Принятие решений в условиях неопределенности

Деревья решений и диаграммы влияния

ТПР и технологии искусственного интеллекта

Decision analysis:

- а) снижение субъективизма в принятии решений;
- б) сделать принятие решения *верифицируемым*.

Инструменты:

- Формализация
- Математическое моделирование

Выделение проблемной ситуации

↓

Построение модели

↓

Решение задачи (оптимизации)

↓

Рекомендация

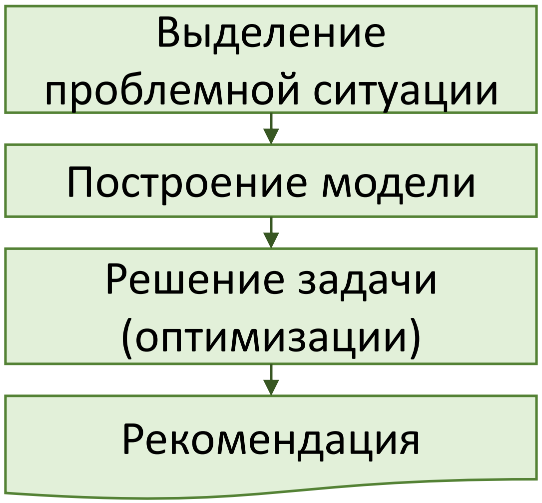
ТПР и технологии искусственного интеллекта

Decision analysis:

- а) снижение субъективизма в принятии решений;
- б) сделать принятие решения *верифицируемым*.

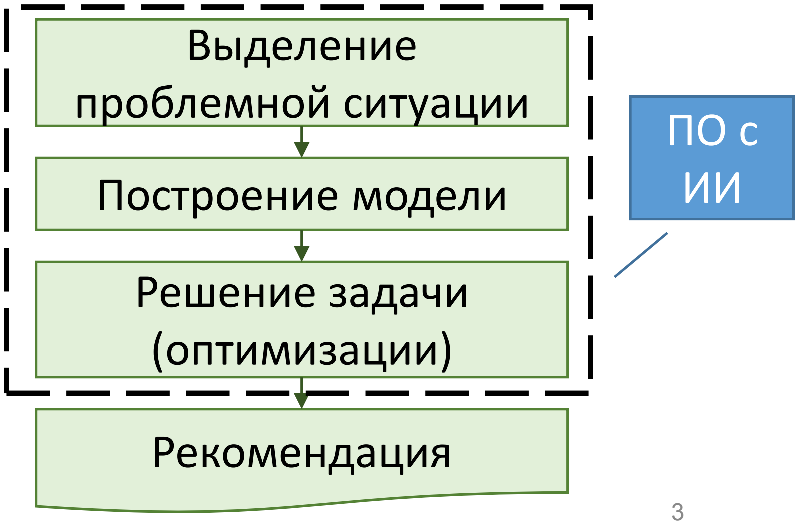
Инструменты:

- Формализация
- Математическое моделирование



ИИ (конечно, «слабый») – имитация разумной деятельности (например, классификация):

- а) формализация (выбор признаков, модели обучения и пр.) – делает человек;
- б) *принятие решения* (о классе объекта) на основе модели – делает машина.



Неопределённость

В реальности информация может быть:

- Неполной
- Противоречивой
- Ненадёжной

Неопределённость – нехватка точных знаний, которые бы позволили прийти к достоверному и надёжному заключению:

- Неизвестные данные
- Неточность естественного языка
- Слабые закономерности
- Сочетание взглядов различных экспертов

Пример: медицинская диагностика – невозможность построения (на данном этапе развития медицинской науки) строгой, «математической» теории функционирования человеческого тела; невозможность ввода в интеллектуальную систему всех фактов, касающихся текущего состояния.

Неопределённость – инструмент, облегчающий рассуждение в таких «сложных» областях.

Сопоставление неопределенностей (1)

- Нужен **способ** сравнивать *возможность* различных событий (с учетом всех неопределенных факторов). То есть, инструмент, который бы позволил сказать, что наша *уверенность* в событии А *сильнее*, чем в событии В ($A \succ B$), или что они *сопоставимы* ($A \sim B$).
- Хотим рассуждать также об уверенности относительно тех или иных событий *при наличии свидетельств*: $(A|E) \succ (B|E)$.
- Условия:
  - Для любой пары событий должно выполняться что-то одно: $\succ, \prec, \sim$.
  - Транзитивность: $(A \succ B) \land (B \succ C) \to (A \succ C)$.

Сопоставление неопределенностей (2)

- Условия:
  - Для любой пары событий должно выполняться что-то одно: $\succ, \prec$ $, \sim$.
  - Транзитивность: $(A \succ B) \land (B \succ C) \to (A \succ C)$.

Возможность события $\xrightarrow{P}$ $\mathbb{R}$

$$A \succ B \longrightarrow P(A) > P(B)$$

$$A \prec B \longrightarrow P(A) < P(B)$$

$$A \sim B \longrightarrow P(A) = P(B)$$

Сопоставление неопределенностей (3)

- Условия:
  - Для любой пары событий должно выполняться что-то одно: $\succ$, $\prec$, $\sim$.
  - Транзитивность: $(A \succ B) \wedge (B \succ C) \to (A \succ C)$.
  - Доп. условия: диапазон [0; 1] и пр.

Возможность события $\xrightarrow{P}$ $[0;1]$

$$A \succ B \longrightarrow P(A) > P(B)$$

$$A \prec B \longrightarrow P(A) < P(B)$$

$$A \sim B \longrightarrow P(A) = P(B)$$

Интерпретации вероятностей

Частотная интерпретация (объективная): предел относительной частоты наблюдения некоторого события в серии однородных независимых испытаний.

Байесовская интерпретация (субъективная): степень (субъективной) уверенности в истинности суждения. Предложена Ф.Рамсеем, а называется байесовской, потому что теорема Байеса активно используется для корректировки степени уверенности при поступлении новых свидетельств.

Интерпретации вероятностей

Байесовская интерпретация (субъективная)

- Вы бросили монетку и она упала на пол. Никто не видел как именно. Какова вероятность, что там орел?
- Какова вероятность того, что Зенит станет чемпионом Премьер-лиги в 2019 г.?
- Какова вероятность, что генеральным секретарем КП СССР в 1982 г. *был* Ю.В. Андропов?

Частотная интерпретация (объективная)

¯_(ツ)_/¯

Представление неопределённости с использованием теории вероятностей

Знания агента позволяют сформировать относящиеся к делу высказывания только с определенной **степенью уверенности (degree of belief)**.

Вероятности предоставляют способ *суммарного учета неопределенности*, возникающей по причинам *экономии усилий и отсутствия знаний*.

Степень уверенности ≠ степень истинности:
Высказывание истинно или ложно, степень уверенности выражает лишь уверенность агента в истинности высказывания с учётом имеющейся у него информации.

Основа уверенности: статистические данные, правила, комбинация сведений, полученных из разных источников.

Теория полезности (Utility theory)

Лотерея – набор исходов и их вероятностей: $[S_1: p_1, \dots, S_n: p_n]$.

Вопрос: как сравнивать разные лотереи?

Один из подходов (теория полезности фон Неймана – Моргенштерна):

Аксиомы фон Неймана - Моргенштерна:

- *Полнота*. Между любой парой альтернатив выполняется либо $A \succ B$, $B \succ A$, либо $A \sim B$.
- *Транзитивность предпочтений*.
- *Непрерывность*. Если $A \succcurlyeq C \succcurlyeq B$, то существует вероятность *p*, такая что $[A: p, B: 1-p] \sim C$.
- *Независимость*. Если $A \succ B$, то для любой *C* и вероятности *p:*
$$[A: p, C: 1-p] \succ [B: p, C: 1-p].$$

Оказывается, что аксиомы порождают вещественную меру полезности *U*, а полезность лотереи равна *математическому ожиданию полезности ее исходов*.

