Методы искусственного интеллекта

Лекция 3. Методы рассуждений с учетом неопределенности

Неопределенность

В реальности информация может быть:

- Неполной
- Противоречивой
- Ненадёжной

Неопределённость – нехватка точных знаний, которые бы позволили прийти к достоверному и надёжному заключению.

Медицинская диагностика: невозможность построения (на данном этапе развития медицинской науки) строгой, «математической» теории функционирования человеческого тела; невозможность ввода в интеллектуальную систему всех фактов, касающихся текущего состояния.

Формальные методы обработки неопределенности – инструмент, облегчающий рассуждение в таких «сложных» областях.

Источники неопределенности

- Неизвестные данные
- Неточность естественного языка
- Слабые закономерности
- Сочетание взглядов различных экспертов

Тема 6. Ранние методы (схема Шортлиффа-Бьюкенена)

Коэффициенты уверенности

…известные также как теория Шортлиффа-Бучанана (Shortliffe-Buchanan), схема Шортлиффа.
Впервые применены в экспертной системе медицинской диагностики MYCIN.

Причины:

- Выражение экспертами уверенности в тех или иных закономерностях способом, не согласованным со строгой математической теорией
- Недостаток достоверных статистических данных (в частности, в области медицинской диагностики)

Коэффициенты уверенности

ЕСЛИ *свидетельство E*
ТО *гипотеза H* {cf}

Коэффициент уверенности cf (certainty factor) представляет собой степень уверенности в том, что гипотеза *H* при условии свидетельства *E*.
Изменяется в пределах от -1 (при соблюдении всех условий существует полная уверенность в ошибочности заключения) до +1 (полная уверенность в правильности заключения).

Пример:

ЕСЛИ *Высокая_температура* & *Кашель* & *Эпидемия_гриппа*
ТО *Грипп* {cf = 0.8}

Возможная интерпретация коэффициентов уверенности

Характеристика	Коэффициент уверенности
Definitely not	-1.0
Almost certainly not	-0.8
Probably not	-0.6
Maybe not	-0.4
Unknown	-0.2 до 0.2
Maybe	+0.4
Probably	+0.6
Almost certainly	+0.8
Definitely	+1.0

Меры доверия и недоверия

MB(H,E) – (measure of belief, мера доверия) – характеризует степень, в которой *доверие* к гипотезе *H* увеличится, при поступлении свидетельства *E*.
MD(H,E) – (measure of disbelieve, мера недоверия) – характеризует степень, в которой увеличится *недоверие* к гипотезе *H* при поступлении свидетельства *E*.
Обе меры принадлежат диапазону [0; 1].

$$cf = \frac{MB(H,E) - MD(H,E)}{1 - \min[MB(H,E), MD(H,E)]}$$

Распространение коэффициентов уверенности

Базовый принцип определения степени уверенности в консеквенте правила при его срабатывании:

$$cf(H,E) = cf(E) \times cf$$

Правило:
ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко*
ТО *БудетДождь* { *cf=0.85* }

При этом:
cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 0.9

Заключаем:

$$cf(\text{БудетДождь}, \text{ЛасточкиЛетаютНизко}) = 0.9 \times 0.85 = 0.765$$

Несколько свидетельств (конъюнкция)

ЕСЛИ E_1 И … И E_n
ТО H { *cf* }

$$cf(H, E_1 \cap E_2 \cap \cdots \cap E_n) = \min[cf(E_1), \dots, cf(E_n)] \times cf$$

Правило:
ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко* И *ДымСтелетсяПоЗемле*
ТО *БудетДождь* { *cf=0.9* }

При этом:
cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 0.9
cf(ДымСтелетсяПоЗемле) = 0.8

Заключаем:

$$cf(\text{БудетДождь}, \text{ЛасточкиЛетаютНизко} \cap \text{ДымСтелетсяПоЗемле}) = \min[0.9, 0.8] \times 0.9$$
$$= 0.8 \times 0.9 = 0.72$$

Несколько свидетельств (дизъюнкция)

ЕСЛИ E_1 ИЛИ … ИЛИ E_n
ТО H { *cf* }

$$cf\,(H, E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_n) = \max[cf\,(E_1), \ldots, cf\,(E_n)] \times cf$$

Правило:
ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко* ИЛИ *ДымСтелетсяПоЗемле*
ТО *БудетДождь* { *cf = 0.9* }

При этом:
cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 0.9
cf(ДымСтелетсяПоЗемле) = 0.8

Заключаем:

$$cf\,(\text{БудетДождь}, \text{ЛасточкиЛетаютНизко} \cup \text{ДымСтелетсяПоЗемле}) = \max[0.9, 0.8] \times 0.9$$
$$= 0.9 \times 0.9 = 0.81$$

Несколько правил

Два правила с коэффициентами уверенности cf_1 и cf_2 относительно одной гипотезы:

$$cf(cf_1, cf_2) = \begin{cases} cf_1 + cf_2 \times (1 - cf_1) & \text{если } cf_1 > 0 \text{ и } cf_2 > 0 \\ \dfrac{cf_1 + cf_2}{1 - \min[|cf_1| + |cf_2|]} & \text{если } cf_1 < 0 \text{ или } cf_2 < 0 \\ cf_1 + cf_2 \times (1 - cf_1) & \text{если } cf_1 < 0 \text{ и } cf_2 < 0 \end{cases}$$

Правила:

ЕСЛИ *ЛасточкиЛетаютНизко* ТО *БудетДождь* { *cf = 0.85* }

ЕСЛИ *ДымСтелетсяПоЗемле* ТО *БудетДождь* { *cf = 0.9* }

При этом:

cf(ЛасточкиЛетаютНизко) = 1.0

cf(ДымСтелетсяПоЗемле) = 0.7

Заключаем:

cf(БудетДождь) = (1 x 0.85) + (0.7 x 0.9) x (1 – (1 x 0.85)) = 0.9445

Тема 7. Байесовские сети

Представление неопределённости с использованием теории вероятностей

Знания агента позволяют сформировать относящиеся к делу высказывания только с определенной **степенью уверенности (degree of belief)**.

Вероятности предоставляют способ *суммарного учета неопределенности*, возникающей по причинам *экономии усилий и отсутствия знаний*.

Степень уверенности ≠ степень истинности:
Высказывание истинно или ложно, степень уверенности выражает лишь уверенность агента в истинности высказывания с учётом имеющейся у него информации.

Основа уверенности: статистические данные, правила, комбинация сведений, полученных из разных источников.

Свидетельства

Вероятность высказывания ≈ утверждение о том, что высказывание следует из БЗ.

Оценка этого *может изменяться* по мере добавления в базу знаний новых высказываний.

Во всех вероятностных утверждениях должно быть указано **свидетельство**, с учётом которого оценивалась данная вероятность.

Априорные (безусловные) вероятности – до получения свидетельств.
Апостериорные (условные) вероятности – после получения свидетельств.

Язык теории вероятностей

Вероятность применяется к **высказываниям** – утверждениям о том, что имеет место некоторое состояние мира. Язык высказываний – язык теории вероятностей.

Случайная величина (переменная) – обозначение некоторой части мира, значение которой неизвестно. (*OilDeposit*, *Cavity*, *Rain*)

Область определения – множество тех значений, которые может принимать случайная величина. (<*true*, *false*>)

Элементарные высказывания – утверждения о том, что случайная величина принимает одно из значений своей области определения (*OilDeposit = true*).

Сложные высказывания – комбинации элементарных высказываний с использованием логических связок ($Cavity = true \wedge Rain = false$ или, по-другому, $cavity \wedge \neg rain$).

Априорная и апостериорная вероятности

Безусловная, или **априорная**, вероятность P(*a*), связанная с высказыванием *a*, представляет собой степень уверенности, относящуюся к этому высказыванию в *отсутствии любой другой информации*.
P(*Cavity* = *true*) = 0.1 или P(*cavity*) = 0.1

Для всех возможных значений СВ – **распределение априорных вероятностей СВ**.
Для нескольких СВ – **совместные распределения вероятностей**.
Для всех СВ модели – **полное совместное распределение вероятностей**.

Условная, или **апостериорная**, вероятность P(*a*|*b*) представляет собой степень уверенности в том, что истинно высказывание *a*, если *всё, что нам известно*, это *b*.

Логический вывод с использованием полных совместных распределений

Вероятностный вывод - вычисление апостериорных вероятностей для высказываний, заданных в виде запросов, на основании наблюдаемых свидетельств.

Простейший вариант: БЗ – полное совместное распределение.

$$P(X|e) = \alpha P(X, e) = \alpha \sum_{y} P(X, e, y)$$

X – переменная запроса;
E – множество переменных свидетельства;
e – наблюдаемые значения переменных свидетельства;
y – возможные значения ненаблюдаемых переменных из множества Y;
P($X|e$) – запрос;
α – константа нормализации ($1/P(e)$).

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (1)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

3 логические переменные:
- *Infuenza*
- *InfluenzaEpidemic*
- *Fever*

$\Sigma = 1$

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (2)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

0.072

Маргинальная вероятность

P(*influenza*) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (3)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

P(*influenza*) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072

P(*Influenza* | *influenzaEpidemic*) = αP(*Influenza*, *influenzaEpidemic*) =

= α<0.051, 0.049> = <0.51, 0.49>

Пример вывода с использованием полного совместного распределения (4)

	influenzaEpidemic		*not influenzaEpidemic*	
	fever	*not fever*	*fever*	*not fever*
influenza	0.05	0.001	0.02	0.001
not influenza	0.009	0.04	0.33	0.549

$P(\mathit{influenza}) = 0.05 + 0.001 + 0.02 + 0.001 = 0.072$

$P(\mathit{Influenza} \mid \mathit{influenzaEpidemic}) = \alpha P(\mathit{Influenza}, \mathit{influenzaEpidemic}) =$

$= \alpha<0.051, 0.049> = <0.51, 0.49>$

$P(\mathit{Influenza} \mid \mathit{influenzaEpidemic} \cap \mathit{fever}) =$

$= \alpha P(\mathit{Influenza}, \mathit{influenzaEpidemic}, \mathit{fever}) =$

$= \alpha<0.05, 0.009> \approx <0.85, 0.15>$

Краткий анализ

Полезный вывод: полное совместное распределение *может* быть использовано для получения ответа на *любые* вероятностные запросы.

Но **совершенно непрактично:**
- Объем 2^n значений, где n – количество переменных (СВ);
- Обработка таблицы – $O(2^n)$.

Правило Байеса

$$P(b|a) = \frac{P(a|b)P(b)}{P(a)}$$

Три вероятности для вычисления *одной*. В чём выигрыш?

Виды информации (в системах диагностики)

Диагностическая информация – наличие симптома *a* свидетельствует в пользу (заболевания, неисправности) *b*. Встречается *редко*, подвержена влиянию внешних условий.

Причинная информация – (заболевание, неисправность) *b* с определённой вероятностью вызывает симптом *a*. Встречается *часто*, менее подвержена влиянию внешних условий.

