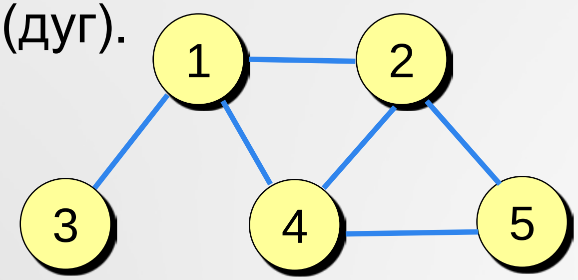
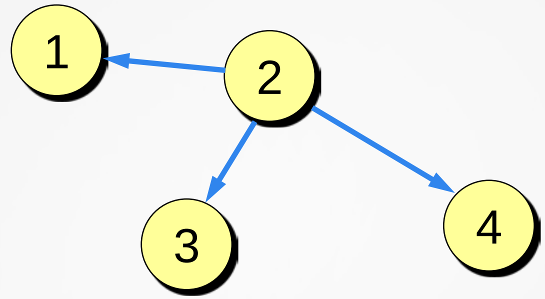
Лекция №3

Кросс-платформенное программирование

Определения

Граф – это набор вершин (узлов) и соединяющих их ребер (дуг).





Направленный граф (ориентированный, орграф) – это граф, в котором все дуги имеют направления.

Цепь – это последовательность ребер, соединяющих две вершины (в орграфе – **путь**).

Цикл – это цепь из какой-то вершины в нее саму.

Взвешенный граф (сеть) – это граф, в котором каждому ребру приписывается вес (длина).

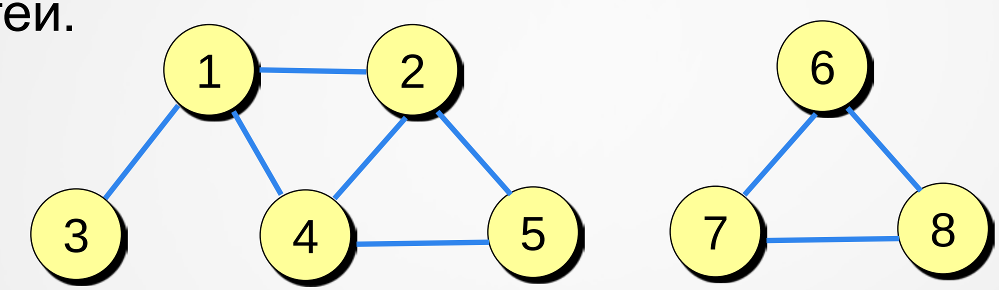
? Дерево – это граф?

Да, без циклов!

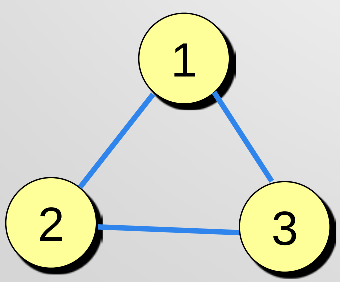
Определения

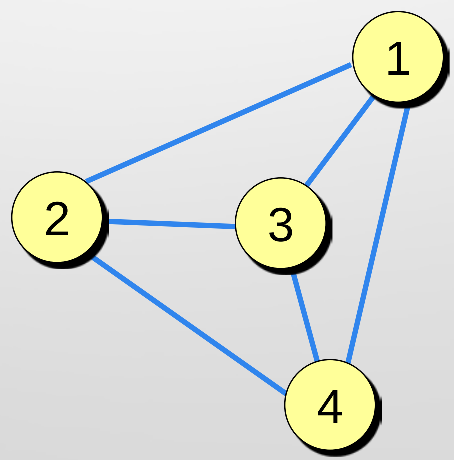
Связный граф – это граф, в котором существует цепь между каждой парой вершин.

k-связный граф – это граф, который можно разбить на **k** связных частей.



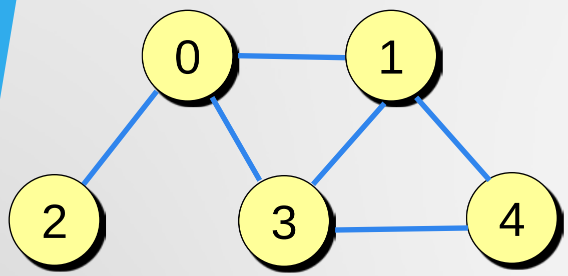
Полный граф – это граф, в котором проведены все возможные ребра (**n** вершин → **n(n-1)/2** ребер).





Описание графа

Матрица смежности – это матрица, элемент **M[i][j]** которой равен **1**, если существует ребро из вершины **i** в вершину **j**, и равен **0**, если такого ребра нет.