Теория полезности (Utility theory). Принцип максимизации ожидаемой полезности

Ожидаемая полезность от действия a при условии наблюдения o задается так:

$$EU(a|o) = \sum_{s'} P(s'|a,o)U(s')$$

Принцип *максимизации ожидаемой полезности* сводится к тому, что мы должны выбирать действие таким образом, чтобы максимизировать ожидаемую полезность:

$$a^* = \arg\max_a EU(a|o)$$

Деревья решений. Структура

Дерево, содержащее вершины трех типов:

1) Решение (управление) – decision node. Варианты решения представлены взаимоисключающими ветвями, выходящими из такой вершины.
2) Вероятностная вершина – chance node. Ветви – *полное* множество *взаимоисключающих* исходов СВ.
3) Терминальные вершины.

Путь от корня к какой-либо одной терминальной вершине – один из вариантов реализации ситуации принятия решения. Можно представить, что прохождение происходит во *времени*.

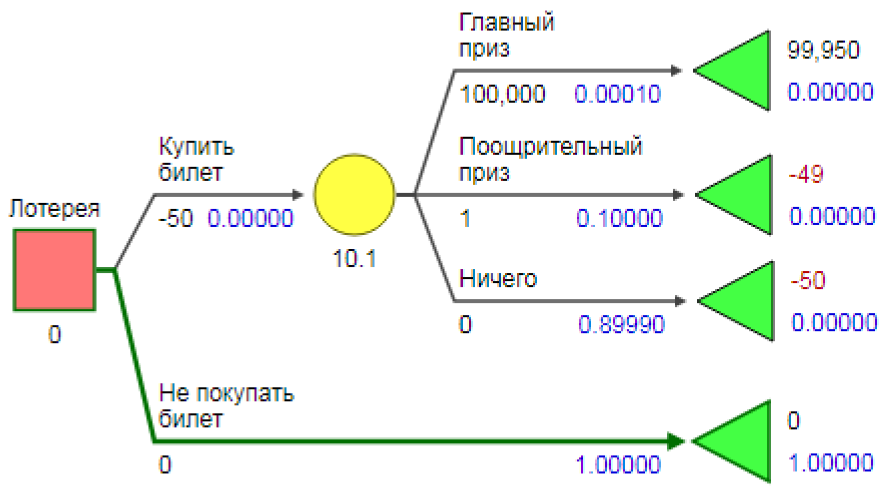
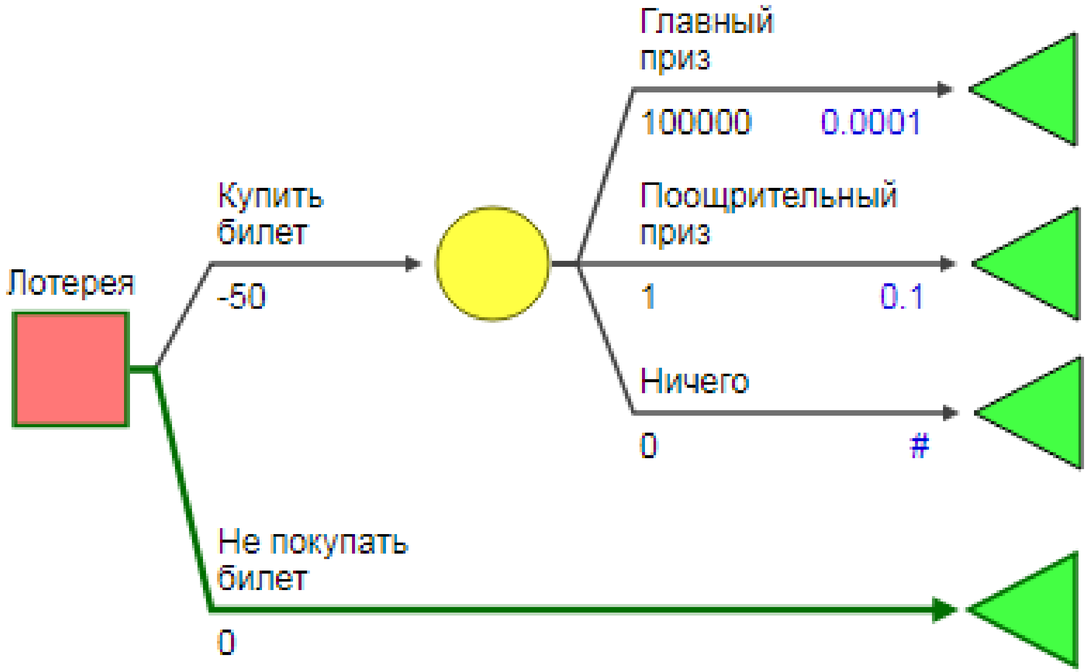
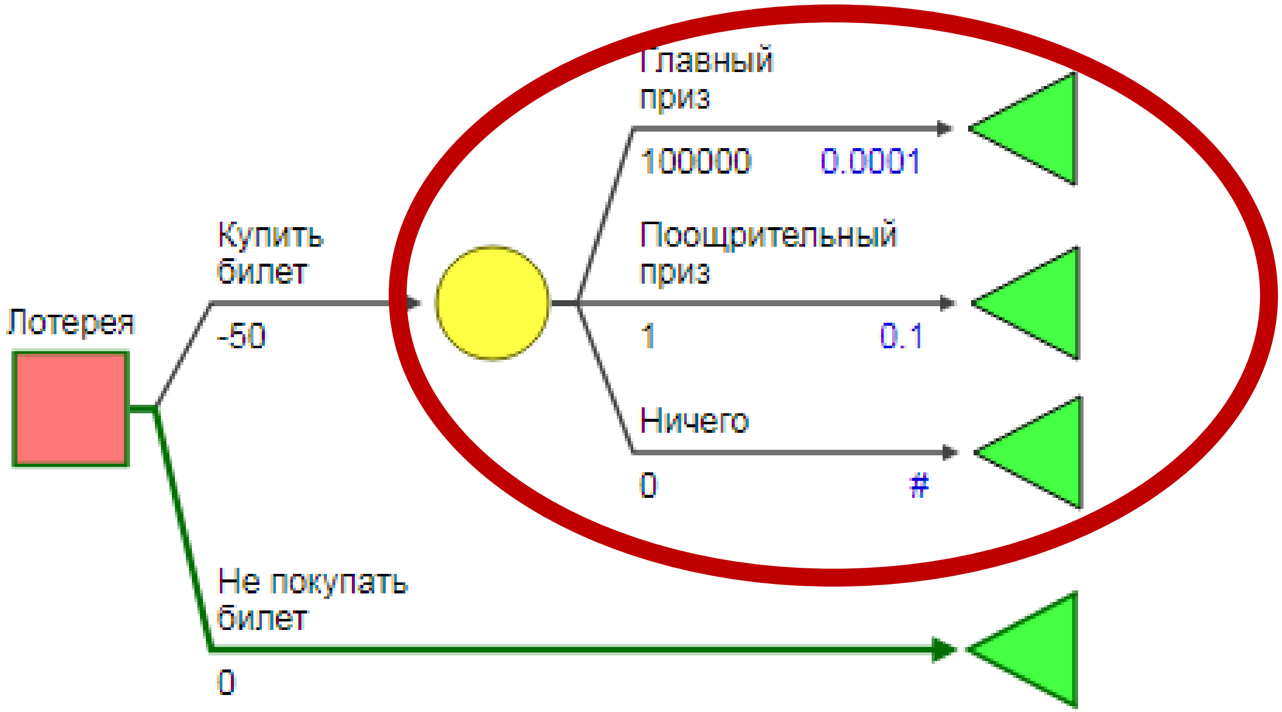


Диаграмма подготовлена с помощью http://silverdecisions.pl

Деревья решений. Обработка (1)