Причинная

$$P(\text{заболевание}|\text{симптом}) = \frac{P(\text{симптом}|\text{заболевание})P(\text{заболевание})}{P(\text{симптом})}$$

Диагностическая

Комбинирование свидетельств

Что, если нам известно несколько свидетельств (симптомов)?

$$P(Flu|fever = true \wedge sorethroat = true)$$

Применение правила Байеса даёт:

$$P(Flu|fever \wedge sorethroat) = \frac{P(fever \wedge sorethroat|Flu)P(Flu)}{P(fever \wedge sorethroat)}$$

Но! Непосредственное применение этого правила требует определения условных вероятностей для всех возможных сочетаний свидетельств!

Комбинирование свидетельств. Независимость

Независимость СВ:

$$P(a|b) = P(a)$$
$$P(a \wedge b) = P(a)P(b)$$

Условная независимость СВ:

$$P(a \wedge b|c) = P(a|c)P(b|c)$$

т.е. *a* и *b* являются независимыми, при условии, что задано значение некоторой третьей СВ.
Чаще всего, и *a*, и *b*, зависят от *c* но не зависят друг от друга.

Из предположения об условной независимости *fever* и *sorethroat*:

$$P(Flu|fever \wedge sorethroat) = \alpha P(fever|Flu)P(sorethroat|Flu)P(Flu)$$

Наивная байесовская модель

$$P(Cause, E_1, \dots, E_n) = P(Cause) \prod_i P(E_i|Cause)$$

Часто применяется и в том случае, когда E_i не являются условно-независимыми.

Например, спам-фильтрация:

$Cause$ – спам или не спам, E_i - наличие определенного слова в словаре.

Байесовская сеть

Байесовская сеть — это ориентированный граф, в котором каждая вершина помечена количественной вероятностной информацией.

1. Вершинами сети является множество случайных переменных. Переменные могут быть дискретными или непрерывными.

2. Вершины соединяются попарно ориентированными ребрами; ребра образуют множество ребер. Если стрелка направлена от вершины X к вершине Y, то вершина X называется родительской вершиной вершины Y.

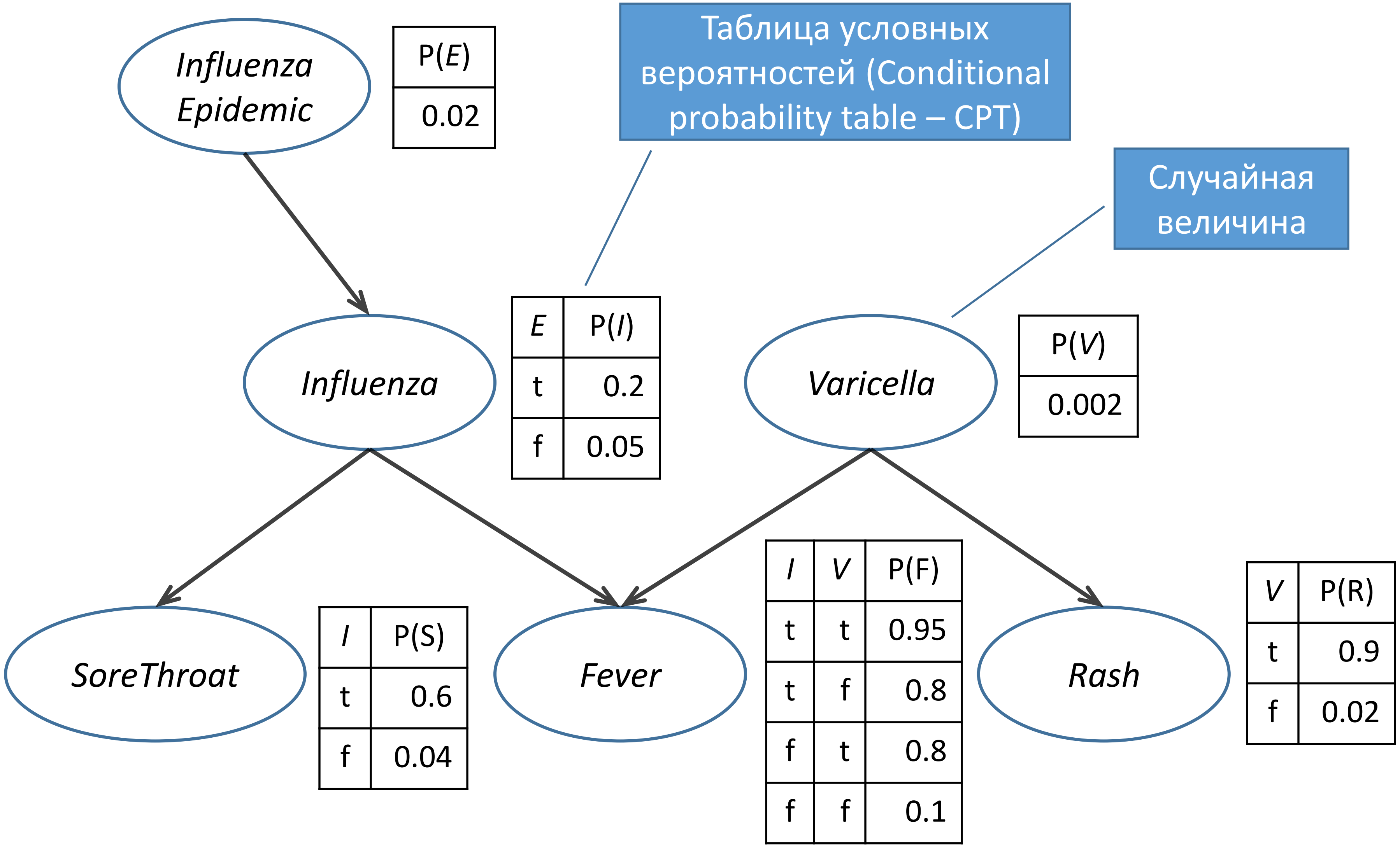
3. Каждая вершина X_i характеризуется распределением условных вероятностей $P(X_i \mid Parents(X_i))$, которое количественно оценивает влияние родительских вершин на эту вершину.

4. Граф не имеет контуров (Directed Acyclic Graph — DAG).

Байесовская сеть

Топология сети показывает отношения, определяющие условную независимость, которые проявляются в данной проблемной области. *Интуитивный* смысл стрелки в правильно составленной сети обычно состоит в том, что вершина X оказывает *непосредственное* влияние на вершину Y.

Пример байесовской сети



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

Представление полного совместного распределения

Каждый элемент в полном совместном распределении вероятностей может быть рассчитан на основании информации, представленной в байесовской сети.

$$P(x_1, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i | parents(X_i))$$

где *parents(X_i)* обозначает конкретные значения переменных в множестве вершин *Parents(X_i)*. Поэтому каждый элемент в совместном распределении представлен в виде произведения соответствующих элементов в таблицах условных вероятностей (Conditional Probability Table — CPT) байесовской сети.

Таким образом, таблицы CPT обеспечивают **декомпонованное представление совместного распределения**.

Составление байесовской сети

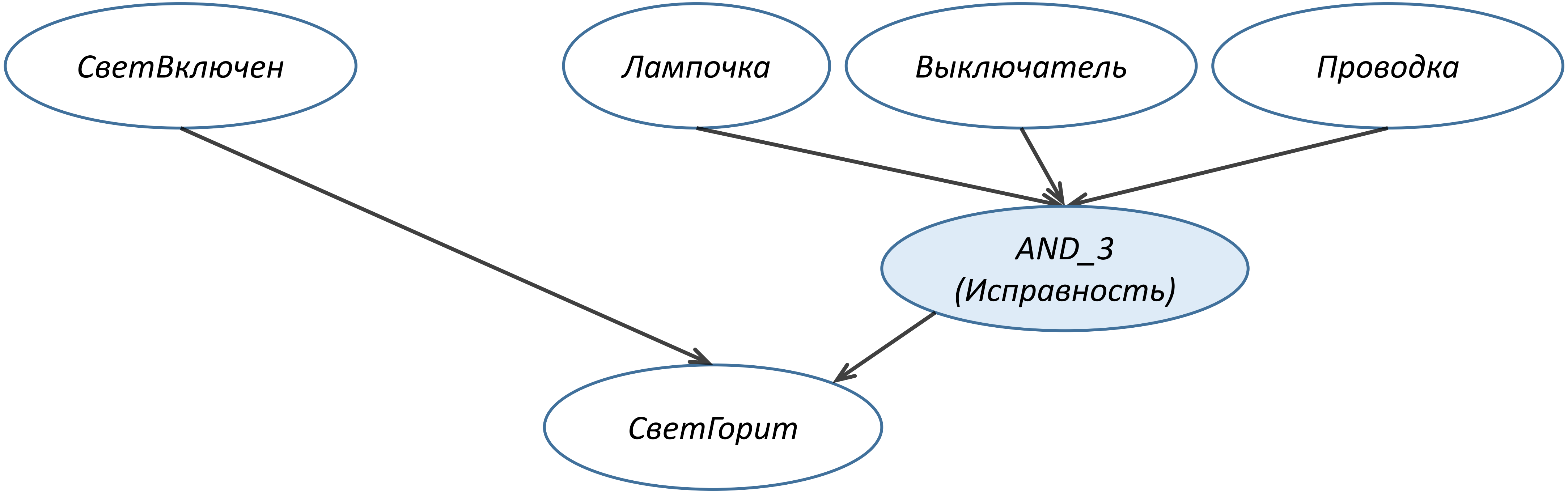
Байесовская сеть служит правильным представлением проблемной области, только если *каждая вершина в ней условно независима от ее предшественников в конкретном упорядочении вершин, после того как заданы ее родительские вершины*.

Необходимо выбрать для каждой вершины родительские вершины так, чтобы соблюдалось это свойство. Интуитивно ясно, что множество родительских вершин вершины X_i должно включать все такие вершины из множества $X_1,\ldots,X_{i-1}$, которые *непосредственно* влияют на X_i.

Правильный порядок вершин (от причин к следствиям). Правила должны быть *причинными*, а не *диагностическими*.

Составление байесовской сети. Детерминированные узлы

Например, логические связки, функции. Многие инструменты позволяют определять вставлять такие узлы напрямую, сокращая количество параметров.



Точный вероятностный вывод в байесовских сетях

Основной задачей для любой системы вероятностного вывода является вычисление распределения апостериорных вероятностей для множества **переменных запроса**, если дано некоторое наблюдаемое **событие**, т.е. если выполнено некоторое присваивание значений множеству **переменных свидетельства**.

Система обозначений:
X – обозначает переменную запроса;
E — множество переменных свидетельства, $E_1,..., E_m$;
e — конкретное наблюдаемое событие;
Y обозначает переменные, отличные от переменных свидетельства, $Y_1, ..., Y_l$ (иногда называемые **скрытыми переменными**).
Полное множество переменных определяется выражением $X=\{X\} \cup E \cup Y$.

В типичном запросе содержится просьба определить распределение апостериорных вероятностей $P(X \mid e)$.

Вероятностный вывод с помощью перебора

Предпосылки:

1. Условную вероятность можно вычислить суммируя элементы из полного совместного распределения:

$$P(X|e) = \alpha P(X, e) = \alpha \sum_{y} P(X, e, y)$$

2. Байесовская сеть является представлением полного совместного распределения:

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i | parents(X_i))$$

Идея:

Вычисляем результат запроса, суммируя произведения условных вероятностей из сети.

