ошибки:
    - 0 – нет ошибки;
    - 2 – вырожденная матрица коэффициентов;
    - 10 – задача не имеет допустимых решений;
    - 11 – двойственная задача не имеет допустимых решений;
  - extra – дополнительная информация о решении:
    - lambda – теневые цены;
    - costs - приведенные цены;
    - status (5 – оптимальное решение).
- В старых версиях (3.6.x):
  - xopt, fopt, status, extra;
  - Status = 180, если найдено единственное решение.

Нужно совместно анализировать errnum и status!

Пример решения ЗЛП в Octave (3)

	X1 [C]	**X2 [C]**	**X3 [C]**	**X4 [C]**	**n [C]**	**Неравенство**	**b**
c	0	0	0	0	1	-	max (-1)
y1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	-0,365*d_1	>= (L)	0
…	…	…	…	…	…	…	…
y6	1					<= (U)	s_1

Пример решения ЗЛП в Octave (4)

```
1;

c = [0 0 0 0 1]';

A = [0.05 0.13 0    0    -0.365 * 1.5;
     0.10 0.20 0.10 0    -0.365 * 1.4;
     0.04 0.06 0.15 0    -0.365 * 1;
     0    0.10 0.08 0.15 -0.365 * 0.8;
     0.15 0    0.14 0.10 -0.365 * 0.6;
     1  0  0  0 0;
     0  1  0  0 0;
     0  0  1  0 0;
     0  0  0  1 0];
```

```
b = [0 0 0 0 0 5 6 7 8]';

[x_max, z_max, en] = glpk(c, A, b,
   zeros(5, 1),    # lb
   [],             # ub
   "LLLLLUUUU",    # ctype
   "CCCCC",        # vartype
   -1);            # sense

x_max

z_max

en
```

Решение задачи ЛП в GLPK/MathProg

GNU Linear Programming Kit

- GLPK – свободно распространяемый пакет для решения задач ЛП (в том числе, целочисленного ЛП и смешанного ЛП)
- Структура:
  - Библиотека
  - «Обертки» для разных языков
- Язык математического моделирования GMPL (GNU MathProg)
  - Подмножество AMPL

Элементы GMPL

- Модель описывается с помощью объектов следующих видов:
  - Множества
  - Параметры
  - Переменные
  - Ограничения
  - Цели
- Объекты задаются с помощью языковых конструкций (предложений)
  - Декларативные и функциональные
- Разделение модели и данных (разные секции или даже разные файлы)

Пример решения ЗЛП в GLPK (1)

ration.mod

```
set Products;
set Crops;

param r{i in Products, j in Crops} >= 0, <= 1, default 0;
param d{i in Products} >= 0;
param s{j in Crops} >= 0; # Запасы культур

var n >= 0;  # Искомое количество голов скота
var x {j in Crops} >= 0; # Расход культуры [т]

maximize z: n;

# Ограничения
s.t. Ration{i in Products}: sum{j in Crops} r[i, j] * x[j] >= 0.365 * d[i] * n;  # Рацион по i-тому продукту
s.t. Stock{j in Crops}: x[j] <= s[j]; # Ограничение по запасам j-той культуры

solve;
end;
```

Пример решения ЗЛП в GLPK (2)

ration.dat

```
data;

set Products := A B C D E;
set Crops := K1 K2 K3 K4;

param r : K1    K2    K3    K4 :=
      A   0.05  0.13  0     0
      B   0.1   0.2   0.1   0
      C   0.04  0.06  0.15  0
      D   0     0.1   0.08  0.15
      E   0.15  0     0.14  0.1;

param d A 1.5 B 1.4 C 1 D 0.8 E 0.6;
param s := [K1] 5 [K2] 6 [K3] 7 [K4] 8;

end;
```

Пример решения ЗЛП в GLPK (3)

- Из консоли:
  - glpsol –m ration.mod –d ration.dat –o ration.solution
- Из GUSEK:
  - GUSEK | File | New (сохранить файл .mod)
  - File | New (сохранить в той же директории файл с данными – имя должно совпадать с модельным, расширение - .dat)
  - Tools | Generate Output File on Go (должно быть отмечено)
  - Tools | Go (справа появится вывод консольной GLPK, и откроется новый файл out, содержащий ответ в форме, которую еще нужно научиться читать – но об этом в следующий раз)