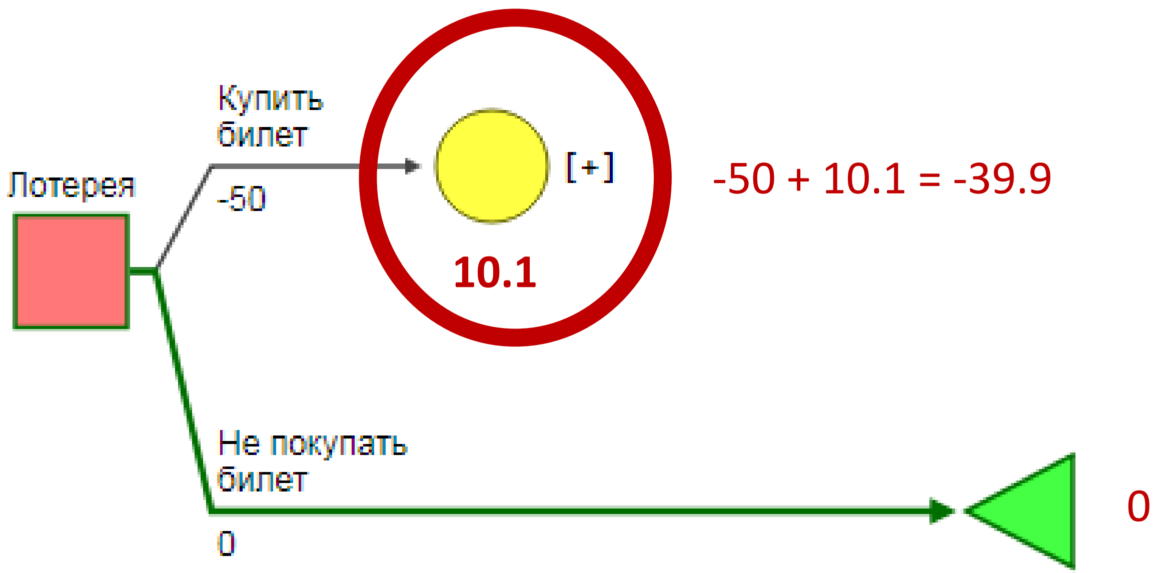


Деревья решений. Обработка (2)



EU = 100000*0.00001 + 1*0.1 + 0*(1-0.1-0.00001) = 10.1

Деревья решений. Обработка (3)



Исчисление вероятностей для сложных проблемных областей

Свидетельства

Вероятность высказывания ≈ утверждение о том, что высказывание следует из БЗ.

Оценка этого *может изменяться* по мере добавления в базу знаний новых высказываний.

Во всех вероятностных утверждениях должно быть указано **свидетельство**, с учётом которого оценивалась данная вероятность.

Априорные (безусловные) вероятности – до получения свидетельств.
Апостериорные (условные) вероятности – после получения свидетельств.

Язык теории вероятностей

Вероятность применяется к **высказываниям** – утверждениям о том, что имеет место некоторое состояние мира. Язык высказываний – язык теории вероятностей.

Случайная величина (переменная) – обозначение некоторой части мира, значение которой неизвестно. (*OilDeposit*, *Cavity*, *Rain*)

Область определения – множество тех значений, которые может принимать случайная величина ({*true*, *false*}).

Элементарные высказывания – утверждения о том, что случайная величина принимает одно из значений своей области определения (*OilDeposit* = *true*).

Сложные высказывания – комбинации элементарных высказываний с использованием логических связок ($Cavity = true \wedge Rain = false$ или, по-другому, $cavity \wedge \neg rain$).

Априорная и апостериорная вероятности

Безусловная, или **априорная**, вероятность P(*a*), связанная с высказыванием *a*, представляет собой степень уверенности, относящуюся к этому высказыванию в *отсутствии любой другой информации*.
P(*Cavity* = *true*) = 0.1 или P(*cavity*) = 0.1

Для всех возможных значений СВ – **распределение априорных вероятностей СВ**.
Для нескольких СВ – **совместные распределения вероятностей**.
Для всех СВ модели – **полное совместное распределение вероятностей**.

Условная, или **апостериорная**, вероятность P(*a*|*b*) представляет собой степень уверенности в том, что истинно высказывание *a*, если *всё, что нам известно*, это *b*.

Логический вывод с использованием полных совместных распределений

Вероятностный вывод - вычисление апостериорных вероятностей для высказываний, заданных в виде запросов, на основании наблюдаемых свидетельств.

Простейший вариант: БЗ – полное совместное распределение.

$$P(X|e) = \alpha P(X,e) = \alpha \sum_{y} (X,e,y)$$

X – переменная запроса;
E – множество переменных свидетельства;
e – наблюдаемые значения переменных свидетельства;
y – возможные значения ненаблюдаемых переменных из множества Y;
$P(X|e)$ – запрос;
α – константа нормализации $(1/P(e))$.

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (1)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

3 логические переменные:
- *Infuenza*
- *InfluenzaEpidemic*
- *Fever*

$\sum = 1$

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (2)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

0.072

Маргинальная вероятность

P(*influenza*) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (3)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

P(*influenza*) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072

P(*Influenza* | *influenzaEpidemic*) = αP(*Influenza*, *influenzaEpidemic*) =

= α<0.051, 0.049> = <0.51, 0.49>

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (4)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

$P(\mathit{influenza}) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072$

$P(\mathit{Influenza} \mid \mathit{influenzaEpidemic}) = \alpha P(\mathit{Influenza}, \mathit{influenzaEpidemic}) =$

$= \alpha <0.051, 0.049> = <0.51, 0.49>$

$P(\mathit{Influenza} \mid \mathit{influenzaEpidemic} \cap \mathit{fever}) =$

$= \alpha P(\mathit{Influenza}, \mathit{influenzaEpidemic}, \mathit{fever}) =$

$= \alpha <0.05, 0.009> \approx <0.85, 0.15>$

Краткий анализ

Полезный вывод: полное совместное распределение *может* быть использовано для получения ответа на *любые* вероятностные запросы.

Но **совершенно непрактично:**

- Объем 2^n значений, где n – количество переменных (СВ);
  - Где хранить?
  - Как наполнять?
- Обработка таблицы – $O(2^n)$.

Правило Байеса

$$P(b|a) = \frac{P(a|b)P(b)}{P(a)}$$

Три вероятности для вычисления *одной*. В чём выигрыш?

Виды информации (в системах диагностики)

Диагностическая информация – наличие симптома *a* свидетельствует в пользу (заболевания, неисправности) *b*. Встречается *редко*, подвержена влиянию внешних условий.

Причинная информация – (заболевание, неисправность) *b* с определённой вероятностью вызывает симптом *a*. Встречается *часто*, менее подвержена влиянию внешних условий.

Причинная

$$P(\text{заболевание}|\text{симптом}) = \frac{P(\text{симптом}|\text{заболевание})P(\text{заболевание})}{P(\text{симптом})}$$

Диагностическая

Комбинирование свидетельств

Что, если нам известно несколько свидетельств (симптомов)?

$$P(Flu|fever = true \land sorethroat = true)$$

Применение правила Байеса даёт:

$$P(Flu|fever \land sorethroat) = \frac{P(fever \land sorethroat|Flu)P(Flu)}{P(fever \land sorethroat)}$$

Но! Непосредственное применение этого правила требует определения условных вероятностей для всех возможных сочетаний свидетельств!

Комбинирование свидетельств. Независимость

Независимость СВ:

$$P(a|b) = P(a)$$
$$P(a \wedge b) = P(a)P(b)$$

Условная независимость СВ:

$$P(a \wedge b|c) = P(a|c)P(b|c)$$

т.е. *a* и *b* являются независимыми, при условии, что задано значение некоторой третьей СВ. Чаще всего, и *a*, и *b*, зависят от *c* но не зависят друг от друга.