Алгоритм перебора для получения ответов на запросы в байесовских сетях

```
function EnumerationAsk(X, e, bn) returns распределение по X
  inputs: X, переменная запроса
          e, наблюдаемые значения переменных E
          bn, байесовская сеть с переменными
              {X} ∪ E ∪ Y /* Y - скрытые переменные */
  Q(X) <— распределение по X, первоначально пустое
  for each значение xi переменной X do
    дополнить e значением xi переменной X
    Q(xi) <— EnumerateAll(Vars[bn], e)
  return Normalize(Q(X))

function EnumerateAll(vars, e) returns действительное число
  if Empty?(vars) then return 1.0
  Y <— First(vars)
  if переменная Y имеет значение y в множестве e
    then return P(y|parents(Y))EnumerateAll(Rest(vars),e)
    else return ∑y P(y|parents(Y)) EnumerateAll(Rest(vars),ey),
         где ey представляет собой множество e, дополненное
         значением Y = y
```

Сложность точного вероятностного вывода

Односвязная сеть (**полидерево**) – сеть, в которой имеется самое большее один неориентированный путь между любыми двумя вершинами.

Временная и пространственная сложность точного вероятностного вывода в полидеревьях *линейно зависят от размера сети* (количество элементов таблиц CPT).
Например, алгоритм устранения переменной.

В общем случае (в многосвязных сетях) *вероятностный вывод является NP-трудным, поскольку включает вывод в пропозициональной логике как частный случай.*

Приближённый вероятностный вывод

Например, применение методов выборки (**Монте-Карло**) для вычисления апостериорных вероятностей.
Приближенный алгоритм => точность ответа зависит от количества сформированных выборок.

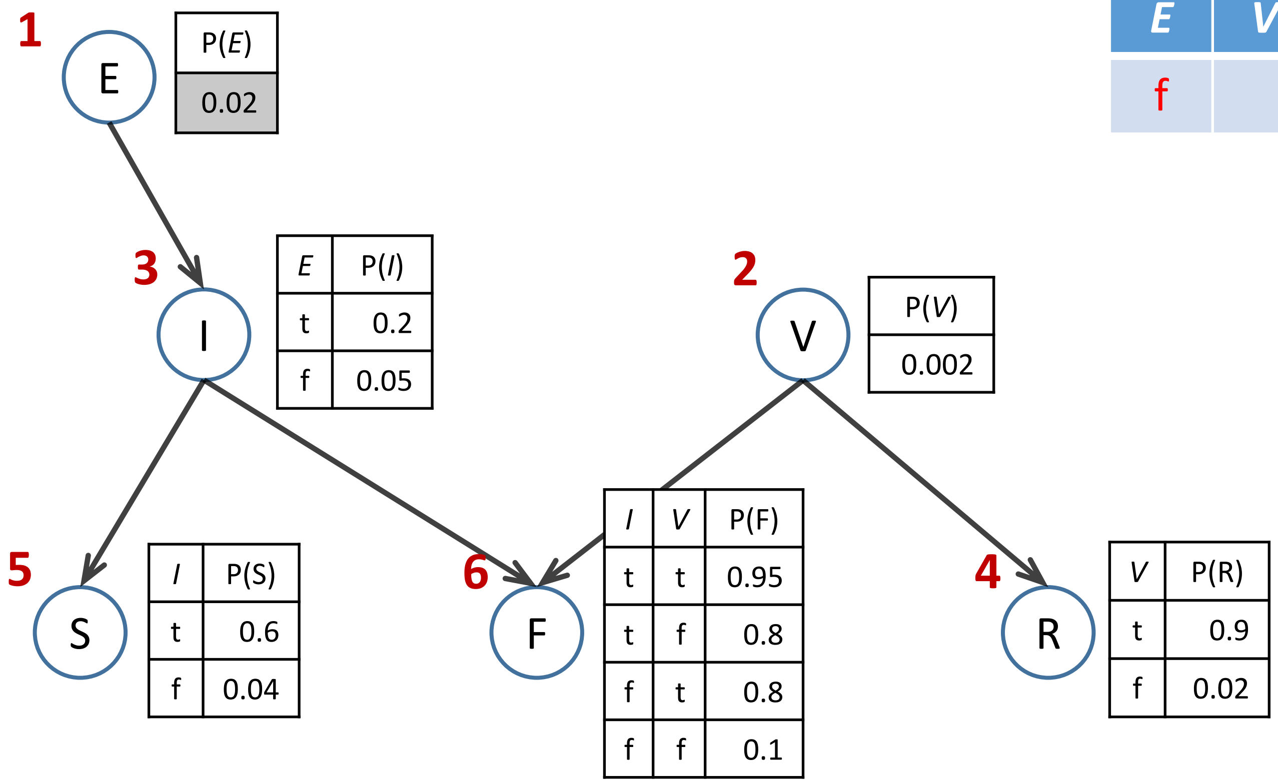
Идея метода непосредственной выборки: выборка должна формироваться последовательно по каждой переменной, в топологическом порядке. Распределение вероятностей, из которого берется выборка значения, обуславливается значениями, уже присвоенными родительским переменным.

Ответы вычисляются путем подсчета фактически сформированных выборок.

Формирование выборки из априорного распределения

```
function PriorSample(bn) returns событие, выработанное путем
         применения операции формирования выборки к априорному
         распределению, заданному в виде сети bn
  inputs: bn, байесовская сеть, задающая совместное
              распределение P(X1,...,Xn)
    x <- событие с n элементами
    for i = 1 to n do
      xi <- случайная выборка из P(Xi|parents(Xi))
    return x
```

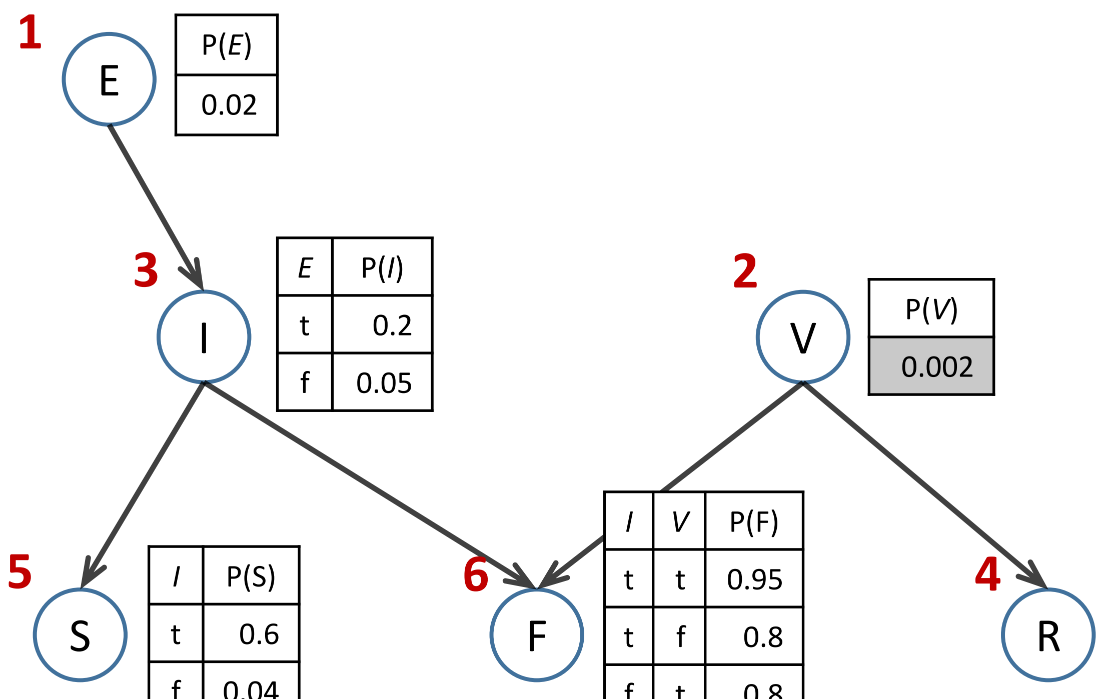
Формирование выборки из априорного распределения



E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f					

Формирование выборки из априорного распределения

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f				



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

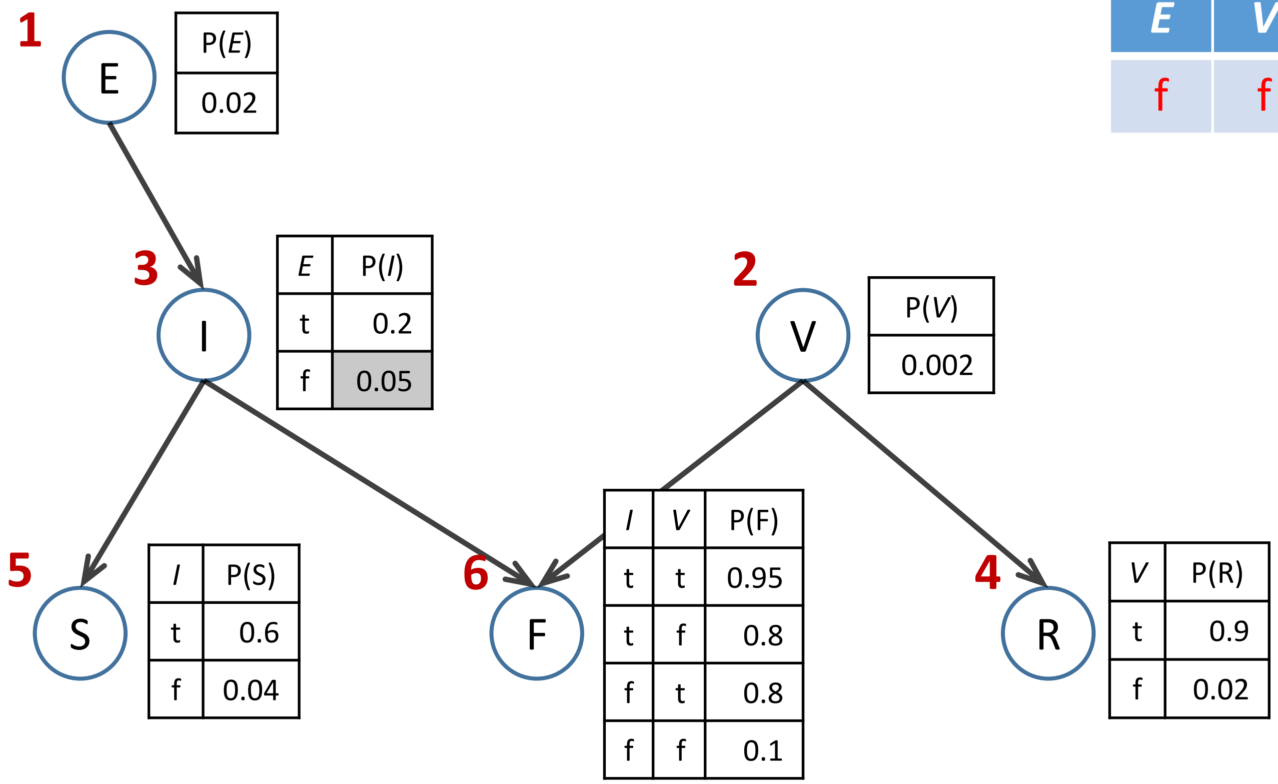
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