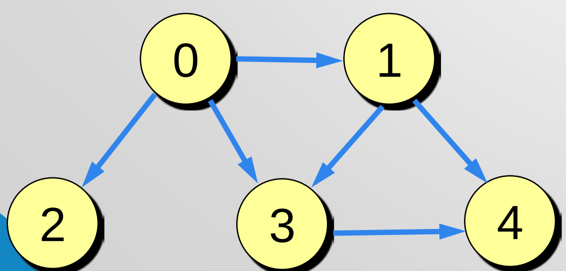


	0	1	2	3	4
0	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	0
3	1	1	0	0	1
4	0	1	0	1	0

Список смежности

0	1	2	3		
1	0	3	4		
2	0				
3	0	1	4		
4	1	3			

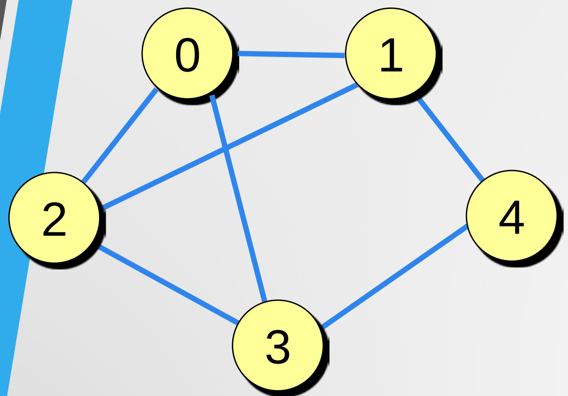
! Симметрия!



	0	1	2	3	4
0	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0

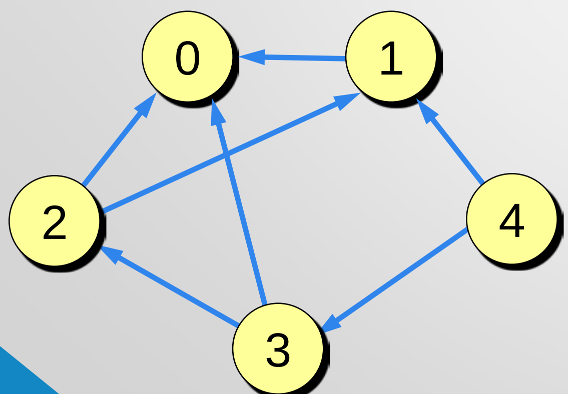
0	1	2	3		
1	3	4			
2					
3	4				
4					

Матрица и список смежности



	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

0					
1					
2					
3					
4					

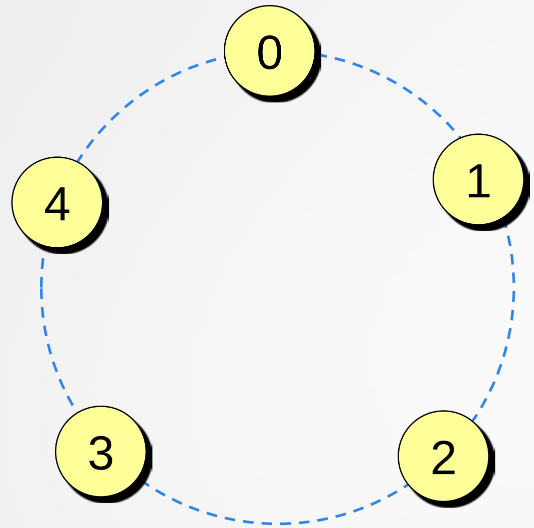


	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

0					
1					
2					
3					
4					

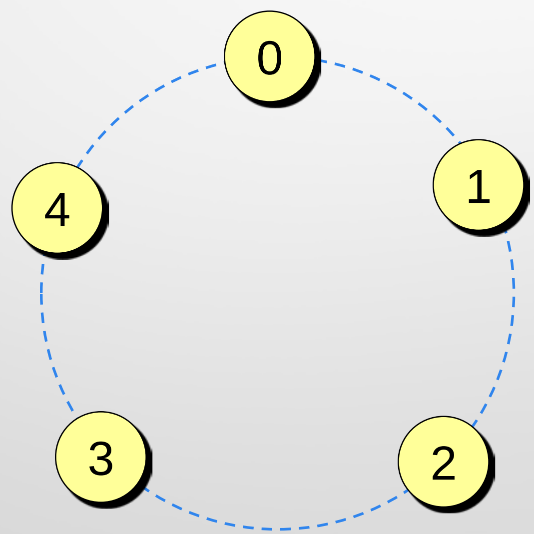
Построения графа по матрице смежности

	0	1	2	3	4
0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1
2	1	1	0	1	0
3	0	0	1	0	1
4	0	1	0	1	0