Из предположения об условной независимости *fever* и *sorethroat*:

$$P(Flu|fever \wedge sorethroat) = \alpha P(fever|Flu)P(sorethroat|Flu)P(Flu)$$

Байесовская сеть

Байесовская сеть — это ориентированный граф, в котором каждая вершина помечена количественной вероятностной информацией.

1. Вершинами сети является множество случайных переменных. Переменные могут быть дискретными или непрерывными.

2. Вершины соединяются попарно ориентированными ребрами; ребра образуют множество ребер. Если стрелка направлена от вершины X к вершине Y, то вершина X называется родительской вершиной вершины Y.

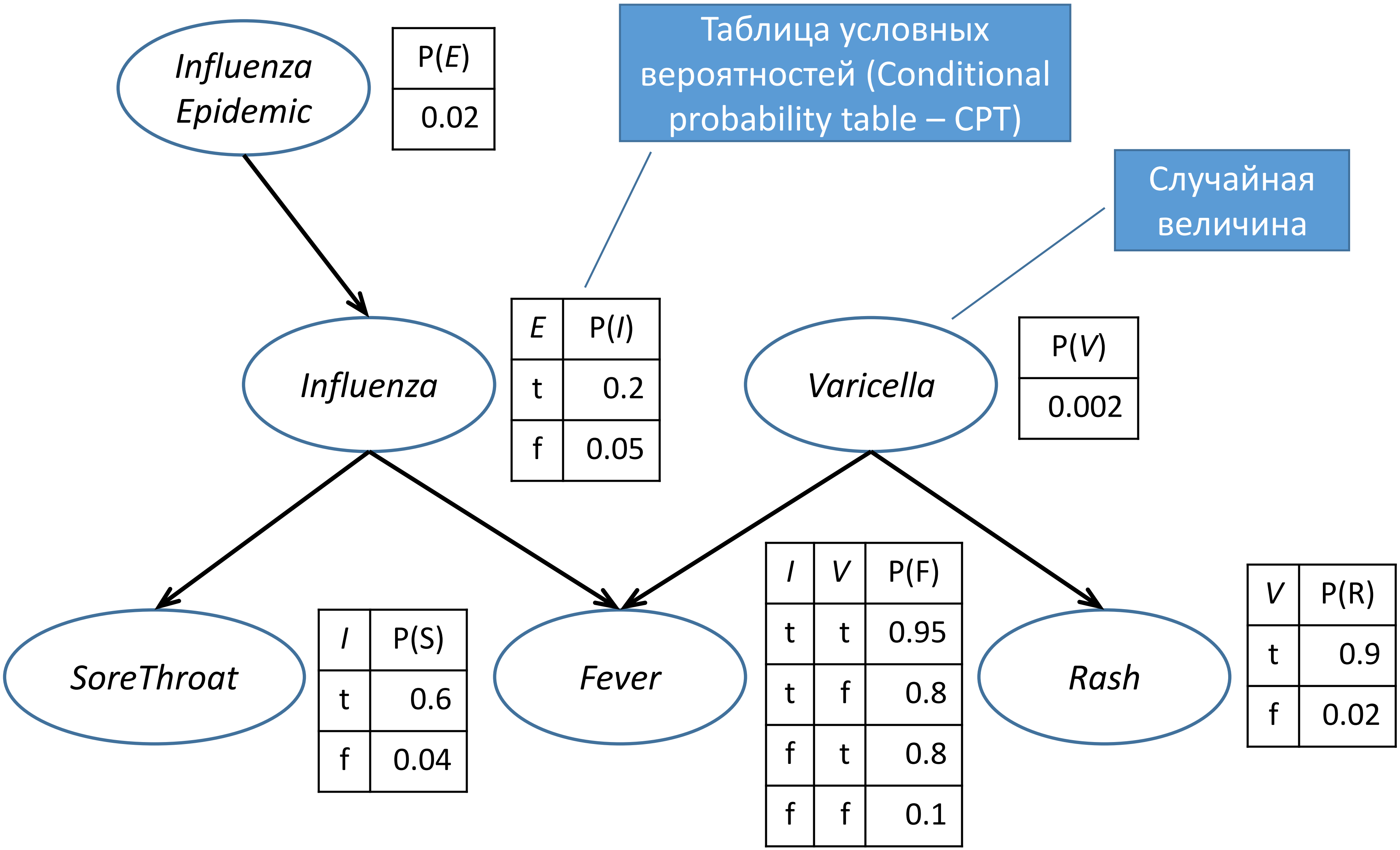
3. Каждая вершина X_i характеризуется распределением условных вероятностей $\mathrm{P}(X_i \mid Parents(X_i))$, которое количественно оценивает влияние родительских вершин на эту вершину.

4. Граф не имеет контуров (Directed Acyclic Graph — DAG).

Байесовская сеть

Топология сети показывает отношения, определяющие условную независимость, которые проявляются в данной проблемной области. *Интуитивный* смысл стрелки в правильно составленной сети обычно состоит в том, что вершина X оказывает *непосредственное* влияние на вершину Y.

Пример байесовской сети



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

Представление полного совместного распределения

Каждый элемент в полном совместном распределении вероятностей может быть рассчитан на основании информации, представленной в байесовской сети.

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i | parents(X_i))$$

где *parents*(X_i) обозначает конкретные значения переменных в множестве вершин *Parents*(X_i). Поэтому каждый элемент в совместном распределении представлен в виде произведения соответствующих элементов в таблицах условных вероятностей (Conditional Probability Table — CPT) байесовской сети.

Таким образом, таблицы CPT обеспечивают **декомпонованное представление совместного распределения**.

Составление байесовской сети

Байесовская сеть служит правильным представлением проблемной области, только если *каждая вершина в ней условно независима от ее предшественников в конкретном упорядочении вершин, после того как заданы ее родительские вершины*.

Необходимо выбрать для каждой вершины родительские вершины так, чтобы соблюдалось это свойство. Интуитивно ясно, что множество родительских вершин вершины X_i должно включать все такие вершины из множества $X_1,...,X_{i-1}$, которые *непосредственно* влияют на X_i.

Правильный порядок вершин (от причин к следствиям). Правила должны быть *причинными*, а не *диагностическими*.

Точный вероятностный вывод в байесовских сетях

Основной задачей для любой системы вероятностного вывода является вычисление распределения апостериорных вероятностей для множества **переменных запроса**, если дано некоторое наблюдаемое **событие**, т.е. если выполнено некоторое присваивание значений множеству **переменных свидетельства**.

Система обозначений:
X – обозначает переменную запроса;
E — множество переменных свидетельства, $E_1, \dots, E_m$;
e — конкретное наблюдаемое событие;
Y обозначает переменные, отличные от переменных свидетельства, $Y_1, \dots, Y_l$ (иногда называемые **скрытыми переменными**).
Полное множество переменных определяется выражением $X=\{X\} \cup E \cup Y$.

В типичном запросе содержится просьба определить распределение апостериорных вероятностей $P(X \mid e)$.

Вероятностный вывод с помощью перебора

Предпосылки:

1. Условную вероятность можно вычислить суммируя элементы из полного совместного распределения:

$$P(X|e) = \alpha P(X, e) = \alpha \sum_{y} P(X, e, y)$$

2. Байесовская сеть является представлением полного совместного распределения:

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i | parents(X_i))$$

Идея:

Вычисляем результат запроса, суммируя произведения условных вероятностей из сети.

Сложность точного вероятностного вывода

Односвязная сеть (**полидерево**) – сеть, в которой имеется самое большее один неориентированный путь между любыми двумя вершинами.

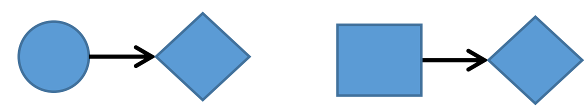
Временная и пространственная сложность точного вероятностного вывода в полидеревьях *линейно зависят от размера сети* (количество элементов таблиц CPT).
Например, алгоритм устранения переменной.