Формирование выборки из априорного распределения

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f			



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

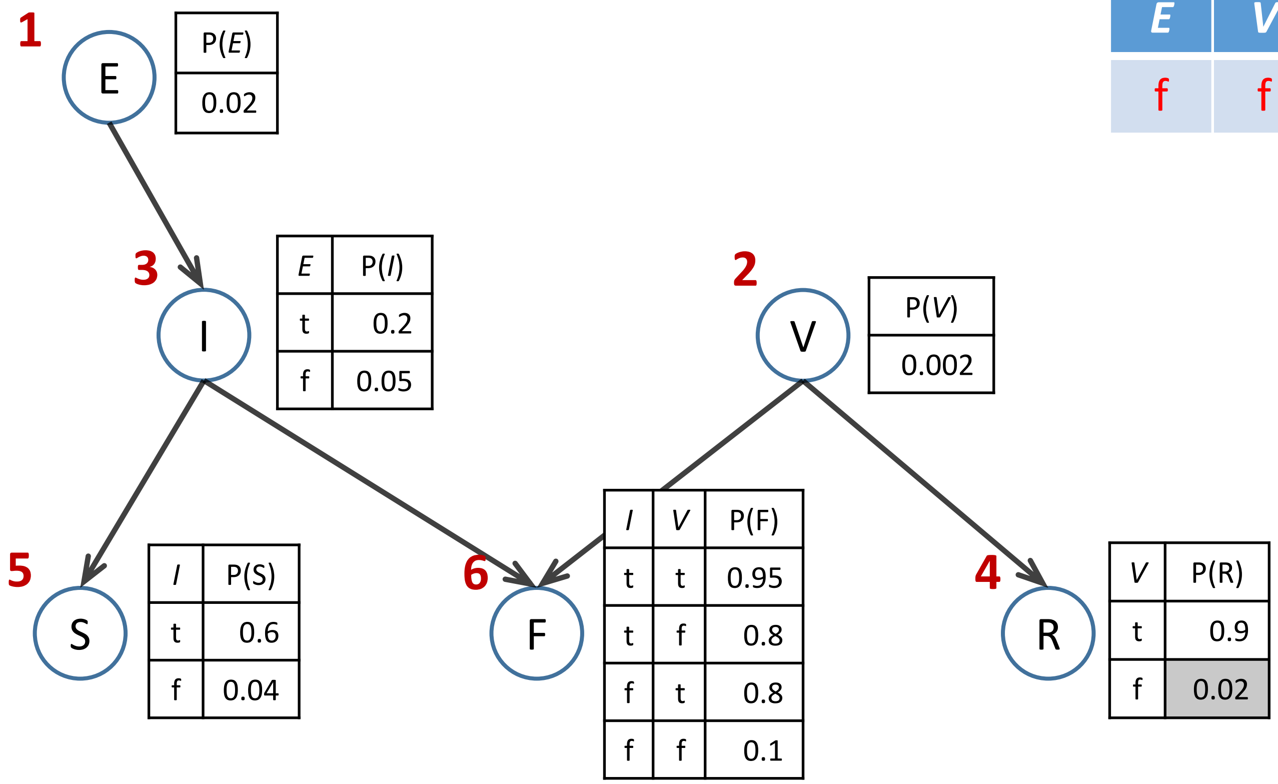
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

Формирование выборки из априорного распределения

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f	f		



P(*E*)
0.02

P(*V*)
0.002

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

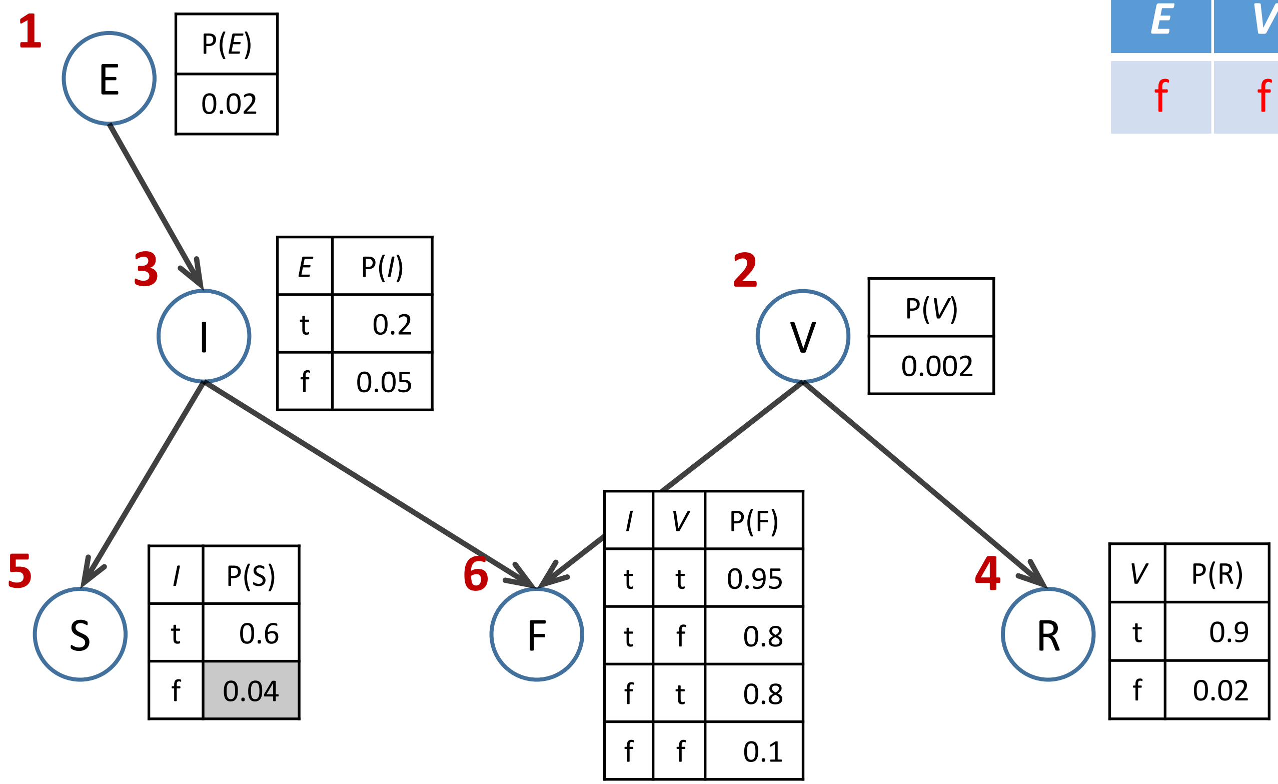
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

Формирование выборки из априорного распределения

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f	f	f	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

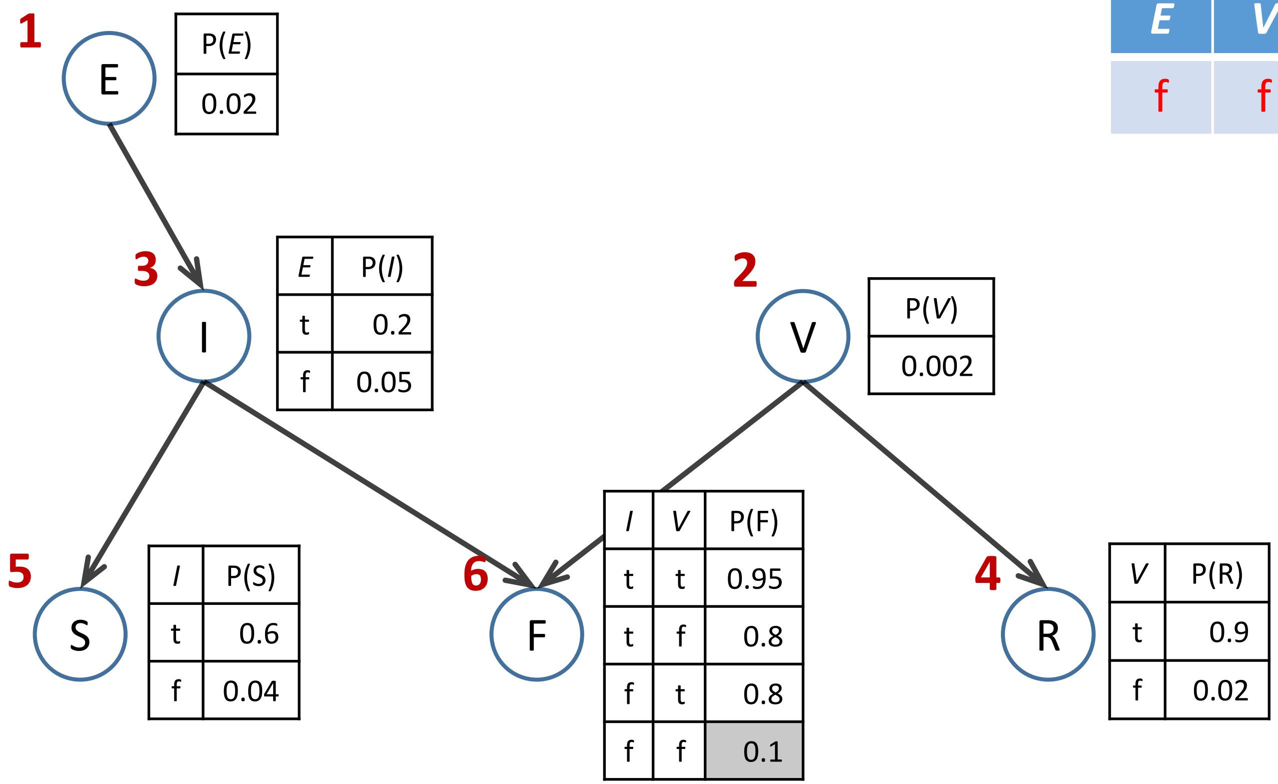
I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

V	P(R)
t	0.9
f	0.02

Формирование выборки из априорного распределения

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*
f	f	f	f	f	t



Формирование выборки с исключением

1) Формируем выборки из априорного распределения, определяемого сетью.
2) Исключаем все те выборки, которые не соответствуют свидетельству.
3) Формируем оценку *P(X=x|e)* путем подсчета того, насколько часто событие *X*=*x* встречалось в оставшихся выборках.

```
function Rejection-Sampling(X, e, bn, N) returns оценка
         значения P(X|e)
  inputs: X, переменная запроса
          e, свидетельство, определяемое как некоторое событие
          bn, байесовская сеть
          N, общее количество выборок, которые должны
             быть сформированы
  local variables: n, вектор результатов подсчетов по X,
                   первоначально равный нулю
  for j = 1 to N do
    x <- PriorSample(bn)
    if выборка x согласуется со свидетельством e then
      n[x] <- n[x]+1, где x представляет собой значение
                      переменной X в множестве x
    return Normalize(n[X])
```

Формирование выборки с исключением

E	***V***	***I***	***R***	***S***	***F***
f	f	f	f	f	t
f	f	f	f	f	f
f	f	f	f	f	t
t	f	t	f	t	t
f	f	f	f	f	f
t	f	f	f	f	f
f	t	f	t	f	t
f	f	f	f	f	f

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*) = <1/1, 0/1> = <1.0, 0>

Недостаток (Фатальный)

Приходится генерировать слишком много «лишних» выборок, доля выборок, согласованных со свидетельством *e*, уменьшается *экспоненциально* по мере увеличения количества переменных свидетельства.