0					
1					
2					
3					
4					

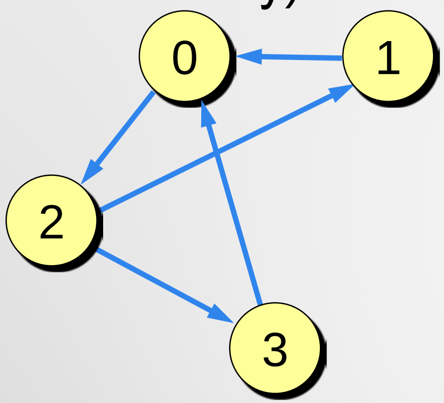
	0	1	2	3	4
0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0
2	0	1	0	1	0
3	1	1	0	0	0
4	0	1	1	0	0



0					
1					
2					
3					
4					

Как обнаружить цепи и циклы?

Задача: определить, существует ли цепь длины **k** из вершины **i** в вершину **j** (или цикл длиной **k** из вершины **i** в нее саму).



M =

	0	1	2	3
0	0	0	1	0
1	1	0	0	0
2	0	1	0	1
3	1	0	0	0

`M²[i][j]=1`, если `M[i][0]=1` и `M[0][j]=1` или
`M[i][1]=1` и `M[1][j]=1` или
`M[i][2]=1` и `M[2][j]=1` или
`M[i][3]=1` и `M[3][j]=1`

строка `i`

логическое умножение

столбец `j`

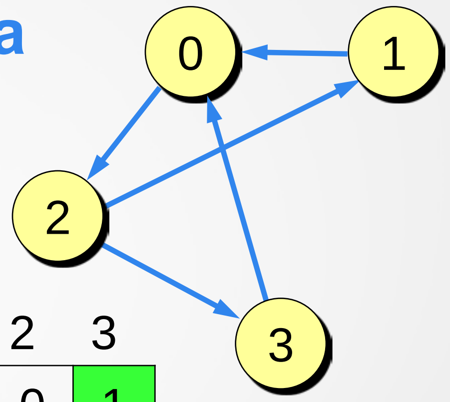
логическое сложение

Как обнаружить цепи и циклы?

Логическое умножение матрицы на себя:

матрица путей длины 2

$$M^2 = M \otimes M$$



$$M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$M^2[2][0] = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 1$$

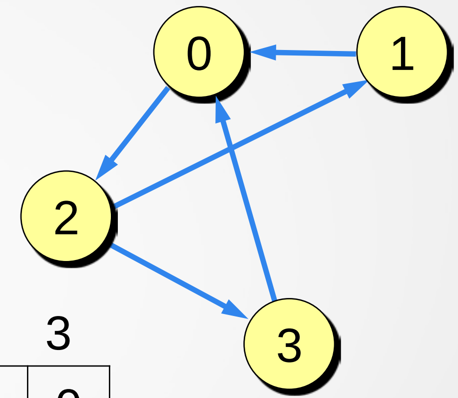
маршрут 2-1-0

маршрут 2-3-0

Как обнаружить цепи и циклы?

Матрица путей длины 3:

$$M^3 = M^2 \otimes M$$



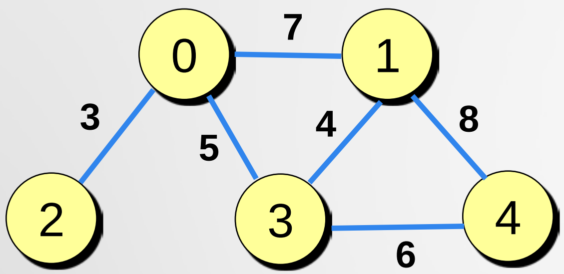
$$M^3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

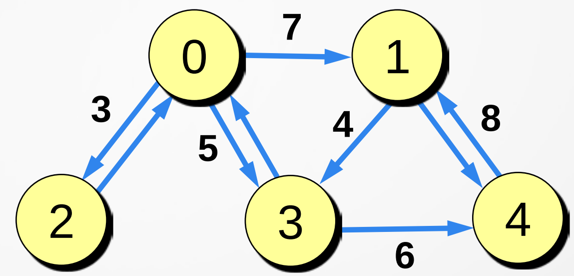
на главной диагонали – циклы!

$$M^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Весовая матрица

Весовая матрица – это матрица, элемент `W[i][j]` которой равен весу ребра из вершины `i` в вершину `j` (если оно есть), или равен ∞, если такого ребра нет.





	0	1	2	3	4
0	0	7	3	5	∞
1	7	0	∞	4	8
2	3	∞	0	∞	∞
3	5	4	∞	0	6
4	∞	8	∞	6	0

	0	1	2	3	4
0	0	7	3	5	∞
1	∞	0	∞	4	8
2	3	∞	0	∞	∞
3	5	∞	∞	0	6
4	∞	8	∞	∞	0