В общем случае (в многосвязных сетях) *вероятностный вывод является NP-трудным, поскольку включает вывод в пропозициональной логике как частный случай.*

Диаграммы влияния. Вершины

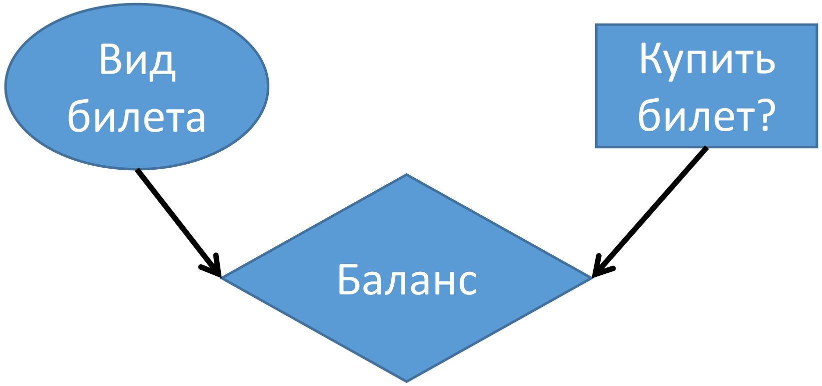
Influenza	Вершина «шанса» (chance node), соответствующая случайной переменной	Таблица условных вероятностей
Blood test?	Вершина принятия решения (decision node)	Перечень допустимых значений
Стоимость	Вершина полезности (utility node)	Таблица значений полезности для каждого сочетания «входящих» переменных

Диаграммы влияния. Дуги

A ⟶ B	*Условная дуга* Значение A участвует в условном распределении B	
A ⟶ B	*Функциональная дуга* Значение A используется при расчете функции полезности	
A - - -> B	*Информационная дуга* Значение A определяется до значения B	

Диаграммы влияния. Пример 1

Значения	***P*()**
Ничего	0.8999
Поощрительный приз	0.1
Главный приз	0.0001

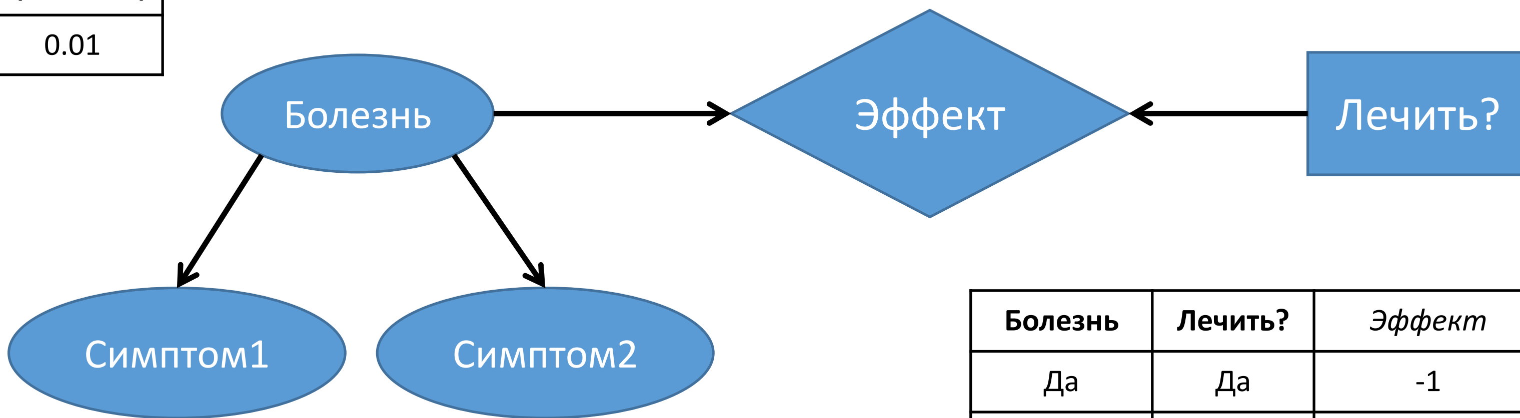


Значения
Да
Нет

Вид билета	**Купить билет?**	***Баланс***
Ничего	Да	-50
Ничего	Нет	0
Поощрительный приз	Да	-49
Поощрительный приз	Нет	0
Главный приз	Да	99950
Главный приз	Нет	0

Диаграммы влияния. Пример 2

P(Болезнь)
0.01



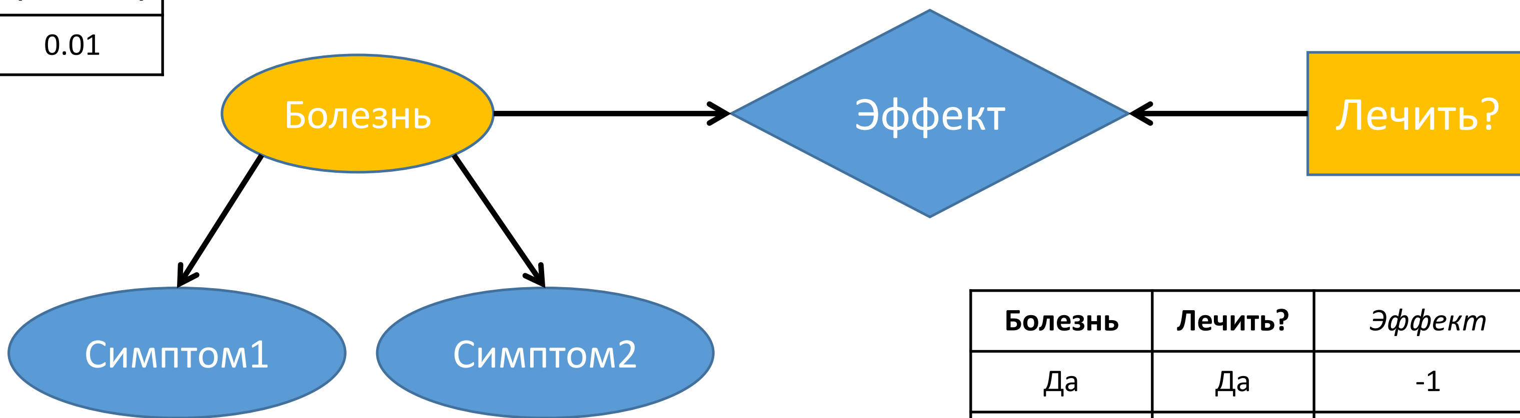
Болезнь	***Симптом1***
Да	0.7
Нет	0.01

Болезнь	***Симптом2***
Да	0.9
Нет	0.3

Болезнь	**Лечить?**	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	Лечить?	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	*Симптом1*
Да	0.7
Нет	0.01