Оценка веса с учётом правдоподобия

1. Значения для переменных свидетельства *E* фиксируются и формируются выборки только для оставшихся переменных *X* и *Y*. Это позволяет гарантировать, что каждое выработанное событие будет согласованным со свидетельством.
2. Перед подведением итогов подсчетов в распределении для переменной запроса каждое событие взвешивается с учетом правдоподобия того, что событие согласуется со свидетельством.
3. Правдоподобие измеряется с помощью произведения условных вероятностей для каждой переменной свидетельства, если даны ее родительские переменные.

Интуитивно: события, в которых фактическое свидетельство кажется маловероятным, должны получать меньший вес.

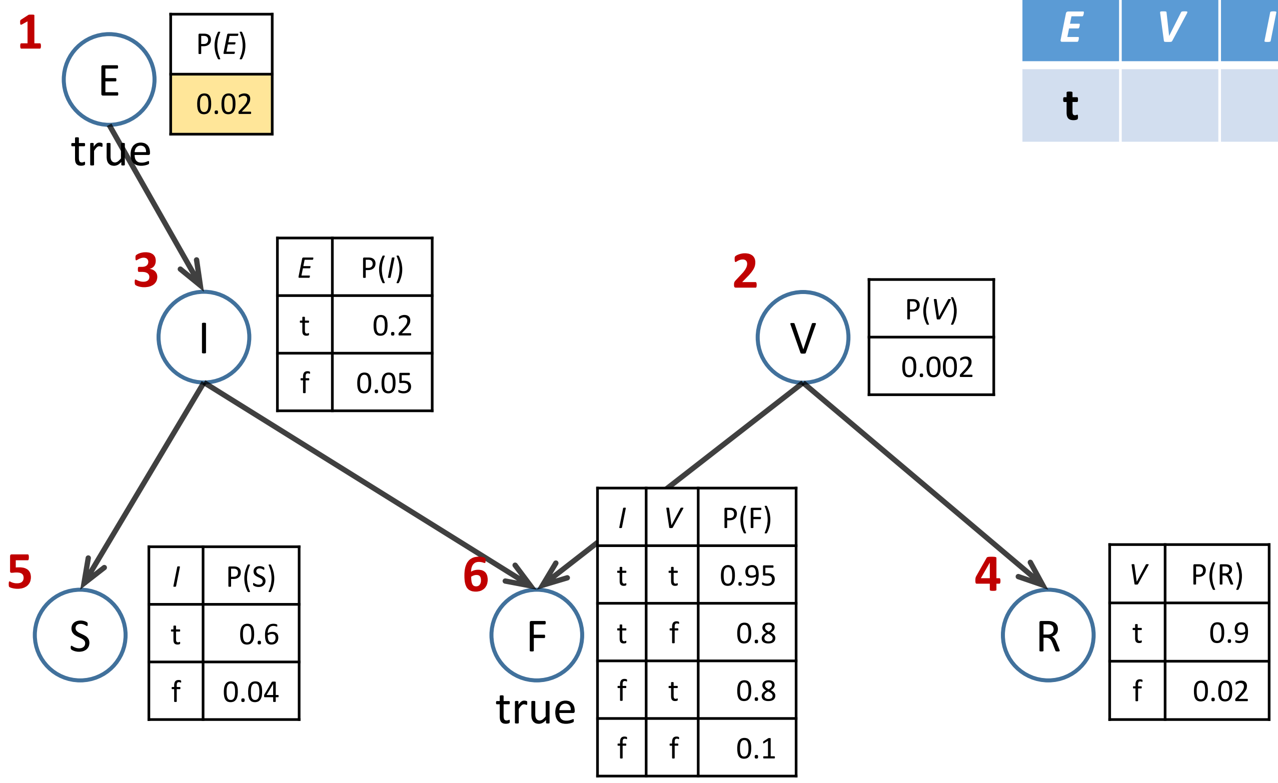
Оценка веса с учётом правдоподобия

```
function LikelihoodWeighting(X, e, bn, N) returns оценка
         значения P(X|e)
  inputs: X, переменная запроса
          e, свидетельство, определяемое как некоторое событие
          bn, байесовская сеть
          N, общее количество формируемых выборок
  local variables: W, вектор взвешенных результатов подсчетов по X,
                      первоначально равный нулю
  for j = 1 to N do
    x, w <– WeightedSample(bn)
    W[x] <– W[x] + w, где x представляет собой значение переменной X
                      в множестве x
  return Normalize(W[X])

function WeightedSample(bn, e) returns событие x и вес w
  x <– событие с n элементами; w <– 1
  for i = 1 to n do
    if Xi имеет значение xi in свидетельство e
    then w <– w * P(Xi=xi|parents(Xi))
    else xi <– случайная выборка из P(Xi|parents(Xi))
  return x, w
```

Формирование взвешенной выборки

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t					t	

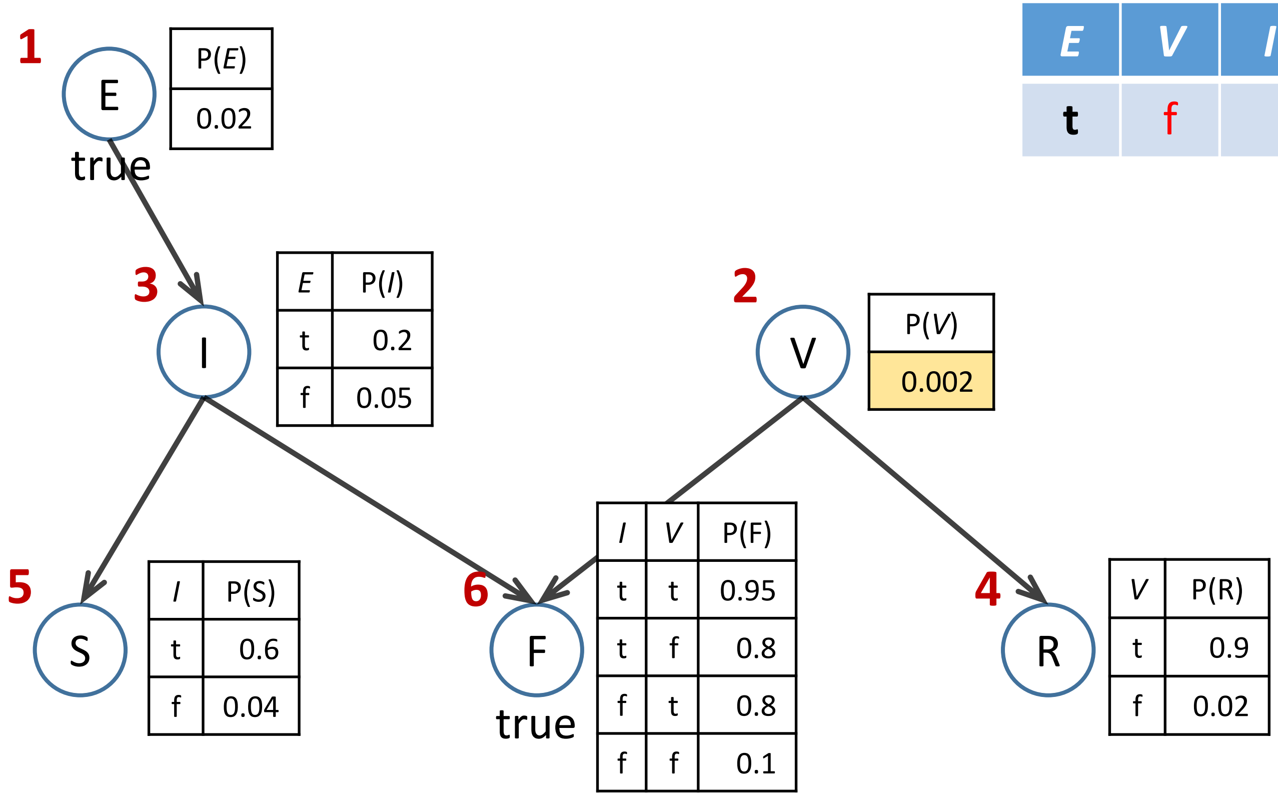


w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

Формирование взвешенной выборки

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f				**t**	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

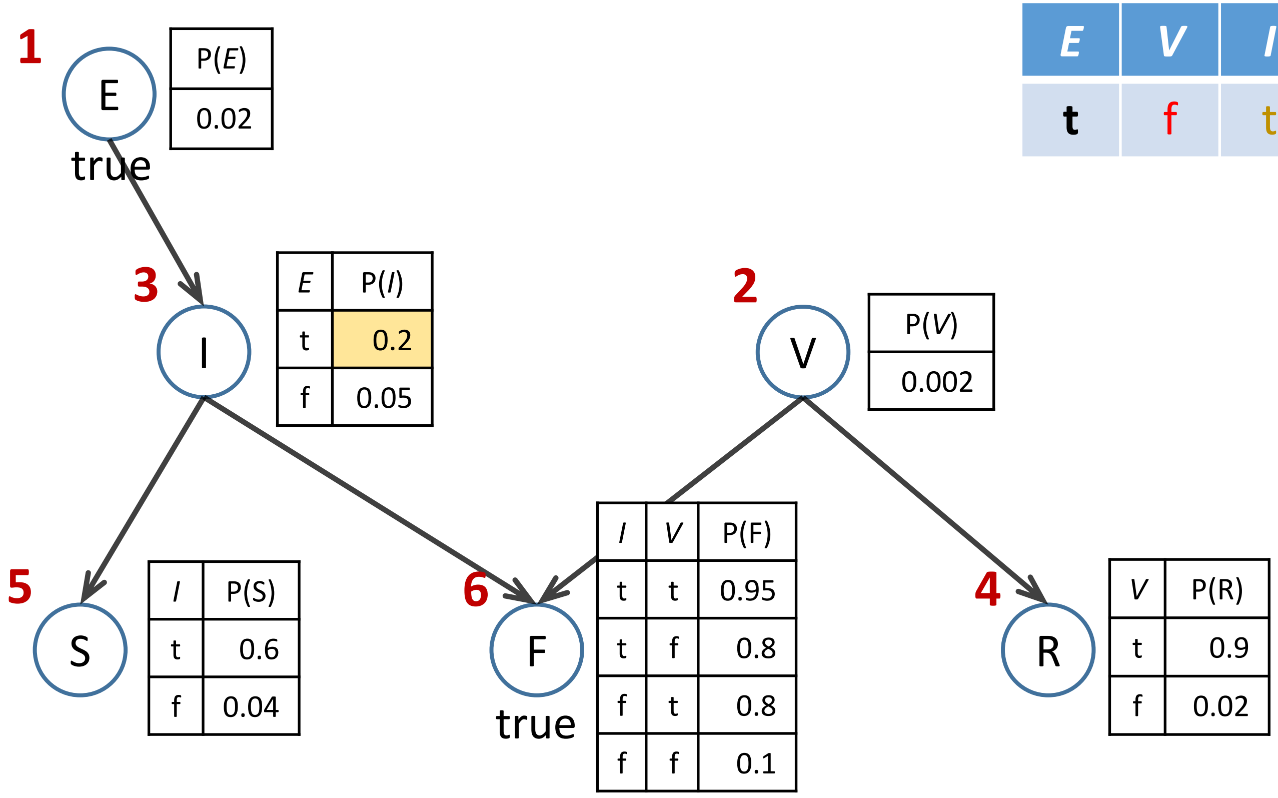
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

Формирование взвешенной выборки

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f	t			**t**	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

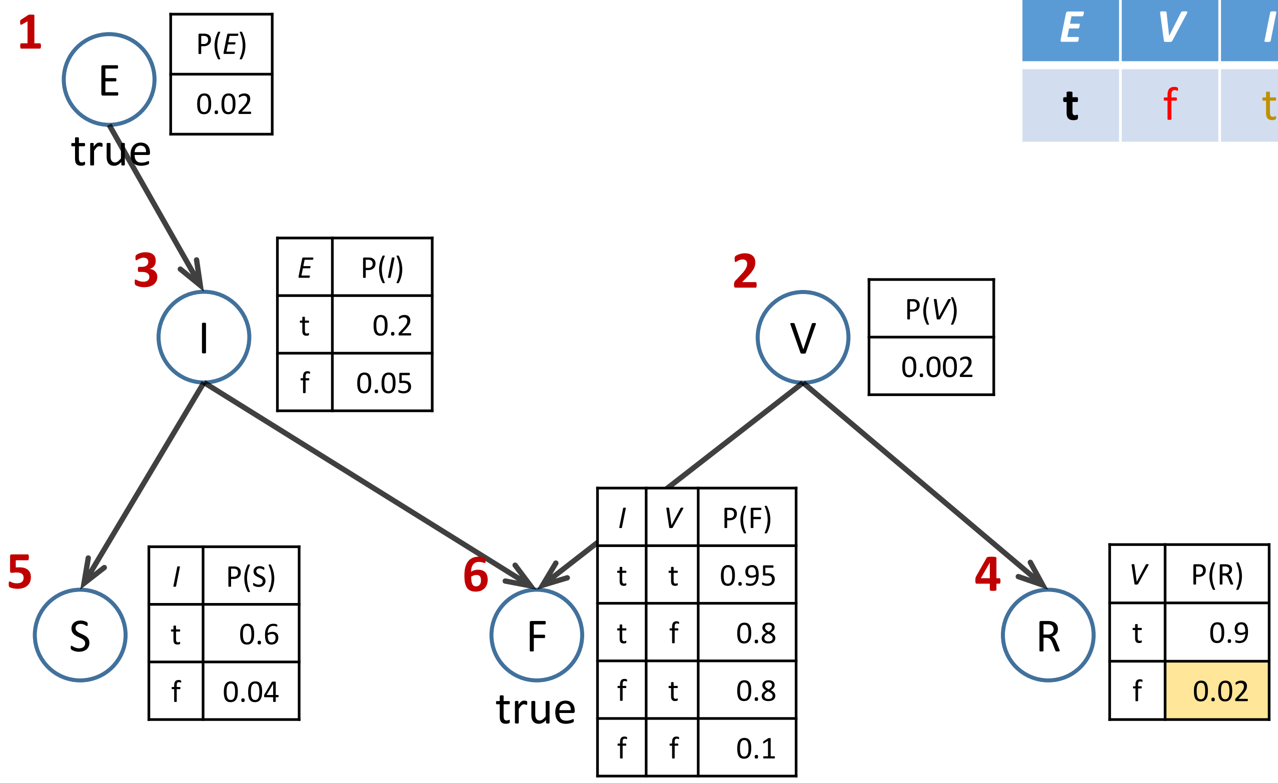
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

Формирование взвешенной выборки

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f	t	f		t	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

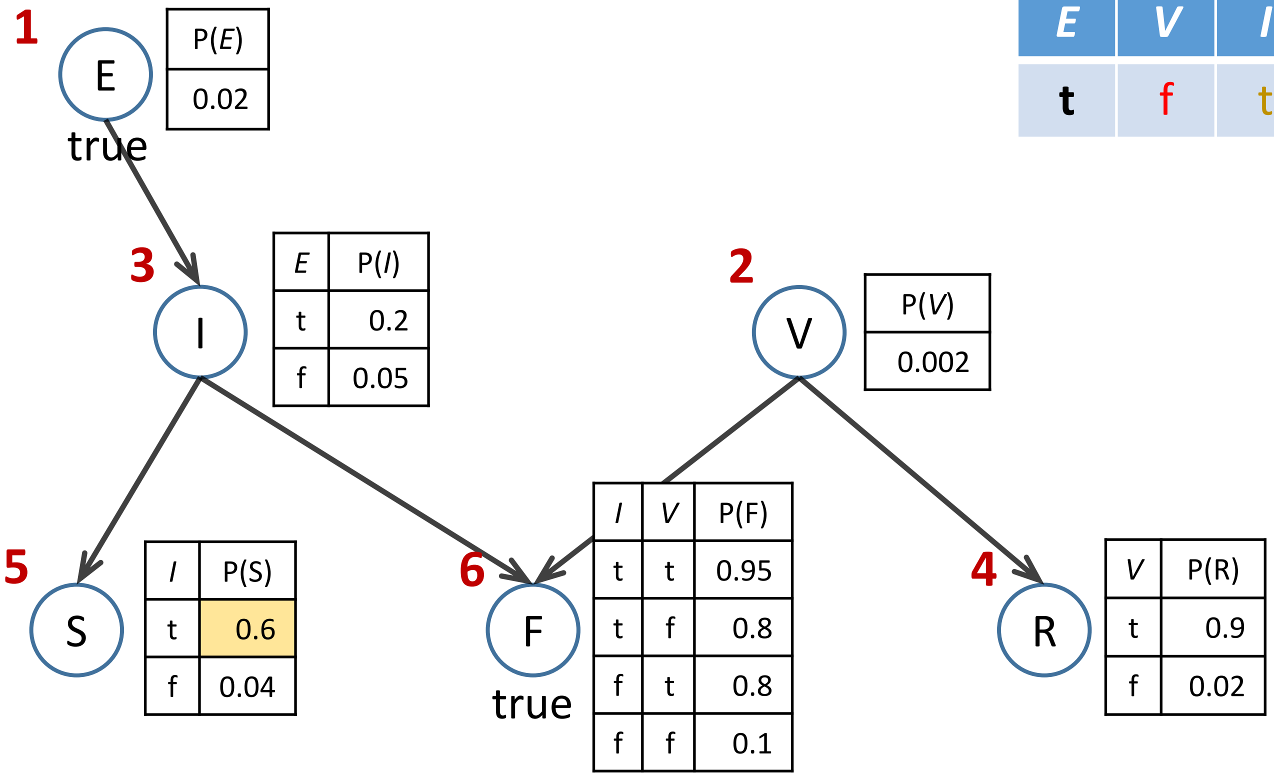
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

Формирование взвешенной выборки

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f	t	f	t	**t**	



P(*E*)
0.02

E	P(*I*)
t	0.2
f	0.05

P(*V*)
0.002

I	P(S)
t	0.6
f	0.04

I	*V*	P(F)
t	t	0.95
t	f	0.8
f	t	0.8
f	f	0.1

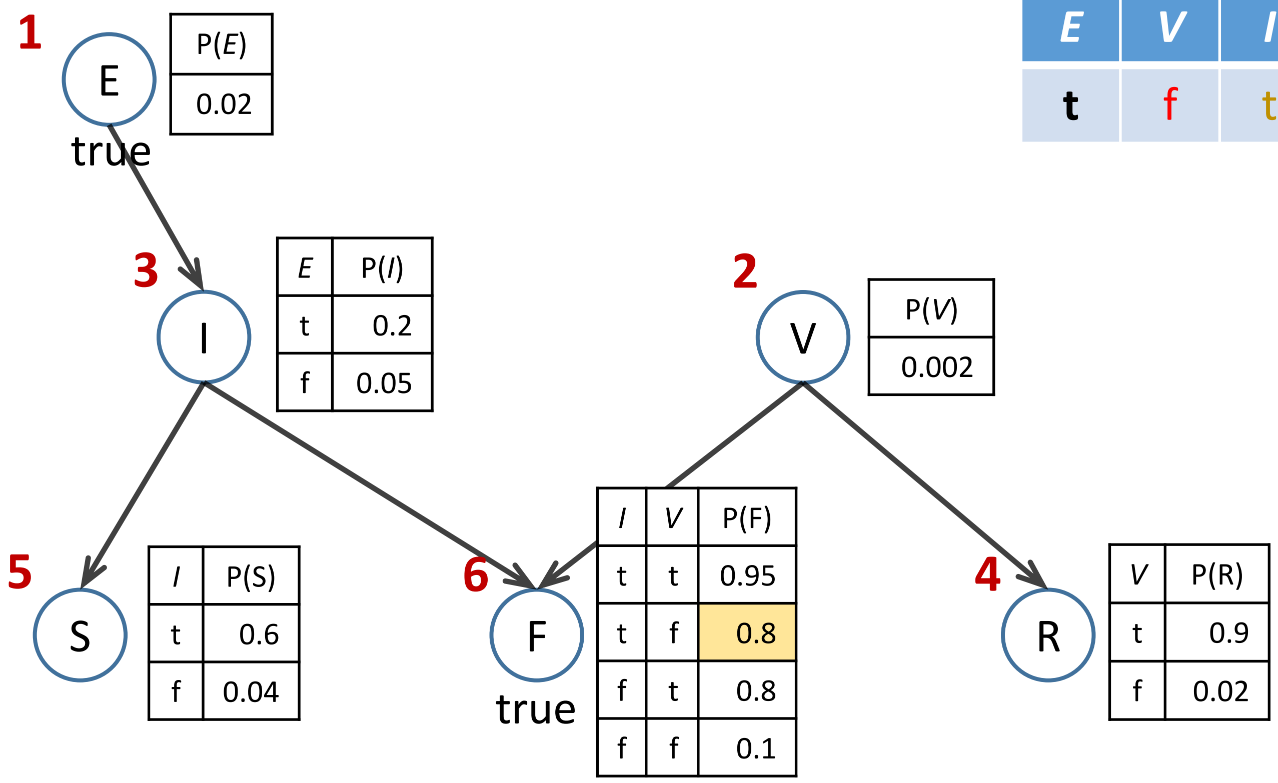
V	P(R)
t	0.9
f	0.02

w = 0.02

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

Формирование взвешенной выборки

E	*V*	*I*	*R*	*S*	*F*	*w*
t	f	t	f	t	**t**	**.016**



w = 0.02 * 0.8 = 0.016

P(*Influenza* | *influenzaEpidemy* ∩ *fever*)