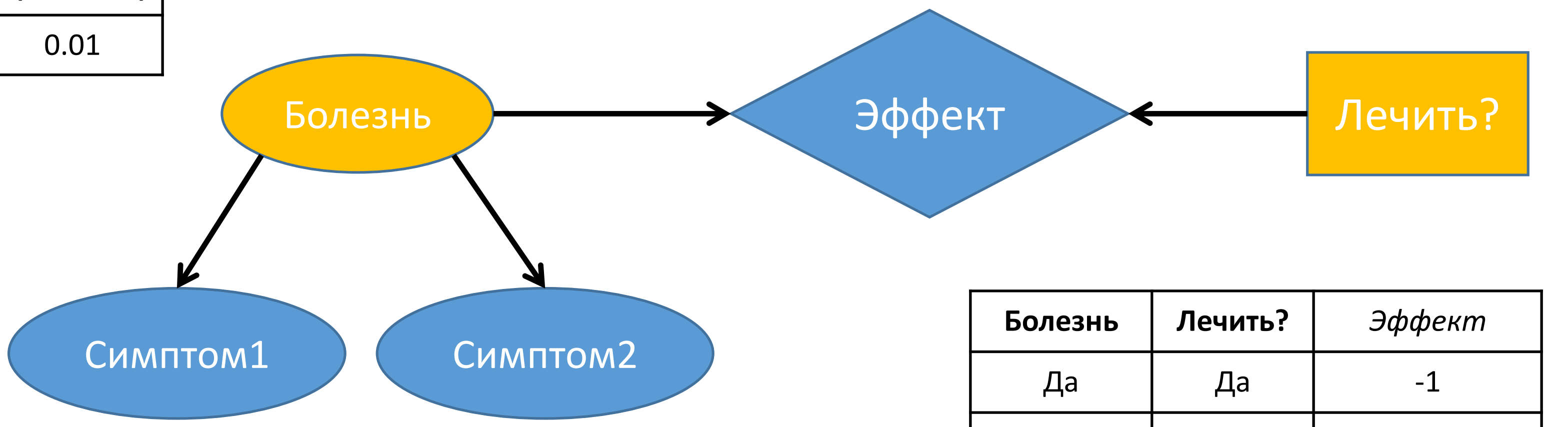
Болезнь	*Симптом2*
Да	0.9
Нет	0.3

$$EU(\text{Л} = \text{Да}) = \sum_{\text{б} \in \{\text{Да},\text{Нет}\}} P(\text{Б} = \text{б} | \text{Л} = \text{Да}) * \text{Э}(\text{Б} = \text{б}, \text{Л} = \text{Да}) =$$

$$= \sum_{\text{б} \in \{\text{Да},\text{Нет}\}} P(\text{Б} = \text{б}) * \text{Э}(\text{Б} = \text{б}, \text{Л} = \text{Да}) = 0.01 * (-1) + 0.99 * (-10) = -9.91$$

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	Лечить?	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	***Симптом1***
Да	0.7
Нет	0.01

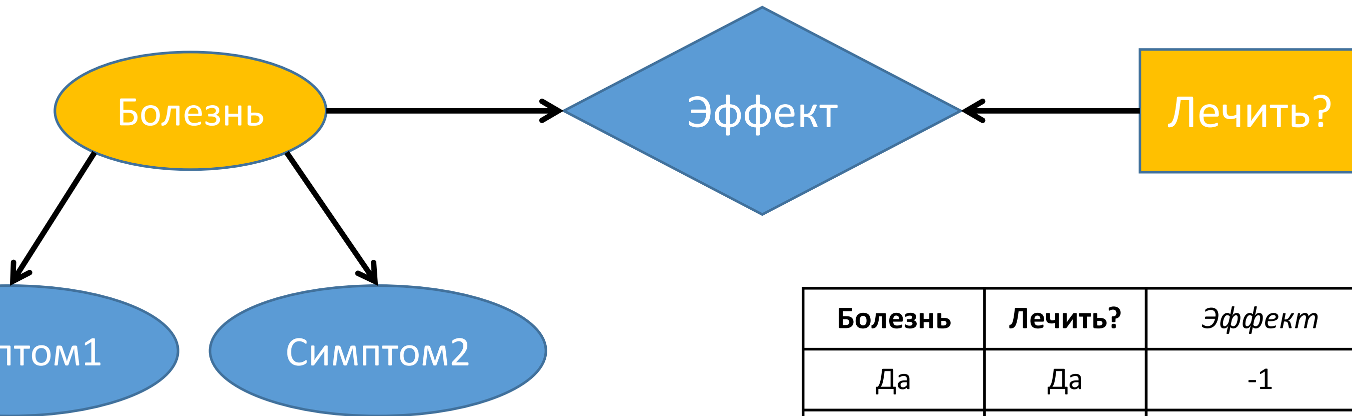
Болезнь	***Симптом2***
Да	0.9
Нет	0.3

$$EU(\text{Л} = \text{Да}) = -9.91$$

$$EU(\text{Л} = \text{Нет}) = 0.01 * (-40) + 0.99 * (0) = -0.4$$

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	Лечить?	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	*Симптом1*
Да	0.7
Нет	0.01

Болезнь	*Симптом2*
Да	0.9
Нет	0.3

$$EU(\text{Л} = \text{Да}) = -9.91$$

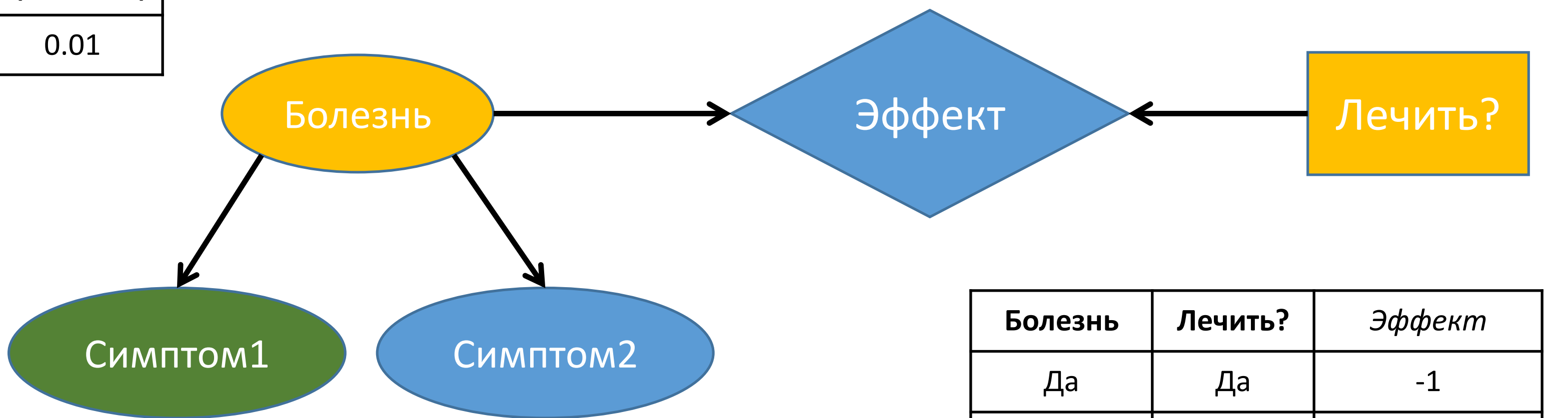
$$EU(\text{Л} = \text{Нет}) = 0.01 * (-40) + 0.99 * (0) = -0.4$$

$$\text{Л}^* = \arg\max_{\text{л} \in \{\text{Да},\text{Нет}\}} EU(\text{Л} = \text{л}) = \text{Нет}$$

Другими словами, *если мы больше ничего не знаем*, то лучше пациента не лечить

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	***Симптом1***
Да	0.7
Нет	0.01

Болезнь	***Симптом2***
Да	0.9
Нет	0.3

Болезнь	**Лечить?**	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

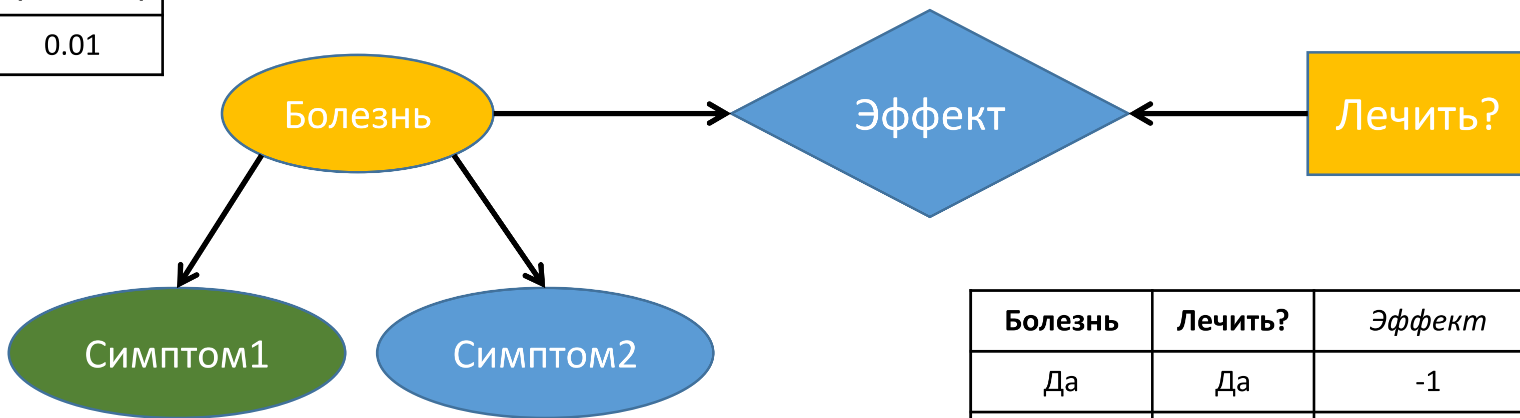
P(с1 | Б=*б*)*P(Б=Да) = <0.41, 0.59>

$$EU(\text{Л} = \text{Да} | \text{С}\mathbf{1} = \text{Да}) = \sum_{\text{б} \in \{\text{Да},\text{Нет}\}} P(\text{Б} = \text{б} | \text{С}\mathbf{1} = \text{Да}, \text{Л} = \text{Да}) * \text{Э}(\text{Б} = \text{б}, \text{Л} = \text{Да}) =$$

$$= 0.41 * (-1) + 0.59 * (-10) = -6.31$$

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	Лечить?	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	*Симптом1*
Да	0.7
Нет	0.01

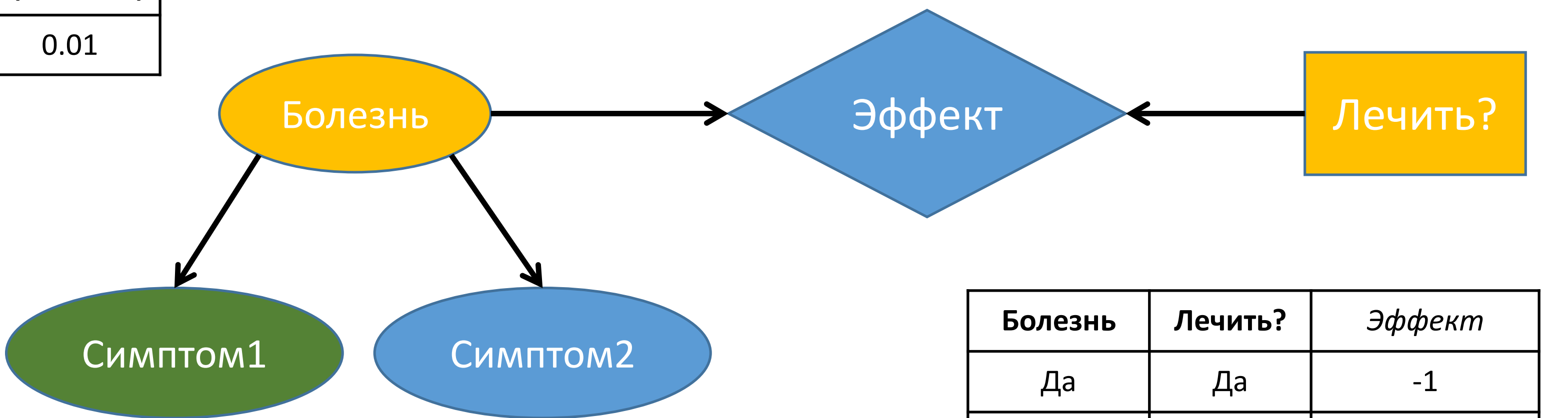
Болезнь	*Симптом2*
Да	0.9
Нет	0.3

$$EU(\text{Л} = \text{Да} | \text{С}1 = \text{Да}) = -6.31$$

$$EU(\text{Л} = \text{Нет} | \text{С}1 = \text{Да}) = 0.41 * (-40) + 0.59 * (0) = -16.4$$

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	**Лечить?**	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	***Симптом1***
Да	0.7
Нет	0.01

Болезнь	***Симптом2***
Да	0.9
Нет	0.3

$$EU(\text{Л} = \text{Да} | \text{С}1 = \text{Да}) = -6.31$$

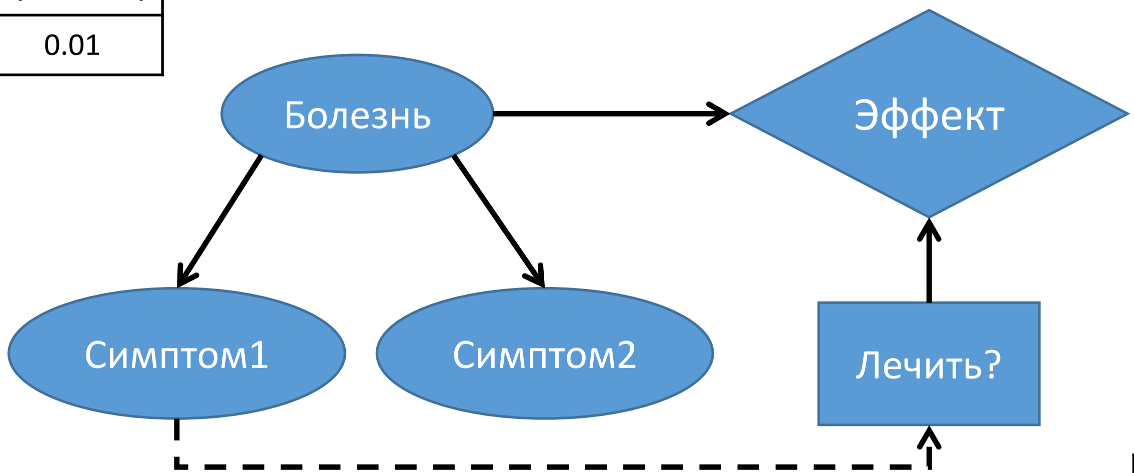
$$EU(\text{Л} = \text{Нет} | \text{С}1 = \text{Да}) = 0.41 * (-40) + 0.59 * (0) = -16.4$$

$$\text{Л}^* = \arg \max_{\text{л} \in \{\text{Да},\text{Нет}\}} EU(\text{Л} = \text{л} | \text{С}1 = \text{Да}) = \text{Да}$$

Другими словами, *если мы знаем только, что у пациента наблюдается Симптом 1*, то лучше пациента стоит лечить

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	**Лечить?**	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	***Симптом1***
Да	0.7
Нет	0.01

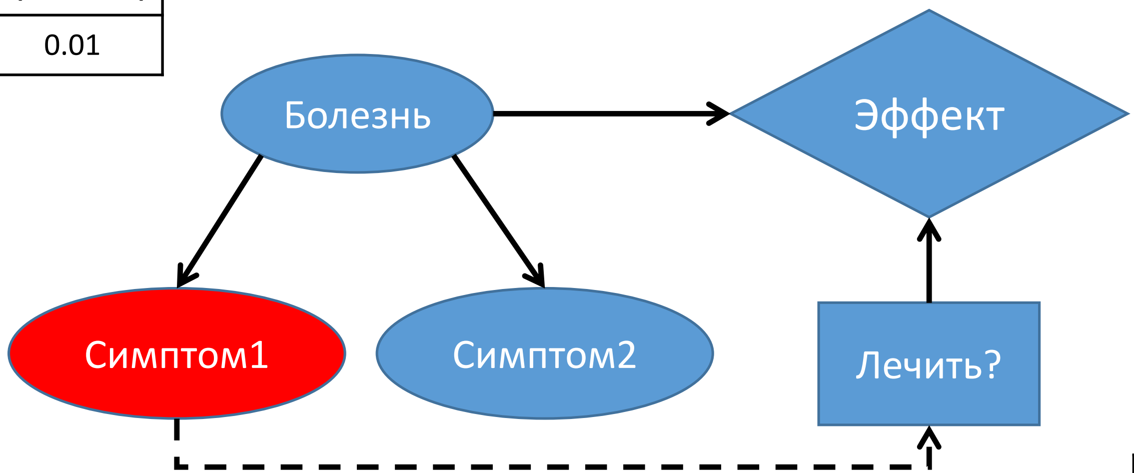
Болезнь	***Симптом2***
Да	0.9
Нет	0.3

Симптом1	**Лечить?**
Да	**Да**
Нет	?