Обучение байесовских сетей

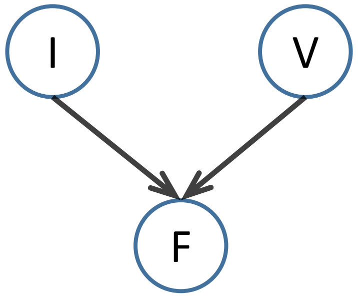
1. Параметрическое обучение
    1. При полных данных
        1. На основе метода максимального правдоподобия
        2. Байесовские методы (распределение параметров)
    2. При неполных данных
2. Структурное обучение

Обучение байесовских сетей. Максимальное правдоподобие

Набор данных по пациентам

…	I	V	F	…
	1	1	1	
	0	1	0	
	0	1	0	
	1	1	1	

…



…

$$\hat{P}(F = 1 \mid I = 1, V = 1) = \frac{\#(F=1, I=1, V=1)}{\#(I=1, V=1)}$$

$$\hat{P}(F = 1 \mid I = 1, V = 0) = \frac{\#(F=1, I=1, V=0)}{\#(I=1, V=0)}$$

$$\hat{P}(F = 1 \mid I = 0, V = 1) = \frac{\#(F=1, I=0, V=1)}{\#(I=0, V=1)}$$

$$\hat{P}(F = 1 \mid I = 0, V = 0) = \frac{\#(F=1, I=0, V=0)}{\#(I=0, V=0)}$$

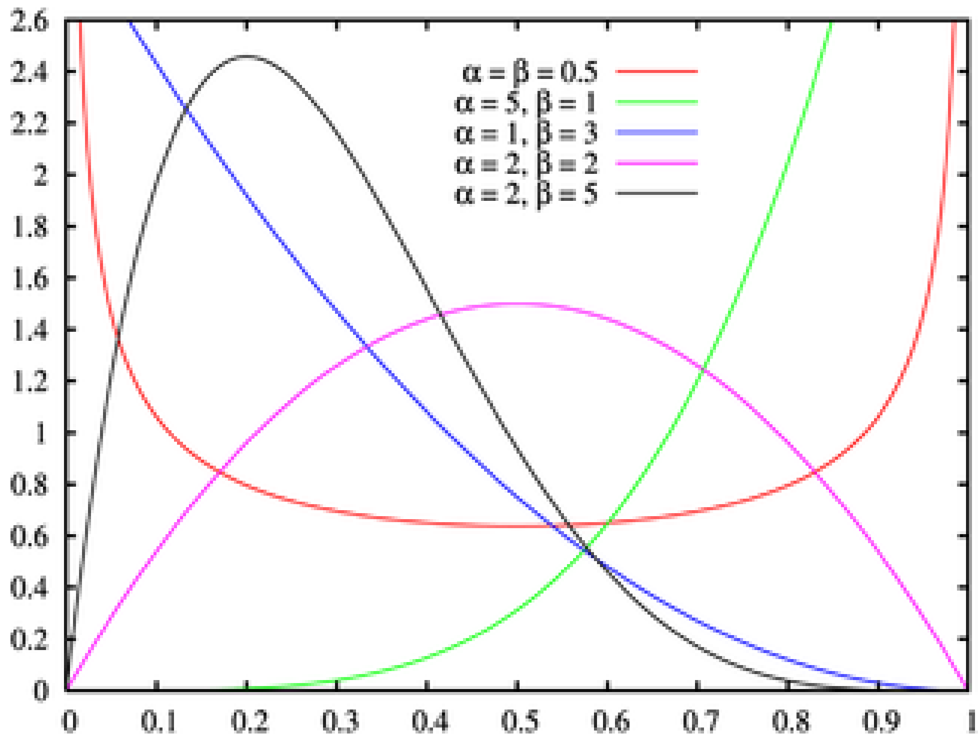
$$\hat{P}(F = 0 \mid I = i, V = v) = 1 - \frac{\#(F=1, I=i, V=v)}{\#(I=i, V=v)}, \quad i, v \in \{0,1\}$$

Обучение байесовских сетей. Байесовские оценки – общая идея

Распределение Бернулли – количество событий, имеющих вероятность *p* в *n* испытаниях.

Бета-распределение (сопряженное по отношению к распределению Бернулли) распределение вероятности одного события (*p*) если в схеме Бернулли оно случилось α-1 раз и не случилось β-1 раз.

Псевдосчетчики – сочетание знаний эксперта и экспериментальных данных.



Краткое резюме по байесовским сетям

- **Достоинства:**
  1. Надёжные теоретические основания (теория вероятностей)
  2. Можно комбинировать знания экспертов и наблюдения
- **Недостатки:**
  1. Может быть проблематично оценить вероятность (так, чтобы выполнялась вся аксиоматика) – для человека это не очень привычно

- **Практическое применение:**
  - Широко используются в системах диагностики (медицина, технические системы) и поддержки принятия решений

Тема 8. Нечеткая логика

Теория нечётких множеств

Теория нечётких множеств – один из подходов к определению того, насколько хорошо некоторый объект подходит под расплывчатое описание.

Нечёткая логика – метод формирования рассуждений с помощью логических выражений, описывающих принадлежность элементов к нечётким множествам.

Неопределенность *другого* плана.

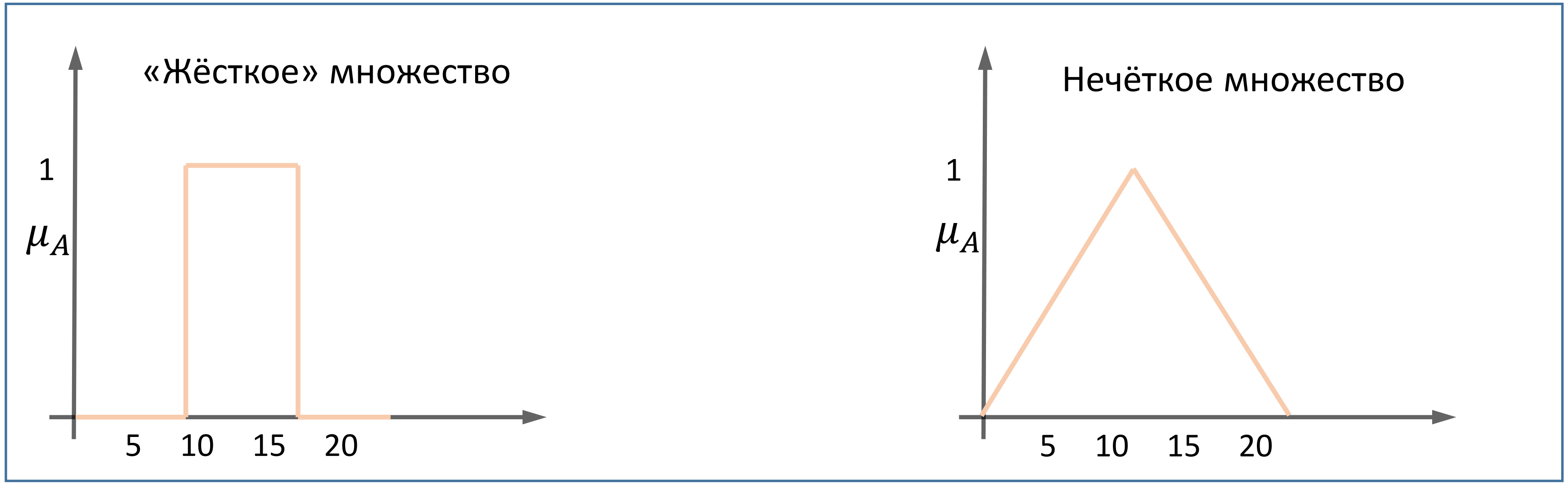
Лотфи Заде

Нечёткие множества

Нечёткое множество *A* – совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов *x* универсального множества *X* и соответствующих степеней принадлежности $\mu_A(x)$:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$$

$\mu_A(x) \in [0,1]$ - функция принадлежности (характеристическая функция), показывающая, в какой степени элемент *x* принадлежит нечёткому множеству *A*.



Пример нечёткого множества

Универсальное множество – рост человека.
Подмножества – высокие люди (Tall), среднего роста (Average), низкие (Short).

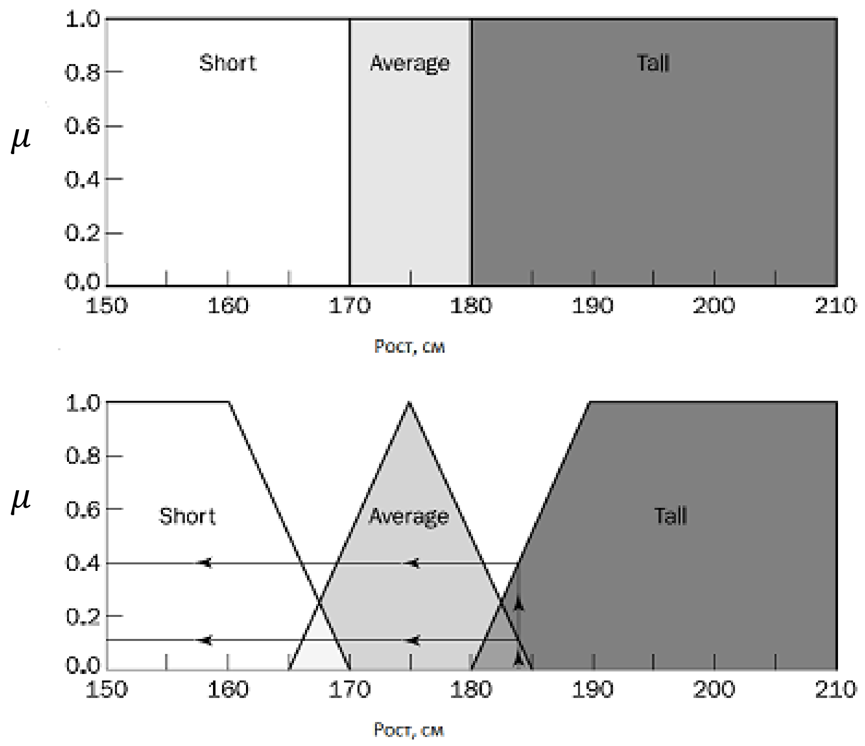


Иллюстрация из Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.