Цель – определение для каждой вершины решения решающего правила (стратегии, policy), отображающего все возможные комбинации значений переменных, известных на момент принятия решения, значения переменной решения.

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	**Лечить?**	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	***Симптом1***
Да	0.7
Нет	0.01

Болезнь	***Симптом2***
Да	0.9
Нет	0.3

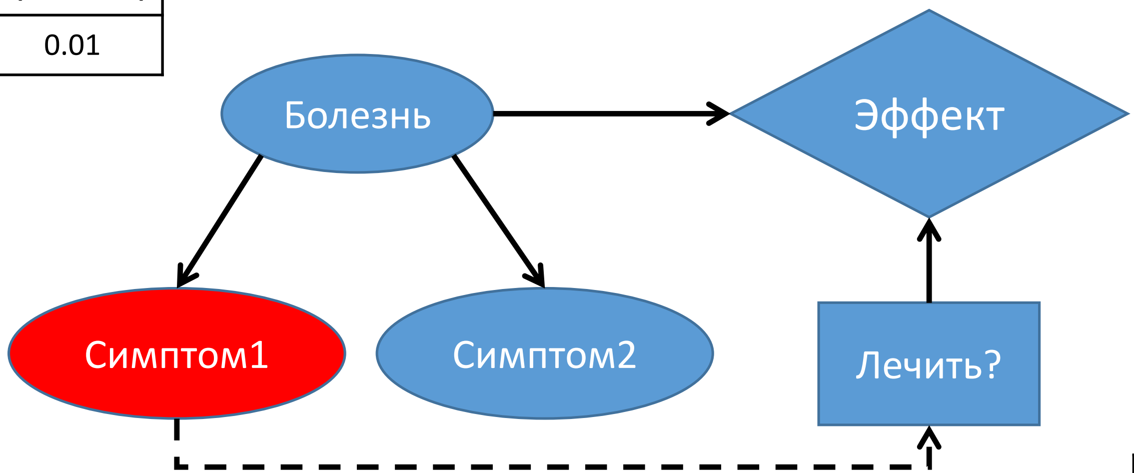
Симптом1	**Лечить?**
Да	**Да**
Нет	**?**

$$P(\text{Болезнь}|C1 = \text{Нет}) = \alpha P(C1 = \text{Нет}|\text{Болезнь})P(\text{Болезнь}) =$$
$$= \alpha\langle 0.3 * 0.01, 0.99 * 0.99\rangle = \langle 0.003{,}0.997\rangle$$

$$EU(\text{Л} = \text{Да}|\text{С}1 = \text{Нет}) = 0.003 * (-1) + 0.997 * (-10) = -9.973$$
$$EU(\text{Л} = \text{Нет}|\text{С}1 = \text{Нет}) = 0.003 * (-40) + 0.997 * (0) = -0.12$$

Диаграммы влияния. Обработка

P(Болезнь)
0.01



Болезнь	Лечить?	*Эффект*
Да	Да	-1
Да	Нет	-40
Нет	Да	-10
Нет	Нет	0

Болезнь	*Симптом1*
Да	0.7
Нет	0.01

Болезнь	*Симптом2*
Да	0.9
Нет	0.3

Симптом1	Лечить?
Да	**Да**
Нет	**Нет**

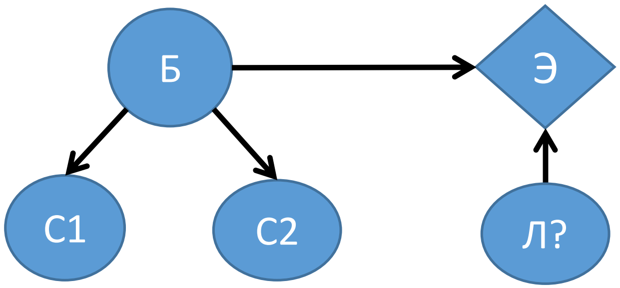
$$P(\text{Болезнь}|C1 = \text{Нет}) = \alpha P(C1 = \text{Нет}|\text{Болезнь})P(\text{Болезнь}) =$$

$$= \alpha\langle 0.3 * 0.01, 0.99 * 0.99\rangle = \langle 0.003,0.997\rangle$$

$$EU(\text{Л} = \text{Да}|\text{С1} = \text{Нет}) = 0.003 * (-1) + 0.997 * (-10) = -9.973$$

$$EU(\text{Л} = \text{Нет}|\text{С1} = \text{Нет}) = 0.003 * (-40) + 0.997 * (0) = -0.12$$

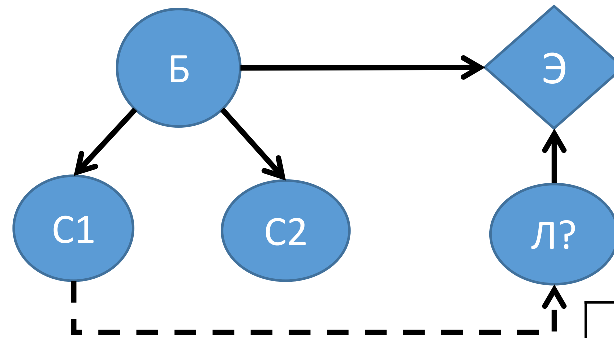
Цена информации



P(Л?)
0

Болезнь	Лечить?	P(.)	*Эффект*
Да	Да	0	-1
Да	Нет	0.01	-40
Нет	Да	0	-10
Нет	Нет	0.99	0

EU = -0.4



C1	P(Л?)
Да	1
Нет	0

Болезнь	Лечить?	P(.)	*Эффект*
Да	Да	0.007	-1
Да	Нет	0.003	-40
Нет	Да	0.0099	-10
Нет	Нет	0.98	0

EU = -0.226

VOI = -0.226-(-0.4)=0.174

Резюме

- Одним (и достаточно популярным) способом представления и обработки нехватки информации является теория вероятностей (в частности, субъективистская интерпретация)
- Теория полезности фон Неймана - Моргенштерна:
  - Ожидаемая полезность
  - Принцип максимизации ожидаемой полезности
- Моделирование ситуаций принятия решения в условиях неопределенности:
  - Деревья решений
  - Диаграммы влияния
    - Расширение байесовских сетей, позволяющих осуществлять вероятностный вывод
- **Не затронули (а важно!):**
  - Откуда брать вероятности (особенно, субъективные)?
  - Что делать с функцией полезности, если параметров оценки решений два или больше?
  - Как эффективно осуществлять вывод в байесовских сетях/диаграммах влияния?

Рекомендуемая литература

1) Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект. Современный подход. 2-е издание (Гл. 13, 14) – байесовские сети: построение, алгоритмы вывода
2) Clemen R. Making Hard Decisions: An Introduction to Decision Analysis. 2nd edition. Duxbury, 1997 – деревья решений, диаграммы влияния (influence diagrams), общие вопросы
3) Курс проф. Д. Кёллер на Coursera (Probabilistic Graphical Models 1: Representation)

Библиотеки и инструменты:

- Деревья решений:
    - Silver Decisions - http://silverdecisions.pl
- Байесовские сети и диаграммы влияния:
    - 1) SamIam (Sensitivity Analysis, Modeling, Inference and More) http://reasoning.cs.ucla.edu/samiam/
    - 2) Python:
        - PyMC3
        - PgmPy
        - PyAgrum