Представление нечётких множеств

Задание функции принадлежности:
- сигмоида, гауссиана… (усложняет вычисления)
- линеаризация: Tall = (0/180, 0.5/185, 1/190)
    - треугольные
    - трапециевидные

Операции над нечёткими множествами

Включение (*A* содержится в *B*):

$$A \subset B \ \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

Дополнение:

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Пересечение:

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)], \ \text{ где } x \in X$$

Объединение:

$$\mu_{A\cap B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)], \ \text{ где } x \in X$$

Нечёткие рассуждения (метод Мамдани)

ЕСЛИ x is A3 ИЛИ y is B1 ТО z is C1	ЕСЛИ project_funding is adequate ИЛИ project_staffing is small ТО risk is low
ЕСЛИ x is A2 И y is B2 ТО z is C2	ЕСЛИ project_funding is marginal ИЛИ project_staffing is large ТО risk is normal
ЕСЛИ x is A1 ТО z is C3	ЕСЛИ project_funding is small ТО risk is high

И. Мамдани

Фаззификация

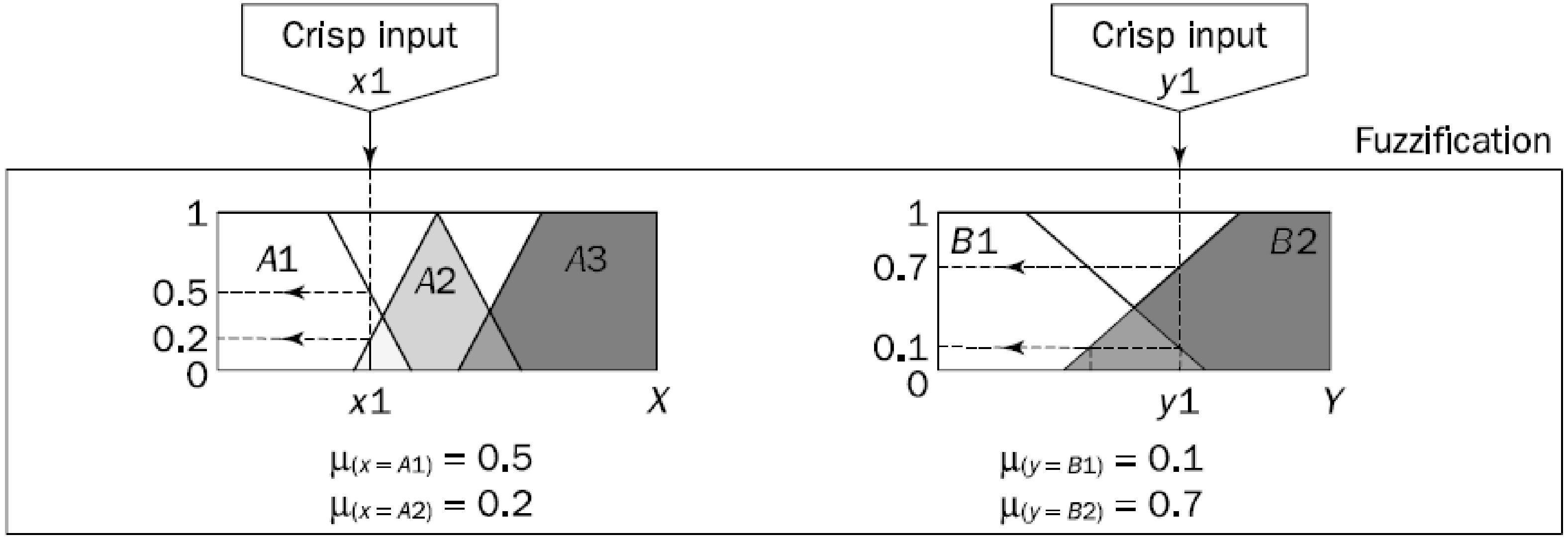


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

Вычисление правил

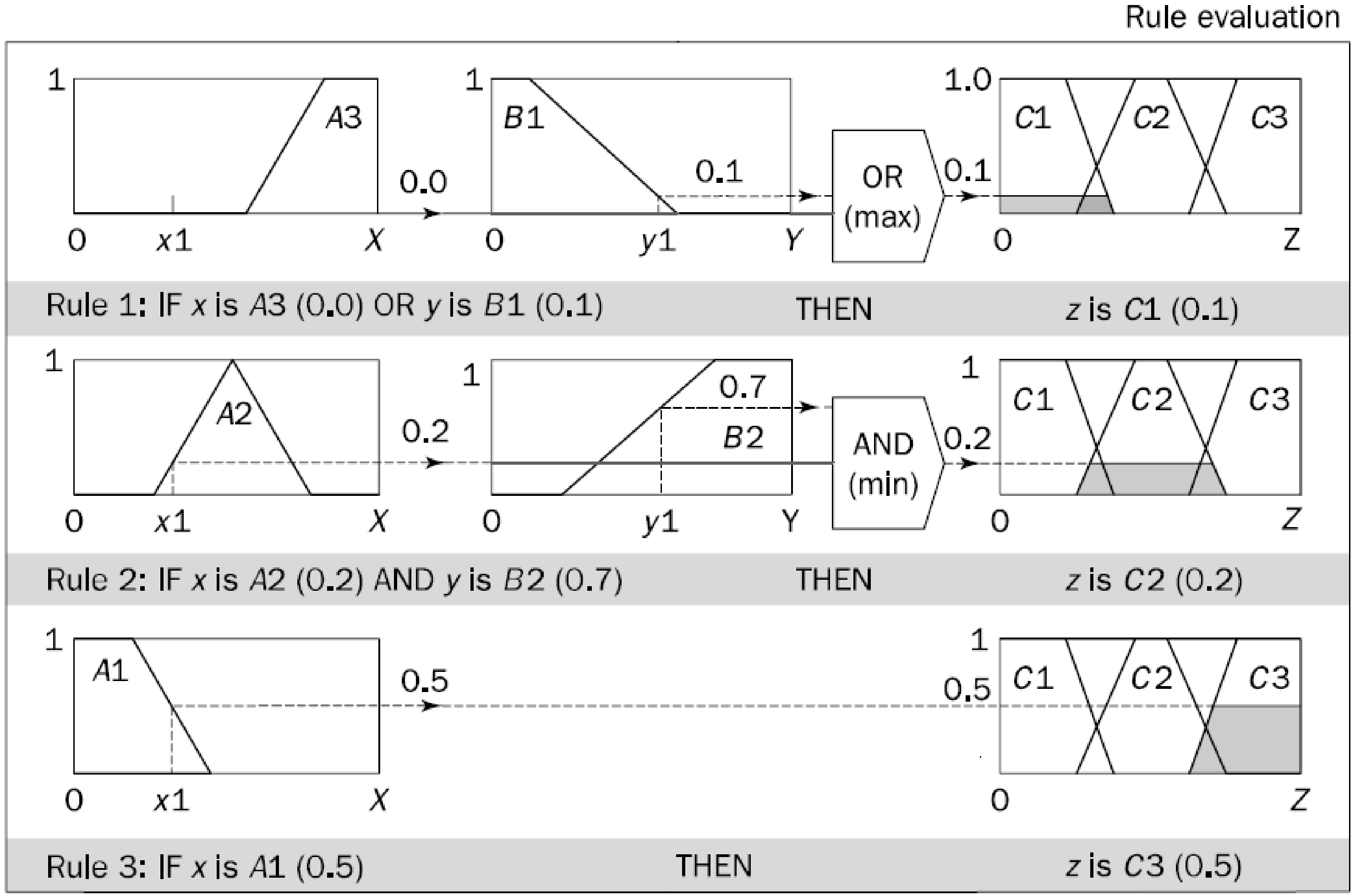


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

Агрегация заключений

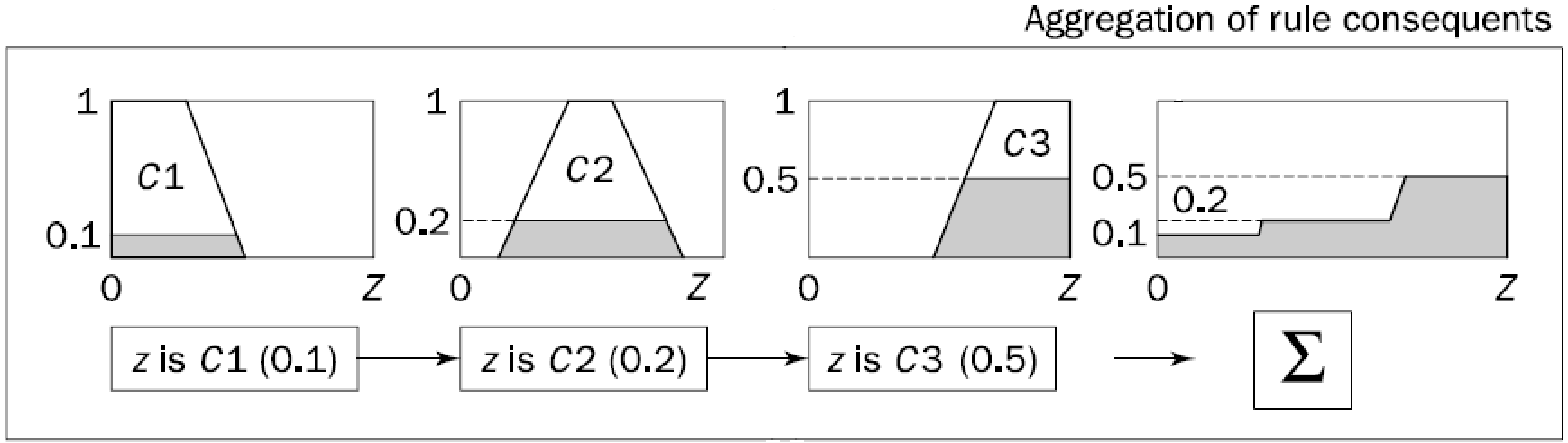


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

Дефаззификация

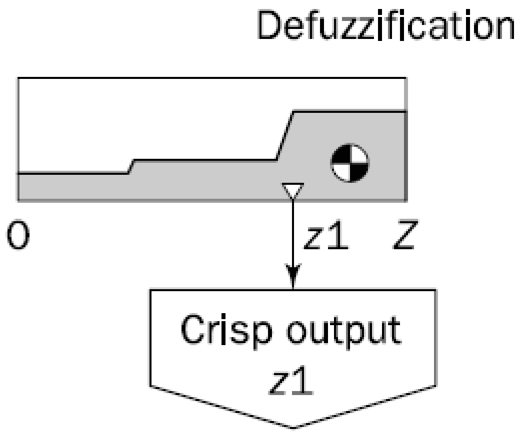


Иллюстрация из *Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition.*

Резюме

- **Почти любому интеллектуальному агенту, действующему в реальном мире приходится иметь дело с неопределенностью**
- **Существуют разные способы формализации неопределенности (и разных видов неопределенности)**
- **Рассмотрели:**
  - Схему Шортлиффа-Бьюкенена (исторический интерес)
  - Байесовские сети (активно используются)
  - Нечёткую логику (активно используется, особенно в задачах автоматического управления)

Литература

Схема Шортлиффа:

1) Джексон П. Введение в экспертные системы. 3-е издание (Гл. 9).
2) Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition (Ch. 3, 4).

Байесовские сети:

1) Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект. Современный подход. 2-е издание (Гл. 13, 14).
2) Koller D., Friedman N. Probabilistic Graphical Models. Principles and Techniques. MIT Press, 2009. - 1270 p.

Теория нечётких множеств:

1) Джексон П. Введение в экспертные системы. 3-е издание (Гл. 9).
2) Negnevitsky M. Artificial Intelligence. A Guide to Intelligent Systems. 2nd edition (Ch. 4).